

Міністерство освіти і науки України  
Державний вищий навчальний заклад  
«Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»



**Бессмертний Ярослав Олегович**

**УДК 624.074.435:539.3**

**ДЕФОРМУВАННЯ ТА СТІЙКІСТЬ ПОЛОГИХ ТОНКОСТІННИХ  
КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ ЗОВНІШНЬОМУ ТИСКУ ТА  
НЕОДНОРІДНОМУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОМУ СТАНІ**

05.23.17 – будівельна механіка

**АВТОРЕФЕРАТ**

дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дніпро – 2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Державному вищому навчальному закладі «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури» (ДВНЗ ПДАБА) Міністерства освіти і науки України.

**Науковий керівник:** доктор технічних наук, професор

**Красовський Василь Леонідович.** Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», професор кафедри будівельної і теоретичної механіки та опору матеріалів.

**Офіційні опоненти:**

доктор технічних наук, професор **Гришак Віктор Захарович**, професор кафедри фундаментальної та прикладної математики ДВНЗ «Запорізький національний університет», Заслужений діяч науки і техніки України.

доктор технічних наук, професор **Зеленцов Дмитро Гегемонович**, завідуючий кафедри інформаційних систем ДВНЗ «Український державний хіміко-технологічний університет»

Захист відбудеться **9 грудня 2021 р. о 12:30** годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 08.085.02 при Державному вищому навчальному закладі «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури» за адресою: 49005, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Державного вищого навчального закладу «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури» за адресом: 49005, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а та на сайті академії (<https://pgasa.dp.ua/dissertation/>).

Автореферат розісланий **8 листопада 2021 р.**

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради  
д.т.н., професор



Слободянюк С. О.

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Задача стійкості замкнутих пружних пологих кругових тонкостінних конусів при зовнішньому тиску відноситься до класичних задач теорії оболонки. Для цієї задачі свого часу було отримано як лінійне, так і геометрично нелінійне рішення. В останнє десятиліття в Україні була проведена велика серія випробувань на стійкість при зовнішньому тиску малогабаритних зразків (більше 100 штук) пологих замкнутих кругових конічних оболонки в широкому діапазоні зміни їх геометрії. Були проведені порівняння отриманих експериментальних даних з результатами розрахунків, виконаних на основі різних відомих теорій і розрахункових моделей, побудованих для ідеальних оболонки, включаючи розрахунки з використанням програмних комплексів (ПК) ANSYS і ЛПА, заснованих на методі скінченних елементів (МСЕ). Ці дослідження показали, що в рамках розглянутої задачі залишається низка недостатньо вивчених питань, що становлять теоретичний і прикладний інтерес. Так, зокрема, відсутній спільний порівняльний аналіз рішень лінійної і нелінійної задач стійкості, спрямований на виявлення небезпечної моделі випучування розглянутих оболонки, недостатньо вивчений вплив на стійкість відхилень геометрії їх серединної поверхні, а також рухливості країв. Найбільш ефективним інструментом для проведення цих досліджень та виконання уточненого розрахунку досліджуваних оболонки наразі є сучасні ПК, зокрема, ANSYS та ЛПА. Враховуючи, що пологі конічні оболонки використовуються як силові та огорожувальні елементи різних об'єктів, у тому числі, конструкцій особливої відповідальності, що використовуються в авіа- та ракетній техніці, суднобудуванні, в хімічній і нафтохімічній промисловості, уточнення розрахунку таких оболонки завжди було і залишається важливою і актуальною задачею.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Робота виконувалася у рамках держбюджетної теми кафедри будівельної механіки та опору матеріалів ДВНЗ ПДАБА: «Міцність, жорсткість, стійкість і коливання однорідних і неоднорідних стержнів, пластин, оболонки та композитних конструкцій, включаючи об'єкти біологічного походження» (номер державної реєстрації 0116U006049). Назва розділу: «Напружено-деформований стан і стійкість складених пластин та оболонки».

**Мета і задачі дослідження.** Метою роботи є розрахунок процесу деформування та втрати стійкості пружних замкнутих пологих кругових конічних оболонки при неоднорідному напружено-деформованому стані (НДС) та зовнішньому поперечному тиску у ході виконання як чисельного, так і фізичного експерименту, а також оцінка застосовності ПК ANSYS для виконання таких розрахунків. Ця проблема передбачає розв'язання наступних задач:

– дослідити процес деформування та випучення пологих тонкостінних оболонки при дії зовнішнього нормального тиску та за умови періодично неоднорідного напружено-деформованого стану, що обумовлений періодично дискретним шарнірним закріпленням краю розглянутих оболонки (рівні за довжиною ділянки з шарнірно нерухомим закріпленням чергуються з ділянками з шарнірно рухомим закріпленням). Також необхідно дослідити прояв ефекту «статичного резонансу» за умови неоднорідного в окружному напрямку НДС оболонки;

– дослідити процес деформування та випучення пологих тонкостінних оболонки при дії комбінованого навантаження зовнішнім нормальним однорідним тиском та

сконцентрованою у точці силою, що змінює своє місце розташування у просторі відносно утворюючої оболонки. При комбінованому навантаженні рівномірний нормальний зовнішній тиск відтворює собою дію снігового навантаження, а сконцентрована у точці сила – дію ваги людини або будь-якої конструкції, що влаштовується на оболонці;

- дослідити деформування та випучення пологих тонкостінних оболонок за умови неоднорідного напружено-деформованого стану, обумовленого дією вітрового навантаження, опираючись як на дані, представлені у нормативних документах України, так і дані чисельних експериментів у середовищі ПК ANSYS;

- дослідити деформування та випучення пологих тонкостінних оболонок у ході виконання фізичного експерименту, що відтворює умови закріплення та навантаження оболонок у задачі №1. Отримані результати необхідно порівняти з результатами чисельного моделювання у середовищі ПК ANSYS;

- виконати аналіз результатів порівняння даних фізичного експерименту та чисельного моделювання з метою встановити можливість та дати оцінку застосування ПК ANSYS при вирішенні задач деформування та втрати стійкості розглянутих оболонок за умов періодично неоднорідного та суттєво неоднорідного НДС.

**Об'єкт дослідження** – явище стійкості та процес деформування пологих конічних оболонок при різних граничних умовах під дією зовнішнього тиску (однорідного та неоднорідного), сконцентрованої у точці сили та комбінованого навантаження цих впливів.

**Предмет дослідження** – напружено-деформований стан (НДС) і випучування пружних замкнутих пологих тонкостінних конічних оболонок, а також застосовність для їх розрахунку ПК ANSYS.

**Методи дослідження:** чисельний експеримент і його аналіз в середовищі універсального ПК ANSYS (ANSYS Inc. Academic Research, Mechanical Analysis, Release 14.5), а також фізичний експеримент на модельних оболонках.

**Наукова новизна отриманих результатів** полягає в нових якісних і кількісних даних про деформацію і випучування при зовнішньому тиску пружних пологих замкнутих кругових конічних тонкостінних оболонок при неоднорідному НДС періодично дискретному та однорідному закріпленні краю оболонки (нерухомий та рухомий шарнір). Основні результати, що мають наукову новизну:

- дістало подальший розвиток дослідження поведінки пологих конічних оболонок при періодично неоднорідному напружено-деформованому стані, обумовленому періодично дискретним закріпленням краю при дії однорідного нормального тиску та отримано точну залежність для прогнозування ефекту «статичного резонансу»;

- удосконалено методику дослідження поведінки пологих конічних оболонок при неоднорідному НДС, обумовленому неперіодичним невісесиметричним комбінованим навантаженням однорідним тиском та сконцентрованою у точці силою, та досліджено поведінку розглянутих оболонок при найнесприятливіших умовах на території України згідно до нормативних документів;

- удосконалено ступінь відповідності результатів чисельного дослідження поведінки пологих конічних оболонок з використанням ПК ANSYS у порівнянні з

результатами, що були отримані у ході проведення фізичного експерименту над серією малогабаритних зразків пологих тонкостінних конічних оболонок;

- удосконалено дослідження поведінки пологих конічних тонкостінних оболонок за умови дії вітрового навантаження згідно до рекомендацій та нормативних значень вітру у ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи».

**Практичне значення** одержаних результатів полягає в підтвердженні на основі порівняння з фізичним експериментом високої ефективності реалізації в середовищі ПК ANSYS уточненого розрахунку стійкості реальних оболонок, пов'язаної з можливістю врахування в розрахунках низки факторів, що впливають на величину несучої здатності оболонок.

**Особистий внесок здобувача.** У роботах, що опубліковані у співавторстві, особистий внесок здобувача полягає у наступному:

- вдосконалено процедуру розрахунку деформування і втрати стійкості розглянутих оболонок у середовищі ПК ANSYS, що дозволяє адекватно оцінити величину  $q^{cr}$  і  $q^{lim}$ , а також проведено лінійний і геометрично нелінійний їх чисельний аналіз в широкому діапазоні зміни геометрії об'єктів дослідження [1, 3];

- визначена точна залежність для прогнозування прояву ефекту «статичного резонансу» у пологих тонкостінних конічних оболонках як при чисельному моделюванні, так і в ході фізичного експерименту [4, 7], шляхом порівняння результатів лінійного біфуркаційного, динамічного і геометрично нелінійного розрахунків;

- досліджено процес деформування та втрати стійкості пологих тонкостінних оболонок при комбінованому навантаженні рівномірним тиском та сконцентрованою у точці силою, та отримані результати порівняні з даними, представленими у ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи», а також проведено чисельні розрахунки для розглянутих оболонок, дані про які відсутні у ДБН В.1.2-2:2006 [3];

- досліджено процес деформування та втрати стійкості пологих тонкостінних оболонок при дії вітрового навантаження та створена розрахункова модель для аналізу дії вітрового впливу на конічну оболонку; отримані результати порівняні з даними, представленими у ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи», а також проведено чисельні розрахунки для розглянутих оболонок, дані про які відсутні у ДБН В.1.2-2:2006 [1];

- виконано аналіз результатів порівняння даних фізичного експерименту та чисельного моделювання з метою встановити можливість та дати оцінку застосування ПК ANSYS при вирішенні задач деформування та втрати стійкості розглянутих оболонок за умов періодично неоднорідного та суттєво неоднорідного НДС [2].

**Апробація результатів дисертації.** За матеріалами дисертації було зроблено доповіді на наступних наукових конференціях і семінарах: Міжвузівська наукова конференція молодих науковців (березень 2017, ПДАБА, Дніпро), 11 Міжнародна конференція «Shell structures: theory and applications» (жовтень 2017, Гданськ, Польща), Сучасні проблеми механіки та математики (травень 2018, Львів), Proceedings of the stability of structures XV-th SYMPOSIUM (вересень 2018, Закопане, Польща).

**Публікації.** За темою дисертації опубліковано всього 10 наукових праць (5 без співавторів), з них статей, включених Міністерством освіти і науки України в список

спеціалізованих наукових фахових видань – 3; статей в зарубіжних журналах Європейського союзу – 2 (SCOPUS); тез конференцій – 3; та додаткові видання – 2.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота викладена на 175 сторінках машинописного тексту, складається зі вступу, 5 розділів, висновків, списку використаних джерел та додатку. Обсяг основного тексту дисертації складає 138 сторінок друкованого тексту. Робота ілюстрована 25 таблицями та 42 рисунками, список використаних джерел містить 162 найменування.

## **ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ**

У **вступі** наведено обґрунтування актуальності роботи, сформульована мета і задачі досліджень, відзначена наукова новизна і практична цінність отриманих результатів, апробацію, публікації, структура та обсяг дисертації.

У **розділі 1** на підставі аналізу літератури дана коротка історія досліджень стійкості пологих тонкостінних конусів при зовнішньому тиску, охоплюючи сучасний стан проблеми. Дослідженню НДС та стійкості кругових конічних оболонок присвячено достатньо велика кількість робіт, як радянських і пострадянських, так і зарубіжних вчених. Класичними є дослідження в лінійній постановці, а також експерименти Н. А. Алумяє, П. Байларда, В. Вейнгартена, Е. І. Григолюка, В. З. Дюбуа, Дж. Зінгера, І. Кнетса, Г. І. Міхасева, Х. М. Муштарі, П. В. Мюрсеппа, І. Н. Преображенського, К. О. Родітелева, О. В. Саченкова, П. Сейда, П. Є. Товстіка, У. Шнелла, К. Шиффнера. У розвиток геометрично нелінійної теорії деформування і стійкості лінійно пружних конічних оболонок великий внесок зробили Н. А. Алумяє, Л. І. Балабух, М. В. Валішвілі, В. З. Власов, А. С. Вольмір, Й. І. Воровіч, К. З. Галімов, Е. І. Григолюк, Я. М. Григоренко, В. В. Кабанов, Б. Я. Кантор, Я. Ф. Каюк, М. С. Корнішин, Х. М. Муштарі, В. В. Новожилов, Л. І. Шкутін та І. А. Шубін. У цих роботах надані постанови задач, методи і результати їх вирішення, наведено огляди літератури, що дозволяють оцінити етапи розвитку в області нелінійної механіки конічних оболонок. Найбільш близькими до розглянутої в дисертації тематиці є роботи М. В. Валішвілі і Л. І. Шкутіна, в яких використовувалися нелінійні рівняння теорії пологих оболонок. В останньому десятилітті була опублікована низка робіт М. О. Варяничко, В. Л. Красовського, Є. Ф. Прокопало, М. В. Колеснікова, О. Г. Карасьова, в яких чисельно в середовищі ПК ANSYS і ЛІРА досліджувалася стійкість пологих конічних оболонок при зовнішньому тиску, як в лінійній, так і в нелінійній постановках. У широкому діапазоні зміни геометричних параметрів були отримані нові експериментальні дані про випучування пологих замкнутих конічних оболонок (було проведено більше 130 випробувань малогабаритних зразків пологих конічних тонкостінних оболонок). Проте, до сьогодні залишається низка невивчених питань, а існуючі рішення багатьох важливих задач вимагають уточнень. Така можливість з'явилася наразі завдяки інтенсивному розвитку методів обчислювальної механіки. Вищевказаними фактами обумовлено мету і задачі цього дослідження.

**Розділ 2** присвячений методиці чисельного дослідження. Усі розрахунки проводилися методом скінченних елементів (МСЕ) в середовищі ПК ANSYS. При вирішенні нелінійних задач використовувалися метод Ньютона-Рафсона і метод оптимальної довжини дуги. При вирішенні біфуркаційної задачі враховувалася

лінійна моментність докритичного деформування. Використовувався чотирикутний оболонковий елемент (SHELL 281) з 8-ма вузловими точками, кожна з яких має 6 ступенів свободи.

Розрахункові моделі будувалися за допомогою генератора сіток ПК. Задавалася довжина скінченного елемента (СЕ) в радіальному напрямку. Число СЕ ( $N$ ) вибиралося шляхом згущення сітки до отримання стабільних результатів розрахунку, як з НДС, так і за критичними навантаженнями. У всіх випадках для конічних оболонок (що будувалася шляхом обертання твірної навколо осі оболонки) однієї геометрії число елементів  $N$  приймалося близьким до 4096 елементів.

Чисельний аналіз проводився при розрахунку оболонок заданої геометрії ( $R/h = 400$ ,  $R$  – радіус основи,  $h$  – товщина оболонки) і кута нахилу твірної до площини основи ( $\alpha = 4^\circ \div 20^\circ$ ). Товщина оболонок –  $h = 0.23$  та  $5$  мм. Матеріал оболонок – сталь (модуль Юнга –  $E = 2 \times 10^5$  МПа; коефіцієнт Пуассона –  $\nu = 0.3$ , умовна межа міцності  $\sigma_{0l} = 800$  МПа), папір (модулі пружності  $E_x = 6.9 \times 10^3$  МПа,  $E_y = 3.4 \times 10^3$  МПа, коефіцієнти Пуассона  $\nu_x = 0.3$ ,  $\nu_y = 0.15$ , границя міцності  $\sigma_{x,\epsilon} = 45$  МПа,  $\sigma_{y,\epsilon} = 45$  МПа, де індекси  $x, y$  відповідають головним напрямкам ортотропії аркушу паперу). Навантаження здійснювалося рівномірно розподіленим зовнішнім поперечним тиском ( $q$ ) та сконцентрованою у точці силою ( $F$ ). Умови закріплення основи оболонок відповідали шарніру в нерухомому і рухомому варіантах. Власна вага конструкцій не враховувалася.

У розділі 3 досліджується поведінка пологих тонкостінних конічних оболонок при зовнішньому однорідному тиску та періодично неоднорідному напружено-деформованому стані (НДС), як зазначено в пункті «Задачі дослідження». Результатом розв'язання задачі 1 є критичний тиск  $q^{cr}$  – мінімальна величина тиску зі спектру власних значень лінеаризованої задачі стійкості, а також відповідна форма випучування у вигляді періодичних в окружному напрямку вм'ятин, витягнутих уздовж твірної. Результатом розв'язання задачі 2 є значення частоти та форма першого тону власних коливань ненавантаженої оболонки. Результатом рішення задачі 3 є граничний тиск  $q^{lim}$  – рішення задачі геометрично нелінійного деформування у момент переходу оболонки до несуміжної форми рівноваги.

В рамках чисельного дослідження проводилися розрахунки для трьох серій пологих конічних оболонок з наступними геометричними параметрами: параметр тонкостінності  $R/h = 400$ , товщина стінки  $h = 5$  мм (для розрахунку сталевих великогабаритних оболонок з  $R = 2$  м) та  $h = 0.23$  мм (для розрахунку малогабаритних паперових оболонок з  $R = 9.25 \times 10^{-2}$  м, кут нахилу утворюючої до основи конусу складає  $\alpha = 2^\circ$  (серія 1),  $4^\circ$  (серія 2) та  $10^\circ$  (серія 3). Зазначені три серії складалися з великогабаритних моделей пологих конічних оболонок та моделювалися в рамках чисельного дослідження в середовищі ПК ANSYS.

Моделювання періодично неоднорідного НДС оболонок відбувалося в наступному порядку: 1) шляхом обертання утворюючої відносно осі симетрії оболонок (вісь  $Y$ ) створювалися геометричні просторові моделі розглянутих конструкцій; 2) моделі ділилися на однакові сектори, число яких приймалося рівним  $2n$  (значення  $n$  змінювалися від 0 до 14 з кроком 1) (рис.1, б); 3) на краю криволінійної ділянки кожного сектора задавалися граничні умови, що по чергово відповідали нерухомому та рухомому шарнірному закріпленню; 4) прикладався



зовнішній нормальний рівномірний тиск  $q$ ; 5) шляхом розбиття поверхні секторів на скінченні елементи (СЕ) SHELL 281 (зі стандартної бібліотеки СЕ ПК ANSYS, рис.1, а) формувалася скінчено-елементна модель оболонки (рис.1, б). Слід зазначити, що при нерухомому шарнірному закріпленні переміщення краю оболонки повністю обмежувалося по глобальним осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , а при рухомому шарнірному закріпленні – тільки по вертикальній глобальній осі  $Y$ .

Створення СЕ моделі пологої конічної оболонки виконувалося за допомоги вбудованої функції ПК ANSYS, котра розбиває поверхню оболонки на скінчені елементи. При цьому задавалися основні параметри, від яких залежить створення СЕ моделі, а саме: розмір СЕ, тип СЕ сітки (упорядкована або адаптивна), форма елемента сітки (трикутна або чотирикутна). Густина СЕ сітки моделі впливає на величину отриманих значень переміщень поверхні оболонки та величину критичного  $q^{cr}$  та граничного  $q^{lim}$  тисків. У зв'язку з цим, густина СЕ сітки задавалася так, що подальше її згущення змінювало показники характерних значень тиску не більше за 0.5%. В підсумку, застосовувалися такі СЕ моделі оболонок, у яких кількість СЕ складало  $N \sim 4096$  (в залежності від величини  $n$ ).

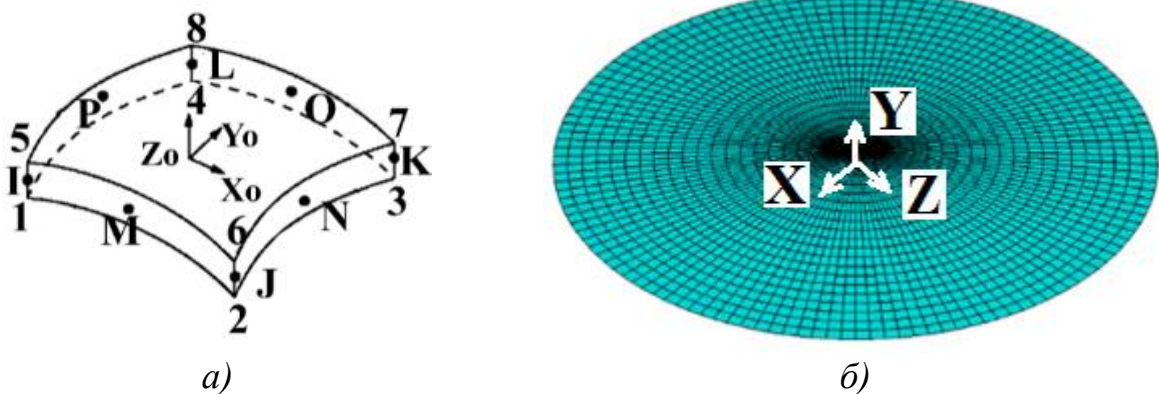


Рисунок 1 – Скінченний елемент SHELL 281 (а) та скінчено-елементна модель пологої конічної оболонки (б)

В рамках розрахунків 1 та 2 для трьох серій оболонок з періодично змінним рухомим-нерухомим шарнірним закріпленням краю ( $n = 1-14$ ), а також при однорідному рухомому (0) та нерухомому ( $n = \infty$ ) шарнірному закріпленні були отримані величини критичного тиску  $q^{cr}$  та відповідні форми втрати стійкості ( $m$  – число хвиль в окружному напрямку), а також перші форми ( $k$  – кількість хвиль в окружному напрямку) та частоти  $\omega$  власних коливань оболонок. Значення  $q^{cr}$ ,  $m$ ,  $\omega$  та  $k$  для оболонок серій 1-3 приведені, відповідно, в таблицях 1-3.

Рішення геометрично нелінійної задачі полягало в побудуванні залежності рівноважних станів поперечних переміщень оболонки, в першу чергу, її вершини ( $w_y$ ) від величини зовнішнього тиску  $q$ . На рисунку 2 представлені характерні залежності « $q-w_y$ » для 6 оболонок серії 2 ( $\alpha = 4^\circ$ ) при різній кількості нерухомих закріплень  $n$ . Тут криві 1-6 відповідають оболонкам: 1 – при  $n = \infty$ , 2 – при  $n = 12$ ; 3 – при  $n = 8$ ; 4 – при  $n = 2$ ; 5 – при  $n = 4$ ; 6 – при  $n = 0$ . Для усіх розглянутих кривих максимальне значення тиску на висхідній рівноважній гілці « $q-w_y$ » представляє собою значення граничного тиску  $q^{lim}$ . При  $q^{lim}$ , у випадку незмінного тиску, відбувається «стрибкоподібний» перехід до несуміжної форми рівноваги оболонки



(висхідній закритичній стійкій гілці рівноважних станів оболонки), тобто до «виворотки». Отримані значення граничного тиску  $q^{lim}$  для оболонок серій 1-3, включаючи оболонки з  $n = \infty$  та  $n = 0$ , приведені у табл.1-3 відповідно. Як на стадії висхідного докритичного деформування, так і на інших ділянках кривих рівноважних станів проводилася візуалізація та знаходження компонентів НДС оболонок при різних значеннях тиску  $q$ .

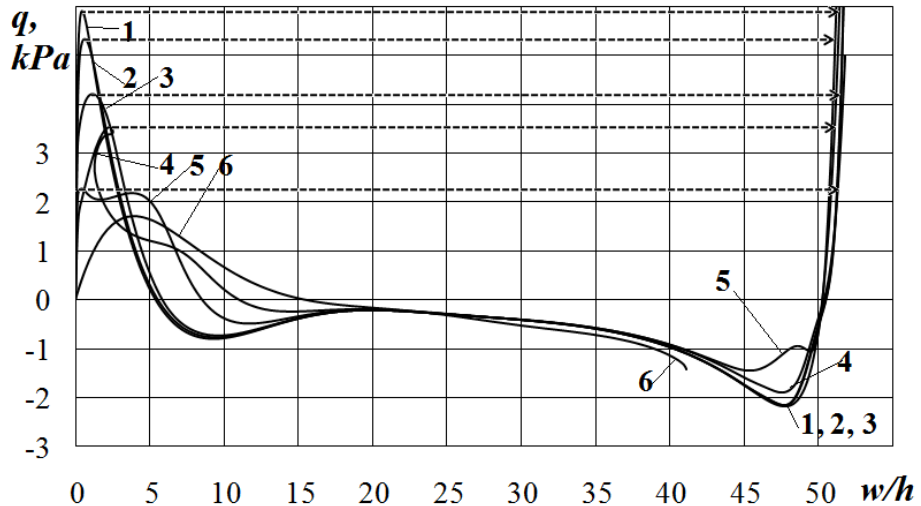


Рисунок 2 – Залежності « $q - w$ » для 6 оболонок серії 2 ( $\alpha = 4^\circ$ )

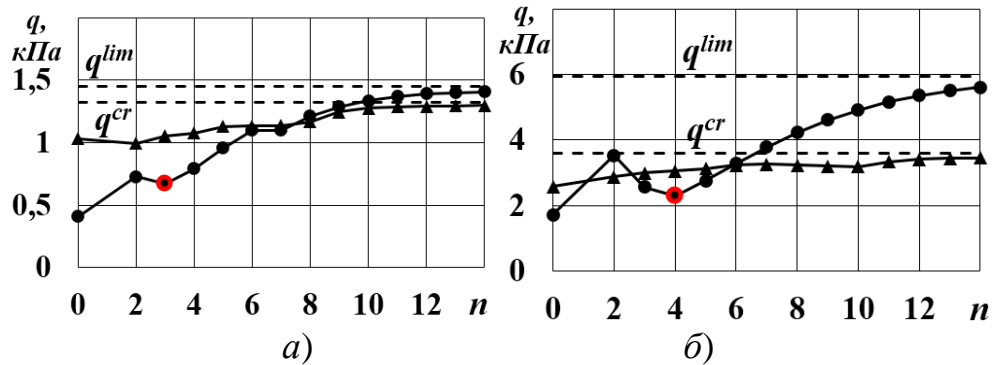
Як видно з таблиць 1–3 та залежності, приведених на рисунках 3–5, для розглянутих трьох серій оболонок область реалізації граничного тиску  $q^{lim}$  в діапазоні від  $q_{n=0}^{lim}$  до  $q_{n=\infty}^{lim}$  суттєво перевищує область реалізації критичного тиску ( $q_{n=1}^{cr} - q_{n=\infty}^{cr}$ ). При цьому для усіх серій оболонок область реалізації  $q^{lim}$  включає в себе область реалізації  $q^{cr}$ . По мірі збільшення кута  $\alpha$  відносні розміри області реалізації  $q^{cr}$  суттєво зменшуються, при цьому при збільшенні кута  $\alpha$  область реалізації  $q^{cr}$  зміщується до нижньої межі області реалізації  $q^{lim}$ .

В цілому, при збільшенні числа дискретних нерухомих закріплень  $n$  значення  $q^{cr}$  та  $q^{lim}$  зростають. Однак, як для  $q^{cr}$ , так і для  $q^{lim}$ , виділяються області, в яких при збільшенні  $n$  значення  $q^{cr}$  та  $q^{lim}$  знижуються. Зокрема, для розглянутих трьох серій оболонок мінімальне значення  $q_{min}^{cr}$  реалізується не при однорідному рухомому закріпленню краю ( $n = 0$ ), а у випадку  $n = 1$ . Цей мінімум критичного тиску носить локальний характер, і він обумовлений високим ступенем концентрації напружень на межі двох ділянок рухомого та нерухомого шарнірного закріплення. Очевидно, що великі напруження в області з ослабленими граничними умовами раніше ініціюють процес біфуркації, у порівнянні з однорідним рухомим закріпленням.

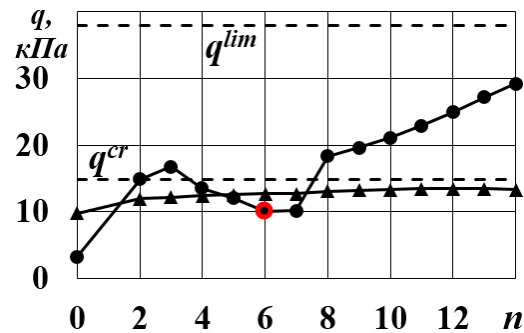
Відмітимо також, що в попередніх роботах статичний резонанс пов'язувався тільки зі збігом (або приблизно) змінюваності докритичного НДС в окружному напрямку зі змінюваністю першої форми власних поперечних коливань ненавантаженої оболонки  $k$ . В розглянутому випадку статичний резонанс реалізується в строгій відповідності змінюваності НДС оболонки в окружному напрямку, рівній пів-сумі ( $s$ ) змінюваності першої форми власних поперечних коливань ненавантаженої оболонки  $k$  та змінюваності першої форми її втрати стійкості  $m$  при дії зовнішнього тиску, отриманої при рішенні лінійної задачі стійкості для випадку однорідного нерухомого шарнірного закріплення краю.

Таблиця 1 – Результати розрахунку оболонок серії 1 ( $R/h = 400, \alpha = 2^\circ$ )

$n$	0	1	2	<b>3</b>	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	$\infty$
$q^{cr}, kPa$	1.03	0.82	0.99	1.05	1.08	1.13	1.13	1.14	1.17	1.25	1.28	1.29	1.29	1.29	1.30	1.32
$m$	3	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	<b>4</b>
$\omega, Hz$	10.9	10.4	12.7	14.1	14.0	14.7	15.1	15.2	15.3	15.3	15.4	15.4	15.4	15.5	15.5	15.7
$k$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	<b>2</b>
$q^{lim}, kPa$	0.41	0.55	0.73	<b>0.67</b>	0.79	0.96	1.10	1.10	1.21	1.28	1.33	1.37	1.39	1.40	1.41	1.45

Рисунок 3 – Залежності « $q^{cr}, q^{lim} - n$ » для оболонок серії 1 (а) та 2 (б).Таблиця 2 – Результати розрахунку оболонок серії 2 ( $R/h = 400, \alpha = 4^\circ$ )

$n$	0	1	2	3	<b>4</b>	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	$\infty$
$q^{cr}, kPa$	2.58	2.13	2.87	2.99	3.05	3.12	3.23	3.26	3.23	3.20	3.19	3.33	3.41	3.44	3.46	3.59
$m$	4	2	4	4	4	5	5	5	4	4(5)	5	5	5	5	5	<b>5</b>
$\omega, Hz$	16.1	16.5	18.3	19.7	21.2	21.6	21.6	22.2	22.7	22.8	22.9	22.9	23.0	23.1	23.2	23.4
$k$	2	2	2(3)	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	<b>3</b>
$q^{lim}, kPa$	1.71	2.01	3.53	2.56	<b>2.28</b>	2.75	3.28	3.77	4.23	4.61	4.91	5.16	5.36	5.51	5.62	5.93

Рисунок 4 – Залежності « $q^{cr}, q^{lim} - n$ » для оболонок серії 3.Таблиця 3 – Результати розрахунку оболонок серії 3 ( $R/h = 400, \alpha = 10^\circ$ )

$n$	0	1	2	3	4	5	<b>6</b>	7	8	9	10	11	12	13	14	$\infty$
$q^{cr}, kPa$	9.82	8.20	12.0	12.2	12.4	12.6	12.8	12.7	13.1	13.2	13.3	13.5	13.5	13.5	13.5	14.8
$m$	6	2	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	<b>7</b>
$\omega, Hz$	27.8	28.5	29.9	32.7	34.8	36.1	37.1	37.6	38.1	38.5	38.7	39.1	39.2	39.4	39.5	40.2
$k$	3	1	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	<b>5</b>
$q^{lim}, kPa$	3.32	9.84	14.9	16.8	13.5	12.1	<b>10.1</b>	10.1	18.3	19.6	21.1	22.9	25.0	27.2	29.2	38.0

Програма дослідження включала іспити однієї серії замкнених конічних оболонок (загалом 33 зразки), де параметр тонкостінності  $R/h = 402$  та кут нахилу утворюючої  $\alpha = 10^\circ$ . Іспити оболонок проводилися для різної кількості  $n$  періодично

дискретних закріплень краю. Ділянки шарнірно-нерухомого закріплення (коли обмежуються лінійні переміщення краю оболонки в усіх напрямках) чергувалися з різними по довжині ділянками шарнірно-рухомого підкріплення (коли переміщення з площини основи обмежуються).

Експерименти проводилися в лабораторіях Придніпровської державної академії будівництва та архітектури на малогабаритних зразках, виготовлених з паперу для креслення марки «В», ГОСТ 597-73.

При вираженій, хоча і незначній ортотропії властивостей, папір для креслення відрізняється достатньо високою стабільністю та однорідністю показників пружності, міцності та геометрії аркушу. Відносні пружні його характеристики (відношення границі міцності до модуля пружності) вище, ніж у високоміцних сталей та інших металів, що розширяє можливості експерименту в пружній стадії деформування. Найбільш важливою властивістю паперу є його відмінна здатність до обробки, котра обумовила достатньо прості технології виготовлення якісних зразків та підготовки їх до випробувань, а також ефективні методики навантаження та виміру, що реалізуються без суттєвих матеріальних трат. Саме ці властивості аркушу паперу обумовили можливість проведення дійсного експерименту в цілому.

Основна механічна властивість матеріалу – модуль пружності. Ця величина для використаної партії паперу була практично незмінною і дорівнює  $E_x = 6.9 \times 10^3 \text{ МПа}$ ,  $E_y = 3.4 \times 10^3 \text{ МПа}$ . Густина аркушу складає  $\rho = 200 \text{ г/м}^2$ . Таким чином, усі зразки однієї серії мали однакову товщину  $h = 0.23 \text{ мм}$  і однаковий діаметр основи  $d = 185 \text{ мм}$ .

Навантаження зразків зовнішнім однорідним нормальним тиском забезпечувалося повітрям, завдяки вакуумування внутрішнього простору оболонки. Схема іспитів представлена на рис.5.

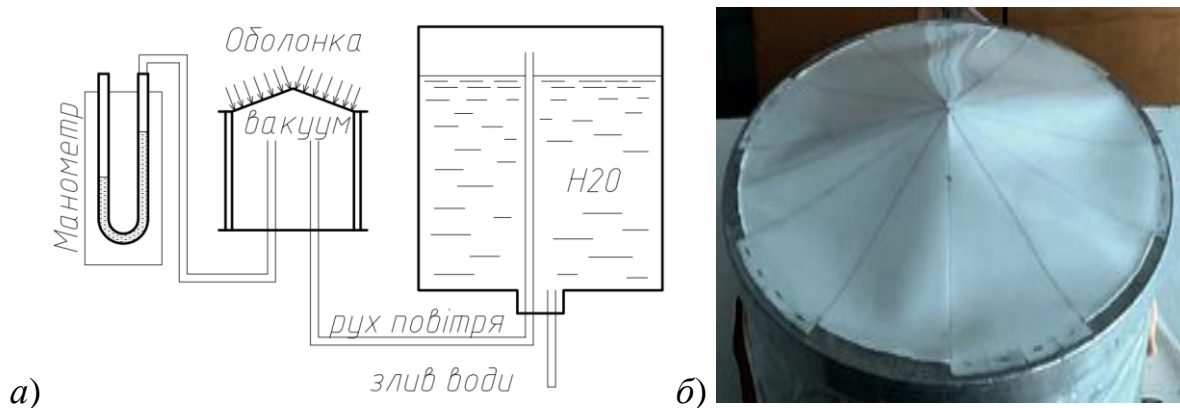


Рисунок 5 – Схема проведення фізичного експерименту (а) по дослідженню поведінки пологих конічних оболонок (б) при неоднорідному НДС та зовнішньому тиску

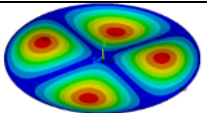
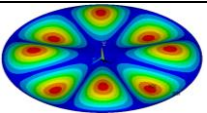
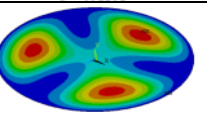
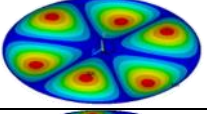
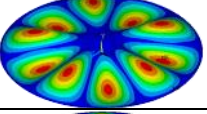
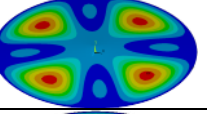
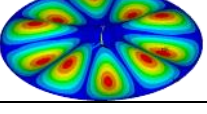
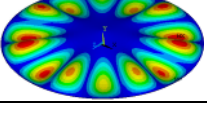
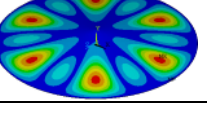
Вакуумування забезпечувалося завдяки функціонуванню простого та ефективного пристрою. Полий циліндр, до якого приклеєна оболонка, з'єднується жорсткою трубкою з набагато більшою ємкістю з водою, з якої проводиться злив води. При зливні води з великої ємності, у її верхній частині утворюється область розрідженого повітря. Завдяки тому, що циліндр та ємність з водою з'єднанні в одну систему, у порожнині циліндру також виникає область розрідженого повітря. Роль

ресивера грає металевий циліндр у зв'язку з великою різницею об'ємів циліндра та оболонки ( $9.4 \text{ дм}^3$  проти  $0.43 \text{ дм}^3$ , різниця між об'ємами  $\sim 22$  рази).

У якості експериментального критичного навантаження у випадку невісесиметричної втрати стійкості приймалося значення тиску, при якому утворювалась перша закритична вм'ятина. Слід зазначити, що в групі іспитів оболонок мінімальна величина критичного тиску відповідала закритичній формі з однією вм'ятиною, а максимальна – конфігурація з максимальною кількістю вм'ятин.

Було проведено порівняння результатів, отриманих у ході виконання чисельного моделювання, з результатами фізичного експерименту. В даному розділі приведено параметр  $q^{exp}/q^{min}$ , який описує реальну несучу здатність оболонок від розрахункової. Як видно, найбільша точність між розрахунковими даними та експериментальними у випадку  $n = 6$  ( $q^{exp}/q^{min}=0.852$  або  $85.2\%$ ), тоді як найменша точність спостерігається при  $n = 8$  ( $q^{exp}/q^{min}=0.596$  або  $59.6\%$ ).

Таблиця 4 – Перші форми власних коливань ( $k$ ) та форми втрати стійкості ( $m$ ) при рішенні лінійної задачі стійкості конічної оболонки при зовнішньому тиску, а також форми втрати стійкості при статичному резонансі ( $s$ ) (геометрично нелінійний розрахунок)

Кут $\alpha$	Перший тон власних коливань ( $n=\infty$ )	Число хвиль $k$ ( $n=\infty$ )	Перша форма втрати стійкості, лінійна задача ( $n=\infty$ )	Число хвиль $m$ ( $n=\infty$ )	Форма втрати стійкості при статичному резонансі ( $q_{min}^{lim}$ )	Змінюваність $s$ при статичному резонансі $s = \frac{k+m}{2}$
$2^\circ$		2		4		3
$4^\circ$		3		5		4
$10^\circ$		5		7		6

У розділі 4 проводиться дослідження деформування та стійкості пологої конічної оболонки при впливі комбінованого навантаження (рівномірно розподілений тиск та сконцентрована у точці сила), і для цього створена розрахункова схема для аналізу напружено-деформованого стану пологої тонкостінної оболонки у середовищі ПК ANSYS.

У ході виконання чисельного дослідження поведінки оболонки при комбінованому навантаженні було підтверджено, що оболонка не втрачає несучої здатності при дії розрахункових значень компонентів комбінованого навантаження. У якості розрахункових значень комбінованого навантаження було прийнято вагу снігового покриву (нормальний рівномірний тиск) та вагу людини з оснасткою (сконцентрована у точці сила).

У результаті геометрично нелінійного розрахунку деформування пологих конічних оболонок було виконано моделювання поведінки розглянутих оболонок при дії комбінованого навантаження нормальним однорідним тиском (сніговий покрив) та сконцентрованою у точці силою (людина з оснасткою). Основний критерій розрахунку – оболонка не повинна втратити стійкість при досягненні розрахункового значення комбінованого навантаження та максимальні еквівалентні напруження в оболонці не повинні перевищувати умовну межу текучості сталі Х18Н9Н (800 МПа). Як видно з отриманих даних (табл.5), максимальні еквівалентні напруження не перевищують умовну межу текучості, максимальні переміщення в оболонці не перевищують значення у 1.5 товщини стінки. При досягненні розрахункового значення комбінованого навантаження оболонка не втрачає стійкості.

Таблиця 5 – Значення максимальних напружень за Мізесом для пологих конічних оболонок ( $R/h = 400$ ,  $R = 2$  м), навантажених нормальним рівномірним тиском  $q_{snow}$

$R/h=400$	$q_{snow}, \text{кПа}$	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	$q^{lim}, \text{кПа}$	$q^{cr}, \text{кПа}$
$\sigma_{Mises}, \text{МПа}$	$\alpha=10^\circ$	1.77	2.21	2.65	3.09	3.53	3.98	38.7	14.7
	$\alpha=4^\circ$	4.24	5.30	6.36	7.42	8.48	9.54	5.92	3.59

Окрім цього, досліджено вплив зміни місця прикладання сконцентрованої сили на несучу здатність оболонки. При поступовій зміні місця дії сили (від точки F1, що розташована у полюсі оболонки, до точки F5, що розташована на відстані 3/4 від вершини вздовж утворюючої) можливо спостерігати падіння несучої здатності оболонки на 37.14% (серія №1). У даному випадку, несуча здатність знаходиться при виконанні лінійного біфуркаційного розрахунку. При виконанні геометрично нелінійного розрахунку деформування оболонки отримано наступне – зміна точки прикладання сконцентрованої сили призводить до зростання максимальних деформацій поверхні оболонки (до 1.5 товщини стінки) та до поступового падіння та зростання значень еквівалентних напружень за Мізесом.

При комбінованому навантаженні розглядалися випадки для п'яти основних точок прикладання сили до поверхні оболонки: у вершині оболонки; на краю круглої пластини, яка знаходиться у верхній частині оболонки; на відстані в  $\frac{1}{4}$  радіусу від вершини оболонки; на відстані в  $\frac{1}{2}$  радіусу від вершини оболонки; на відстані в  $\frac{3}{4}$  радіусу від вершини оболонки. Також розрахунок виконано для додаткових точок, повний перелік яких приведено у таблиці 6. Метою введення додаткових точок є більш детальний аналіз зміни значення критичного тиску  $q^{cr}$  при зміні точки прикладання сили вздовж усієї лінії утворюючої оболонки. В залежності від куту нахилу утворюючої оболонки, результати, приведені у таблиці 6, відрізняються, але ця різниця не критична та очікувана.

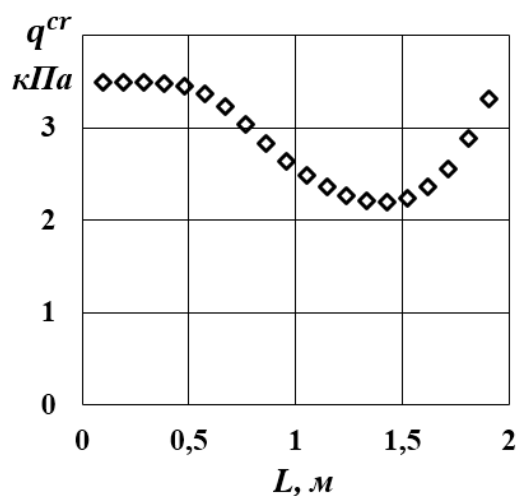
У результаті лінійного біфуркаційного розрахунку пологих конічних оболонок для п'яти випадків розташування сконцентрованої сили маємо наступне: можливо спостерігати поступове падіння несучої здатності пологої конічної оболонки по мірі віддалення точки прикладання сили від вершини до основи вздовж утворюючої. Поступова зміна точки прикладання сили призводить до падіння несучої здатності оболонки серії №1 від 3.5 кПа до 2.2 кПа. Але, не зважаючи на падіння значення

критичного тиску на 37.14%, несуча здатність оболонки залишається забезпеченою при навантаженні розрахунковою вагою снігового покриву та вагою людини з оснасткою (див. табл. 6).

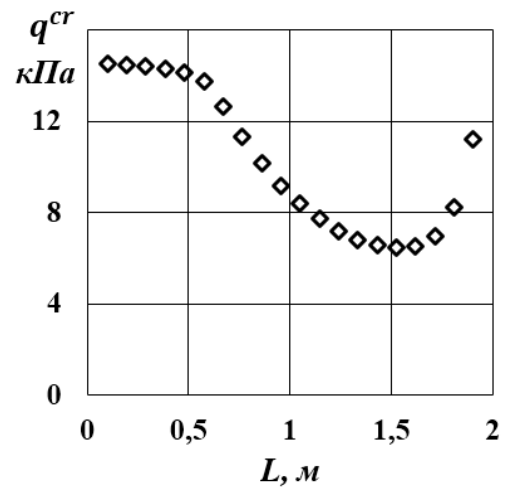
Таблиця 6 – Значення критичного тиску  $q^{cr}$  для пологих конічних оболонок серії №1 ( $\alpha = 4^\circ$ ) та №2 ( $\alpha = 10^\circ$ )

$L, м$	$q^{cr}, кПа$		$L, м$	$q^{cr}, кПа$	
	$\alpha = 4^\circ$	$\alpha = 10^\circ$		$\alpha = 4^\circ$	$\alpha = 10^\circ$
0.10	3.5	14.51	1.05	2.48	8.39
0.20	3.49	14.46	1.15	2.36	7.73
0.29	3.49	14.41	1.24	2.27	7.21
0.39	3.48	14.32	1.34	2.21	6.81
0.48	3.45	14.17	1.43	2.20	6.55
0.58	3.37	13.74	1.53	2.24	6.44
0.67	3.23	12.68	1.62	2.36	6.53
0.77	3.04	11.35	1.72	2.56	6.98
0.86	2.83	10.17	1.81	2.89	8.21
0.96	2.64	9.19	1.90	3.32	11.22

У результаті виконання розрахунку серії оболонок №1 ( $R = 2 м, R/h = 400, L = 0.1...1.9 м, \alpha = 4^\circ$ ) та №2 ( $R = 2 м, R/h = 400, L = 0.1...1.9 м, \alpha = 10^\circ$ ) було отримано значення критичного тиску  $q_{cr}$  в залежності від розташування точки прикладання сили  $F$ . Отримані дані знаходяться у таблиці 6 та приведені у вигляді графіків залежності « $q^{cr}-L$ » на рисунку 6, а) та б). Залежність « $q^{cr}-L$ » відображає, як було вказано раніше, значення несучої здатності оболонки, отриманої у результаті рішення лінійної задачі втрати стійкості, і відповідає значенню  $q_{cr}$  – критичного тиску. На приведених графіках, значення критичного тиску  $q_{cr}$  позначено ромбічними маркерами, що не з'єднуються лінією, бо значення тиску отримані тільки для певних точок розташування сили  $F$ .



а)



б)

Рисунок 6 – Графіки залежності « $q^{cr}-L$ » для пологих конічних тонкостінних оболонок: а) серії №1 ( $R = 2 м, R/h = 400, L = 0.1...1.9 м, \alpha = 4^\circ$ ) та б) серії №2 ( $R = 2 м, R/h = 400, L = 0.1...1.9 м, \alpha = 10^\circ$ )



Отримані залежності « $q^{cr}-L$ » мають нелінійний характер розподілення значень  $q$  в залежності від параметру  $L$  та три чітко виражені області впливу точки прикладання сили  $F$  на загальну несучу здатність оболонки. Умовні межі кожної з трьох областей належать до наступних інтервалів: а) область мінімального впливу точки розташування сили, де значення критичного тиску  $q_{cr}$  практично не знижується (або знижується повільно), і дана область розташована в інтервалі  $0.1 \leq L \leq 0.5$  (м); б) область зростання впливу точки розташування сили, де значення критичного тиску  $q_{cr}$  різко зменшується, і дана область розташована в інтервалі  $0.5 \leq L \leq 1.5$  (м); в) область зменшення впливу точки розташування сили, де значення критичного тиску  $q_{cr}$  різко збільшується, і дана область розташована в інтервалі  $1.5 \leq L \leq 1.9$  (м). Межі кожної області визначені по осередненим значенням залежності « $q^{cr}-L$ » для двох серій оболонок з похибкою  $\pm 0.05$  м. Найменша несуча здатність оболонок кожної серії спостерігається на межі області (б) та (в), де вплив сили при комбінованому навантаженні пологої конічної оболонки є найбільшим.

При поступовому зміщенні точки прикладання сили, окрім падіння несучої здатності оболонки, спостерігається зміна характеру розташування хвиль на поверхні оболонки для першої форми втрати стійкості при рішенні лінійної задачі стійкості (біфуркації). Для форм втрати стійкості, що відповідають області (а) з мінімальним впливом сили на несучу здатність оболонки, характерне розподілення хвиль по всій поверхні оболонки з мінімальним зміщенням в сторону точки прикладання сили. Для форм втрати стійкості, що відповідають областям (б) та (в) зі значним впливом сили на несучу здатність оболонки, характерне суттєво неоднорідне розташування хвиль по поверхні оболонки з концентрацією хвиль в області навколо точки прикладання сили.

У розділі 5 розглядається один з основних типів впливу на будівлю чи споруду – вітровий вплив. Вітрове навантаження слід враховувати як на етапі монтажу конструкції, так і на етапі експлуатації споруди. Вітровий вплив відноситься до тимчасових впливів, що діють на будівлю із змінною величиною, що змінюється у часі і напрямку впливу на будівлю.

Згідно ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи», при визначенні вітрового навантаження для будівель і споруд складної конструктивної або геометричної форми (включаючи вантові і висячі покриття, оболонки, антени і полотна) необхідно проводити спеціальні динамічні розрахунки для визначення впливу пульсаційної складової навантаження, а в необхідних випадках – обдування моделей в аеродинамічній трубі. Процес динамічного та квазістатичного розрахунку вітрового впливу можливо проводити як ручним методом, так і з використанням програмних комплексів (ANSYS, ABAQUS, LIRA, SКАД).

Для вітрового навантаження встановлені два розрахункові значення:

- 1) граничне розрахункове значення для розрахунку несучої здатності будівлі, яка обмежена міцністю матеріалу конструкції;
- 2) експлуатаційне розрахункове значення для перевірки можливості експлуатації будівлі при даному типу впливу.

Вітровий вплив на споруду слід розглядати як сукупність:

- а) нормального тиску, прикладеного до зовнішньої поверхні споруди або елемента, що розташовано на ній;

б) сил тертя, спрямованих по дотичній до зовнішньої поверхні і віднесених до площі її горизонтальної (для шедових або хвильових покриттів, кривель з ліхтарями) або вертикальною (для стін з лоджіями і подібних конструкцій) проекції;

в) нормального тиску, прикладеного до внутрішньої поверхні споруд з вітропроникними огорожами і прорізами, які відкриваються або постійно відкриті.

Сукупність зазначених сил може бути подана у формі нормального тиску, обумовленого загальним опором споруди в напрямку осей  $x$  і  $y$  та умовно прокладеного в проекції споруди на площину, перпендикулярну до відповідної осі.

В рамках числового дослідження стійкості тонкостінної пологої конічної оболонки, вплив вітрового навантаження буде усереднено і зведено до нормального поперечного тиску згідно тригонометричної залежності:  $q = f(\alpha)$ , де  $f$  – тригонометрична функція  $f = \cos(\alpha)$ .

Згідно до нормативних вимог, представлених у ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи», вітрове навантаження розкладається на складові в залежності від виду конструкції і ряду інших чинників – тип поверхні конструкції, наявність допоміжних елементів конструкції, наявність у структурі конструкції елементів, що пропускають вітер (вікна та щілини, які можуть відкриватися періодично або бути постійно відкритими, світло-аераційні ліхтарі, пористі та ґратчасті конструкції, огорожувальні та загороджувальні конструкції, елементи радіо- і телевізійного зв'язку та інші допоміжні елементи). Вітрове навантаження розкладається на три складові – тиск, що діє по нормалі до поверхні оболонки, сила тертя від руху повітряних мас по дотичній до поверхні оболонки і внутрішній тиск при наявності в конструкції елементів, що пропускають вітер.

Вимоги ДБН В.1.2-2:2006 поширюються на будівлі і споруди простої форми (до яких відносяться і пологі конічні оболонки), висота яких не перевищує 200 м. Згідно з нормативним документом, для аналізу вітрового впливу враховуються два розрахункових значення навантаження: граничне та експлуатаційне.

Граничне розрахункове вітрове навантаження розраховується за формулою:

$$W_m = \gamma_{fm} W_0 C. \quad (1)$$

Експлуатаційне розрахункове вітрове навантаження розраховується за формулою:

$$W_e = \gamma_{fe} W_0 C. \quad (2)$$

У формулах (1-2):  $W_m$  – граничне розрахункове вітрове навантаження;  $W_e$  – експлуатаційне розрахункове вітрове навантаження;  $\gamma_{fm}$ ,  $\gamma_{fe}$  – коефіцієнти надійності;  $W_0$  – значення вітрового навантаження за ДБН В.1.2-2:2006;  $C$  – коефіцієнт, який розраховується окремо, відповідно до вимог. За умови, що оболонка знаходиться в несприятливих умовах (регіон з найбільшим значенням  $W_0$ , місцевість I типу, висотність будівлі до 50 м), граничне та експлуатаційне значення вітрового навантаження становить  $W_m = \pm 880$  Па,  $W_e = \pm 220$  Па. Знак значення тиску визначає напрямок дії вітру по нормалі до поверхні оболонки (рис.7).

В рамках проведеного експерименту, вітровий вплив на пружну полого конічну тонкостінну оболонку враховувався у вигляді нормального до поверхні оболонки

тиску, який змінюється в окружному напрямку згідно з наведеною раніше залежністю у вигляді функції  $q = f(\alpha) = \cos(\alpha)$ .

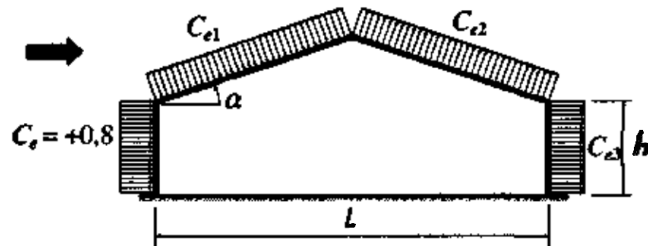


Рисунок 7 – Схема дії вітрового навантаження на споруду з двох-скатною покрівлею (ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи»)

Друга складова – сила тертя, спрямована по дотичній до поверхні оболонки, має малий вплив на оболонку у зв'язку з високим ступенем пологості оболонки і ідеалізованою гладкою поверхнею оболонки, а також відсутністю різних допоміжних елементів на поверхні оболонки. Тому подальший вплив сил тертя від руху повітряних мас по дотичній до поверхні оболонки не буде враховуватися.

Третя складова – внутрішній тиск у зв'язку з вітропроникністю конструкції, – не враховується з причини відсутності даного показника у випробуваної оболонки. Модельована оболонка є ідеальною і не має у своєму складі отворів, щілин, пористих матеріалів або ґратчастих конструкцій.

Таким чином, вітровий тиск моделюється в розрахунках як нормальний до поверхні оболонки тиск, що змінюється в окружному напрямку в залежності від поточного значення кута між віссю вітрового потоку та проекцією утворюючої.

Моделювання оболонки в ПК ANSYS проводилося наступним чином: 1) шляхом обертання утворюючої навколо головної осі  $Y$  створювалася ідеальна модель оболонки, розділена на 16 ділянок (рис.8, а); 2) кожна ділянка розбивалася на рівну кількість скінченних елементів, загальним числом 2816 скінченних елементів (176 СЕ на кожен ділянку) (рис.8, б); 3) до кожної ділянки прикладається тиск, який має максимальне значення на умовному «піку» прикладеного вітрового навантаження і зменшується відповідно до тригонометричної залежності в окружному напрямку (рис.8, в).

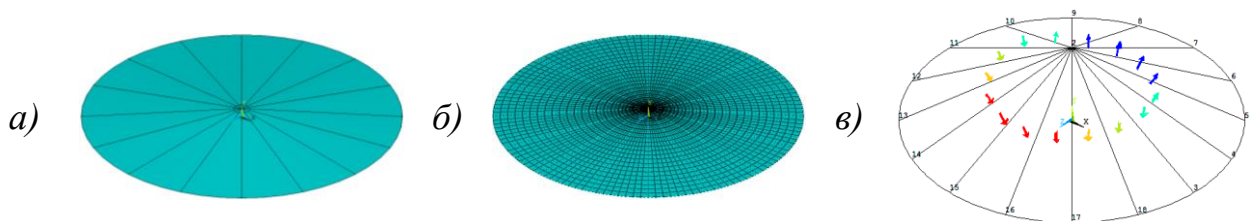


Рисунок 8 – Моделювання оболонки в ПК ANSYS

При створенні моделі пологої конічної тонкостінної оболонки в середовищі ПК ANSYS використовується чотирикутний скінчений елемент СЕ SHELL 281, який має вісім вузлових точок та шість ступенів свободи в кожній.

При необхідності подальшої адаптації отриманих в результаті проведення чисельного експерименту значень критичного  $q^{cr}$  і граничного  $q^{lim}$  тиску, що діють

на оболонку по нормалі до поверхні, слід керуватися наступними нижчезазначеними геометричними залежностями. Залежності (3) та (4) призначені для визначення швидкості руху потоку повітря, у якому знаходиться полого конічна оболонка.

$$W = n / \cos(90^\circ - \alpha - \beta), \quad (3)$$

де  $W$  – величина вітрового тиску, що діє на оболонку,

$n$  – нормальна складова вітрового тиску,

$\alpha$  – кут нахилу твірної оболонки до площини підстави,

$\beta$  – кут нахилу вітрового впливу відносно площини підстави оболонки.

Також, з метою інтерпретації отриманих величин критичного і граничного тиску до діючих норм, слід керуватися першим наближенням за Савицьким Г. А.:

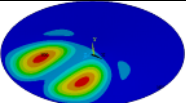
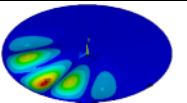
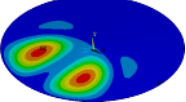
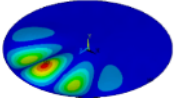
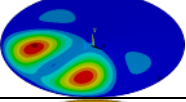
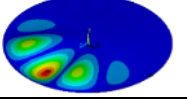
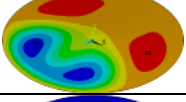
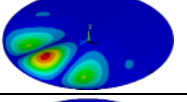
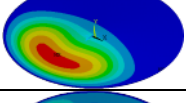
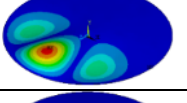
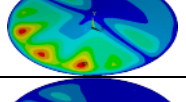
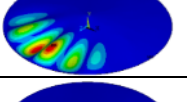
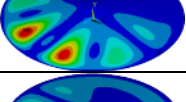
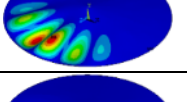
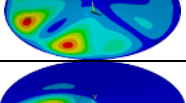
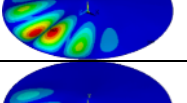
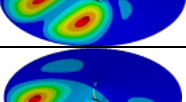
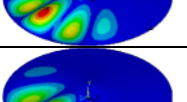
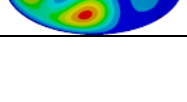
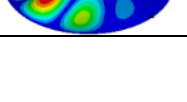
$$W = \rho * V^2, \quad (4)$$

де  $W$  – сила вітрового впливу на  $1 \text{ м}^2$  поверхні,

$\rho$  – густина повітряного потоку,

$V$  – швидкість вітрового потоку.

Таблиця 7 – Значення граничного і критичного тиску, та форми втрати стійкості.

$\alpha$	$R/h$	$q_{lim}$ кПа	Форма втрати стійкості	$q_{cr}$ кПа	Форма втрати стійкості
4°	500	4.63		2.4	
	400	7.03		3.36	
	300	11.1		5.25	
	200	26.0		9.76	
	100	123.1		29.3	
10°	500	9.62		9.344	
	400	16.212		16.21	
	300	33.82		33.58	
	200	178.8		91.85	
	100	612.7		550.1	

Слід зазначити, що перше наближення (4) відноситься до вітрового впливу, що надає тиск на поверхню, яка перпендикулярна до осьової лінії вітрового потоку. Тоді як залежність вітрового тиску від нормальної складової (3) дає нам змогу приблизно оцінити величину вітрового тиску, що діє на конічну оболонку, то залежність (4) дозволяє нам виявити наближену швидкість вітрового потоку, при якому є можливим реалізація втрати стійкості досліджуваної моделі оболонки.

Таким чином, використовуючи дані залежності є можливим інтерпретувати отримані результати чисельного експерименту для оболонок заданої геометрії з метою їх подальшого порівняння та аналізу в рамках експериментів, що проводяться в реальних і наближених до реальних умов.

Доцільно використовувати ПК ANSYS для дослідження поведінки пологих тонкостінних замкнених конічних оболонок та інших подібних конструкцій, що використовуються у реальному будівництві, при вирішенні задач процесу деформування та втрати стійкості за умов неоднорідного НДС.

## ВИСНОВКИ

У дисертації зроблено теоретичне узагальнення і запропоновано нове вирішення науково-практичної задачі – встановлення нових якісних і кількісних даних про деформацію і випучування при зовнішньому тиску пружних пологих замкнених кругових конічних оболонок при неоднорідному НДС періодично дискретному та однорідному закріпленні краю оболонки (рухомий та нерухомих шарнір). Основні найважливіші висновки за результатами роботи:

1. Досліджено процес деформування та втрати стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок за умови періодично неоднорідного в окружному напрямку НДС при дії зовнішнього однорідного нормального тиску у ході виконання чисельного моделювання. Причиною періодично неоднорідного НДС виступала періодична дискретність закріплення краю розглянутих оболонок, яка полягала у наступному – ділянки з шарнірно нерухомих закріпленням чергувалися з рівними за довжиною та кількістю ділянками з шарнірно рухомих закріпленням краю, що, в певних випадках, реалізується на практиці. У класі тонкостінних конусів ( $R/h = 400$ ) при кутах  $\alpha = 2^\circ - 10^\circ$  небезпечними для оболонок при нерухомих шарнірному закріпленні основи є критичні тиски лінійної задачі стійкості  $q^{cr}$ , котра легко вирішується аналітично або програмно з використанням простих ПК. Однак, у випадку неоднорідного в окружному напрямку НДС оболонки, обумовленому періодично неоднорідним закріпленням, з високим ступенем вірогідності проявляється ефект статичного резонансу. Результатом цього резонансу може бути заміна небезпечних навантажень: критичний тиск лінійної задачі стійкості  $q^{cr}$  заміниться граничним тиском геометрично нелінійної задачі  $q^{lim}$ .

2. Досліджено процес деформування та втрати стійкості пологих конічних тонкостінних оболонок при періодично неоднорідному в окружному напрямку НДС при дії зовнішнього нормального однорідного тиску у ході виконання серії фізичних експериментів. Експерименти проводилися над малогабаритними зразками пологих конічних оболонок, виконаних з паперу для креслень. Підтверджено наявність ефекту статичного резонансу, який проявляється в рамках фізичного експерименту у вигляді різкого падіння несучої здатності зразків зі збільшенням докритичних

деформацій. Осереднена відповідність між значеннями несучої здатності оболонок, отриманими у ході виконання експериментів та чисельного моделювання, складає 76%, що є показником задовільної відповідності.

3. Знайдено та описано залежність (на основі даних чисельного моделювання та серії фізичних експериментів), яка дозволяє прогнозувати виникнення статичного резонансу для пологих конічних оболонок при зовнішньому тиску з періодично неоднорідним НДС на основі рішення двох значно простіших лінійних задач. Зокрема, статичний резонанс реалізується при змінності НДС конічної оболонки в окружному напрямку, яка відповідає пів-сумі числа хвиль першої форми власних коливань ненавантаженої оболонки та числа хвиль при рішенні лінійної задачі стійкості цієї оболонки при зовнішньому рівномірному тиску. В обох випадках ці розрахунки необхідно проводити за умови однорідного нерухомого шарнірного закріплення краю оболонок. ПК ANSYS можливо застосовувати для розрахунку несучої здатності реальних конструкцій та прогнозування впливу ефекту статичного резонансу на їх поведінку.

4. Досліджено процес деформування та випучення пологих тонкостінних конічних оболонок при дії комбінованого навантаження зовнішнім нормальним однорідним тиском та сконцентрованою у точці силою, що змінює своє місце розташування у відносно утворюючої оболонки, у ході виконання чисельного моделювання у середовищі ПК ANSYS. При комбінованому навантаженні рівномірний нормальний зовнішній тиск відтворює дію снігового навантаження, а сконцентрована у точці сила – дію ваги людини або будь-якої конструкції, що влаштовується на оболонці. Знайдено та приведено залежності несучої здатності та форми втрати стійкості при рішенні лінійної задачі стійкості (біфуркації) та задачі геометрично нелінійного деформування пологих конічних тонкостінних оболонок в залежності від розташування точки прикладання сконцентрованої сили, завдяки чому є можливість прогнозувати поведінку пологих тонкостінних оболонок за умов комбінованого навантаження.

5. Створено лінійну та нелінійну модель розрахунку стійкості оболонки при впливі вітрового навантаження, згідно до яких відбувався розрахунок під час дослідження. Створено перше нелінійне наближення для моделювання вітрового навантаження як статичний тиск, що характеризує нелінійну дію потоку вітру на розглянуту оболонку. Розглянуто поведінку оболонки при розв'язанні нелінійної задачі в двох варіантах – шляхом моделювання вітрового впливу як у вигляді статичного тиску, так і у вигляді потоку газу. Наведені залежності критичного і граничного тиску в залежності від параметра тонкостінних  $R/h$  для оболонок заданої геометрії, а також відповідні форми втрати стійкості. Визначено механізм втрати стійкості для пологих конічних тонкостінних оболонок при параметрі  $R/h = 100...500$  і  $\alpha = 4^\circ$  і  $10^\circ$ . Отримані результати порівняні з даними у нормативних документах України, завдяки чому можливо стверджувати, що подібних розрахункових моделей для конічних оболонок не приведено у розглянутих ДБН, і можливо застосовувати створені розрахункові моделі пологих тонкостінних конічних оболонок для попереднього аналізу конструкцій, що проектуються, а також для оцінки напружено-деформованого стану вже існуючих споруд, у середовищі програмних розрахункових комплексів (ПК ANSYS та інші), що підтримують функцію як лінійного, так і геометрично нелінійного розрахунку.



## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

### Наукові праці, у яких опубліковані основні результати дисертації

1. **Бессмертний Я. О.**, Красовський В. Л. Аналіз деформування та стійкості пологих конічних оболонок на базі вдосконаленої моделі вітрового навантаження у середовищі ANSYS. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*: Збірник наукових праць. Випуск 83, 2021. С.20-27.

2. Karasev A. G., Varyanuchko M. V., **Bessmertnyi Y. O.**, Krasovsky V. L., Karasev G. G. Numerical analysis of experimental research on buckling of closed shallow conical shells under external pressure. *Journal of theoretical and applied mechanics*. Issue №58, 2020. P.117-126. (Scopus)

3. **Бессмертний Я. О.**, Красовський В. Л. Аналіз деформування та стійкості пологих тонкостінних конічних оболонок при комбінованому навантаженні рівномірним тиском та сконцентрованою у точці силою у середовищі програмного комплексу ANSYS. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*: Збірник наукових праць. Випуск 79, 2020. С.27-33.

4. Krasovsky V. L., Lykhachova O. V., **Bessmertnyi Y. O.** Deformation and stability of thin-walled shallow shells in the case of periodically non-uniform stress-strain state. *Shell structures: theory and applications* (SSTA 2017). 2017. P.251-254. (Scopus)

5. **Bessmertnyi Y. O.** Deformation and stability of thin-walled shallow conical shells under external pressure and periodically discrete border fixation. *Вісник Запорізького національного університету*: Збірник наукових статей. Випуск 2, 2017. С.14-19.

### Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

6. **Bessmertnyi Y. O.** Behaviour of thin-walled shallow conical shells in case of non-homogeneous stress-strain state. *Сучасні проблеми механіки та математики*. Збірник наукових праць. Том 3, Львів, 2018. С.43-44.

7. Krasovsky V. L., **Bessmertnyi Y. O.** Buckling of shallow conical shells in case of external pressure and periodic non-uniform stress-strain state. *Proceedings of the stability of structures XV-th SYMPOSIUM*, Zakopane, September 17-21, 2018. P.83-84.

8. **Bessmertnyi Y. O.** Deformation and stability of thin-walled shallow conical shells with periodically discrete edge fixation. *Proceedings of Interuniversity scientific conference of young scientists*. Dnipro, March 30-31, 2017. P.40-41.

### Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації

9. **Бессмертний Я. О.** Поведінка пологих тонкостінних конічних оболонок при комбінованому навантаженні та неоднорідному напружено-деформованому стані. *Міжнародний електронний науковий журнал «Наука онлайн»*. Випуск 5, 2019. С.1-10.

10. **Бессмертний Я. О.** Поведінка пологих тонкостінних конічних оболонок при вітровому навантаженні та неоднорідному напружено-деформованому стані. *Міжнародний науковий журнал "Інтернаука"*. Випуск 7, 2019. С.73-77. <https://doi.org/10.25313/2520-2057-2019-7-4942>

## АНОТАЦІЯ

*Бессмертний Я. О. Деформування та стійкість пологих тонкостінних конічних оболонок при зовнішньому тиску та неоднорідному напружено-деформованому стані.* – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.23.17 «Будівельна механіка» (19 – Архітектура і будівництво). – Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури» Міністерства освіти і науки України, Дніпро, 2021.

Робота присвячена чисельному дослідженню в середовищі програмного комплексу (ПК) ANSYS деформування та стійкості при зовнішньому тиску та неоднорідному напружено-деформованому стані (НДС) пружних кругових пологих тонкостінних конічних оболонок в широкій області зміни їх геометричних показників, а також перевірка результатів з результатами фізичного експерименту.

Вивчено вплив на стійкість оболонок періодичного в окружному напрямку дискретного закріплення краю. Дано оцінку впливу на величину  $q^{cr}$  і  $q^{lim}$  періодично дискретного закріплення, комбінованого та вітрового навантаження, а також визначена залежність, що дозволяє точно прогнозувати змінність неоднорідного НДС, що спричиняє ефект статичного резонансу. Даний ефект виникає у випадку, коли змінність неоднорідного в окружному напрямку НДС оболонки дорівнює половині суми змінності першої форми втрати стійкості оболонки при біфуркації та змінюваності першого тону власних коливань ненавантаженої оболонки.

**Ключові слова:** полого конічна оболонка, деформування і стійкість, програмний комплекс, чисельний розрахунок, фізичний експеримент, дискретне закріплення, неоднорідний НДС.

## SUMMARY

*Bessmertnyi Y.O. Deformation and stability of shallow thin-walled conical shells under external pressure and non-homogeneous stress-strain state.* – Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

The thesis for the scientific degree of Candidate of Engineering Sciences in specialty 05.23.17 “Structural mechanics” (19 – Architecture and construction). – State Higher Educational Establishment “Prydniprov’ska State Academy of Civil Engineering and Architecture”, Ministry of Education and Science of Ukraine, Dnipro, 2021.

A series of shallow conical thin-walled closed shells of small scale in large specter of geometrical properties has been made on the territory of Ukraine for the period from 2010 to 2020 year. Geometrical properties of shallow conical shells belonged to the next specters: parameter of thickness  $R/h = 100...2000$  and the angle of origin incline of shell origin related to the base plane  $\alpha = 0...20^\circ$ .

Based on the above, we can conclude that the studied shells were in the circumferential direction under conditions of homogeneous stress-strain state (SSS) at the stage of deformation, which corresponded to the critical upward branch of the equilibrium states of dependence "q-w/h". Homogeneous in the circumferential direction SSS is an important factor for modeling and analyzing the behavior of sloping conical shells, but, at the same

time, in reality such situations are unlikely due to imperfections in the material and geometry of real structures and different combinations of shell actions [1, 3, 4]. In this regard, it is important to study the process of deformation and loss of stability of shallow conical thin-walled shells under the condition of significantly non-homogeneous SSS due to the presence of wind load in the static setting. General recommendations for the calculation of shallow conical shells under wind load are given in the normative document [5, 6] only for non-shallow conical and spherical shells with an angle of formation  $\alpha \geq 20^\circ$ , while for shallow conical shells  $\alpha \leq 20^\circ$ , which leads to the need of modeling and calculation of wind load on the surface of a shallow conical shell by complex analytical calculation or the use of specialized software and even conducting experiments in the wind tunnel.

This work is devoted to the numerical study of the deformation and stability of elastic circular shallow conical shells in case of external pressure and non-homogeneous stress-strain state (SSS) in wide range of variability of their geometrical parameters. In addition, the study is based on the results of physical experiments. There were made three types of computations with further detailed analysis: linear calculation with determination of critical pressure  $q^{cr}$  based on 8-node finite element (FE) SHELL 281 (task *1*); geometrically non-linear computation with determination of limit pressure  $q^{lim}$  based on 8-node FE SHELL 281 (task *2*); linear dynamic computation with determination of form and frequency of first tone of natural oscillations of unloaded shell (task *3*). There was a high coherence between results of task *1* and *2* in comparison to experimental data for small-scale specimens.

The behavior of shallow conical shells has been studied in cases as combined load (normal uniform pressure and concentrated force) as wind load. The necessity of such exact calculations is due to the lack of information in normative documents (DBN “Steel constructions” and DBN “Loads and influences”) for calculation of shallow conical shells in case of non-homogeneous SSS. This study has been made without comparison of numerical data with experimental data for computations *1* and *2*.

The influence of periodical in circumferential direction discrete fixation on the behavior of shallow conical shells has been studied, and the phenomenon of “static resonance” has been noticed. There has been studied the influence of periodically discrete fixation, combined load of pressure and concentrated force, wind load on the value of critical and limit pressure ( $q^{cr}$  and  $q^{lim}$ ). The dependency for exact forecast of static resonance phenomenon for certain variability of periodic non-homogeneous SSS. Static resonance phenomenon has been observed in case when variability of non-homogeneous periodic in circumferential direction SSS was equal to the half-sum of variability of first buckling mode and variability of first tone of natural oscillation of unloaded shell. In both cases, calculations were made for shell with uniform immobile simply supported border. The high degree of coherence between numerical results of computation *1* and *2* and data from physical experiment has been observed. The applicability of ANSYS software for calculation and analysis of real structures has been approved.

The data obtained as a result of the calculation of the stability problem of shallow thin-walled conical shells in the environment of the SW ANSYS using an improved model of wind load, are compared with the data of aerodynamic calculation. In contrast to the static calculation based on the improved model, aerodynamic modeling allows you to track

the process of deformation of the surface of a shallow conical shell when it is in the flow of moving gas. Forms of loss of stability obtained by calculations of both the model of the first approximation and the second approximation in this work, in general are similar to the forms of the deformed surface of the shell in aerodynamic modeling in the SW ANSYS, which also confirms the adequacy of both models to calculate the process of deformation of flat conical thin-walled shells under wind load. The surface of the shell is gradually deformed in accordance with the direction of flow of air masses with a gradual increase in the size of the dent on the windward side and the appearance of waves on the leeward side at wind speeds close to maximum, while at low speeds the movement of air masses there is only a dent on the windward side.

The similarity of the forms of the deformed surface of shallow conical shells obtained by solving the problems of loss of stability using an improved model of wind load with the forms of the deformed surface, which can be observed when performing aerodynamic calculations in SW ANSYS. The similarity of the obtained forms of loss of stability of shallow conical shells in solving deformation problems in static formulation to the forms of deformation is in accordance with the areas with the largest displacements of the shell surface for both types of calculations, with the difference that when solving stability problems in static formulation, the number of dents and protrusions, while when solving the problem of aerodynamic calculation, there is only one area that penetrates into the shell, covering the same area as for the problem of static calculation.

**Key words:** elastic shallow conical shell, deformation and buckling, software ANSYS, numerical calculation, physical experiment, periodic discrete fixation, non-homogeneous SSS, combined load, wind load.