

## АНОТАЦІЯ

*Біланчик І. Б.* Необмежені множини умовної збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду. — Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 — Математика. — Інститут прикладних проблем механіки і математики імені Я. С. Підстригача НАН України, Львів. — ДВНЗ “Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника”, Івано-Франківськ, 2021.

Дисертаційна робота виконана в рамках аналітичної теорії неперервних та гіллястих ланцюгових дробів і присвячена дослідженню збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду (гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними при фіксованих значеннях змінних), встановленню оцінок похибок апроксимації їх підхідними дробами.

Неперервні та гіллясті ланцюгові дроби є ефективним апаратом для побудови раціональних наближень аналітичних функцій. Засновником наукової школи теорії гіллястих ланцюгових дробів є В. Я. Скоробогатько. В процесі становлення аналітичної теорії було виділено три типи гіллястих ланцюгових дробів: гіллясті ланцюгові дроби загального вигляду з фіксованим числом гілок розгалуження, двовимірні неперервні дроби та гіллясті ланцюгові дроби з нерівнозначними змінними. Вони були об’єктами досліджень вітчизняних та закордонних науковців, зокрема, Д. І. Боднара, Х. Й. Кучмінської, М. О. Недашковського, Р. І. Дмитришина, Т. М. Антонової, С. В. Шарина, В. Р. Гладуна, О. М. Сусь, М. М. Пагірі, Н. П. Гоєнко, О. С. Манзій, О. Є. Баран, М. М. Бубняк, С. М. Возної, а також В. Семашка, М. О’Доногое і Дж. Мерфі, А. Кайт і Б. Вердонк, Х. Воделанда, Т. Коматцу та ін.

Найзагальніші алгоритми розвинення аналітичних функцій у неперервні дроби використовують принцип відповідності між степеневими рядами та різними типами функціональних неперервних дробів. Дослідження відповідно-

сті між кратними степеневими рядами та багатовимірними  $C$ -дробами сприяло появі гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними, які були вперше введені Д. І. Боднаром. Такі дроби ефективно використовуються для побудови багатовимірних раціональних наближень аналітичних функцій багатьох змінних.

Основне завдання дисертаційного дослідження — встановлення необмежених множин умовної збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду. Відомо, що необмежені множини не можуть бути множинами збіжності неперервних дробів, частинні знаменники яких рівні одиниці. Тому накладаються певні додаткові умови, які гарантують їх збіжність. Як правило, це розбіжність ряду, складеного із елементів неперервного дроби. Для отримання формул загальних членів аналогічних рядів при дослідженні необмежених множин умовної збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду розглядається питання встановлення критерію та ефективних достатніх умов збіжності таких дробів з додатними елементами. Ці результати використовуються для побудови необмежених множин умовної збіжності: кутових, параболічних та інших.

Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків до розділів та загальних висновків, списку джерел та одного додатку, який містить список публікацій автора.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дослідження, сформульовано мету, об'єкт, предмет, завдання і методи дослідження, зазначено наукову новизну отриманих результатів, їх практичне значення, зв'язок роботи з науковими темами та особистий внесок здобувача, вказано також, де було апробовано та опубліковано результати дисертації.

У першому розділі систематизовано відомості про неперервні дроби та гіллясті ланцюгові дроби спеціального вигляду, проведено огляд літератури за темою дисертаційного дослідження, введено поняття  $C$ -фігурної збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду.

Другий розділ дисертаційного дослідження присвячений встановленню критерію збіжності та ефективних ознак збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду з додатними елементами. Суттєво враховуючи структуру таких дробів, теорію стійкості до збурень, встановлено критерій збіжності, який є багатовимірним узагальнення теорема Зейделя для неперервних дробів. У формулюванні цього критерію використовуються ряди, елементами яких є значення збіжних неперервних дробів. Перевірити такі умови достатньо складно, тому встановлено низку ефективних ознак збіжності, які є багатовимірними узагальненнями відомих ознак збіжності неперервних дробів. Зокрема, встановлено багатовимірні аналоги теорем Зейделя – Штерна, Прінгсхайма.

В аналітичній теорії неперервних дробів суттєво використовуються тричленні рекурентні співвідношення для обчислення їх канонічних чисельників і знаменників. Актуальною є задача виділення класу гіллястих ланцюгових дробів, канонічні чисельники та знаменники яких задовольняють чотиричленні рекурентні співвідношення. У підрозділі 2.3 обґрунтовано формули для обчислення коефіцієнтів гіллястого ланцюгового дроби, канонічні чисельники та знаменники якого задовольняють лінійне однорідне рекурентне рівняння третього порядку. Досліджено збіжність цього дроби у випадку, коли його елементами є додатні числа. Встановлено умови, при виконанні яких побудований гіллястий ланцюговий дріб з двома гілками розгалуження є двовимірним гіллястим ланцюговим дробом спеціального вигляду.

В теорії неперервних дробів необмеженими множинами умовної збіжності найчастіше виступають півплощини, кутові області, зовнішності кругів, параболічні множини та інші. Третій розділ присвячено дослідженню параболічних множин умовної збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду. У підрозділі 3.1 при фіксованих частинних знаменниках, які належать зовнішностям кругів, встановлено параболічні множини умовної збіжності. При цьому суттєво використовується раніше доведений багатови-

мірний аналог теореми Прінгсхайма, а також теорема Стільтьєса – Віталі про збіжність послідовності голоморфних функцій. Досліджено аналогічні параболічні множини збіжності, повернуті на певний кут, і отримано множини значень таких дробів. Ці результати використано для встановлення багатовимірного аналога теореми Трона про спарені параболічні множини збіжності неперервних дробів.

В підрозділі 3.2 доведено двовимірне узагальнення теореми Трона – Джоунса про параболічні області збіжності неперервних дробів. Доведення базується на використанні попередньо встановленої леми про стійкість неперервного дробу, елементи якого належать параболічним областям і задовольняють умовам теореми Трона – Джоунса.

Параболічні множини збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду з комплексними елементами використовується в підрозділі 3.3 при дослідженні збіжності багатовимірних  $S$ -дробів з нерівнозначними змінними. Підхідні дроби цих гіллястих ланцюгових дробів є багатовимірними раціональними функціями. Встановлена теорема досліджує питання збіжності цих функцій при цьому суттєво використовується багатовимірне узагальнення теореми Стільтьєса – Віталі.

Кутові множини збіжності неперервних дробів вивчали Е. Б. Ван Флек, Йо. Л. Єнсен, О. Перрон, В. Б. Грагг, Д. Д. Ворнер та ін. Четвертий розділ присвячений узагальненню цих результатів для гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду. Доведення ґрунтується та використанні багатовимірного узагальнення критерію Зейделя. Підрозділ 4.1 присвячений встановленню багатовимірного аналога теореми Ван Флека. У підрозділі 4.2 основна увага приділена встановленню оцінки швидкості збіжності гіллястого ланцюгового дробу спеціального вигляду з комплексними частинними знаменниками та частинними чисельниками рівними одиниці. При накладанні додаткових умов на розхил кута та елементи дробу встановлено різні оцінки швидкості збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду. У частині

отриманих результатів вимагається розбіжність до нуля нескінченних добутоків, або розбіжність рядів, елементи яких залежать від коефіцієнтів гіллястого ланцюгового дробу, його розмірності та кута розхилу області. Якщо елементи цього дробу відокремлені від нуля, то встановлена оцінка швидкості збіжності, яка є аналогом подібної оцінки, доведеної Йо. А. Єнсеном для неперервного дробу. При цьому використано остаточне формулювання цього твердження, наведене у роботі В. Б. Грагга та Д. Д. Ворнера.

Запропоновано нові методи доведення оцінок швидкості збіжності гіллястого ланцюгового дробу спеціального вигляду, які враховують розмірність дробу та відомі оцінки швидкості збіжності неперервних дробів. Труднощі, які виникають при встановленні оцінок швидкості збіжності гіллястого ланцюгового дробу спеціального вигляду із частинними знаменниками близькими до нуля, вдалося подолати шляхом накладання обмежень на швидкість їх прямування до нуля.

У підрозділі 4.3 отримано оцінки швидкості збіжності гіллястого ланцюгового дробу спеціального вигляду з довільними дійсними частинними чисельниками та комплексними частинними знаменниками зі спарених кутових множин. Доведено аналог оцінки Грагга та Ворнера швидкості збіжності такого дробу.

Результати, отримані у підрозділах 4.1–4.3, використовуються при дослідженні збіжності та встановленні оцінок похибок апроксимації багатовимірних  $S$ -дробів з нерівнозначними змінними. При деяких обмеженнях такі оцінки є поточкові, при інших — рівномірні. Ефект використання цих оцінок проявляється при додаткових умовах на параметри, що визначають області, в яких проводиться оцінка.

*Ключові слова:* неперервний дріб, гіллястий ланцюговий дріб спеціального вигляду, гіллястий ланцюговий дріб з нерівнозначними змінними, збіжність, рівномірна збіжність, раціональне наближення, багатовимірне раціональне наближення, раціональна апроксимація функції, оцінка похибки наближення, рекурентне спів-

ВІДНОШЕННЯ.

## ANNOTATION

*Bilanyk I. B.* Unbounded conditional convergence regions of branched continued fractions of the special form. — Qualifying scientific work on rights of manuscript.

A Thesis for a Philosophy Doctor Degree in Mathematics, speciality 111 — Mathematics. — Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv. — Public Higher Education Institution “Vasyl Stefanyk Precarpathian National University”, Ivano-Frankivsk, 2021.

The thesis is fulfilled within the analytic theory of continued and branched continued fractions and is devoted to the study of convergence of branched continued fractions of the special form (branched continued fractions with independent variables at fixed values of variables), to establishing truncation error bounds.

Continued and branched continued fractions are an effective apparatus for constructing rational approximations of analytic functions. The founder of the scientific school of the theory of branched continued fractions is V. Ya. Skorobogatko. During the process of formation of analytic theory, three types of branched continued fractions were distinguished: branched continued fractions of general form with a fixed number of branches of branching, two-dimensional continued fractions, and branched continued fractions with independent variables. They were the object of research of domestic and foreign scientists, in particular, D. I. Bodnar, Ch. Yo. Kuchminska, M. O. Nedashkovsky, R. I. Dmytryshyn, T. M. Antonova, S. V. Sharyn, V. R. Hladun, O. M. Sus, M. M. Pahiryra, N. P. Hoyenko, O. S. Manziy, O. E. Baran, M. M. Bubnyak, S. M. Vozna as well as V. Semashko, M. R. O’Donohoe and J. Murphy, A. Cuyt and B. Verdonk, H. Waadeland, T. Komatsu and others.

The most general algorithms for the expansion of analytic functions into conti-

nued fractions use the principle of correspondence between power series and different types of functional continued fractions. The study of the correspondence between multiple power series and multidimensional  $C$ -fractions contributed to the appearance of branched continued fractions with independent variables, which were first introduced by D. I. Bodnar. Such fractions are effectively used to construct multidimensional rational approximations of analytic functions with several variables.

The main task of the dissertation research is to establish unbounded conditional convergence regions of branched continued fractions of the special form. It is known that unbounded regions cannot be regions of convergence of continued fractions whose partial denominators are equal to one. Therefore, certain additional conditions are imposed that guarantee their convergence. As a rule, this is the divergence of a series composed of elements of a continued fraction. The question of establishing the criterion and effective sufficient conditions for convergence of such fractions with positive elements is considered in order to obtain the formulas of general terms of similar series in the study of unbounded conditional convergence regions of branched continued fractions of the special form. These results are used to construct unbounded conditional convergence regions: angular, parabolic, and others. The thesis consists of the abstract, introduction, four chapters, conclusions for each chapter and general conclusions, bibliography, and appendix that contains the list of author's publications.

The introduction substantiates the relevance of the research topics, formulates the purpose, object, subject, tasks and methods of research, outlines the scientific novelty of the obtained results, their practical significance, the connection of the work with scientific programs and the personal contribution of the author and also points out where the results of thesis have been discussed and published.

In the first section, the information about continued fractions and branched continued fractions of the special form is systematized, the literature on the topic of dissertation research is reviewed, the concept of  $\mathcal{C}$ -figured convergence

of branched continued fractions of the special form is introduced.

The second section of the thesis research is devoted to the establishment of the convergence criterion and effective criteria of convergence of branched continued fractions of the special form with positive elements. Significantly taking into account the structure of such fractions, the theory of stability to perturbations, the criterion of convergence is established, which is a multidimensional generalization of Seidel's theorem for continued fractions. In the formulation of this criterion, series are used, the elements of which are the values of convergent continued fractions. It is rather difficult to verify such conditions, therefore a number of effective criteria of convergence which are multidimensional generalizations of well-known convergence theorems for continued fractions are established. In particular, multidimensional analogues of Seidel – Stern and Pringsheim theorems have been established.

In the analytic theory of continued fractions, three-term recurrent relations are significantly used to calculate their canonical numerators and denominators. The problem of distinguishing a class of branched continued fractions, whose canonical numerators, and denominators satisfy four-term recurrent relations, is urgent. Subsection 2.3 substantiates the formulas for calculating the coefficients of a branched continued fraction, the canonical numerators and denominators of which satisfy a linear homogeneous recurrent equation of the third order. The convergence of this fraction in the case when its elements are positive numbers is investigated. The conditions under which the branched continued fraction with two branches of branching is the two-dimensional branched continued fraction of a special type are established.

In the theory of continued fractions, unbounded regions of conditional convergence most often are half-planes, angular domains, the exteriors of circles, parabolic regions, and others. The third section is devoted to the study of parabolic conditional convergence regions of branched continued fractions of the special form. In subsection 3.1 for fixed partial denominators belonging to

the exteriors of circles, parabolic conditional convergence regions are established. In this case, the previously proved multidimensional analogue of the Pringsheim theorem, as well as the Stieltjes – Vitali theorem on the convergence of the sequence of holomorphic functions, are significantly used. Similar parabolic convergence regions rotated to a certain angle are investigated, and value regions of such fractions are obtained. These results were used to establish a multidimensional analogue of Tron theorem on twin parabolic regions of convergence of continued fractions.

In subsection 3.2 it is proved a two-dimensional generalization of the Tron – Jones theorem on parabolic regions of convergence of continued fractions. The proof is based on the use of a preestablished lemma on the stability of a continued fraction, the elements of which belong to parabolic regions and satisfy the conditions of the Tron – Jones theorem.

Parabolic regions of convergence of branched continued fractions of the special form with complex elements are used in subsection 3.3 for the study of convergence of multidimensional  $S$ -fractions with independent variables. Approximants of these branched continued fractions are rational functions with several variables. The established theorem investigates the problem of the convergence of these functions, for this, the multidimensional generalization of the Stieltjes – Vitali theorem is substantially used.

The angular regions of convergence of continued fractions were studied by E. B. Van Fleck, J. L. Jensen, O. Perron, W. B. Gragg, D. D. Warner, and others. The fourth section is devoted to the generalization of these results for branched continued fractions of the special form. The proof is based on the use of a multidimensional generalization of Seidel criterion. Subsection 4.1 is devoted to establishing a multidimensional analogue of Van Fleck theorem. In subsection 4.2 the main attention is paid to the establishment of the truncation error bounds of a branched continued fraction of the special form with complex partial denominators and partial numerators equal to one. When imposing additional conditions on

the angle and the elements of the fraction, different truncation error bounds of branched continued fractions of the special form are established. Some of the obtained results require a divergence to zero of infinite products, or divergence of series, the elements of which depend on the coefficients of the branched continued fraction, its dimension, and the angle of inclination of the region. If the elements of this fraction are separated from zero, then truncation error bound is established, which is analogous to the similar estimate proved by Yo. A. Jensen for a continued fraction. The final formulation of this statement, given in the work of W. B. Gragg and D. D. Warner, was used.

New methods for proving truncation error bounds of branched continued fractions of the special form are proposed, which take into account the dimension of the fraction and known truncation error bounds of continuous fractions. Difficulties that arise in establishing truncation error bounds of a branched continued fraction of the special form with partial denominators close to zero, managed to be overcome by imposing restrictions on the speed of their tending to zero.

The results obtained in subsections 4.1–4.3 are used in the study of convergence and the establishment of truncation error bounds of multidimensional  $S$ -fractions with independent variables. For some restrictions such estimates are pointwise, for others restrictions they are uniform. The effect of using the obtained estimates is obvious under additional conditions on the parameters that determine the regions in which the truncation error bounds are conducted.

*Key words:* continued fraction, branched continued fraction of the special form, branched continued fraction with independent variables, convergence, uniform convergence, rational approximation, multidimensional rational approximation of function, truncation error bounds, recurrent relation.

**СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА,  
В ЯКИХ ОПУБЛІКОВАНІ ОСНОВНІ НАУКОВІ РЕЗУЛЬТАТИ  
ДИСЕРТАЦІЇ**

1. Bilanyk I., Vodnar D. Convergence criterion for branched continued fractions of the special form with positive elements // Carpathian Math. Publ. — 2017. — Vol. 9, № 1. — P. 13–21.
2. Біланик І. Б., Боднар Д. І. Про збіжність гіллястих ланцюгових дробів у кутових областях // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* — 2017. — Т. 60, № 3. — С. 60–69. (The same: Bilanyk I. B., Vodnar D. I. On the convergence of branched continued fractions of a special form in angular domains // *J. Math. Sci.* — 2020. — Vol. 246. — P. 188–200.)
3. Bilanyk I., Vodnar D., Buyak L. Representation of a quotient of solutions of a four-term linear recurrence relation in the form of a branched continued fraction // Carpathian Math. Publ. — 2019. — Vol. 11, № 1. — P. 33–41.
4. Bilanyk I. A truncation error bound for some branched continued fractions of the special form // *Mat. Stud.* — 2019. — Vol. 52, Iss. 2. — P. 115–123.
5. Біланик І. Б., Боднар Д. І. Оцінки швидкості поточної та рівномірної збіжності гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* — 2019. — Т. 62, № 4. — С. 72–82.

**СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА,  
ЯКІ ЗАСВІДЧУЮТЬ АПРОБАЦІЮ МАТЕРІАЛІВ  
ДИСЕРТАЦІЇ**

1. Біланик І. Б., Боднар Д. І. Параболічні області збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду // *Всеукраїнська наук. конф. “Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу”* (Ворохта, 4–27 лютого 2016 р.): тези допов. — Івано-Франківськ: Прикарп. нац. ун-т ім. В. Стефаника. — 2016. — С. 57.
2. Біланик І. Б., Боднар Д. І. Критерій збіжності гіллястих ланцюгових дробів з додатними елементами // *Всеукраїнська наук. конф. “Сучасні*

- проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу” (Ворохта, 22–25 лютого 2017 р.): тези допов. – Івано-Франківськ: Прикарп. нац. ун-т ім. В. Стефаника. — 2017. — С. 54.
3. Біланик І. Б., Боднар Д. І. Про параболічні області збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду // Міжнар. наук. конф. “Теорія наближення функцій та її застосування”, присвяч. 70-річчю з дня народження члена-кореспондента НАН України, проф. О. І. Степанця (Слов’янськ, 28 травня – 3 червня 2017 р.): тези доп. — Слов’янськ: ДДПУ, 2017. — С. 43.
  4. Біланик І. Б., Боднар Д. І., Бубняк М. М. Деякі області збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду // Міжнар. конф. молодих математиків, присвяч. 100-річчю з дня народження академіка НАН України, проф. Ю. О. Митропольського (Київ, 7–10 червня 2017 р.): тези допов. — Київ: Ін-т математики НАН України, 2017. — С. 40.
  5. Біланик І. Б., Боднар Д. І., Чорний В. З. Оцінка швидкості збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду у кутових областях // Всеукраїнська наук. конф. “Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу” (Ворохта, 27 лютого – 2 березня 2018 р.): тези допов. — Івано-Франківськ: Прикарп. нац. ун-т ім. В. Стефаника. — 2018. — С. 37.
  6. Біланик І. Б., Боднар Д. І., Чорний В. З. Про оцінку швидкості збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду // Міжнар. наук. конференція “Сучасні проблеми механіки та математики” (Львів, 22 – 25 травня 2018 р.): тези допов. — Електрон. текст. дані. — Львів: ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України. — 2018. — Т. 3. — URL : [www.iarpm.lviv.ua/mrpm2018](http://www.iarpm.lviv.ua/mrpm2018) (дата звернення: 16.05.2021).
  7. Біланик І. Б., Боднар Д. І. Оцінка швидкості збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду // Міжнар. наук. конф. “Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках і інформаційних технологіях”, присвяч. 50-річчю факультету математики та

- інформатики Чернівецького національного університету ім. Ю. Федьковича ( Чернівці, 17–9 вересня 2018 р.): мітерфали конф. — Чернівці, 2018. — С. 167.
8. Біланик І. Б., Боднар Д. І. Кутові області збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду // VI Всеукраїнська наукова конференція ім. Б. В. Василюшина “Нелінійні проблеми аналізу” (Івано-Франківськ, 26–28 вересня 2018 р.): тези допов. — Івано-Франківськ: Вид-во Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника, 2018. — С. 8.
  9. Bilanyk I., Bodnar D., Buyak L, Voznyak O. Representation of a quotient of solutions of a linear recurrence relation in the form of a branched continued fraction // Всеукраїнська наук. конф. “Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу” (Ворохта, 25 лютого – 1 березня 2019 р.): тези допов. — Івано-Франківськ: Прикарп. нац. ун-т ім. В. Стефаника. — 2019. — С. 22.
  10. Біланик І. Б. Про збіжність гіллястих ланцюгових дробів у параболічних областях // Конференція молодих вчених “Підстригачівські читання — 2019” (Львів, 27–29 травня 2019 р.): тези допов. — Електрон. текст. дані. — Львів: ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України. — 2019. — Т. 3. — URL : <http://www.iapmm.lviv.ua/chyt2019/abstracts/Bilanyk.pdf> (дата звернення: 16.05.2021).
  11. Біланик І. Б. Оцінка швидкості збіжності двовимірних гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду у деяких кутових областях // Міжнар. конф. молодих математиків (Київ, 6 – 8 червня 2019 р.): тези доп. — Київ : Ін-т математики НАН України, 2019. — С. 102.
  12. Біланик І. Б., Боднар Д. І. Про збіжність гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду в кутових областях // Міжнар. наук. конф. “Функціональні методи теорії наближень, диференціальних рівняннях та обчислювальній математиці IV”, присвяч. 100-річчю з дня народження В. К. Дзядика (Світязь, 20 – 26 червня 2019 р.): тези доп. — Київ,

2019. — С. 33.
13. Bodnar D. I. Bilanyk I. B. Voznyak O. G. Some unlimited convergence domains of branched continued fractions of the special form // Всеукраїнська наук. конф. “Теорія наближень і її застосування” з нагоди 70-річчя В. Ф. Бабенка (Дніпро, 3–5 жовтня 2019 р.): тези доп. — Дніпро : ДНУ ім. О. Гончара, 2019. — С. 52.
  14. Bodnar D. I. Bilanyk I. B. On convergence of branched continued fractions of the special form with positive elements // International Conference “Infinite Dimensional Analysis and Topology” dedicated to the 70th anniversary of Professor Oleh Lopushansky (Ivano-Frankivsk, October 16–20, 2019): Abstracts of talks. — P. 7.
  15. Біланик І. Б., Боднар Д. І. Оцінка швидкості збіжності гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними // Всеукраїнська наук. конф. “Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу” (Ворохта, 26 лютого – 1 березня 2020 р.): тези допов. — Івано-Франківськ: Прикарп. нац. ун-т ім. В. Стефаника. — 2020. — С. 35–36.
  16. Біланик І. Б. Оцінка швидкості поточної збіжності гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними // Конференція молодих вчених “Підстригачівські читання – 2020” (Львів, 26–28 травня 2020 р.) — Електрон. текст. дані. — URL: <http://iapmm.lviv.ua/chyt2020/abstracts/Bilanyk.pdf> (дата звернення: 16.05.2021).
  17. Bilanyk I., Voznyak O. On the convergence of multidimensional  $S$ -fractions with independent variables // 11th International Skorobohatko mathematical conference (Lviv, Ukraine, October 26–30, 2020): Abstracts of talks. — P. 14.
  18. Bilanyk I., Bodnar D., Voznyak O. Multidimensional analogue of Thron’s Theorem About Twin Parabolic Convergence Regions For Continued Fractions // International Online Workshop on Approximation Theory (Ivano-Frankivsk, Ukraine, March 19–21, 2021). — P. 8–9.