

АНОТАЦІЯ

Прохорчук В. А. Автоматні зображення груп. — Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 “Математика” — Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, 2022.

Дисертаційна робота присвячена побудові точних скінченно автоматних зображень ряду скінченно породжених груп. Природною необхідною умовою для груп, які допускають такі зображення, є резидуальна скінченність.

Розглядаються точні скінченно автоматні зображення для таких скінченно породжених резидуально скінченних груп, які за своєю комбінаторною структурою є близькими до вільних груп. А саме, груп, що розкладаються у вільні добутки своїх підгруп, амальгамовані вільні добутки, або є HNN-розширеннями.

Дисертація складається з анотацій українською та англійською мовами, переліку умовних позначень, вступу, чотирьох розділів основної частини, висновків, списку використаних джерел та додатку.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дослідження, сформульовано мету, об’єкт, предмет, завдання і методи дослідження, зазначено наукову новизну отриманих результатів, їх практичне значення, зв’язок роботи з науковими темами й особистий внесок здобувача, вказано також де було апробовано та опубліковано результати дисертації.

В Розділі 1 наводяться основні означення і твердження, які будуть необхідні в наступних розділах.

Розділ 2 присвячений побудові точних зображень амальгамованих вільних добутків циклічних груп по циклічній підгрупі за допомогою скінченних

автоматів над деяким скінченим алфавітом. А саме, використовуючи узагальнення леми про пінг-понг показано, що вказаний амальгамований вільний добуток породжується автоматними підстановками, визначеними ініціальними автоматами з 4 станами. Окремо розглянуто випадок тривіальної амальгамації, тобто побудовано точне зображення амальгамованого вільного добутку вказаних груп по одиничній підгрупі. В цьому випадку автомати, в яких визначаються необхідні автоматні підстановки, мають по 2 внутрішні стани.

В Розділі 3 побудовано точне зображення амальгамованих вільних добутків циклічних груп по циклічній підгрупі скінченно автоматними підстановками над мінімально можливим алфавітом. Наводиться допоміжна конструкція автоматних підстановок довільного скінченного порядку і оцінено кількість станів в автоматі, який задає вказану автоматну підстановку. Для явної побудови автоматів, в станах яких визначатимуться необхідні для доведення автоматні підстановки, використовуються операції з'єднання і послідовного з'єднання двох ініціальних автоматів, а також конструкція l -повного автомата. У випадку точного зображення амальгамованих вільних добутків скінченного числа p -груп ініціальними автоматами додатково показано, що такий амальгамований вільний добуток ізоморфно занурюється в p - $FGA(X)$ для алфавіту X потужності p , тобто перетин p -силовської підгрупи $Syl_p(GA(X))$ групи всіх автоматних підстановок над X і групи $FGA(X)$ всіх скінченно автоматних підстановок. Доведення останнього твердження базується на загальній конструкції, запропонованій вище, та додатковому аналізу побудованих в ній автоматів.

В Розділі 4 розглянуто питання знаходження HNN-розширень вільних абелевих груп рангу n , $n \geq 1$, які допускають ізоморфні занурення в групу p - $FGA(X)$. Розглядаються такі HNN-розширення, визначені невірними

цілочисельними матрицями M розміру $n \times n$ з певними, накладеними на них, умовами. Показано, що ці HNN-розширення вільних абелевих груп допускають ізоморфні занурення в групу $p\text{-FGA}(X)$. Як наслідок, отримуємо, що відповідні HNN-розширення є резидуально p -скінченними. Також наведено приклад такої матриці розміру 2×2 , яка не задовольняє раніше визначеним умовам, але при цьому відповідне їй HNN-розширення занурюється в $2\text{-FGA}(X)$.

У дисертаційній роботі отримано такі нові результати.

1. Для амальгамованих добутоків скінченного числа скінченних циклічних груп, амальгамованих за циклічною підгрупою побудовано точні скінченно автоматні зображення. Автоматні підстановки, які породжують відповідні добутки, визначаються ініціальними автоматами, кожен з яких має 4 внутрішні стани.
2. Побудовано точні скінченно автоматні зображення вільних добутоків скінченних циклічних груп. Автоматні підстановки, які породжують відповідні добутки, визначаються ініціальними автоматами, які мають по 2 внутрішні стани.
3. Для амальгамованих добутоків скінченного числа скінченних циклічних груп, амальгамованих за циклічною підгрупою, побудовано точні скінченно автоматні зображення над мінімально можливим алфавітом.
4. Для довільного простого числа p доведено, що амальгамовані вільні добутки скінченного числа циклічних p -груп, амальгамованих за циклічною підгрупою, зображаються скінченними автоматами спеціального вигляду. Показано, що відповідні автоматні підстановки належать до p -силової підгрупи групи всіх автоматних підстановок над p -елементним алфавітом.

5. Введено клас HNN-розширень вільних абелевих груп скінченного рангу, всі групи з якого зображаються скінченно автоматними підстановками. Доведено, що відповідні автоматні підстановки належать до p -силовської підгрупи групи всіх автоматних підстановок над p -елементним алфавітом.

Дисертаційне дослідження носить теоретичний характер. Отримані результати можуть бути використані в алгебрі, теорії автоматів, дискретній математиці, теорії алгоритмів та в інших галузях знань, методи яких базуються на автоматних зображення алгебраїчних структур.

Ключові слова: автоматна підстановка, автоморфізм кореневого дерева, амальгамований вільний добуток, вільний добуток, група автомата, ініціальний автомат, кореневе дерево, резидуально скінченна група, скінченний автомат, HNN-розширення, p -силовська підгрупа.