

## Математическое моделирование движения частиц под влиянием скоростного напора

Выполнено математическое моделирование процессов движения частиц по наклонной поверхности под влиянием скоростного напора несущей среды. Рассмотрены три характерных режима движения частицы: поверхность горизонтальна, наклонена вниз, наклонена вверх. Получены аналитические зависимости для определения характерных скоростей движения потока несущей среды достаточных для равновесия частицы, находящейся на наклонной поверхности. Ил. 6. Библиогр.: 1 назв.

**Ключевые слова:** переработка, зернистый материал, наклонная поверхность, пульпа

*Mathematical modeling of particles movement processes on an inclined surface under the influence of a high-speed pressure of the bearing environment is executed. Three characteristic modes of a particle movement are considered: the surface is horizontal, inclined down, inclined up. Analytical dependences for determination of characteristic speeds of the bearing environment stream movement sufficient for balance of the particle being on an inclined surface are received.*

**Keywords:** processing, granular material, inclined surface, pulp

Процессы гравитационной переработки зернистых материалов являются одними из наиболее востребованных в промышленности производства качественных нерудных строительных материалов, обогащении руд цветных металлов и др. Известны рекомендуемые значения углов наклона поверхностей при реализации некоторых процессов переработки минерального сырья [1]. Скоростной напор несущей среды может оказывать решающее влияние на возможность движения зернистого материала по наклонной поверхности. Разработка модели движения зернистого материала по наклонной поверхности, с учетом влияния скоростного напора несущей среды, является важной научно-технической задачей, решение которой позволит снизить себестоимость процесса гравитационной переработки минерального сырья.

Рассмотрим процесс движения единичной частицы грунта по наклонной поверхности (рис. 1). Пусть рассматриваемое движение частицы протекает по наклонной поверхности расширяющегося потока при уменьшении его скорости. Частица совершает движение под действием сил скоростного напора пульпы, тяжести, Архимеда, трения, сопротивления среды. Упростим описание процесса путем введения следующих допущений:

а) частицы грунта представляют собой шары равных размеров  $d_1 = d_2 = d_n = \dots = d_{cp}$ . Диаметр частиц принимаем из диапазона  $d_{cp} = 0,16-5$  мм;

б) плотность жидкости, воздействующей на частицы грунта, равна плотности псевдопульпы  $\rho_n$  с кинематической псевдовязкостью  $\nu_n$ .

Форма записи указанных сил, в приведенных условиях примет следующий вид:

- нормальная составляющая силы веса частицы на поверхность днища  $F_t^N = \rho_{ск} \frac{\pi d^3}{6} g \cos \alpha_k$ , Н,

где  $\rho_{ск}$  – плотность скелета грунта, кг/м<sup>3</sup>;  $d$  – диа-

метр частицы, м;  $\alpha_k$  – угол наклона днища относительно горизонтали, град.;

- касательная составляющая силы веса

$$F_t^r = \rho_{ск} \frac{\pi d^3}{6} g \sin \alpha_k, \text{ Н};$$

- нормальная составляющая силы Архимеда (подъемной силы) на поверхность днища

$$F_a^N = \rho_n \frac{\pi d^3}{6} g \cos \alpha_k, \text{ Н, где } \rho_n - \text{плотность среды (пульпы), } \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

- касательная составляющая силы Архимеда (подъемной силы)  $F_a^r = \rho_n \frac{\pi d^3}{6} g \sin \alpha_k$ , Н;

- сила сопротивления среды движению частицы

$P = \theta U_y^2 d^2 \rho_n$ , Н, где  $\theta$  – коэффициент сопротивления,  $\theta = f(\text{Re})$ ;  $U_y$  – скорость движения частицы, м/с. Число Рейнольдса представлено зависимостью

$$\text{Re} = \frac{U_o d}{\nu_n}, \text{ где } U_o - \text{скорость движения среды, м/с};$$

- сила скоростного напора  $F_{ск} = C_\phi \frac{\pi d^2}{4} \rho_n \frac{U_{ск}^2}{2}$ , Н,

где  $C_\phi$  – коэффициент лобового сопротивления частицы;

- сила трения частицы о днище  $F_{тр} = (F_t^N - F_a^N) f_1$ , Н, где  $f_1$  – коэффициент внешнего трения частицы рассматриваемого грунта о материал днища.

Исходя из расчетной схемы (рис. 1), форма записи силы трения примет следующий вид

$$F_{тр} = f_1 \frac{\pi d^3}{6} (\rho_{ск} - \rho_n) g \cos \alpha_k, \text{ Н.}$$

Общее дифференциальное уравнение движения

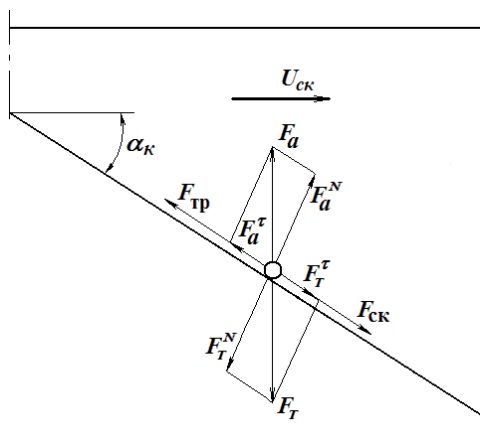


Рис. 1. Расчетная схема движения частицы по наклонной поверхности вниз

единичной частицы грунта по наклонной поверхности, при движении вниз, примет вид

$$m \frac{dU}{dt} = F_{ск} + F_{\tau}^{\tau} - F_{\tau}^{\tau} - F_a^{\tau}. \quad (1)$$

Следует заметить, что процесс протекает при скоростях потока близких нулю, поэтому в решении данной задачи силы сопротивления среды при обтекании частицы не учитывались. Важнейшее значение при рассмотрении процесса перемещения частицы по наклонной поверхности имеет условие ее равновесия. При рассмотрении неподвижной частицы ее ускорение равно нулю, то есть  $m \frac{dU}{dt} = 0$ . С учетом дей-

ствующих на частицу сил, уравнение равновесия частицы, находящейся на наклонной поверхности при движении вниз, примет вид

$$C_{\phi} \frac{\pi d^2}{4} \rho_b \frac{U_{ск}^2}{2} + \rho_{ск} \frac{\pi d^3}{6} g \sin \alpha_k - f_1 \frac{\pi d^3}{6} (\rho_{ск} - \rho_n) g \cos \alpha_k - \rho_n \frac{\pi d^3}{6} g \sin \alpha_k = 0.$$

После преобразований

$$C_{\phi} \frac{\pi d^2 U_{ск}^2 \rho_b}{8} = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_{ск} - \rho_n) g (f_1 \cos \alpha - \sin \alpha_k).$$

Таким образом, уравнение скорости потока, воздействующего на частицу, расположенную на наклонной поверхности (рис. 1), в результате воздействия которого частица находится в равновесии, имеет вид

$$U_{ск} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{dg}{C_{\phi}} \frac{(\rho_{ск} - \rho_n)}{\rho_n} (f_1 \cos \alpha_k - \sin \alpha_k)}. \quad (2)$$

Также рассмотрим процесс движения единичной частицы грунта по наклонной поверхности при движении вверх (рис. 2). Пусть движение частицы протекает по наклонной поверхности сужающегося потока при увеличении его скорости. Также, как и в расчетной схеме (см. рис. 1), частица совершает движение под действием сил скоростного напора пульпы, тяжести, Архимеда, трения, сопротивления среды.

Общее дифференциальное уравнение движения единичной частицы грунта по наклонной поверхно-

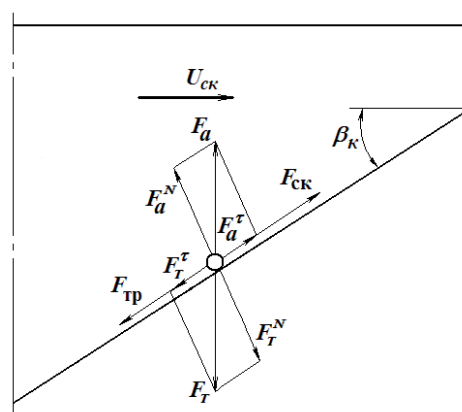


Рис. 2. Расчетная схема движения частицы по наклонной поверхности вверх

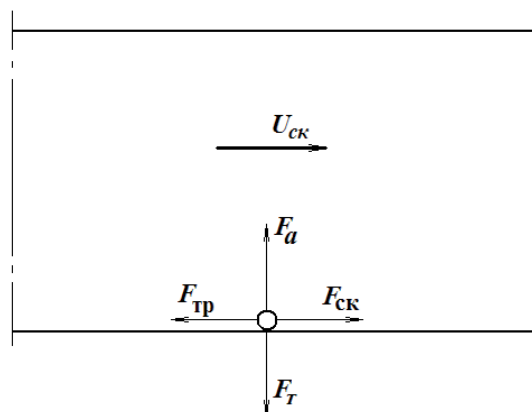


Рис. 3. Расчетная схема движения частицы по горизонтальной поверхности

сти без учета сил сопротивления среды имеет вид

$$m \frac{dU}{dt} = F_{ск} + F_a^{\tau} - F_{\tau}^{\tau} - F_{\tau}^{\tau}. \quad (3)$$

С учетом действующих на частицу сил, уравнение скорости потока, воздействующего на частицу, расположенную на наклонной поверхности (рис. 2), в результате воздействия которого частица находится в равновесии, имеет вид

$$U_{ск} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{dg}{C_{\phi}} \frac{(\rho_{ск} - \rho_n)}{\rho_n} (f_1 \cos \beta_k + \sin \beta_k)}. \quad (4)$$

Рассмотрим частный случай движения единичной частицы грунта на горизонтальной поверхности (рис. 3). На частицу действуют силы скоростного напора пульпы, тяжести, Архимеда, трения, сопротивления среды. Общее дифференциальное уравнение движения единичной частицы грунта по горизонтальной поверхности дна без учета сил сопротивления среды примет вид

$$m \frac{dU}{dt} = F_{ск} - F_{\tau}. \quad (5)$$

Уравнение равновесия частицы имеет вид

$$C_{\phi} \frac{\pi d^2}{4} \rho_b \frac{U_{ск}^2}{2} - f_1 \frac{\pi d^3}{6} (\rho_{ск} - \rho_n) g = 0.$$

После преобразований уравнение скорости потока, воздействующего на частицу, расположенную на горизонтальной поверхности (рис. 3), в результа-

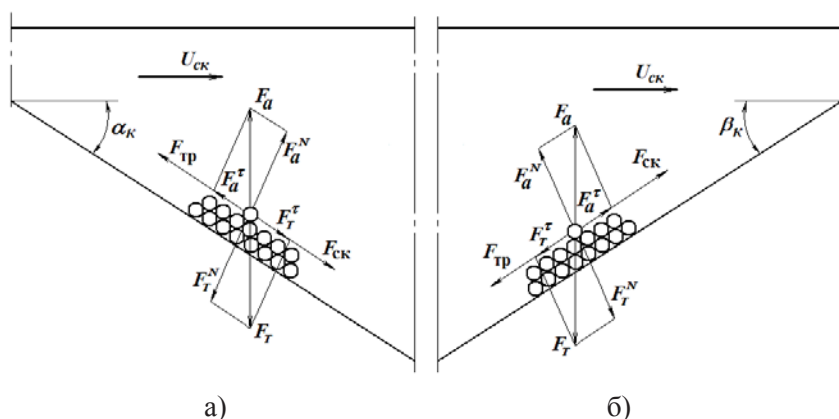


Рис. 4. Расчетная схема движения единичной частицы по слою зернистого материала, осажженного на наклонной поверхности

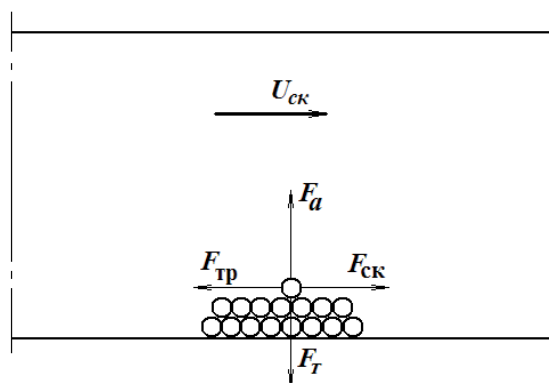


Рис. 5. Расчетная схема движения частицы по слою зернистого материала на горизонтальной поверхности

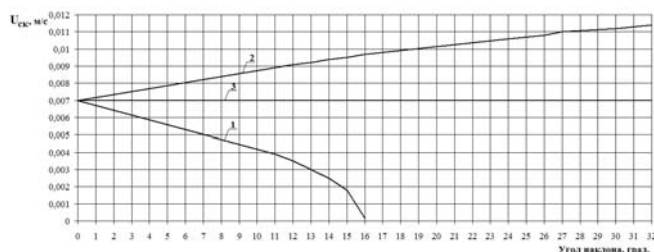


Рис. 6. Зависимость скорости несущей среды от угла наклона поверхности при равновесном состоянии частицы: 1 – движение вниз; 2 – движение вверх; 3 – движение горизонтально

те воздействия которого частица находится в равновесии, примет вид

$$U_{ск} = \sqrt{\frac{4}{3} f_1 \frac{dg}{C_{\phi}} \frac{(\rho_{ск} - \rho_n)}{\rho_n}}. \quad (6)$$

Характерно, что подставив в формулы 2, 4 значение угла наклона поверхности дна равное нулю, формула определения равновесной скорости также примет вид записи (6).

Проанализируем более полную картину движения зернистого материала по дну наклонной поверхности в среде пульпы. Рассмотрим движение материала по слою уже осажженного грунта, что является вероятным практическим случаем, реализуемым в гравитационных обогатительных аппаратах и лотках. Схемы такого движения частиц по разно-наклонным и горизонтальным поверхностям приведены на

рис. 4, 5. В соответствии с приведенной расчетной схемой, уравнение скорости потока, воздействующего на частицу, расположенную на слое зернистого материала, осажженного на наклонной поверхности (рис. 4), в результате воздействия которого частица находится в равновесии, имеет вид:

для расчетной схемы (рис. 4а)

$$U_{ск} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{dg}{C_{\phi}} \frac{(\rho_{ск} - \rho_n)}{\rho_n} (f_2 \cos \alpha_k - \sin \alpha_k)}; \quad (7)$$

для расчетной схемы (рис. 4б)

$$U_{ск} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{dg}{C_{\phi}} \frac{(\rho_{ск} - \rho_n)}{\rho_n} (f_2 \cos \beta_k + \sin \beta_k)}; \quad (8)$$

где  $f_2$  – коэффициент внутреннего трения грунта.

При отсутствии угла наклона поверхности, перемещение материала происходит в соответствии с расчетной схемой (рис. 5), а формула (6) для определения скорости потока, в результате воздействия которого частица находится в равновесии, примет вид

$$U_{ск} = \sqrt{\frac{4}{3} f_2 \frac{dg}{C_{\phi}} \frac{(\rho_{ск} - \rho_n)}{\rho_n}}. \quad (9)$$

В результате предварительных расчетов, выполненных с применением полученных ранее зависимостей для определения коэффициента лобового сопротивления частицы  $C_{\phi}$  и ориентировочных значений коэффициента трения частицы, принятых для мелко-зернистого песка на основании [1], получен вид зависимости скорости потока среды от угла наклона поверхности (рис. 6). Для более точного определения численных значений и построения реальной графической зависимости процесса необходимо экспериментальное определение коэффициентов внешнего и внутреннего трения частиц зернистых материалов при движении по материалам рабочих поверхностей гравитационных аппаратов.

## Выводы

1. Выполнено математическое моделирование процесса движения частицы по наклонной поверхности под влиянием скоростного напора несущей среды.
2. Получены аналитические зависимости для определения характерных скоростей движения несущей среды, требуемых для равновесного состояния частиц, осажженных на наклонной поверхности.
3. В результате моделирования получен вид графической зависимости скорости несущей среды от угла наклона поверхности при равновесном состоянии частицы.

## Библиографический список

1. Нормы технологического проектирования предприятий промышленности нерудных строительных предприятий. - Л.: Стройиздат, 1977. - 366 с.

Поступила 09.10.2012