

А. В. Ноговицын /д. т. н./, И. Р. Баранов

Физико-технологический институт металлов
и сплавов НАН Украины
Институт электродинамики НАН УкраиныА. Д. Подольцев /д. т. н./,
И. Н. Кучерявая /д. т. н./

Математическое и физическое моделирование течения расплава при валковой разливке стальных полос

O. V. Nogovitsin /Dr. Sci. (Tech)/, I. R. Baranov

Phisico-Technological Institute of Metals and Alloys
of the National Academy of Sciences of Ukraine
Institute of Electrodynamics of the National
Academy of Sciences of UkraineO. D. Podoltsev /Dr. Sci. (Tech)/,
I. M. Kucheriava /Dr. Sci. (Tech)/

Mathematical and physical modeling of melt flow during the roll casting of steel strips

Методами физического и математического моделирования исследованы картины течения расплава в межвалковом зазоре двухвалкового кристаллизатора при вертикальной подаче металла. Жидкий металл рассматривался как линейная вязкая среда. Компьютерное моделирование проведено с применением программы Comsol. В качестве моделей турбулентности использованы $k-\varepsilon$ модель и упрощенная модель с эффективной вязкостью, рассчитанной по формуле Прандтля. Получено качественное и количественное совпадение результатов расчета скоростей течения с данными эксперимента. Приведены и проанализированы поля скоростей течения расплава. (Ил. 5. Табл. 2. Библиогр.: 10 назв.)

Ключевые слова: валковая разливка металла, физическое моделирование, компьютерное моделирование, модели турбулентности, поле скорости.

Постановка проблемы. Для проектирования и изготовления двухвалковых литейных машин с высокими производительностью и качеством получаемого металлического листа, обеспечивающими их конкурентное преимущество, необходимо иметь достоверную математическую модель гидродинамических процессов, определяющих основные технологические характеристики и параметры таких машин [1; 2]. Использование модели позволяет устанавливать основные закономерности гидродинамических процессов в межвалковом пространстве и на этой основе совершенствовать конструктивные особенности литейных двухвалковых машин, включая систему подачи металла в межвалковый зазор. Достоверность математической модели может быть подтверждена путем сравнения результатов расчета с результатами эксперимента, проведенного на экспериментальной модели двухвалковой литейной машины.

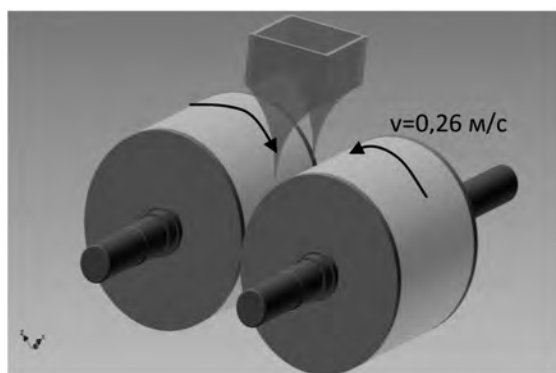
Для решения поставленной задачи используются методы математического моделирования, основанные на положениях теории подобия. Критерием оценки достоверности полученных решений является их соответствие результатам

физического моделирования исследуемого процесса.

Целью работы была разработка математической и физической модели для исследования гидродинамических процессов движения жидкости между двумя вращающимися валками в экспериментальной установке двухвалковой литейной машины, а также сопоставление результатов компьютерного моделирования и экспериментального исследования. Компьютерное моделирование проводили путем решения системы уравнений Навье – Стокса с помощью метода конечных элементов, реализованного в программе Comsol [3], и с использованием основных теоретических положений, изложенных в работах [4–6].

Описание экспериментальной двухвалковой установки. Физическое моделирование проводили на лабораторной двухвалковой установке разливки расплавленного металла с вертикальной его подачей (рис. 1) [7], параметры которой приведены в табл. 1.

В качестве моделируемой жидкости использовали техническую воду. Физические параметры расплавленного металла и модельной жидкости приведены в табл. 2.



а)



б)

Рис. 1. Схема экспериментальной установки двухвалковой литейной машины (а); фотография установки (б)

Таблица 1
Параметры опытной двухвалковой установки

Технические характеристики	Значения
Размеры вала, мм	
- внешний диаметр	300
- ширина бочки	200
Материал вала	Сталь
Угол контакта жидкости с валом, град.	10, 20, 30, 40
Высота налива жидкости, мм	27, 53, 80, 110
Скорость вращения, м/мин (м/с)	15,6 (0,26)

Таблица 2
Физические параметры расплавленного металла и модельной жидкости

Наименование параметра	Расплавленный металл	Модельная жидкость
	Сталь	Вода
Плотность, кг/м ³	7000	1000
Поверхностное натяжение, Н/м	1,2	0,2
Динамическая вязкость, Па·с	0,005...0,0085	0,00089
Кинематическая вязкость, м ² /с	$6,3 \cdot 10^{-7}$	$9,0 \cdot 10^{-7}$

Визуализацию потоков движения жидкости осуществляли путем добавления в воду полистироловых шариков (трассеров) диаметром 0,8...1,0 мм, имеющих нулевую плавучесть. Направление и скорости потоков фиксировали с помощью веб-камеры. Запись гидродинамической картины проводили на компьютере с помощью USB-интерфейса.

Область наблюдения в межвалковом пространстве модели прозрачного бункера определялась обтюрируемым пучком света. Количественные значения скоростей потоков жидкости находились посредством расчета отношения измеренных на экране монитора длин треков ко времени экспозиции с учетом коэффициента масштабирования.

Математическая модель гидродинамических процессов в исследуемой установке. При разработке математической модели использо-

вались следующие положения и допущения:

- вращающиеся валки недеформируемые;
- расплав является ньютоновской вязкой несжимаемой жидкостью;
- в силу того, что отношение ширины полосы металла к его толщине велико, торцевыми эффектами пренебрегали, что позволяет рассматривать задачи в двумерной постановке в плоскости поперечного сечения Oxy непосредственно в области жидкости;
- вследствие симметрии относительно центральной вертикальной плоскости между валками, рассматривается 1/2 часть объема жидкости;
- процессы рассчитываются в установившемся режиме без учета малого по продолжительности начального переходного режима;
- не учитывается тепловой процесс нагрева (охлаждения) жидкости; ее физические свойства (плотность, вязкость) считаются не зависящими от температуры.

Из оценки числа Рейнольдса для течения жидкости (воды) в канале исследуемой установки следует, что $Re = ul / \nu = 0,26 \cdot 0,1 / 10^{-6} = 26 \cdot 10^3$ достигает значений, гораздо больших критического ($Re_{кр} = 2000$). Следовательно, течение жидкости в канале установки является турбулентным. При расчете числа Рейнольдса в качестве характерной длины принималось расстояние между валками на свободной поверхности жидкости, равное 0,1 м, а в качестве характерной скорости – линейная скорость на поверхности валков (0,26 м/с). Кинематическая вязкость используемой в установке воды была равна $\nu = 10^{-6}$ м²/с.

Для моделирования турбулентного течения жидкости в активной зоне установки в качестве основной модели используется $k-\epsilon$ модель турбулентности. Другой упрощенный расчет тур-

булентного течения проводится путем задания постоянного во всей области эффективного значения турбулентной вязкости, вычисляемого с помощью формулы Прандтля.

Гидродинамические турбулентные процессы с использованием $k-\varepsilon$ модели турбулентности рассчитываются на основе уравнений Навье – Стокса и непрерывности [4]:

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + (\eta + \eta_T) \cdot (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \cdot \mathbf{u})^T)] - \frac{2}{3}(\eta + \eta_T) \cdot (\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} - \frac{2}{3}\rho k\mathbf{I}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (2)$$

которые дополняются дифференциальной двухпараметрической моделью турбулентности [8], состоящей из уравнения для кинетической энергии турбулентности k вида:

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)k = \nabla \cdot [(\eta + \frac{\eta_T}{\sigma_k})\nabla k] + P_k - \rho\varepsilon, \quad (3)$$

и уравнения скорости диссипации кинетической энергии турбулентности ε :

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\varepsilon = \nabla \cdot [(\eta + \frac{\eta_T}{\sigma_\varepsilon})\nabla \varepsilon] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (4)$$

После определения величин k и ε турбулентная динамическая вязкость определяется согласно выражению:

$$\eta_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (5)$$

В уравнениях (1), (2): \mathbf{u} – вектор скорости расплавленного металла; p – давление, η – динамическая молекулярная вязкость; ρ – плотность расплава; \mathbf{I} – единичный тензор; составляющая $\eta(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \cdot \mathbf{u})^T) - (2\eta/3)(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I}$ представляет собой тензор вязких напряжений (Па).

В уравнениях (3), (4) величина P_k равна

$$P_k = \eta_T [(\nabla \mathbf{u} : (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \cdot \mathbf{u})^T)) - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \mathbf{u})^2] - \frac{2}{3}\rho k \nabla \cdot \mathbf{u}$$

и представляет собой скорость генерации турбулентности.

Неизвестными в уравнениях (3)–(5) являются k – турбулентная кинетическая энергия; ε – скорость генерации турбулентной энергии. Стандартные модельные постоянные [8]: $C_{\varepsilon 1} = 1,44$; $C_{\varepsilon 2} = 1,92$; $C_\mu = 0,09$; $\sigma_k = 1,0$; $\sigma_\varepsilon = 1,3$.

Граничные условия гидродинамической задачи следующие. На поверхностях симметрии задается условие симметрии; на входе – скорость истечения металла из щели; на выходе – скорость жидкого металла по условию равенства расхода; на границе с валком – скорость его вращения; на граничной краевой поверхности по ширине полосы – условие твердой стенки. Для переменных турбулентности выбрано условие $k = \varepsilon = 0$ на всех границах расчетной области.

Основу упрощенной модели турбулентного течения жидкости составляет система уравнений Навье – Стокса:

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + \eta_{eff}(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \cdot \mathbf{u})^T) - (2\eta/3)(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I}], \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (7)$$

в которой используется эффективная динамическая турбулентная вязкость жидкости, вычисляемая по формуле Прандтля [9; 10] как

$$\eta_{eff} = \rho c l^2 (\partial u / \partial y). \quad (8)$$

Здесь c – эмпирическая константа (в ряде случаев ее значение принимается равным $c = K^2$, где $K = 0,41$ – постоянная Кармана); l – характерный масштаб турбулентности, названный Прандтлем «путем смешивания» и имеющий название «гипотезы турбулентного пути смешивания». Координата y в формуле (8) направлена поперек направления потока жидкости.

Для оценки вязкости η_{eff} в формуле (8) используются следующие значения величин: $\rho = 10^3$ кг/м³, $k = 0,41^2 = 0,17$, $l = 0,1/4$ м. Учтена ширина канала на уровне свободной поверхности жидкости при высоте налива 110 мм, равная 0,1 м. Значение производной $\partial u / \partial l = 0,26/0,05 = 5,2$ с⁻¹, тогда для эффективной вязкости получим $\eta_{eff} = 1,1$ Па·с.

Анализ результатов эксперимента и компьютерных расчетов. На основе зафиксированных параметров движения трассеров в физической модели построено векторное поле скорости (рис. 2а), иллюстрирующее образование двух вихревых структур в жидкости, увлекаемой двумя валками, вращающимися в противоположном направлении. Полученные данные показывают, что наибольшая скорость движения потока жидкости имеет место вблизи поверхности валков, которые нагнетают жидкость в межвалковый зазор. Обратный поток, возникающий в точке встречи поверхностных потоков и проходящий вдоль центральной оси межвалкового пространства, движется со значительно меньшей скоростью.

Расчеты, выполненные с помощью турбулентной модели при исходных данных, приведенных в табл. 1 и 2, при высоте налива жидкости 110 мм, что соответствует условиям эксперимента, показали хорошее качественное совпадение с экспериментальными наблюдениями поля скорости и возникающих зон циркуляции (рис. 2б).

На рис. 3 приведены результаты количественного сопоставления расчетных данных с экспериментом. Здесь показаны изолинии модуля скорости, которые получены расчетным путем на основании $k-\varepsilon$ модели, описываемой уравнениями (1)–(5) (значения скорости показаны

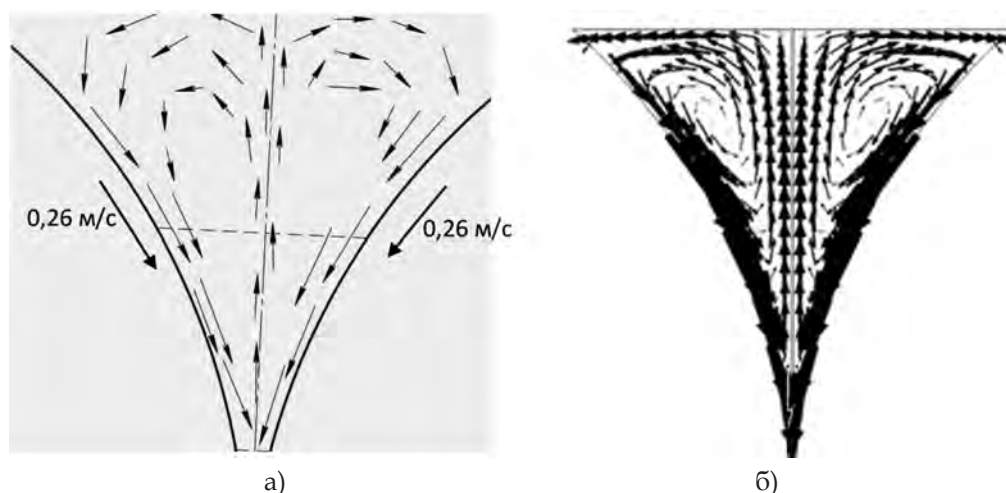


Рис. 2. Векторное поле скорости, измеренное в поперечном сечении активной зоны экспериментальной установки (а) и рассчитанное с помощью компьютерной модели (б)

ны в разрыве линий). Точками на рис. 3 указаны значения скорости трассеров, измеренные на экспериментальной модели при высоте налива жидкости 110 мм и линейной скорости вращения валков 0,26 м/с. Как видно, результаты численного расчета и эксперимента хорошо согласуются между собой.

Согласно нашему опыту проведения вычислений, расчеты гидродинамических процессов движения жидкости на основании турбулентной $k-\varepsilon$ модели сопряжены с большими затратами машинного времени, особенно при решении трехмерных задач. Для упрощения выполнялся расчет поля скорости путем решения уравнений (6)–(7) с использованием значения эффективной вязкости, определяемой из выражения (8) и задаваемой постоянной во всей расчетной области. Далее проводилось сравнение полученных данных с результатами расчета по уточненной $k-\varepsilon$ модели турбулентности.

Компьютерные расчеты выполнялись при различных значениях эффективной динамической вязкости $\eta_{eff} = 0,001; 0,01$ и $0,1$ Па·с. Результаты численного моделирования в виде векторных полей и изолиний модуля скорости приведены на рис. 4.

На основе сопоставления расчетных данных можно заключить, что для получения достоверной картины течения жидкости в рассматриваемой установке эффективная вязкость жидкости должна превышать молекулярную вязкость (равную для воды 10^{-3} Па·с) более чем в 100 раз. Отметим, что эти данные согласуются с оценкой величины η_{eff} , рассчитанной по формуле (8) ($\eta_{eff} = 1,1$ Па·с). Более наглядно это обстоятельство демонстрируется с помощью эпюр распределения вертикальной компоненты скорости для рассматриваемых случаев, представленных на рис. 5.

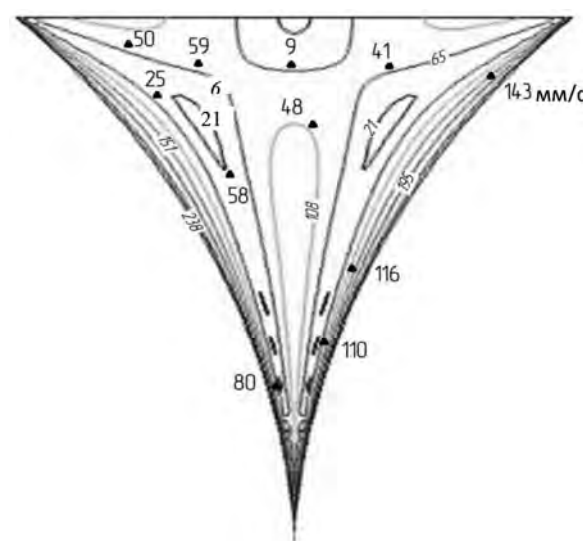


Рис. 3. Сравнение результатов расчета и эксперимента: изолинии модуля скорости жидкости (мм/с), рассчитанные на основе $k-\varepsilon$ турбулентной модели, и полученные экспериментально значения скорости трассеров (показаны точками)

Выводы

1. Разработан метод и выполнено физическое моделирование течения модельной жидкости в межвалковом пространстве двухвалковой установки с горизонтальным расположением валков.

2. Разработана математическая модель, описывающая турбулентное течение жидкости между двумя вращающимися валками и проведена ее компьютерная реализация в программе Comsol.

3. Проведено сравнение результатов численного расчета течения жидкости со значениями скорости, измеренными на экспериментальной установке. Получено хорошее их качественное и количественное совпадение.

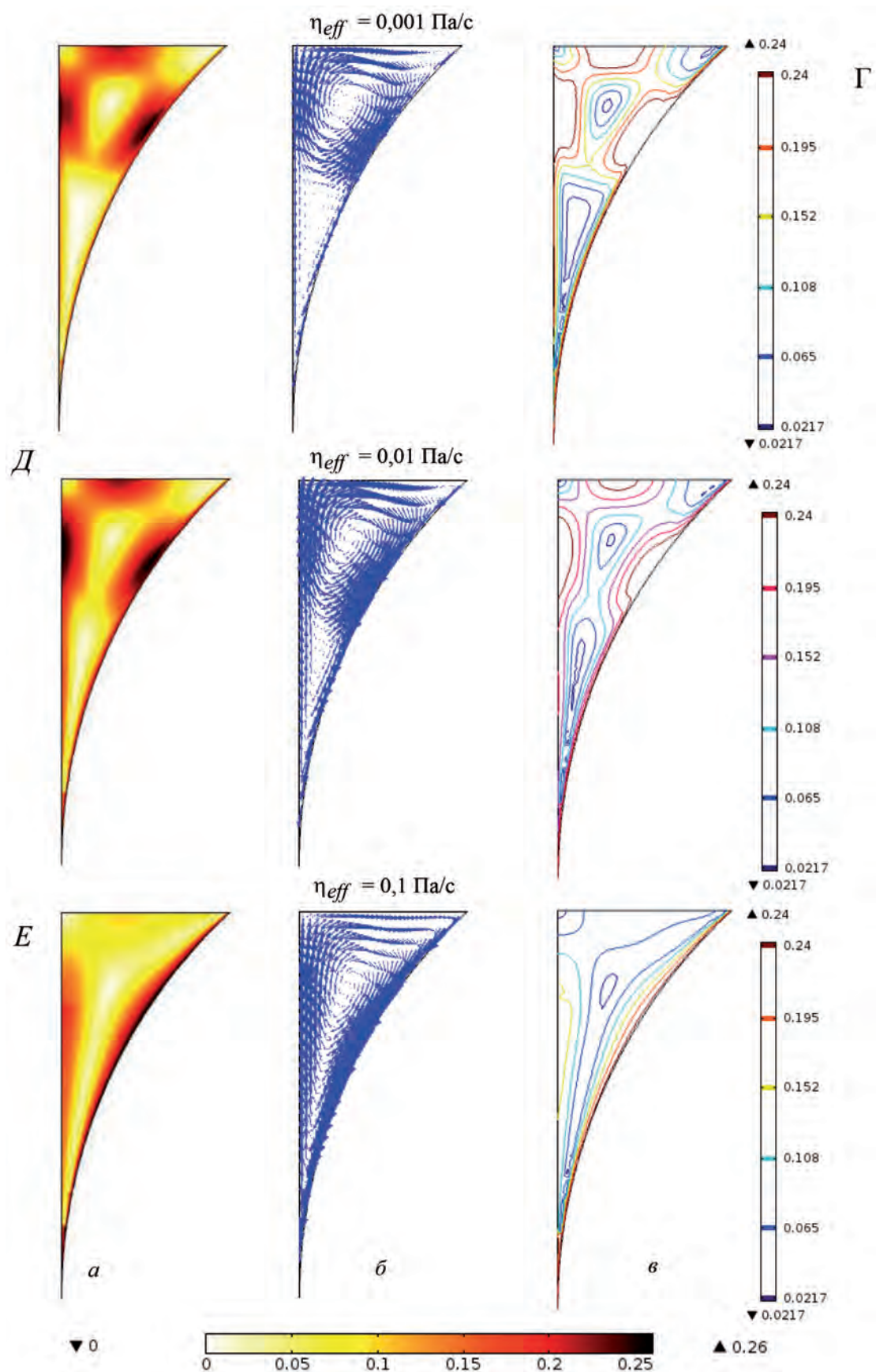


Рис. 4. Распределения модуля вектора скорости в цвете (а), векторного поля скорости в виде стрелок (б) и в виде изолиний скорости (в) в межвалковом зазоре, рассчитанные при различных значениях эффективной вязкости: 0,1 Па·с (е); 0,01 Па·с (д); 0,001 Па·с (г)

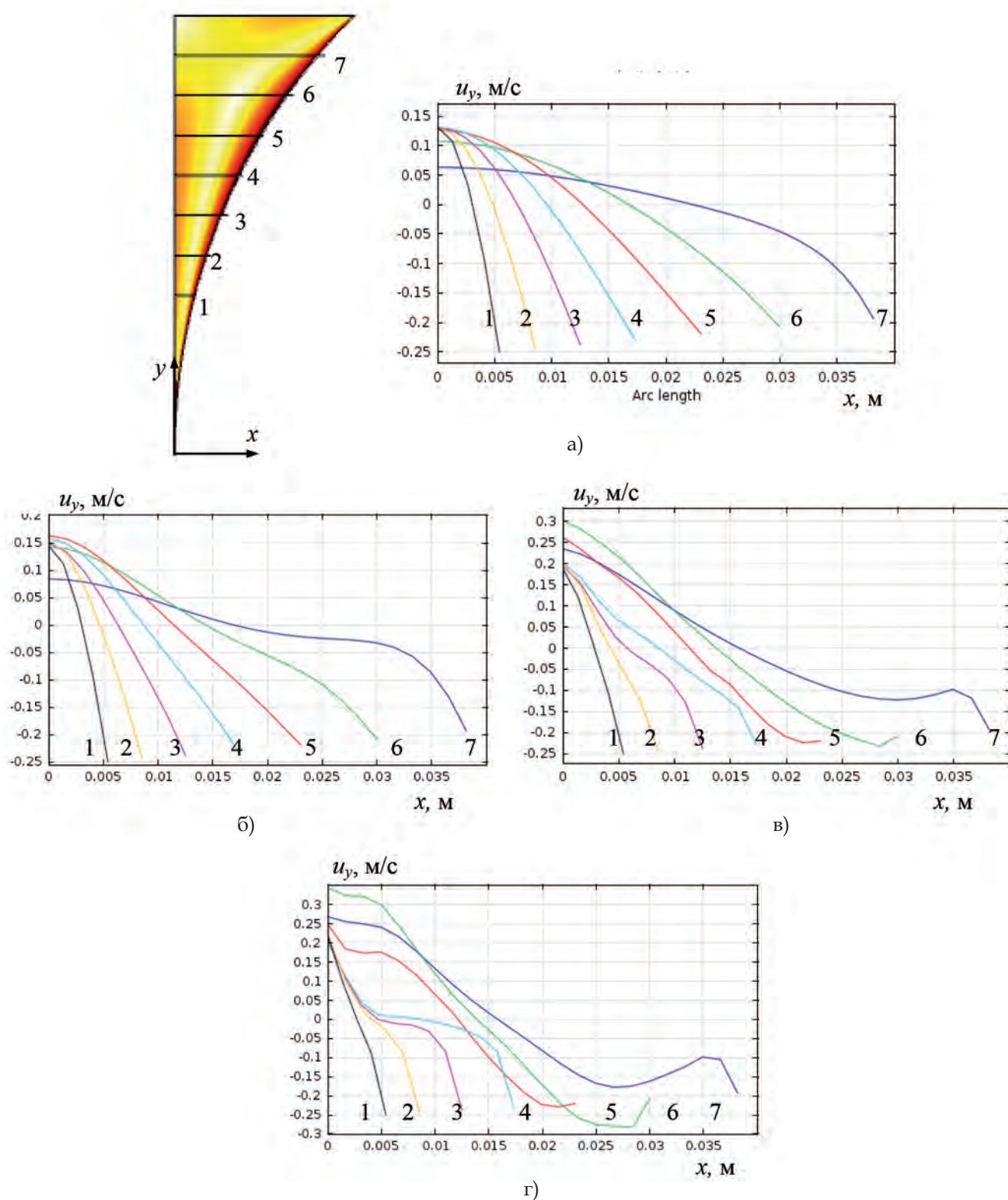


Рис. 5. Распределение модуля вектора скорости в цвете (вверху слева) и изменение продольной компоненты скорости вдоль семи показанных сечений канала при расчете по $k - \varepsilon$ модели турбулентности (а); по модели турбулентности Прандтля при эффективных значениях вязкости: 0,1 Па·с (б); 0,01 Па·с (в); 0,001 Па·с (г)

4. Установлено, что для расчетов турбулентного течения можно использовать упрощенную (ламинарную) модель с эффективной вязкостью, рассчитанной по формуле Прандтля, в которой значение эффективной вязкости модельной жидкости (воды) задается в 100 и более раз больше ее молекулярной вязкости.

5. Результаты проведенных исследований подтверждают эффективность использования пакета программ Comsol для моделирования течения расплавленного металла в процессе валковой разливки, что позволяет сократить затраты на экспериментальное исследование и проектирование опытно-промышленных установок такого типа.

Библиографический список / References

1. Cook R., Grocock P. G., Thomas P. M., Edmonds D. V., Hunt J. D. Development of the twin-roll casting process // *Journal of Materials Processing Technology*. – 2010. – Vol. 55, is. 2. – P. 76–84.
2. Haga T. Development of a twin roll caster for light metals // *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*. – 2010. – Vol. 43, is. 1. – P. 393–402.
3. COMSOL multiphysics modeling and simulation software. Available at: <http://www.comsol.com/>
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1978. – 736 с.
Loytsyanskiy L.G. (1978). *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of liquid and gas]. Moscow, Nauka, 736 p.
5. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. Патанкар. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
Patankar S. (1984). *Chislennyye metody resheniya zadach teploobmena i dinamiki zhidkosti* [Numerical methods of the solution of problems of heat exchange and dynamics of liquid]. Moscow, Energoatomizdat, 152 p.
6. Роуч П. Вычислительная гидродинамика / П. Роуч. – М.: Мир, 1980. – 618 с.
Rouch P. (1980). *Vychislitel'naya gidrodinamika* [Computational fluid dynamics]. Moscow, Mir, 618 p.

7. Ноговицын А. В. Физическое моделирование течения расплава при валковой разливке / А. В. Ноговицын, И. Р. Баранов, В. А. Назаренко, А. М. Машкин // *Процессы литья*. – 2015. – № 4. – С. 69–73.

Nogovitsyn A. V., Baranov I. R., Nazarenko V. A., Mashkin A. M. (2015). *Fizicheskoe modelirovanie techeniya rasplava pri valkovoy razlivke* [Physical modeling of melt flow during roll casting]. *Protsessy lit'ya* [Casting process]. No 4, pp. 69–73.

8. Launder B. E., Spalding D. B. Mathematical models of turbulence. – London / New York: Academic Press, 1972. – 169 p.

9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 711 с.

Shlikhting G. (1974). *Teoriya pogranichnogo sloya* [Boundary layer theory]. Moscow, Nauka, 711 p.

10. Лапин Ю.В. Статистическая теория турбулентности (прошлое и настоящее – краткий очерк идей) / Ю. В. Лапин // *Научно-технические ведомости*. – 2004. – Вып. 2 «Проблемы турбулентности и вычислительная аэродинамика». – 35 с.

Lapin Yu. V. (2004). *Statisticheskaya teoriya turbulentnosti (proshloe i nastoyashchee – kratkiy ocherk idey)* [Statistical theory of turbulence (past and present – short sketch of ideas)]. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti* [Scientific and technical reports], No 2. *Problemy turbulentnosti i vychislitel'naya aerodinamika* [Problems of turbulence and computing aerodynamics], 35 p.

Methods of physical and mathematical modeling studied painting melt flow in the roll gap of the twin-roll mold with vertical metal filing. The liquid metal is regarded as a linear viscous medium. Computer simulations performed using Comsol program. As the turbulence models used in the model and a simplified model with an effective viscosity calculated using the formula of Prandtl. Qualitative and quantitative agreement between the results of calculation of the flow velocity with the experimental data. Are presented and analyzed in the field of melt flow rates.

Key words: roll metal casting, physical modeling, computer simulation, turbulence model, velocity field.

Поступила 02.08.2016

