

# МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ТА ТЕПЛООБМІННИХ ПРОЦЕСІВ В ПЕРЕДМАТРИЧНІЙ І МАТРИЧНІЙ ЗОНАХ ЕКСТРУДЕРА ПРИ ОБРОБЦІ РОСЛИННОЇ СИРОВИНИ

Радченко Н.Л., м.н.с.

Інститут технічної теплофізики НАН України (ІТТФ), м. Київ

В статті представлено основні положення розробленої математичної моделі, яка описує процеси в двох зонах – передматричній і матричній, де проведення експериментальних вимірювань пов'язано з певними труднощами. Приведено результати чисельного розрахунку по рівнянням моделі та здійснено їх аналіз.

The substantive provisions of the worked out mathematical model that describes processes in matrix zone, where realization of the experimental measuring is related to certain difficulties. Results over of numeral calculation are brought for by equalization of model and their analysis is carried out.

**Ключові слова:** передматрична зона, матрична зона, екструдер, соя.

Складнощі моделювання процесів в передматричній (ПМЗ) і матричній (МЗ) зонах пов'язані з відсутністю даних по реологічним характеристикам рослинної сировини в залежності від температури, тиску, напружень та структурних перетворень, які відбуваються в каналах цих зон. Внаслідок подрібнення дисперсних часток і пов'язаних з цим плавленням вуглеводів та виділенням олії і вологи, структура сировини і її в'язкість змінюються в кожній точці каналу. Додаткова складність моделювання пов'язана з коротким часом перебування частинок в ПМЗ і в МЗ (0,6...0,8 мс), а також складною геометрією каналу, внутрішня конусоподібна стінка якого інтенсивно обертається.

В процесі розробки математичної моделі враховувались недоліки існуючих методик і правомочності прийнятих в них припущень. Вперше запропоновано ортогональну конічну систему координат, що дає можливість врахувати обертання шнека в ПМЗ (рис. 1) [1,2]. Для каналу матриці використано циліндричну систему координат, яка пов'язана з конічною простими геометричними співвідношеннями. В даній моделі екструдат в процесі перебування в ПМЗ і МЗ розглядається як гомогенна неньютонівська в'язкопластична рідина.

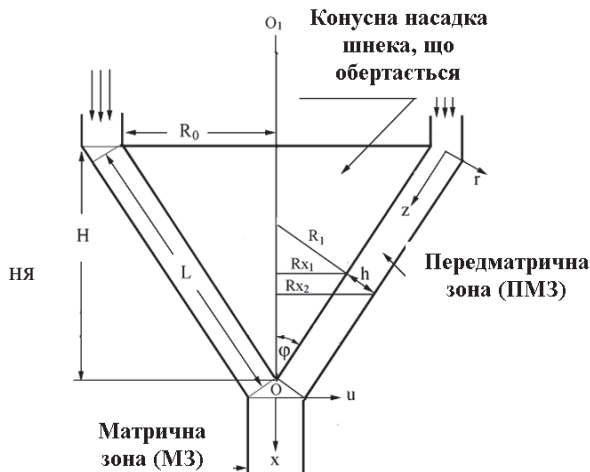


Рис. 1 – Схема ПМЗ та МЗ

Вхідними даними для розрахунку є геометричні розміри каналу, швидкість обертання шнека, тиск, температура та вологовміст рідини на вході в ПМЗ, теплофізичні і реологічні властивості екструдату, а також температура, тиск і теплофізичні властивості оточуючого середовища – повітря.

Базовими рівняннями моделі є рівняння руху (1), рівняння нерозривності (2), рівняння збереження енергії (3), емпіричне рівняння для визначення в'язкості (4), в якому  $\Phi$  – дисипативна функція – квадратичний тензор швидкостей деформації – визначається з рівняння (5). Система рівнянь має наступний вигляд:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho v_z \frac{dv_z}{dz} + \mu \frac{d^2 v_z}{dz^2} + \mu \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dv_z}{dr} \right) + \rho g_{\text{ц.б.}z}; \quad (1)$$

$$\bar{v}_z(z) = \frac{G}{\rho S_z(z)}; \quad (2)$$

$$\rho c_p v_z \frac{dT}{dz} = \lambda \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \bar{\mu} \Phi ; \quad (3)$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \exp [\beta \cdot (T - T_0)] \cdot (\Phi)^{\frac{n-1}{2}} \quad (4)$$

$$\Phi = \left[ 2 \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 + \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right) \right)^2 \right] \quad (5)$$

Рівняння (1) – (3) дають можливість розрахувати швидкість потоку, тиск та температуру рідини вздовж всього каналу ПМЗ і МЗ із врахуванням реологічних властивостей рідини (рівняння (4) – (5)).

Розв'язок рівняння руху (1) дозволяє оцінити як загальну зміну тиску в каналі, так і вклад кожної складової окремо. Перша складова – оборотне падіння тиску, пов'язане зі зменшенням площі перерізу кільцевого каналу; друга – необоротне падіння тиску, викликане дією нормальних напружень при звуженні каналу; третя – необоротна втрата напору під дією зсувних напружень в напрямку  $r$ , викликаних тертям аксіального потоку об стінку; четверта – зміна тиску внаслідок відцентрових сил, викликаних обертанням шнека. В рівнянні не враховується складова масових гравітаційних сил, оскільки ця величина суттєво не впливає на зміну тиску в каналі.

Оцінка втрат напору викликаних зсувними напруженнями внаслідок тертя потоку об стінки каналу здійснювалась при граничних умовах:  $v_z(R_1) = 0$  і  $v_z(R_2) = 0$ . Визначення зміни тиску, пов'язаної з обертанням шнека в ПМЗ, проводиться при граничних умовах:  $v_\theta = \omega_0 R x_1$  при  $u = R x_1$  і  $v_\theta = 0$  при  $u = R x_2$ . Розв'язок кожної складової рівняння (1) для ПМЗ проведено в кінчній системі координат.

Зміна тиску в циліндричному каналі матриці викликана лише тертям потоку об стінку каналу. Тому рівняння руху розраховується в циліндричних системах координат з граничними умовами:  $v_x = 0$  при  $u = R_f$  і  $dv_x/du = 0$  при  $u = 0$ . В базові рівняння (1), (3) входить локальна в'язкість  $\mu = f(z, r)$ , яка залежить від температури потоку  $\bar{T}_z = f(z)$  і від локальних значень швидкостей зсуву. В процесі розрахунку в кожному перерізі каналу проводиться усереднення локальних значень  $\mu$ , які надалі в рівняннях використовується вже як значення ефективної в'язкості  $\bar{\mu}(z)$ .

Зміна температури в каналі ПМЗ і МЗ пов'язана з в'язкою дисипацією механічної енергії при сукупній дії зсувних напружень, які розглядаються як внутрішні об'ємні джерела теплоти, а також внаслідок тепловіддачі в оточуюче середовище.

Рівняння (3) дозволяє оцінити вклад кожної із складових окремо. Перша складова в (3) – визначає кондуктивний перенос тепла через стінку в радіальному напрямку внаслідок різниці температур між рідиною і стінкою каналу; друга – кондуктивний перенос тепла в рідині вздовж каналу. При  $Re > 1$  цією складовою можна знехтувати і тому в розрахунках вона не враховується. Третій член в (3), який пов'язаний з в'язкою дисипацією механічної енергії у відповідності з (5), включає наступні дисипативні складові: перша – дія нормальних напружень на відрітку  $dz$  в напрямку осі  $Z$ ; друга – в'язка дисипації внаслідок тертя між потоком і стінкою; третя – в'язка дисипація, пов'язана з обертанням конусної стінки каналу в ПМЗ. Внаслідок дисипації механічної енергії відбувається інтенсивне нагрівання потоку, і температура екструдату вздовж каналів ПМЗ і МЗ безперервно зростає. Зміна середньої температури рідини вздовж каналу розраховується з рівняння

$$\frac{d\bar{T}_z}{dz} = \frac{1}{Gc_p} \frac{dQ_{za}}{dz} + \frac{2\pi\mu \cos \varphi}{Gc_p} \left\{ 2 \int_{R_1}^{R_2} \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 r dr + \int_{R_1}^{R_2} \left( \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 r dr + \int_{R_1}^{R_2} \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\theta}{r} \right)^2 \right] r dr \right\} \quad (6)$$

де всі параметри усереднюються по перерізу. Складова  $dQ_{za}/dz$  – втрата теплоти, внаслідок теплообміну рідини з оточуючим середовищем. Вона враховує три складові переносу. Перша – передача тепла конвекцією із-за різниці температур між рідиною і стінкою каналу при заданому коефіцієнті тепловіддачі. Друга – кондуктивний перенос тепла через корпус екструдера в радіальному напрямку внаслідок різниці температур між зовнішньою і внутрішньою стінками корпусу при заданому коефіцієнті теплопровідності матеріалу корпусу. Третя – тепловіддача від поверхні корпусу в оточуюче повітря за рахунок радіаційного випромінювання і вільної конвекції з відомим ефективним сумарним коефіцієнтом тепловіддачі. Всі коефіцієнти тепловіддачі обчислюються по стандартним рівнянням теплообміну. Величина теплового потоку  $Q_{za}$ , як для ПМЗ, так і для МЗ, визначається загальним температурним потенціалом і

сумою трьох опорів. Розрахунок величини теплового потоку  $Q_{za}$  дозволяє визначити температурний потенціал для кожного з трьох термічних опорів і, таким чином, оцінити температури стінок.

На основі розробленої нами моделі створено комп'ютерну програму, яка може застосовуватись при розрахунку в ПМЗ і в МЗ різних типів екструдерів для різних видів сировини.

Основні результати розрахунків приведені на рис.2 – 3. По яким видно, що швидке зменшення з відстанню  $Z$  площі поперечного кільцевого каналу зумовлює інтенсивне зростання швидкості потоку  $v$  в ПМЗ. На відстані  $Z=20$  мм ширина каналу  $h$  стрибком змінюється від 5,3 мм до 1,8...2.5 мм, завдяки чому стрибком зростає швидкість. В каналі МЗ швидкість залишається постійною завдяки постійності радіуса циліндричного каналу.

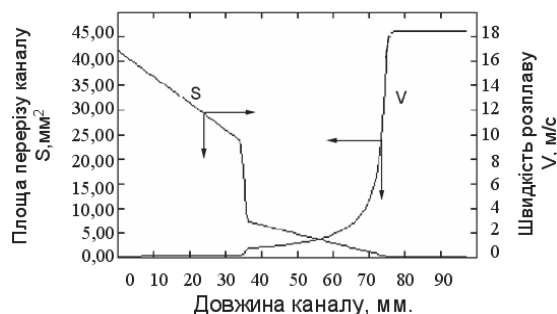


Рис. 2 – Зміна площі поперечного перерізу  $S$  і швидкості потоку  $V_z$  вздовж каналу ПМЗ і МЗ

Розрахункові залежності зміни температури показали, що вздовж ПМЗ і МЗ відбувається інтенсивне наростання показників. При цьому, зменшення вологовмісту лише на 1 % підвищує температуру процесу на  $8...10^0$ С. Розрахунки також виявили, що в процесі проходження ПМЗ і МЗ відбувається інтенсивне спадання тиску розплаву завдяки втратам напору на гідравлічних опорах. При цьому виявлено, що величина вологовмісту екструдату не впливає на розподіл тиску в ПМЗ і МЗ.

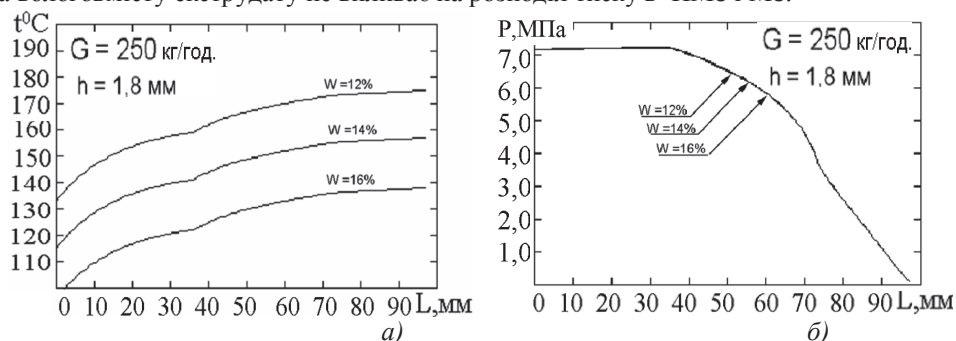


Рис. 3 – Характер зміни: а - температури; б - тиску рідини вздовж каналу ПМЗ і МЗ при різних значеннях вологовмісту  $W$

### Висновки

Запропонована математична модель дозволяє розрахувати зміну швидкості потоку, температури, тиску, в'язкості вздовж всього каналу та в локальних точках; оцінити втрати тепла за рахунок відводу через корпус в оточуюче середовище (за наявності/відсутності термоізоляції корпусу чи примусового охолодження/нагріву корпусу); розрахувати степінь нагріву сировини за рахунок в'язкої дисипації механічної енергії, викликаній діючими факторами; оцінити вплив дисипативних факторів на втрати напору вздовж каналу; проаналізувати зміну характеру течії, степінь нагріву і мікроструктурні зміни пов'язані з особливістю геометрії каналу чи швидкістю обертання шнека. Модель є універсальною і може застосовуватись для різних типів екструдерів та різного виду сировини, а також при проектуванні геометрії каналу ПМЗ і МЗ.

### Література

1. К.Д. Вачагин Пленочное течение неньютоновской жидкости по вращающимся поверхностям/К.Д. Вачагин, Н.Х. Зиннатулин, Н.В. Рябин //Инженерно-физический журнал. –1965. – №2. – 190с.
2. Г.В. Рябчук, Н.В. Тябин Определение расхода мощности на разбрызгивание вязкожесткопластической среды с помощью вращающейся конической насадки//Труды минской конференции по физико-химической механике дисперсных материалов. –1970. – 54-63 с.