

УДК 663.674:664.7

**Н.М. Бреус, асист.**  
**Г.Є. Поліщук,**  
канд. техн. наук,  
**Н.І. Вовкодав,**  
канд. фіз.-мат. наук,  
**О.В. Гулак, асист.**  
Національний університет  
харових технологій

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЕКСТРАГУВАННЯ У СИСТЕМАХ «ВОДА/РОСЛИННА СИРОВИНА»**

*Методом математичного моделювання у середовищі MathCad 15 проведено комплексне дослідження та аналіз процесу екстрагування у системах «вода/рослинна сировина» для вдосконалення технології морозива з рослинними екстрактами. Одержано рівняння регресії у вигляді поліномів 345-го порядків та графічні зображення площин, які описують процес екстрагування за змінних температури, тривалості, гідромодуля. Оптимізовано умови одержання рослинних екстрактів із мінімально необхідним вмістом у них екстрактивних речовин для застосування у складі морозива. Розроблена інженерно-математична база дозволяє прогнозувати ступінь вилучення екстрактивних речовин з рослинної квіткової й кореневої сировини, що має різну структуру та відповідну здатність до екстрагування. Підтверджена можливість практичного застосування одержаних математичних моделей під час проведення дослідних виробок нових видів заморожених десертів з рослинними екстрактами.*

**Ключові слова:** екстрагування, математичне моделювання, морозиво.

---

Щороку зростає інтерес виробників та споживачів до розроблення і споживання нових видів морозива без застосування синтезованих та хімічно модифікованих ароматизаторів й барвників. У першу чергу, розширення асортиментного ряду заморожених десертів можливе за рахунок застосування рослинних екстрактів, що містять технологічно функціональні та біологічно-активні речовини (природні пігменти, органічні кислоти, смако-ароматичні речовини, моно- та дицукри, полісахариди, дубильні речовини, вітаміни тощо). Нині, при виробництві морозива молочного, ароматичного та льоду широко застосовують лише екстракти чаю, кави та цикорію.

Цикорій використовують в основному у вигляді згущеного екстракту з вмістом сухих речовин до 70 % (ТУ У 15.8-02133509-001-2002) та у кількості не менше 1 % від маси морозива. Зважаючи на високу біологічну цінність, цикорій є цінною багатofункціональною сировиною [1].

Екстракти цикорію та кави у виробничих умовах одержують при гідромодулях 3:1...5:1 та кип'ятінні сумішей рослинної сировини та води у пароварочних котлах або ваннах тривалої пастеризації з подальшим фільтруванням, охолодженням та внесенням у суміші морозива [2]. Але у типовій інструкції не вказана тривалість кип'ятіння сумішей. Окрім того відомо, що кип'ятіння за температури вище 90 °C викликає глибокий гідроліз інуліну, що знижує смакові якості екстракту цикорію [3]. Також потребує уточнення рекомендована типовою інструкцією кількість сухого цикорію для проведення екстрагування у розрахунку — не менше 1,3 % від маси морозива [2]. Якщо у технології морозива при застосуванні готового екстракту потреба у екстрактивних речовинах цикорію складає не менше 0,7 %, то майже вдвічі більша кількість сухої цикорної сировини навряд чи буде достатньою. Отримати водний екстракт цикорію, що містить до 50 % екстрактивних речовин від початкової маси сировини,

методом мацерації без уварювання на вакуум-випарному апараті неможливо. Зазвичай, екстрагування із обсмаженої крупки здійснюють за допомогою спеціальних екстракційних батарей до вмісту екстрактивних речовин 8—10 % при температурі 85—90 °С. Саме за цих умов можна досягти найбільшого виходу сухих речовин у розчин за оптимального співвідношення інуліну та фруктози (3:2) [3]. Таким чином, умови отримання екстракту цикорію із смаженої цикорної крупки методом мацерації для подальшого застосування у складі морозива потребують уточнення.

Авторами також запропоновано розширити асортимент морозива шляхом застосування екстракту з суцвіття гібіскусу (*Hibiscus sabdariffa*). За рахунок високого вмісту біологічно-активних речовин екстракт гібіскусу може виконувати функції природного барвника, антиоксиданта, регулятора кислотності, смако-ароматичного компонента, але його практично не використовують у молочній промисловості [4,5].

Вказане вище підтверджує необхідність проведення комплексного дослідження, аналізу та розроблення методом математичного моделювання рекомендацій промисловості для одержання та застосування екстрактів цикорію та гібіскусу у технології морозива та заморожених десертів.

Для одержання екстрактів було застосовано змелене смажене коріння цикорію за ТУ У 22331884/006-2000 «Цикорій смажений мелений» та суцвіття гібіскусу згідно з ТУ У 15.8-30307990-002:2005 «Чай із пелюсток суданської троянди. Загальні технічні умови». Для проведення досліджень суцвіття гібіскусу попередньо подрібнювали до середнього розміру часточок 0,2—0,5 см, розміри часточок цикорної крупки зі смаженого коріння становили 0,05—0,6 см.

Найвагомішими факторами процесу екстрагування є температурний режим, тривалість процесу та співвідношення компонентів у системі (гідромодуль). Саме тому екстрагування методом мацерації здійснювали при постійному перемішуванні гідратованого рослинного матеріалу за допомогою лабораторної мішалки пропелерного типу при швидкості обертів 75 хв<sup>-1</sup> у двостінній ємності протягом до 10—80 хв у температурному діапазоні 40—100 °С при гідромодулях 30:1...5:1. Температурний режим екстрагування підтримували за допомогою ультратермостата.

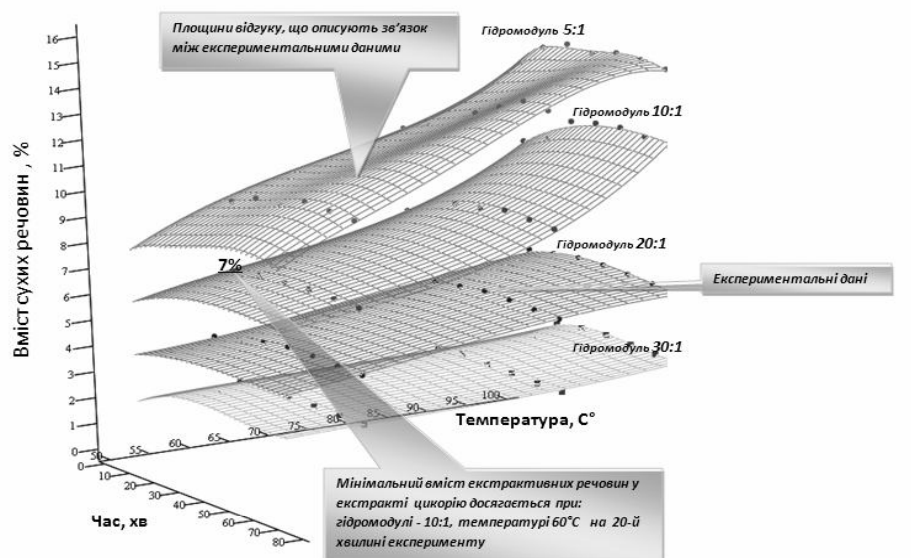
У якості критерія ефективності екстрагування було прийнято встановлений розрахунковим методом мінімально допустимий вміст екстрактивних речовин у екстрактах як рецептурних компонентах у складі сумішей морозива. Приймаючи існуючі вимоги стосовно правил складання типових рецептур з екстрактами кави на молочній основі, задаємо такий же вміст екстракту цикорію у кількості 10 % для морозива на молочній основі з різною масовою часткою жиру. Вміст сухих речовин цикорію у морозиві, відповідно до ДСТУ 4733:2007 «Морозиво молочне, вершкове, пломбір», повинен становити не менше, ніж 0,7 % сухих речовин цикорію від маси морозива. Таким чином, вміст сухих екстрактивних речовин в екстракті має бути не меншим, ніж 7 %. Саме це значення було прийнято за показник ефективності процесу екстрагування у системі «вода/цикорій».

Вміст водної витяжки чаїв у сумішах молочного морозива «Аромат чаю» складає 10 %, а у сумішах морозива ароматичного та льоду — до 30 %, відповідно до типових рецептур. У той же час, до складу рецептури молочного морозива «Аромат чаю», входить до 20—50 % води [6]. Таким чином, можна підвищити вміст водної витяжки чаїв для молочного морозива за рахунок води у складі рецептур до 30 %, уніфікуючи їх за масою зі складом морозива на основі цукрових сиропів. Виходячи із органолептично встановленої потреби вмісту екстрактивних речовин гібіскусу у морозиві не менше 0,8 %, їхня концентрація у екстрактах повинна складати не менше 2,7 % для формування яскраво виражених смаку, запаху та кольору морозива.

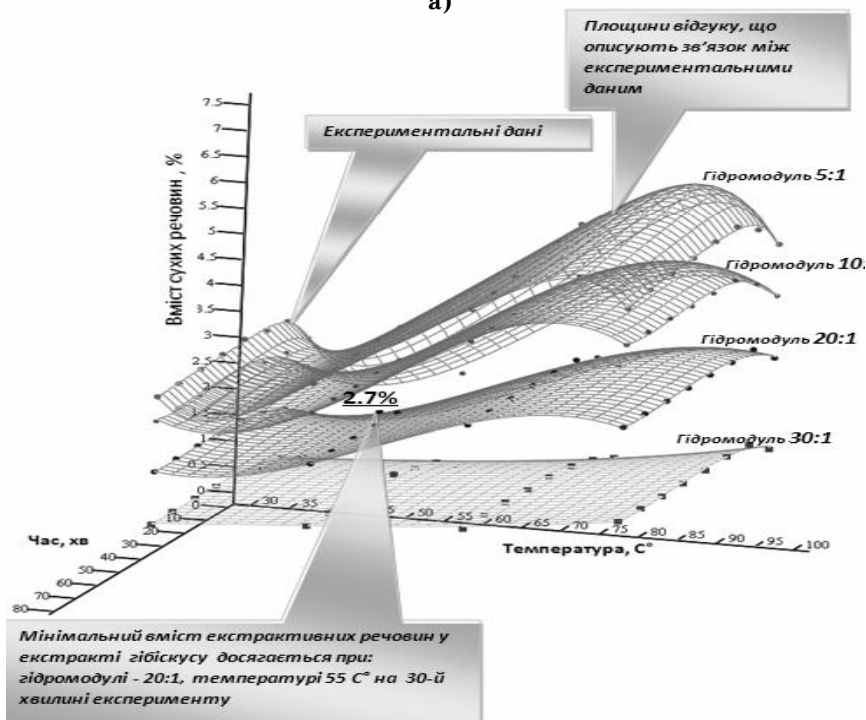
Вміст екстрактивних речовин у екстрактах визначали ваговим методом до та після висушування наважки отриманого зразка.

Процес моделювання здійснювали у середовищі MathCad 15 і полягав в ідентифікації параметрів побудованої моделі з використанням методів оптимізації. Було отримано рівняння регресії та графічні зображення площин, які описують процес екстрагування для розглянутих систем.

Заміна деякої вихідної функції  $f(x,y)$  апроксимуючою функцією  $\phi(x,y)$ , дозволила побудувати площини зміни вмісту сухих речовин у досліджуваних екстрактах (вісь Z) при зміні тривалості (вісь X) та температури екстрагування (вісь Y). На рис. 1 а та 1 б зображено площини для 4-х гідромодулів процесів екстрагування та площини відгуку у системах «вода/цикорій» та «вода/гібіскус». Слід відмітити, що площини процесу екстрагування досить точно апроксимуються площинами відгуку, при цьому похибка не перевищує  $\epsilon=0,012$ .



а)



б)

Рис. 1. Графічні зображення площин відгуку для 4-х гідромодулів процесу екстрагування та експериментальних даних у системах «вода/гібіскус»(а) і «вода/цикорій»(б).

З метою найменшого відхилення між значеннями вихідної  $f(x,y)$  та наближеної функції  $\phi(x,y)$  за апроксимуючі функції було обрано поліноми 3-го порядку. Отримано аналітичний опис процесу екстрагування для систем з різним співвідношенням між рослинним матеріалом та розчинником.

Рівняння регресії, що описують процес екстрагування за змінних параметрів для систем «*вода/цикорій*», наведено нижче:

$$\text{Regress } 30:1(x,y)=0.00000179xy^2+0.00000833y^3-0.00178571y^2+ +0.12566667y+0.00000714xy-0.00000214x^2y+0.11839881x-0.0026119x^2+0.00001875x^3-1.58357$$

$$\text{Regress } 20:1(x,y)=-0.00000923 \ xy^2-0.00001101y^3+0.00276055y^2-0.19040465y+0.00156803xy-0.00000249x^2y-0.00441726x- 0.00073357x^2+ +0.00000486x^3-7.62636$$

$$\text{Regress } 10:1(x,y)=0.00001507xy^2+0.00003788y^3-0.00756036y^2+0.54194136y-0.00163191xy-0.00000298x+0.12335y-0.00093068x-0.00093068x^2+0.00000417x^3-7.5171$$

$$\text{Regress } 5:1(x,y)=0.00005y^5-0.00000279y^4+0.00028565y^3+0.0000161xy^3-0.016762y^2-0.00175144xy^2+0.0000422x^2y^2+0.7329y+0.0821xy-0.00026x^2y-9.55097$$

Рівняння регресії, що описують процес екстрагування за змінних параметрів для систем «*вода/гібіскус*» наступні:

$$\text{Regress } 30:1(x,y)=-0.0000042xy^2+0.0000015y^3+0.0002358y^2-0.0183634y+ +0.0005015xy-0.000006x^2y+0.0324198x-0.0004891x^2+0.0000047x^3+1.1042855$$

$$\text{Regress } 20:1(x,y)=-0.00000482xy^2-0.00003268y^3+0.00695957y^2-0.43344606y+ +0.00061151xy-0.00000061x^2y+0.04155766x-0.00099698x^2+0.00000581x^3+9.837$$

$$\text{Regress } 10:1(x,y)=-0.00000482xy^2-0.00006081y^3+0.01277553y^2-0.80485672y+ +0.00079038xy-0.00000224x^2y+0.0699307x-0.0017416x^2+0.00001127x^3+17.74016$$

$$\text{Regress } 5:1(x,y)=-0.00000009y^5-0.00002823y^4-0.00360119y^3-0.00000322xy^3+ +0.23073831y^2+0.00017385xy^2+0.00000203x^2y^2-7.432346y+0.002159xy-0.0002427x^2y+97.2$$

На наступному етапі було оптимізовано умови одержання екстрактів цикорію та гібіскусу за умови вмісту екстрактивних речовин у екстрактах не нижче, ніж 7,0 та 2,7 % (рис. 2 а, б), що задовольняє потребу у екстрактивних речовинах у складі морозива молочного й ароматичного традиційного складу.

Відповідно до рис. 2, очевидним є більш повне вилучення екстрактивних речовин із кореневої сировини, порівняно із квітковою. Це можна пояснити більшим проникненням розчинника у структуру цикорної крупки за рахунок фізичних властивостей рослинного матеріалу — наявністю численних та незмінних за розмірами пор із сильно розвиненою поверхнею. У суцвітті гібіскусу навпаки, внаслідок сильного набухання пори звужуються, а тонкі пелюстки взаємно екранують одна однієї доступ розчинника до поверхні рослинного матеріалу.

Деяке зменшення швидкості екстрагування при зниженні гідромодуля до 5:1 для обох випадків обумовлювалося більшим насиченням розчинника екстрактивними речовинами, що створював так званий концентраційний бар'єр, що чинив опір перенесенню розчинних речовин у розчинник. При температурному режимі 60—100 °С для всіх гідромодулів було одержано екстракти з вмістом екстрактивних речовин у 1,5—2,0 разів більшим, порівняно з результатами екстрагування при 40 °С, внаслідок підвищення броунівського руху молекул розчинних речовин та розчинника.

Отже, область оптимальних режимів екстрагування для обох видів сировини наступна: гідромодуль 10:1 та 5:1 для гібіскусу та цикорію, відповідно; температура екстрагування 60...100 °С; тривалість процесу — не менша за 20 хв.

Вище наведені математичні моделі масообмінного процесу для кореневої та квіткової рослинної сировини мають суттєве практичне значення, бо дозволяють про-

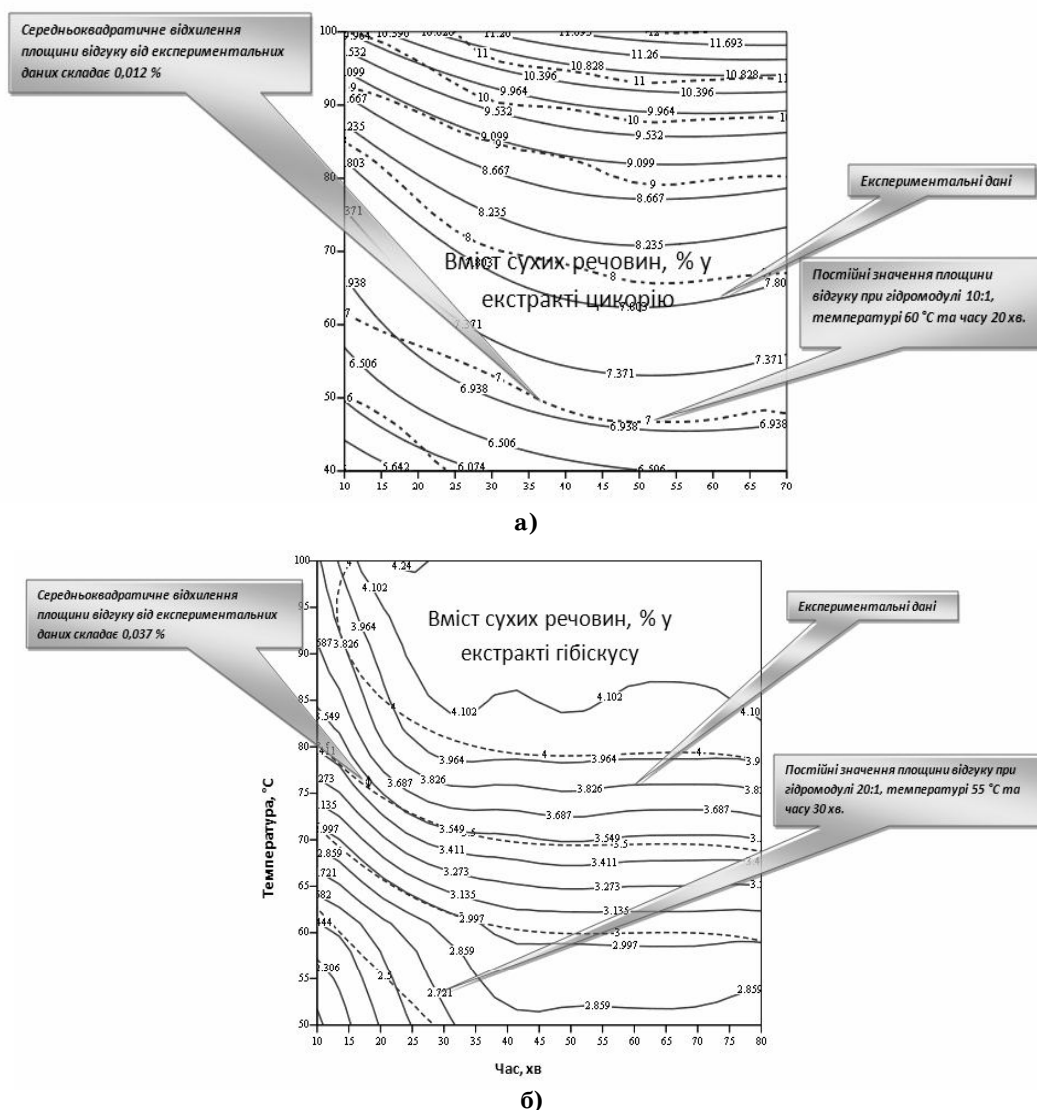


Рис. 2. Графіки постійних значень площин відігуку для 4-х гідромодулів процесу екстрагування та експериментальних даних у системах «вода/цикорій» (а) та «вода/гібіскус» (б)

гнозувати технологічні параметри одержання екстрактів цикорію і гібіскусу із заданим вмістом екстрактивних речовин у виробничих умовах. Таким чином, можна буде більш повно перероблювати цінну та високовартісну сировину з мінімально необхідними витратами часу та енергії.

**Висновки.** Одержана інженерно-математична база дає можливість оптимізувати процес екстрагування та знайти оптимальні параметри при яких досягається мінімально необхідний вміст сухих речовин у екстрактах цикорію та гібіскусу, обумовлений особливостями технології морозива.

Математичні моделі процесу екстрагування мають практичне значення та сприятимуть суттєвому енерго- й ресурсозаощадженню у технології натурального морозива з рослинними екстрактами.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Leroux A. Vary ous aspects of chicory // Coffee-Related beverages. — Elsevier applied Science, London and New York. — 1985. — Vol.5, №2. — P. 193—205.

2. Типова технологічна інструкція з виробництва морозива молочного, вершкового, пломбіру, плодово-ягідного, ароматичного, щербету, льоду, морозива з комбінованим складом сировини. ТТІ 31748658-1-2007 до ДСТУ 4733:2007, 4734:2007, 4735:2007.

3. msd.com.ua/.../proizvodstvo-rastvorimogo-zikoria

4. Muller B., Franz G. Chemical structure and biological activity of polysaccharides from *Hibiscus sabdariffa*. *Planta Med*, 1992. P. 58—60.

5. Cisse M., Domior M., Sakho M., Reynes M., Sock O. Le bissap (*Hibiscus sabdariffa* L.) // Composition et principales utilisations. *Fruits*. 2009. Vol. 64. P. 179—193.

6. Оленев Ю.А. Справочник по производству мороженого / Оленев Ю.А., Творогова А.А., Казакова Н.В., Соловьева Л.Н. — М.: ДеЛи принт, 2004. — 798 с.

**Н.Н. Бреус, Г.Е. Полищук,**

**Н.И. Волкодав, Е.В. Гулак**

### **Математическое моделирование процесса экстрагирования в системах «вода/растительное сырье»**

*Методом математичного моделювання в середі MathCad 15 проведено комплексне дослідження і аналіз процесу екстрагування в системах «вода/растительное сырье» для удосконалення технології морозеного с растительными экстрактами. Отримані рівняння регресії в вигляді поліномів 3...5-го порядку і графічні зображення поверхностей, які описують процес екстрагування при різних температурах, тривалості і гідромодулях. Оптимізовані умови отримання растительных экстрактов при умови мінімально необхідного вмісту в них екстрактивних речовин для використання в складі морозеного.*

*Розроблена інженерно-математична база дозволяє прогнозувати ступінь извлечения экстрактивных веществ из растительного цветочного и корневищного сырья, которое имеет различную структуру и экстрактивную способность. Подтверждена возможность практического применения полученных математических моделей при проведении опытных выработок новых видов замороженных десертов с растительными экстрактами.*

**Ключові слова:** екстрагування, математичне моделювання, морозиво.

**N. Breus, G. Polishchuk,**

**N. Vovkodav, O. Gulak**

### **Mathematical simulation of extraction process in the «Water/ Plant raw material» systems**

*The integrated study and analysis of the extraction process in the «water / plant raw materials» for technological improvement of ice cream production with plant extracts was conducted using the method of mathematical modeling in MathCad 15. The regression equation in the form of polynomials 3...5-th orders and surface graphics described the process of extracting at different temperatures, duration and water duty was received. The conditions for obtaining plant extracts, provided the minimum level of required extractive substances for using in ice cream composition were optimized .*

*Developed engineering mathematical base allow to predict the grade of extracts from plant flower and root materials, which have different density and ability to extraction. The possibility of practical application of mathematical models, obtained during the experimental production of new frozen desserts with plant extracts was confirmed.*

**Key words:** extraction, mathematical modeling, ice cream.

e-mail: milknuft@i.ua

Надійшла до редколегії 30.06.2012 р.