

**Колганова О.О.,** к.т.н.,  
orcid.org/0000-0002-1301-9611

**Терещенко Л.Ю.,** к.т.н.,  
orcid.org/0000-0001-8183-9016

**Кравченко В.В.,**  
orcid.org/0000-0003-0399-7013

**Корниенко С.П.,**  
orcid.org/0000-0003-0399-7013

## МАТЕМАТИЧНИЙ МЕТОД СПЛАЙН-ОБРОБКИ ГРАФІЧНИХ ДАНИХ

Національний авіаційний університет

kolganovae79@gmail.com  
10118@ukr.net

### **Вступ**

При обробці експериментальних даних виникає задача адекватного відображення фізичних процесів. В інженерній практиці доволі часто трапляються ситуації, коли по лічених кількості числових даних (експериментальних чи розрахованих) потрібно визначити характер функціональної залежності, яку вони представляють і обчислювати значення цієї залежності при довільному аргументові. В цьому випадку виникає необхідність заміни складної залежності більш простою, яка б, однак, передавала характер складної з прийнятною для практичних цілей точністю. Так само, у процесі фільтрації або стиснення будь-якої інформації, дані зазвичай представляються у вигляді послідовності значень. Одержана в такий спосіб послідовність даних використовується надалі для побудови функції деякого класу, яка наближає вхідний сигнал у змісті обраного критерію. Далі при проведенні різноманітних перетворень замість сигналу застосовується побудована функція, яка його наближує. Для обробки таких даних запропоновано використовувати сплайн-перетворення, що є найбільш прогресивними алгоритмами обробки даних. Теорія інтерполяційних та згладжуючих обчислювальних схем має на даний момент широкий розвиток. Такий підхід, що одержав назву чисельно-аналітичного, знаходить усе

більш широке застосування в сучасній теорії обробки сигналів, що пояснюється обчислювальними міркуваннями. Досить важливим при цьому є степінь адекватності побудованої в такий спосіб чисельно-аналітичної моделі реальному досліджуваному сигналу, погрішність наближення окремих його характеристик. Природно, що погрішність наближення залежить від обраного класу функцій [1-6].

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Інтуїтивний підхід до використання кускових функцій в задачах апроксимації зустрічався в математиці протягом тривалого часу. Але, як зазначає Корнійчук Н. П., вторгнення сплайнів в теорію наближення відбулося через задачі інтерполяції, завдяки їхнім хорошим обчислювальним та апроксимативним властивостям.

Початок розвитку теорії інтерполяції сплайнами та й сам термін сплайн відраховують з 1946 року зі статті Шенберга (Isaac Jacob Schoenberg) [2,3]. Особливо інтенсивний її розвиток відбувся в 50-70 роки. Традиційною використання інтерполяційних сплайнів стали в цей час системи автоматизованого проектування.

Завдяки хорошим наближаючим властивостям та зручному апарату обчислень теорія наближення сплайнами інтенсивно розвивається. Математичні аспекти набли-

ження сплайнами детально викладені в роботах Дж. Альберга, Е.Нільсона, Дж.Уолша, К.Бора, Зав'ялова Ю.С., Корнійчука Н.П., Стечкіна С.Б., Суботіна Ю.Н., Шумейкера. Традиційною прикладною сферою застосування сплайнів в інженерній практиці стали системи автоматизованого проектування та комп'ютерної графіки. Проте для широкого інженерного загалу сплайни, якщо й відомі, то більше як оригінальна математична побудова, а не практичний інструмент.

Однак потенційні можливості сплайнів значно ширші ніж просто опис деяких кривих. В реальному світі велика кількість фізичних процесів за самою своєю природою є сплайнами. В механіці це деформація гнучкої пластини чи стержня, зафіксованих в окремих точках; траєкторія руху тіла, якщо сила, що діє на нього змінюється ступінчасто (траєкторія штучного космічного об'єкта з активними та інерційними відрізками руху, траєкторія руху літака при ступінчастій зміні тяги двигунів та зміні профілю крила і т. д.). В термодинаміці це теплообмін в стержні складеному з фрагментів з різною теплопередачею. В хімії – дифузія через шари різних речовин. В електриці – поширення електромагнітних полів крізь різнорідні середовища. Тобто сплайн не надумана математична абстракція, а в багатьох випадках він є розв'язанням диференціальних рівнянь, які описують цілком реальні фізичні процеси.

### **Постановка завдання**

Як зазначалося вище, існує велика кількість конструкцій, які називають сплайнами. Тому зробимо спробу внести певну деталізацію в це різноманіття.

Те що сплайн складається з фрагментів однакового виду є однією з ключових ознак, що відрізняє його від інших кускових функцій. Найвідоміші сплайни, що складаються з фрагментів – алгебраїчних поліномів не вище заданої степені. Як правило це кубічні поліноми, або поліноми не парних степенів. Лінійний, кубічний, п'ятої степені. Вищі степені застосовують

рідко, зважаючи на ускладнення розрахунків та складності описані в попередньому розділі. Основною їхньою перевагою є простота розрахунків та аналізу. Недоліком є те, що відносно мало реальних фізичних процесів відповідають цій залежності.

Особливий інтерес представляє клас поліноміальних сплайнів, що вдало сполучить переваги статечних поліномів і можливість керування гладкістю наближень [1,4–6].

Вибір поліноміальних сплайнів як відновлюючих функцій при інтерполяції й апроксимації вимагає розв'язання ряду задач, основні з яких – задачі вибору ступеня сплайна й числа вузлів інтерполяційної сітки.

Степінь сплайна, використововуваного для відновлення сигналу, знаходиться з урахуванням апріорної інформації про диференціальні властивості сигналу, а саме, степінь вибирається таким чином, щоб диференціальні властивості сплайна збігалися з апріорно відомими диференціальними властивостями сигналу. У зв'язку з тим, що на практиці є відомості лише про початкові похідні сигналу, для наближення доцільно використовувати ермітові сплайни з різним завданням значень похідних у вузлах інтерполяції.

В ряді випадків розглядають функції які є близько до межі між сплайнами і звичайними функціями та сплайнами і кусковими функціями. Це:

1) сплайни, що складаються з двох фрагментів. Мають спрощений варіант побудови, але особливу увагу слід приділяти крайовим умовам;

2) Кусково стала сплайн-функція не має неперервності навіть значень. Тривіальний варіант, що не має основної переваги сплайнів – гладкості. Так само, як і ламана, має скоріше методичне значення для освоєння технології роботи зі сплайнами.

Сітка точок інтерполяції може суттєво впливати на ефективність розрахунків. Важливими є випадки рівномірної сітки та рівномірної сітки, з відстанню між точками кратною відстані між вузлами

сплайна. Але сітка може бути і нерівномірною.

Розглянемо метод побудови лінійного сплайну з адаптованою сіткою вузлів склейки цього сплайну.

### Ітераційний метод побудови лінійних сплайнів

У практичних задачах згладжування експериментальних даних часто буває доцільно зупинитися на кусочно-лінійній апроксимації. Так, наприклад, за заданими спостереженнями  $(x_i, y_i)$ ,  $i = \overline{1, N}$ , де  $a \leq x_i \leq b$ , необхідно побудувати сплайн  $P(x)$  –  $r$ -звенну ламану так, щоб

$$\Phi = \Phi[P] = \sum_{i=1}^N \lambda_i (P(x_i) - y_i)^2 \Rightarrow \min,$$

де  $\lambda_i > 0$  – задані ваги.

Сплайн  $P(x)$  опишемо набором  $2r$  чисел, а саме:  $\tilde{x}_1 < \tilde{x}_2 < \dots < \tilde{x}_{r-1}$  – вузли в інтервалі  $[a, b]$  (для спільності положимо також  $\tilde{x}_0 = a, \tilde{x}_r = b$ ) і значення функції у вузлах  $P(\tilde{x}_k) = a_k$ ,  $0 \leq k \leq r$  (рис.1).

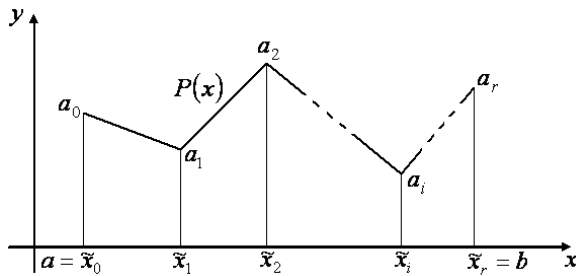


Рис. 1. Приклад лінійного сплайна

Позначимо  $\Delta_k = [\tilde{x}_{k-1}, \tilde{x}_k)$  при  $1 \leq k \leq r-1$ ,  $\Delta_r = [\tilde{x}_{r-1}, \tilde{x}_r]$

$$\Phi_k = \Phi_k[P] = \sum_{\Delta_k} \lambda_i (P(x_i) - y_i)^2,$$

де  $\sum_{\Delta_k}$  – сума по  $i$ , для яких  $x_i \in \Delta_k$ .

Пропонується наступний ітераційний алгоритм розв'язання задачі.

0-й крок. Задаються початкові значення  $\tilde{x}_k = \tilde{x}_k^{(0)}$  й визначаються відповідні значення  $a_k = a_k^{(0)}$ , на яких мінімізується функціонал  $\Phi$  при фіксованих  $\tilde{x}_k$ .

1-й крок. а) Закріпимо непарні вузли, тобто крапки  $\tilde{x}_1, \tilde{x}_3, \dots$  й значення функції в них:  $a_1^{(0)}, a_3^{(0)}, \dots$  і за цієї умови обчислимо оптимальні значення  $\tilde{x}_0 = a = \tilde{x}_0^{(1)}$ ,

$\tilde{x}_2 = \tilde{x}_2^{(1)}, \tilde{x}_4 = \tilde{x}_4^{(1)}, \dots$  і відповідні значення  $a_2 = a_2^{(1)}, a_4 = a_4^{(1)}, \dots$

б) При закріплених парних вузлах, тобто заданих  $\tilde{x}_2^{(1)}, \dots, \tilde{x}_6^{(1)}, \dots$  оптимізуємо непарні вузли, тобто  $\tilde{x}_1 = \tilde{x}_1^{(1)}, \tilde{x}_3 = \tilde{x}_3^{(1)}, \dots$  і визначимо значення функції у вузлах  $a_1^{(1)}, a_3^{(1)}, \dots$

У результаті отримані вузли  $\tilde{x}_0^{(1)} = a, \tilde{x}_1^{(1)}, \tilde{x}_2^{(1)}, \dots, \tilde{x}_{r-1}^{(1)}, \tilde{x}_r^{(1)} = b$  і значення у вузлах:  $a_0^{(1)}, a_1^{(1)}, a_2^{(1)}, \dots$ . Сплайн, побудований за цією інформацією, позначимо  $P(x)$  й визначимо  $\Phi[P_1]$ .

Припустимо, що виконано  $n-1$  кроків і ми маємо вузли  $\tilde{x}_k^{(n-1)}$  й сплайн  $P_{n-1}(x)$ ;  $P_{n-1}(\tilde{x}_k^{(n-1)}) = a_k^{(n-1)}$ ,  $0 \leq k \leq r$ .

Рух  $\tilde{x}_k$  ілюструється рисунком 2.

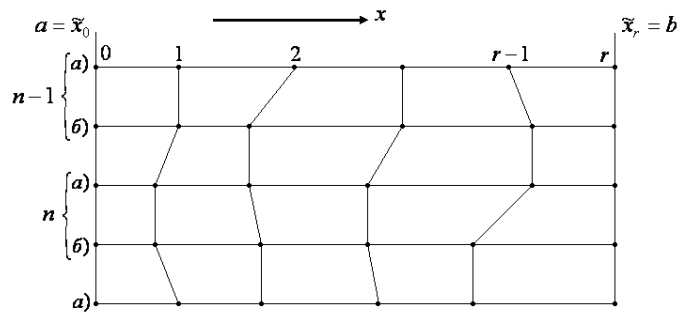


Рис.2. Рух  $\tilde{x}_k$ .

Обчислимо  $\Phi[P_{n-1}]$ . Виходячи із заданої точності обчислень  $\delta$ , перевіримо умову  $\Phi[P_{n-2}] - \Phi[P_{n-1}] \leq \delta$ . Якщо вона виконана, зупиняємо ітераційний процес і вважаємо  $P(x) = P_{n-1}(x)$ . У протилежному випадку переходимо до  $n$ -го кроку, що відрізняється від описаного вище 1-го кроку тим, що верхній індекс (0) замінений на  $(n-1)$ , а (1) – на  $(n)$ .

Залишається розкрити підалгоритм обчислення оптимальних значень  $a_k$  при фіксованих  $\tilde{x}_k$ .

1. Обчислення оптимальних значень  $a_k$  при фіксованих  $\tilde{x}_k$

Запишемо вирази для  $\Phi_k$  і їхніх похідних.

На інтервалі  $\Delta_k$

$$P(x) = \frac{a_{k-1}(\tilde{x}_k - x) + a_k(x - \tilde{x}_{k-1})}{\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-1}},$$

тому

$$\Phi_k = \sum_{x_i \in [\tilde{x}_{k-1}, \tilde{x}_k)} \lambda_i \left[ \frac{a_{k-1}(\tilde{x}_k - x_i) + a_k(x_i - \tilde{x}_{k-1})}{\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-1}} - y_i \right]^2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \Phi_k}{\partial a_{k-1}} = \sum_{x_i} \lambda_i \left[ \frac{a_{k-1}(\tilde{x}_k - x_i) + a_k(x_i - \tilde{x}_{k-1})}{\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-1}} - y_i \right] \frac{\tilde{x}_k - x_i}{\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-1}}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \Phi_k}{\partial a_k} = \sum_{x_i} \lambda_i \left[ \frac{a_{k-1}(\tilde{x}_k - x_i) + a_k(x_i - \tilde{x}_{k-1})}{\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-1}} - y_i \right] \frac{x_i - \tilde{x}_{k-1}}{\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-1}}. \quad (3)$$

Тому що від  $a_k$  залежать тільки  $\Phi_k$  й  $\Phi_{k+1}$ , то умови мінімуму  $\Phi$  приймають вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_1}{\partial a_0} &= 0; \\ \frac{\partial \Phi_k}{\partial a_k} + \frac{\partial \Phi_{k+1}}{\partial a_k} &= 0, \quad 1 \leq k \leq r-1; \\ (4) \quad \frac{\partial \Phi_r}{\partial a_r} &= 0. \end{aligned}$$

Позначимо

$$q_i = \frac{x_i - \tilde{x}_{k-1}}{\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-1}}, \quad p_i = \frac{\tilde{x}_k - x_i}{\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-1}}.$$

Очевидно,  $p_i + q_i = 1$ .

Вирази (1), (2), (3) приймають простий вид

$$\begin{aligned} & a_{k-1} \sum_{\Delta_k} \lambda_i p_i q_i + a_k \left( \sum_{\Delta_k} \lambda_i q_i^2 + \sum_{\Delta_{k+1}} \lambda_i p_i^2 \right) + a_{k+1} \sum_{\Delta_{k+1}} \lambda_i p_i q_i = \\ & = \sum_{\Delta_k} \lambda_i y_i q_i + \sum_{\Delta_{k+1}} \lambda_i y_i q_i, \quad 1 \leq k \leq r-1; \end{aligned} \quad (6)$$

$$a_{r-1} \sum_{\Delta_r} \lambda_i p_i q_i + a_r \sum_{\Delta_r} \lambda_i q_i^2 = \sum_{\Delta_r} \lambda_i y_i q_i. \quad (7)$$

Будемо вважати  $a_0$  невизначеною величиною й виразимо  $a_1$  через  $a_0$ ,  $a_2$  через  $a_1$  і так далі до  $a_r$ . Для цього позначимо

$$a_k = A_k a_0 + B_k, \quad 0 \leq k \leq r. \quad (8)$$

$$A_k = \frac{[A_{k-2} \sum_{\Delta_{k-1}} \lambda_i p_i q_i + A_{k-1} (\sum_{\Delta_{k-1}} \lambda_i q_i^2 + \sum_{\Delta_k} \lambda_i p_i^2)]}{\sum_{\Delta_k} \lambda_i p_i q_i}$$

Таким чином, послідовно обчислюємо  $A_k$ ,  $B_k$  аж до  $A_r$ ,  $B_r$ . Тепер підставимо  $a_{r-1} = A_{r-1} a_0 + B_{r-1}$  й  $a_r = A_r a_0 + B_r$  у рівняння (7):

$$\begin{aligned} & \left( A_{r-1} \sum_{\Delta_r} \lambda_i p_i q_i + A_r \sum_{\Delta_r} \lambda_i q_i^2 \right) a_0 = \\ & = \sum_{\Delta_r} \lambda_i y_i q_i - (B_{r-1} \sum_{\Delta_r} \lambda_i p_i q_i + B_r \sum_{\Delta_r} \lambda_i q_i^2). \end{aligned}$$

Із цього рівняння визначимо

$$\Phi_k = \sum_{\Delta_k} \lambda_i (a_{k-1} p_i + a_k q_i - y_i)^2,$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi_k}{\partial a_{k-1}} &= \sum_{\Delta_k} \lambda_i (a_{k-1} p_i + a_k q_i - y_i) p_i, \\ \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi_k}{\partial a_k} &= \sum_{\Delta_k} \lambda_i (a_{k-1} p_i + a_k q_i - y_i) q_i. \end{aligned}$$

Система (4) розкривається в такому виді:

$$\begin{aligned} & a_0 \sum_{\Delta_1} \lambda_i p_i^2 + a_1 \sum_{\Delta_1} \lambda_i p_i q_i = \\ & \sum_{\Delta_1} \lambda_i y_i p_i; \end{aligned} \quad (5)$$

Покладемо  $A_0 = 1$ ,  $B_0 = 0$ . Тоді з (5) маємо

$$A_1 = -\sum_{\Delta_1} \lambda_i p_i^2 / \sum_{\Delta_1} \lambda_i p_i q_i,$$

$$B_1 = \sum_{\Delta_1} \lambda_i y_i p_i / \sum_{\Delta_1} \lambda_i p_i q_i.$$

Підставляючи (8) в (6), одержимо:

$$\begin{aligned} B_k &= [\sum_{\Delta_{k-1}} \lambda_i y_i q_i + \sum_{\Delta_k} \lambda_i y_i p_i - \\ & B_{k-2} \sum_{\Delta_{k-1}} \lambda_i p_i q_i - \\ & - B_{k-1} (\sum_{\Delta_{k-1}} \lambda_i q_i^2 + \sum_{\Delta_k} \lambda_i p_i^2)] / \sum_{\Delta_k} \lambda_i p_i q_i \\ & 2 \leq k \leq r. \end{aligned}$$

$a_0$  й підставимо в (8), де  $A_k$  й  $B_k$  уже відомі. Таким чином,  $a_k$  визначені повністю.

### Висновки

Вказаний підхід дає можливість варіювати сітку точок інтерполяції, підбираючи його параметри під конкретний випадок так, щоб результат був найкращим.

Розробка методу побудови лінійного сплайну з адаптованою сіткою вузлів склейки цього сплайну дозволяє зменшити середньоквадратичні відхилення сплайну від функції, що апроксимується. Тобто це покращує апроксимаційні властивості сплайн-функції, яка може бути застосована для обробки різноманітних цифрових даних. Зокрема, ми використовуємо їх у задачах фільтрації та стиснення графічної інформації, обробки супутникових сигналів.

### **Література**

1. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики (вид. другое). / Д. Роджерс, Дж. Адамс. – М.: Мир, 2001. – 604 с.
2. Schoenberg I. Selected papers. Contribution to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. Vol.2. / I. Schoenberg. – New York: Springer Science+Business Media, 1988. – P. 45-46.
3. Schoenberg I.J. Cardinal spline interpolation. / I.J. Schoenberg. Philadelphia: PA:Society of Industrial and Applied Mathematics, 1973. – P. 221-244.
4. Де Бор К. Практическое руководство по сплайнам. / К. Де Бор. – Москва: Радио и связь, 1985. – 304 с.
5. Корнейчук Н.П. Сплаины в теории приближения. / Н.П. Корнейчук. – М.: Наука, 1984. – С. 352.
6. Довгий Б.П. Сплайн-функції та їхнє застосування: навч. посіб. / Б.П. Довгий, А.В. Ловейкін, Є.С. Вакал, Ю.Є. Вакал. – К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2016. – 120 с.
7. Калиткин Н.Н. Численные методы. / Н.Н. Калиткин. – М.: “Наука”, 1978. – 512 с.
8. Де Бор К. Практическое руководство по сплайнам. / К. Де Бор. – М.: Радио и связь, 1985. – 304 с.
9. Денисюк В.П., Марченко Б.Г., Шутко Н.А. Применение сплайн функций в задачах статистического анализа информационных сигналов. / В.П. Денисюк, Б.Г. Марченко, Н.А. Шутко. – К.: Знание, 1981. – 20 с.

**Колганова О.О., Терещенко Л.Ю., Кравченко В.В., Корнієнко С.П.**

### **МАТЕМАТИЧНИЙ МЕТОД СПЛАЙН-ОБРОБКИ ГРАФІЧНИХ ДАНИХ**

*При обробці експериментальних даних виникає задача адекватного відображення фізичних процесів. В інженерній практиці доволі часто трапляються ситуації, коли по ліченій кількості числових даних (експериментальних чи розрахованих) потрібно визначити характер функціональної залежності, яку вони представляють і обчислювати значення цієї залежності при довільному аргументові. В цьому випадку виникає необхідність заміни складної залежності більш простою, яка б, однак, передавала характер складної з прийнятною для практичних цілей точністю. Так само, у процесі фільтрації або стиснення будь-якої інформації, дані зазвичай представляються у вигляді послідовності значень. Одержана в такий спосіб послідовність даних використовується надалі для побудови функції деякого класу, яка наближає вхідний сигнал у змісті обраного критерію. Далі при проведенні різноманітних перетворень замість сигналу застосовується побудована функція, яка його наближує. Для обробки таких даних запропоновано використовувати сплайн-перетворення, що є одним з найбільш прогресивних методів обробки даних. Теорія інтерполяційних та згладжуючих обчислювальних схем має на даний момент широкий розвиток. Такий підхід, що одержав назву чисельно-аналітичного, знаходить усе більш широке застосування в сучасній теорії обробки сигналів, що пояснюється обчислювальними міркуваннями. Досить важливим при цьому є ступінь адекватності побудованої в такий спосіб чисельно-аналітичної моделі реальному досліджуваному сигналу, погрішність наближення окремих його характеристик.*

Стаття присвячена розробці методу побудови лінійного сплайну з адаптованою сіткою вузлів склейки цього сплайну для покращення апроксимаційних властивостей сплайн-функції. Для цього використовується ітераційний метод побудови сплайнів.

Розробка методу побудови лінійного сплайну з адаптованою сіткою вузлів склейки цього сплайну дозволяє зменшити середньоквадратичні відхилення сплайну від функції, що апроксимується. Тобто це покращує апроксимаційні властивості сплайн-функції, яка може бути застосована для обробки різноманітних цифрових даних. Зокрема, ми використовуємо їх у задачах фільтрації та стиснення графічної інформації, обробки супутникових сигналів.

**Ключові слова:** апроксимація, сплайн-функція, фільтрація та стиснення даних.

**Kolhanova O.O., Tereshchenko L.Yu., Kravchenko V.V., Kornienko S.P.**

## **MATHEMATICAL METHOD OF GRAPHIC DATA SPLINE-PROCESSING**

*When you need to process experimental data, there is a problem of adequate reflection of physical processes arises. In engineering practice, situations are quite common when, based on a limited amount of numerical data (experimental or calculated), it is necessary to determine the nature of the functional dependence that they represent and calculate the values of this dependence for an arbitrary argument. In this case, it becomes necessary to replace a complex dependence with a simpler one, which, however, would convey the character of a complex one with an accuracy acceptable for practical purposes. Also, in the process of filtering or compressing any information, data is usually represented as a sequence of values. The data sequence obtained in this way is used further to construct a function of a certain class that approximates the input signal in the sense of the selected criterion. Further, when carrying out various transformations, a constructed function is used instead of a signal, which approximates it. To process such data, it is proposed to use spline transformations, which are one of the most progressive methods of data processing. The theory of interpolation and smoothing computational schemes is currently widely developed. This approach, called the numerical-analytical approach, is being applied increasingly in modern signal processing theory, which is explained by computational considerations. In this case, the degree of adequacy of the numerical-analytical model constructed in this way to the real investigated signal, the error in the approximation of its individual characteristics is also important.*

*The article is devoted to the development of a method for constructing a linear spline with an adapted mesh of gluing nodes of this spline to improve the approximation properties of the spline function. For this, an iterative method of constructing splines is used.*

*The development of a method for constructing a linear spline with an adapted mesh of the gluing nodes of this spline makes it possible to reduce the standard deviations of the spline from the function being approximated. That is, it improves the approximation properties of the spline function, which can be used to process various digital data. In particular, we use them in the tasks of filtering and compressing graphic information, processing satellite signals.*

**Key words:** approximation, spline function, filtering and data compression.

**Колганова Е.О., Терещенко Л.Ю., Кравченко В.В., Корниенко С.П.**

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД СПЛАЙН-ОБРАБОТКИ ГРАФИЧЕСКИХ ДАННЫХ**

*При обработке экспериментальных данных возникает задача адекватного отражения физических процессов. В инженерной практике довольно часто встречаются ситуации, когда по ограниченному количеству числовых данных (экспериментальных или рассчитанных) нужно определить характер функциональной зависимости, которую*

они представляют и вычислять значения этой зависимости при произвольном аргументе. В этом случае возникает необходимость замены сложной зависимости более простой, которая, однако, передавала бы характер сложной с приемлемой для практических целей точностью. Так же, в процессе фильтрации или сжатия любой информации, данные обычно представляются в виде последовательности значений. Полученная таким образом последовательность данных используется в дальнейшем для построения функции некоторого класса, которая приближает входной сигнал в смысле выбранного критерия. Далее при проведении различных преобразований вместо сигнала применяется построенная функция, которая его приближает. Для обработки таких данных предложено использовать сплайн-преобразования, которые являются одним из наиболее прогрессивных методов обработки данных. Теория интерполяционных и сглаживающих вычислительных схем имеет на данный момент широкое развитие. Такой подход, получивший название численно-аналитического, находит все более широкое применение в современной теории обработки сигналов, что объясняется вычислительными соображениями. Немаловажным при этом является степень адекватности построенной таким образом численно-аналитической модели реальному исследуемому сигналу, погрешность приближения отдельных его характеристик.

Статья посвящена разработке метода построения линейного сплайна с адаптированной сеткой узлов склейки этого сплайна для улучшения аппроксимационных свойств сплайн-функции. Для этого используется итерационный метод построения сплайнов.

Разработка метода построения линейного сплайна с адаптированной сеткой узлов склейки этого сплайна позволяет уменьшить среднеквадратичные отклонения сплайна от приближаемой функции. То есть это улучшает аппроксимационные свойства сплайн-функции, которая может быть применена для обработки различных цифровых данных. В частности, мы используем их в задачах фильтрации и сжатия графической информации, обработки спутниковых сигналов.

**Ключевые слова:** аппроксимация, сплайн-функция, фильтрация и сжатие данных.