

УДК 537.32

Анатичук Л.І.^{1,2} *ак. НАН України, Луспе О.Я.^{1,2} доктор фіз.-мат. наук,*
Кобилянський Р.Р.^{1,2} *канд. фіз.-мат. наук*

¹Інститут термоелектрики НАН і МОН України, вул. Науки, 1,
Чернівці, 58029, Україна, *e-mail: anatysh@gmail.com*;

²Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
вул. Коцюбинського 2, Чернівці, 58012, Україна
e-mail: anatysh@gmail.com

ІНФОРМАЦІЙНО-ЕНЕРГЕТИЧНА ТЕОРІЯ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИХ СЕНСОРІВ ТЕМПЕРАТУРИ І ТЕПЛОВОГО ПОТОКУ МЕДИЧНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

У роботі проаналізовано сенсори температури і теплового потоку як джерела вимірювальної інформації. Використано поняття інформативності сенсорів і вимірювальних пристроїв. Визначено інформативність мікрокалориметрів, давачів температури і теплового потоку.

Ключові слова: інформаційно-енергетична теорія, інформативність, ентропійне значення похибки, енергетичний поріг чутливості вимірювальних приладів, термоелектричний сенсор температури і теплового потоку.

Вступ

У роботах [1-5] сформульовано загальні засоби опису вимірювальних пристроїв як джерел інформації і введено параметр якості вимірювального пристрою – інформативність $\Omega(t) = dI(t)/dt$, яка показує, скільки вимірювальної інформації $I(t)$ можна отримати від приладу за одиницю часу. Для довільного вимірювального приладу з розподілом ентропійної похибки $\Delta(W)$ на шкалі вимірювального пристрою, усередненому за час вимірювань τ , вираз для розрахунку інформативності має вигляд [5]:

$$\Omega = \tau^{-1} \left\{ \log \int \frac{dx}{2\Delta(x)} \right\}. \quad (1)$$

Серед сенсорів мікрокалориметрів, давачів температури і теплового потоку медичного призначення все більшу увагу дослідників та розробників привертають високовольтні багатoelementні термоелектричні батареї (ТЕБ) з густиною інтеграції елементів 10^4 см^{-2} [1, 2]. Вони знайшли застосування як мініатюрні джерела електрики з підвищеною вихідною напругою міліватного та мікроватного діапазону потужності, а також як мініатюрні охолоджувачі з пониженими струмами живлення $10^{-2} - 10^{-1} \text{ А}$. На відміну від стандартних термоелектричних модулів, які практично не використовуються у вимірювальній техніці через їх низьку вольт-ватну чутливість і незадовільне узгодження з опором стандартної електровимірювальної апаратури, багатoelementні ТЕБ мають значні можливості використання у мікрокалориметрах, тепломірах і термометрах медичного призначення.

Ці можливості потребують вивчення з позицій сучасної інформаційно-енергетичної теорії вимірювальних приладів [3].

У роботі [5] цей підхід застосовано для визначення інформативності вихрових термоелементів і вимірювальних приладів на їх основі, а багатоеlementні ТЕБ розглядались у роботах [6 – 15].

Метою цієї роботи є подальша розробка фізичних основ теорії інформативності мініатюрних багатоеlementних сенсорів на основі інформаційно-енергетичної теорії вимірювальних приладів, а саме: вибір фізичної моделі, розрахунок залежності інформативності від кількості елементів ТЕБ та оптимізація ТЕБ за кількістю елементів.

Основи теорії інформативності вимірювальних приладів.

Вичерпною характеристикою процесу вимірювання може служити лише повний опис закону розподілу ймовірності похибки вимірювання, як випадкової величини. Більш стислим описом є величина граничної похибки за заданим значенням довірчої ймовірності. Клод Шенон у теорії інформації запропонував інтегральну характеристику закону розподілу похибки. Вона є сукупною функцією всіх точок кривої закону розподілу, тобто його ентропією. Ентропія закону розподілу похибки, так звана умовна ентропія $H(X/X_n)$, яка може бути обрахована за законом розподілу ймовірності похибки навколо отриманого показу приладу X_n , буде стислою характеристикою дезінформації або мірою невизначеності, яка залишиться після отримання X_n . Для даного розподілу ймовірності різних значень похибок, які виникають при цих вимірюваннях, значення безумовної ентропії $H(X)$ може характеризувати апріорно-вихідну невизначеність вимірюваної величини, яку ми маємо до вимірювання, і яка визначається за законом розподілу ймовірності різних значень цієї величини. Відповідно до цих двох положень кількість інформації $q = H(X) - H(X/X_n)$.

Таким чином виключною перевагою ентропії як єдиної числової середньозваженої характеристики закону розподілу є її простий і однозначний зв'язок з кількістю інформації або дезінформації, яка наявна в дослідженні фізичної величини, або вноситься шумами.

В теорії ймовірності користуються числовими характеристиками різних законів розподілу похибок. Коли наявний статистичний опис випадкової величини, то проводити операції з такими величинами математично громіздко, тому для характеристики розподілу часто використовують числові коефіцієнти, які називаються моментами. Це пов'язано з тим, що серед числових характеристик випадкових величин нас цікавить положення цієї величини на числовій вісі, тобто систематична складова величини (середнє значення), оскільки воно визначає розміщення області на вісі, в якій групуються значення випадкової величини. Таке значення називається її першим моментом або математичним очікуванням. Його позначають як $M[x]$. Момент визначається як сума добутків всіх можливих значень нашої дискретної

випадкової величини на ймовірність цих значень: $M[x] = \sum_{i=1}^n x_i P_i$, P_i – ймовірність значення

x_i . У випадку неперервних величин це математичне очікування: $M[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) dx$, $p(x)$ –

густина розподілу ймовірності величини x . Маючи обраховане математичне очікування можна знайти випадкові відхилення для кожного результату відхилення: $\Delta i = x_i - M[x]$.

Виходячи з цього можна вилучити з масиву даних систематичну складову, тому розрізняють початкові моменти (без виключення систематичної складової) і центральні моменти (з врахуванням систематичної складової).

Для теорії інформації Шенон запропонував іншу систему критеріїв, які описують закони розподілу. Для характеристики систем складових в цьому випадку, як і раніше, використовують перший початковий момент, тобто значення математичного очікування. Для характеристики центрованої випадкової складової замість всіх моментів більш високих порядків використовують момент, який записується так:

$$H(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \ln p(x) dx \quad (2)$$

Таким чином ентропія є функціоналом закону розподілу випадкових величин і враховує особливості цього закону.

Шенон показав, що дезінформуюча дія випадкової похибки, спричинена шумом або завадою при передаванні сигналу, визначається ентропією шуму як випадкової величини. Він довів, що якщо шум у імовірнісних значеннях не залежить від сигналу, який передається, то незалежно від статистики сигналу шуму можна приписати певну величину H , яка характеризує його дезінформуючу дію.

Доведенню цього положення присвячено теорему, яка стверджує, що кількість переданої інформації $q = H$ сигналу, що передається, зменшується на величину ентропії шуму:

$$q = H(x) - H(\Delta) \quad (3)$$

Отже, кількість інформації менша ентропії сигналу, який передається, на величину ентропії шуму. Якщо крім каналу передачі інформації, який ми розглянули, є ще паралельний канал, то для знешкодження похибок, які виникають від шуму з ентропією $H(\Delta)$ по цьому додатковому каналу необхідно передати додаткову кількість інформації, величина якої Δq має бути не менша $H(\Delta)$. Цю додаткову інформацію можна так закодувати, що нею можна скорегувати всі похибки, які викликані шумами за виключенням їх незначної частини.

Застосування основних положень теорії інформації для характеристики процесу вимірювання

Точність вимірів характеризується числовим значенням отриманих при вимірюванні або можливих значень похибок і для їх опису використовують поняття абсолютної та зведеної похибок. Якщо вимірювальний пристрій має діапазон вимірювання від x_1 до x_2 , то вимірювальна величина має значення, які знаходяться в цій області. Таким приладом можна міряти значення величин з похибкою $\pm \Delta$. При цьому вважається, що ця похибка не залежить від поточного значення x нашої вимірювальної величини. Якщо отримаємо значення x_n (в області від x_1 до x_2), то його можна записати так, що цей показ – це значення нашої величини $\pm \Delta$, а зведена похибка: $v = \pm \Delta / (x_2 - x_1)$.

Ці дії з точки зору теорії інформації мають інший зміст. В цьому випадку ймовірність отримання показів менше x_1 і більше x_2 дорівнює нулю, а ймовірність отримання показів в інтервалі від x_1 до x_2 дорівнює одиниці. Якщо при цьому вважати, що густина ймовірності розподілу різних значень вимірювальної величини вздовж всієї шкали приладу однакова, то наше знання про вимірювальну величину можна подати графіком, зображеним на рис. 1

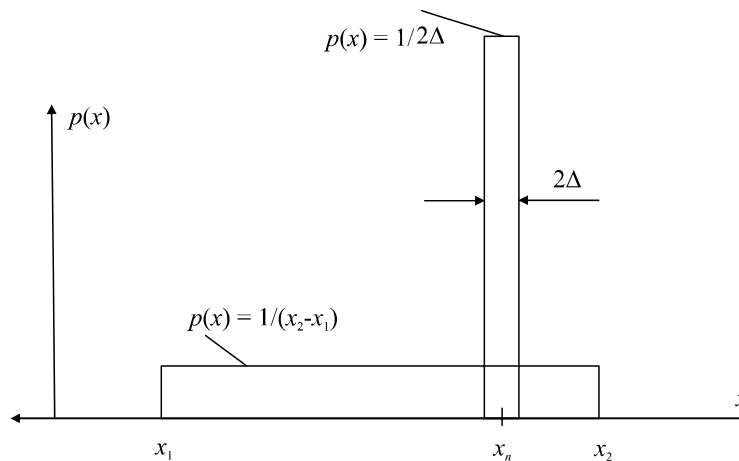


Рис. 1. Звуження інтервалу похибки в процесі вимірювання

Оскільки повна ймовірність отримати відлік в межах від x_1 до x_2 дорівнює 1, то під нашою кривою має знаходитися площа, яка умовно дорівнює одиниці (умова нормування). При рівномірному розподілі густини ймовірності це приводить до того, що $P(x) = 1/x_2 - x_1$.

Після вимірів ми отримуємо x_n . Однак внаслідок похибки будь-якого приладу ми можемо записати результат лише у вигляді $x_n \pm \Delta$. Тоді наше значення досліджуваної величини знаходиться в межах $x_n + \Delta, x_n - \Delta$, тобто в інтервалі шириною в 2Δ .

Висновок: з точки зору теорії інформації результат наших вимірів полягає лише в тому, щоб до вимірювань область невизначеності простягалася від x_2 до x_1 і характеризувалася густиною ймовірності $P(x) = 1/(x_2 - x_1)$, а після вимірів невизначеність скоротилася до величини 2Δ по осі x і характеризувалася значно більшою густиною ймовірності рівною $1/2\Delta$. Отже, отримання інформації про величину, яка нас цікавить, полягає в зменшенні невизначеності її значення. Кількість інформації тоді буде:

$$q = H(x) - H(x/x_n). \quad (4)$$

Оскільки в наведеному прикладі ми маємо справу з рівномірним розподілом ймовірності, то значення вихідної (початкової) H можна записати:

$$H(x) = - \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \log p(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{x_2 - x_1} \log \frac{1}{x_2 - x_1} dx = \log(x_2 - x_1).$$

А та частина H , що визначиться після отримання відліку, дорівнюватиме:

$$H(x/x_n) = - \int_{x_n - \Delta}^{x_n + \Delta} \frac{1}{2\Delta} \log \frac{1}{2\Delta} = \log 2\Delta.$$

$$\text{Тоді, } q = H(x) - H(x/x_n) = \log(x_2 - x_1) - \log 2\Delta = \log \frac{x_2 - x_1}{2\Delta} = -\log \frac{2\Delta}{x_2 - x_1}. \quad (5)$$

Заміна операції ділення на операцію віднімання вихідної та тієї, що залишилася після вимірювання, невизначеностей у вигляді певних значень H і є основою підходу в інформаційній теорії вимірювань.

Вимірювання як звуження інтервалу невизначеності.

При вимірюванні фізичної величини за натуральними шкалами, як було показано раніше, весь діапазон можливих значень реперних точок розбивався на ряд інтервалів. При цьому

невизначеність нашої величини до вимірювання визначається тим, що ми не знаємо в якому з інтервалів знаходиться наша величина.

В результаті вимірювання ми встановили інтервал між реперними точками, де знаходиться наша величина, тобто ми звужили невизначеність від кількості інтервалів до ширини одного інтервалу. Отже, на відміну від метрології, з точки зору інформаційної теорії результат виміру полягає у виборі даного інтервалу з числа можливих значень інтервалів. Якщо тепер ймовірність попадання вимірюваної величини в будь-який із інтервалів, рівних між собою, однакова, то невизначеність нашої початкової ситуації $H(x) = \log n$, n – число інтервалів. А в результаті вимірів кількість інформації, яка усуває цю невизначеність $q = \log n$.

Звідси випливає, що вимірювання являє собою порівняння вимірюваної величини з тим або іншим способом побудованою шкалою можливих значень вимірюваної величини, а результат вимірювання полягає у виборі одного інтервалу із всієї множини інтервалів всієї шкали.

Поняття ентропійного значення похибки.

Закони розподілу ймовірностей в різних вимірювальних приладах є значною мірою різними. Ця різноманітність і створює основні труднощі визначення ефективного значення похибки, яке б однозначно характеризувало абсолютну величину інтервалу невизначеності, тобто невизначеність, яка залишилася після отримання показу приладу. Розглянемо цю проблему на основі розподілу законів похибки для рівномірного і нерівномірного розподілів.

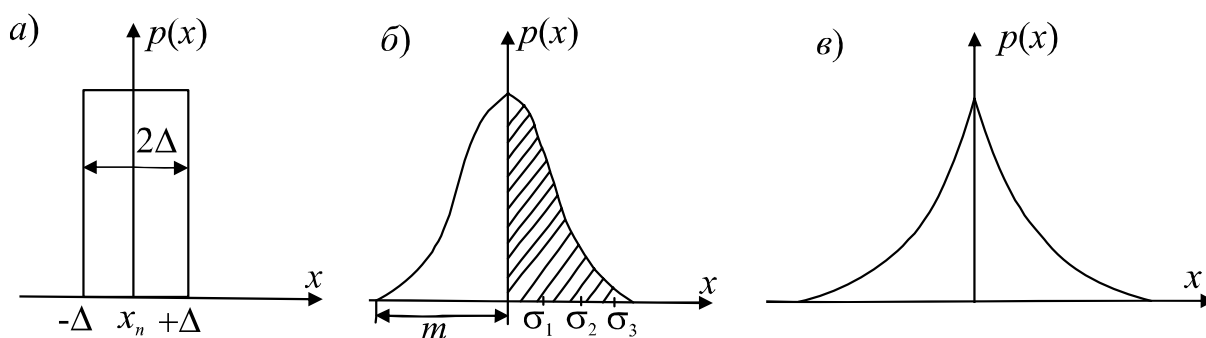


Рис. 2. Ентропійна похибка для різних законів розподілу

У випадку розподілу ймовірності похибки близькому до рівномірного при багаторазовому повторі вимірів величини X_n похибка більша ніж $+\Delta$ і менша $-\Delta$ практично не зустрічаються, а в середині цього інтервалу (2Δ) всі значення похибки рівноймовірні. В цьому випадку, абсолютна величина інтервалу невизначеності, яка залишається після процесу вимірювання, знаходиться і без теорії інформації. Інтервал невизначеності рівний 2Δ і вказування на похибку $\pm\Delta$ характеризує похибку приладу. У більшості приладів закон розподілу ймовірності виражається кривими (б, в) на рис.2; для (б) по мірі величини зростання похибки вказати інтервали невизначеності практично неможливо. Подібний пологий розподіл можна охарактеризувати середнім значенням похибки, але значення максимальної похибки вказати неможливо оскільки в (б) можуть зустрічатися які завгодно великі похибки.

Якщо середньоквадратична похибка δ при нормальному розподілі $\delta = 0.5\%$, то в середньому на кожні три виміри буде попадати похибка 0.5% . Однак, на кожні 22 випробування нам буде траплятись похибка величиною 2δ , тобто 1% , а один раз на 370 і 15000

випробувань буде зустрічатися похибка рівна 3 і 4 δ (1.5% і 2 %). Щоб у цьому випадку визначити інтервал невизначеності треба приписати ширині похибки якесь Δ . Ця умовна величина може бути рівна середньо ймовірній похибці $\Delta = 0.6745 \sigma$, або $2/3 \sigma$. В цьому випадку, якщо закон розподілу похибки справді є нормальним, то половина всіх похибок, які будуть нам зустрічатися буде менше цього значення, а іншу половину будуть складати похибки що більші $2/3 \sigma$. В цьому випадку вказують, що визначальна похибка вибрана з довірчою ймовірністю 0,5, що свідчить, що будь-яка похибка, яка зустрічалась має бути менша вибраної при нормальному законі розподілу. Якщо ширину смуги змінити і її вибрати рівною σ , 2σ або 3σ , то при нормальному законі розподілу це буде відповідати довірчій ймовірності 0.67, 0.95 чи 0.997. Без теорії інформації вибрати обґрунтовану ширину довірчого інтервалу не можна.

Математичне визначення поняття ентропійного значення похибки.

Вирішення цієї проблеми запропоновано Шеноном: дезінформаційна дія, завади або похибки залежить від її закону розподілу і у зв'язку з цим може бути однозначно вказана шляхом визначення умов $H(x/x_n)$ цього закону розподілу. Однак, досліджуючи дезінформаційну дію завод з різними законами розподілу ймовірності їх амплітуд, він помітив, що однозначної відповідності між потужністю завади і вносимої нею дезінформації (значення її ентропії) не існує, оскільки при одній і тій же потужності завади вносима нею дезінформація різна і залежить від її закону розподілу. При певному середньо квадратичному значенні (рівноцінно повній потужності завади) найбільш дезінформаційну дію (H) мають завади з нормальним законом розподілу ймовірності. При будь-якому іншому законі розподілу ймовірності ентропія завади при тому самому середньо квадратичному значенні завжди менша. Таким чином при довільному законі розподілу ймовірності дезінформаційна дія завади визначається не всією її потужністю, а тільки деякою її частиною, яку Шенон назвав ентропійною потужністю завади. При дослідженні інформаційної здатності різних приладів стараються робити ряд спрощень, оскільки весь час оперувати повною інформацією про закони розподілу дуже складно. В деяких випадках зручніше оперувати не ентропійною потужністю похибки, а ентропійним значенням самої похибки, оскільки ця величина теж визначає дезінформаційну дію. Для усвідомлення поняття ентропії, значення похибки розглянемо ентропію для прикладу рівномірного і нормального законів розподілів ймовірності цих похибок.

$$H\left(\frac{x}{x_n}\right) = - \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \ln p(x) dx \quad (6).$$

Густину ймовірності $p(x)$ для рівномірного закону можна записати так:

$$p(x) = 0 \text{ для } x < -\Delta, x > +\Delta,$$

$$p(x) = \frac{1}{2\Delta} \text{ для } x > -\Delta, x < +\Delta, (|x| < \Delta),$$

$$H\left(\frac{x}{x_n}\right) = - \int_{-\Delta}^{+\Delta} \frac{1}{2\Delta} \ln \frac{1}{2\Delta} dx = \ln 2\Delta$$

Для рівномірного закону розподілу видно, що ентропія похибки дорівнює логарифму інтервалу невизначеності, або можна сказати, що значення інтервалу невизначеності є вели-

чина як знаходиться під знаком логарифма у виразі для H .

Згідно теорії випадкових похибок величина інтервалу невизначеності може бути виражена через значення середньоквадратичної похибки. Для рівномірного закону розподілу,

дисперсія, тобто $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx$, а в межах рівномірного розподілу:

$$\int_{-\Delta}^{+\Delta} x^2 \frac{1}{2\Delta} dx = \frac{\Delta^2}{3}.$$

Для рівномірного закону розподілу $\sigma = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$, а $\Delta = \sqrt{3} \cdot \sigma$, а тоді ентропія

$$H\left(\frac{x}{x_n}\right) = \ln(2\sqrt{3}\sigma).$$

Тепер припустимо, що похибка вимірюваного пристрою розподілена навколо x_n за нормальним законом, для якого

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}.$$

В цьому випадку величина умовної ентропії дорівнює:

$$H\left(\frac{x}{x_n}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \left[\ln(\sqrt{2\pi}\sigma) + \frac{x^2}{2\sigma^2} \right] dx = \ln(\sqrt{2\pi}\sigma) \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx + \frac{1}{2\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx.$$

Оскільки $\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$, а за визначенням поняття дисперсії другий інтеграл дорівнює σ^2 , то

$$H\left(\frac{x}{x_n}\right) = \ln(\sqrt{2\pi}\sigma) + \ln\sqrt{e} = \ln(\sqrt{2\pi e}\sigma).$$

Цей вираз від отриманого раніше, який різко обмежений шириною 2Δ , відрізняється лише виразом, який знаходиться під логарифмом. Звідси випливає, що з точки зору необмеженого розподілу у виді пологої кривої (б) він приводить до отримання точно такої кількості інформації, як і різко обмежений рівномірний розподіл (а). У цьому випадку $2\Delta = (2\pi e)^{1/2}\sigma$, або іншими словами, ефективний інтервал невизначеності, викликаний пологою кривою розподілу, повністю еквівалентний по кількості вносимої дезінформаційної невизначеності, викликаний рівномірною полосою похибок з шириною $2\Delta = (2\pi e)^{1/2}\sigma$. Якщо прилад з рівномірним розподілом (а) з інформаційної точки зору вичерпно характеризується похибкою $\pm\Delta$, що рівна $\Delta = d/2$, то прилад з розподілом похибок за нормальним законом точно в такій же мірі характеризується ефективним значенням похибки:

$$\Delta = \sqrt{\frac{\pi e}{2}} \sigma \quad (7).$$

Викладений підхід до визначення ефективного значення похибки (в ентропійному змісті) можна застосовувати за будь-яких інтегральних законів розподілу похибки, подібно до того, як поняттям діючого значення електричного струму ми користуємось за будь-якої форми кривої цього струму.

Форма сигналу характеризується коефіцієнтом форми K_ϕ що дорівнює відношенню діючого значення до середнього випрямленого значення змінного струму, (формфактор).

Отже, ентропійним значенням похибки вважається значення похибки з рівномірним законом розподілу яке спричиняє таку саму дезінформаційну дію як і похибка з даним законом розподілу.

Це визначення можна сформулювати так.

Якщо похибка з нормальним законом розподілу має умовну ентропію, то ефективний інтервал невизначеності незалежно від закону розподілу буде дорівнювати

$$2\Delta = \exp \left(H \left(\frac{x}{x_n} \right) \right), \quad (8)$$

а ентропійне значення похибки, яке визначається як половина від інтервалу невизначеності, буде дорівнювати

$$\Delta = \pm \frac{1}{2} \exp H \left(\frac{x}{x_n} \right) \quad (9)$$

Таким чином в результаті введення поняття ентропійного значення похибки ми отримали можливість будь-яку похибку з довільним законом розподілу завжди замінити похибкою з рівномірним розподілом з різко обмеженими краями та з тим же значенням ентропії. Це дозволить замінити реальну смугу похибки будь-якого розподілу з плавними спадами еквівалентною їй в інформативному змісті різкообмеженою смугою з рівномірним розподілом ймовірності.

Негентропійний принцип інформації Брілюена.

Брілюен з 1951 – 1956 рр. опублікував ряд праць, які пов'язували теорію інформації з термодинамікою. Для збереження інформації ми мусимо використовувати упорядковані фізичні системи (штрихи, електричні імпульси, намагнічені ділянки і т.д). Ці носії інформації мають одну спільну властивість: вони поступово втрачають збережену в них інформацію, внаслідок взаємодії матеріалів, розмагнічування, тощо. Отже інформація, внесена в систему, завжди з певною швидкістю зменшується, в крайньому випадку залишається сталою, але ніколи не зростає.

Коли в систему вноситься упорядкування, на це витрачається енергія, тому впорядкована система має певний запас енергії і може виконувати роботу. Крім того внаслідок недостатньої ізоляції системи від навколишнього простору цей запас енергії неминуче витрачається. З точки зору термодинаміки можливість виконання системою роботи характеризується її від'ємною ентропією (негентропією). Згідно з другим началом термодинаміки приріст ентропії в замкненій системі може бути додатним, вона може лише зростати і ніколи не зменшується. Відповідно негентропія може лише зменшуватись, вона зменшується у міру виконання роботи.

Властивості інформації, як її розуміють в теорії інформації, і властивості термодинамічної ентропії являються тотожними. Тотожними є і формули якими описуються ці два поняття.

Формула Больцмана-Планка:

$$S = k \cdot \ln P.$$

Формула теорії інформації:

$$q = K \cdot \ln N,$$

S – ентропія; P – число елементарних станів системи; k – стала Больцмана; q – інформація; N – число можливих станів системи; K – коефіцієнт, який залежить від вибору системи одиниць. Якщо $K = k$, то інформація буде формально визначатися рівнянням Больцмана-Планка.

Ентропія пов'язана з ймовірністю і можна штучно створити замкнену ізольовану систему з дуже малою ймовірною структурою. Якщо цю систему залишити саму по собі, то вона буде еволюціонувати до більш ймовірної структури. На основі цього робимо висновок, що ймовірність має природну тенденцію до зростання, як і ентропія.

Ентропія може інтерпретуватися двояко: як міра безпорядку у фізичній системі, або як міра нестачі інформації про структуру системи. Основний висновок Брілюена полягає в тому, що інформація може бути отримана лише в результаті витрат енергії, тому будь-який дослід який нам дає інформацію про фізичну систему, або будь-які фізичні виміри параметрів системи можуть бути виконані в результаті збільшення ентропії системи чи її оточення. Причому середнє збільшення ентропії згідно з другим началом термодинаміки завжди більше ніж отримувана інформація.

Вихідна гранична визначеність вимірюваної величини.

Намагаючись точніше визначити значення вимірюваної величини, ми на якомусь етапі зіткнемося з неможливістю її подальшого уточнення. Найяскравіше це спостерігається при вимірюванні дискретних величин. Щодо більшості фізичних величин це обмеження є не дуже очевидним, оскільки більшість фізичних величин сприймаються не як дискретні, а як неперервні (аналогові). Однак неперервність вимірюваних фізичних величин є деякою абстракцією або наближенням до дійсних природних явищ. Таким чином фізично можлива ступінь визначення є скінченою і визначається або її власною дискретністю, або флуктуаціями, що обумовлені принциповою дискретністю енергії і речовини. Ця межа визначеності в мікросвіті відома як правило невизначеності Гейзенберга. Енергія термодинамічних флуктуацій, як молекулярних явищ так і явищ електричного струму в замкненому колі визначається рівнянням Нейквіста. Згідно цього рівняння середня потужність термодинамічної флуктуації: $\bar{P}_u = 4k\theta\Delta f$, де k – стала Больцмана; θ – температура; Δf – смуга частот, в якій розглядаються ці флуктуації. Якщо за час вимірювання якоїсь величини буде зроблено n відліків, то потужність термодинамічних флуктуацій усередненого результату буде знижуватися обернено пропорційно до числа результатів, які усереднюються, тобто $\bar{P}_u = 4k\theta \cdot \Delta f / n$.

Однак таке зниження середнього значення потужності флуктуацій буде відбуватися до тих пір поки відліки, які усереднюються, будуть незалежними один від одного, у відповідності з теоремою Котельникова число незалежних відліків функції, яка має граничну частоту Δf за час t дорівнює: $n = 2\Delta f \cdot t$.

Звідси граничне зменшення термодинамічних флуктуацій за рахунок збільшення числа відліків, яке може бути досягнуте, визначається так:

$$\bar{P}_u = \frac{2k\theta}{t} \quad (10)$$

Для електровимірювального приладу який має вхідний опір r , якщо прикладено зовнішню напругу, то діюче значення шумової напруги можна визначити як:

$$\sqrt{\overline{U_{ш}^2}} = \sqrt{\overline{P_{ш}}} r = \sqrt{\frac{2k\theta r}{t}} \quad (11)$$

Середньоквадратична похибка: $\delta_{ш} = \frac{\sqrt{\overline{U_{ш}^2}}}{E} = \sqrt{\frac{2k\theta}{Pt}}$, де P - потужність; t - час.

Розподіл ймовірності теплового шуму підпорядковується закону Гауса (нормальний закон розподілу) тому ентропійне значення похибки, яке вноситься цими значеннями, буде визначатися K для нормального закону розподілу ($K=2,07$). Тобто ентропійне значення похибки, обумовленої флуктуаціями

$$\gamma_{ш} = 2.07 \delta_{ш} = \sqrt{\frac{\pi e}{2} \cdot \frac{2k\theta}{Pt}} \quad (12)$$

Таким чином, навіть, якщо вимірювання виконувати при абсолютній температурі θ , то якщо вимірювальний пристрій не вносить втрат то похибка вимірювання неперервної величини не може бути меншою $\gamma_{ш}$, яке визначається співвідношенням енергії шуму $W_{ш}$, яке залежить від температури і енергії ($P \cdot t$), яка споживається приладом від об'єкту вимірювань. Співвідношення (12) для мінімальної можливої похибки $\gamma_{ш}$ отримано лише на основі того, що шуми підпорядковані нормальному закону розподілу і виходячи із законів термодинаміки. Тому це співвідношення справедливе для любых вимірювальних пристроїв. Зміст цього співвідношення полягає в тому, що вхідна визначеність (негентропія) будь-якої фізичної величини при певній $T \neq 0$ К скінчена і обмежена знайденою величиною похибки $\gamma_{ш}$.

Енергетичний поріг чутливості і логарифмічний показник відносної добротності вимірювальних пристроїв.

Поріг чутливості вимірювального пристрою визначений як таке значення вимірювальної величини $x = \Delta$, при якому похибка вимірювань $\gamma = 1$, або 100 %, тому навіть в ідеальному прикладі, в якому шляхом конструктивного вдосконалення втрати інформації зведені до нуля, а втрата точності $\kappa = \frac{\gamma}{\gamma_{ш}} = 1$, то навіть тепер у прилада буде залишатися поріг чутливості, який визначається похибкою обумовленою шумом.

Оскільки при нормальній температурі (T) $W_{ш} = 3.5 \cdot 10^{-20}$ Дж, то за енергетичного обміну між вимірювальним пристроєм і об'єктом вимірювання рівного цій величині, або меншому за неї, ніякі виміри неможливі. Отже, ця величина енергії є тим квантом енергії обміну між приладом і об'єктом, який визначає ціну отримання результату вимірювання. Це поняття належить Брілюєну. Виходячи з такого розуміння енергетичних затрат він увів поняття ентропійної ціни виміру, визначаючи її як найменшу можливу кількість негентропії, необхідної при спостереженні, для отримання відповіді на перше двоїчне питання з ймовірністю правильних і неправильних відповідей 50 %. Однак таке визначення цього поняття є дещо спрощеним, оскільки воно ґрунтується на прийнятті для апріорного розподілу ймовірності похибки дискретного закону. Але це припущення приводить Брілюєна до значення ентропійної ціни вимірювання $0.95 \cdot 10^{-23}$ Дж/град., що при температурі 293 К відповідає значенню енергетичного порогу $W_{ш} = 0.28 \cdot 10^{-20}$ Дж. Враховуючи що термодинамічні шуми підпорядковуються нормальному закону розподілу природно допускати, що такому закону підпорядковуються і закони розподілу похибок, тому у відповідності з значенням ентропійного

коефіцієнту для нормального закону $K = \sqrt{\pi e / 2}$ та теоремою Котельникова усереднена потужність флуктуації за час t :

$$\bar{P}_u = \frac{2k\theta}{t}.$$

У вираз цей входить $2k\theta$, а не $4k\theta$ як брав Брілюен, тому отримане значення енергії обміну $3.5 \cdot 10^{-20}$ Дж в $\pi e / \ln 2$ раз більше ніж значення енергетичної ціни отримане Брілюеном.

Внаслідок логарифмічного співвідношення між інформацією і енергією ентропійна і енергетична ціна кожної наступної одиниці інформації зростає. Так якщо для отримання одної десяткової одиниці достатній енергетичний обмін в одну одиницю енергії, то для отримання двох одиниць інформації необхідний обмін в сто одиниць енергії, для трьох – 10000 одиниць енергії.

Висновок: замість понять інформація і енергія величини вимірювання необхідно використовувати термін енергетичний поріг чутливості даного вимірювального пристрою, який більш точно відбиває сутність цього поняття. Тоді для ідеального приладу, в якому усунути всі похибки за виключенням похибки флуктуації вимірювальної величини енергетичний поріг чутливості буде рівний $W_u = 3.5 \cdot 10^{-20}$ Дж, а для реальних вимірювальних приладів реальний поріг чутливості буде більший ідеального у відповідності з η_{en} :

$$C = \frac{W_u}{\eta_{en}}.$$

Енергетичний поріг чутливості. Енергетичний поріг чутливості є узагальненим показником вимірювальних пристроїв за допомогою якого можна однозначно визначити такі характеристики як енергетичний ККД: $\eta_{en} = W_u / C$, втрату точності: $\kappa = \sqrt{C / W_u}$, втрату інформації: $\Delta q = 0.5 \lg(C / W_u)$. З іншого боку енергетичний поріг чутливості є сукупною характеристикою точності, чутливості, споживання і швидкодії вимірювальних пристроїв, оскільки його можна виразити через окремі показники досконалості вимірювальних пристроїв так: враховуючи, що похибка $\gamma_u = \sqrt{W_u / Pt}$, а втрата точності $\kappa = \gamma / \gamma_u$, що енергетичний ККД $\eta_{en} = 1 / \kappa^2$, можемо отримати такий загальний вираз:

$$\eta_{en} = \frac{1}{\kappa^2} = \frac{\gamma_u^2}{\gamma^2} = \frac{W_u}{\gamma^2 Pt} = \frac{W_u}{C}, \quad C = \gamma^2 Pt \quad (13).$$

Цей вираз є узагальненим і він є записом закону про те, що енергетичний поріг чутливості вимірювального пристрою є добуток квадратичної похибки на споживану потужність і на час встановлення похибки вимірювання. В тому випадку, якщо прилад характеризується тільки похибкою нуля, енергетичний поріг чутливості (C) буде просто енергія, яка споживається від об'єкта за час вимірів при рівності вимірювальної величини порогу чутливості приладу.

Поняття енергетичного порогу чутливості можна легко розповсюдити на гальванометр або інші вказівники не рівноваги і виразити його через C по I , або U :

$$\left. \begin{aligned} C &= \Delta_i^2 r t \\ C &= \frac{\Delta_U^2 t}{r} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Тут r – опір кола вказівника нуля приладу. Найбільш цінною властивістю цієї характеристики є принципова обмеженість її числових значень, яка не може бути менша за величину потужності шуму $3.5 \cdot 10^{-20}$ Дж., тобто ніякими удосконаленнями не можна зменшити C . Також характерним є те, що всі інформаційні характеристики вимірювальних приладів, такі як енергетичний ККД, втрата точності і втрата інформації являються тільки функціями співвідношення між дійсними значеннями енергетичного порогу і його граничним значенням C , яке дорівнює $W_{ш}$. У зв'язку з цим виникла доцільність ввести наглядну відносну характеристику, яка б мала бути виражена у відносних одиницях або у відсотках і показувала нам ступінь наближення реальних вимірювальних приладів до межі їх абсолютної досконалості. Такою характеристикою являється $\eta_{ен}$. Однак, оскільки реальні прилади мають енергетичний поріг чутливості в кращих випадках 10^{-12} - 10^{-14} Дж, а потужність $W_{ш} = 3.5 \cdot 10^{-20}$ Дж, то $\eta = W_{ш} / C \approx 10^{-4} - 10^{-8}$ і його вираження у відсотках не є наочним оскільки дає досить малу величину. Тому для характеристики відносної досконалості засобів вимірювань введено більш зручний показник – показник енергетичної добротності, який є логарифмічним його позначенням: $pC = \lg C / \lg W_{ш}$.

Значення логарифмічного показника буде змінюватись від нуля до 100 % для реальних приладів і ним можна оцінювати досконалість цих приладів.

Фізична модель ТЕБ. У роботі використано частинний випадок загальної моделі термоелектричного вимірювального приладу, запропонованої у роботі [5], конкретизований для багатоелементних сенсорів. У цій моделі потік тепла W , який надходить до сенсора, перетворюється у його вихідну напругу U і далі – у сигнал S на виході реєстратора. Враховано специфіку багатоелементних ТЕБ – шуми на контактах між елементами і теплопровідність вздовж міжелементної теплоізоляції. Враховано коефіцієнти перетворень ($W \rightarrow U \rightarrow S$), шуми і швидкодія не тільки сенсора, але й реєструючого приладу. Для цього сенсор і реєстратор розглядаються як аперіодичні ланки динамічної системи.

Методика досліджень. Використано методи теорії динамічних систем, згідно з якою передавальна функція вимірювального приладу $F(p)$, функції сенсора F_t і реєстратора F_r мають

$$\text{вигляд } F(p) = F_t(p)F_r(p), \quad \text{де} \quad F_t(p) = \frac{A_t}{\tau_t p + 1}, \quad F_r(p) = \frac{K_r}{\tau_r p + 1}, \quad (15)$$

A_t – вольт-ватна чутливість ТЕБ, K_r – коефіцієнт підсилення реєстратора, τ_t , τ_r – постійні часу сенсора і реєстратора, p – аргумент перетворення Лапласа.

Результати досліджень. Для обраної вище моделі багатоелементних ТЕБ з послідовним з'єднанням n елементів із врахуванням (10) із загального виразу для інформативності (9) отримуємо її залежність від числа елементів n :

$$\Omega(n) = \frac{\tau_r + \tau_p}{\tau_r \tau_r} \log \frac{D}{\sqrt{2\pi e} \left(A_t \left(\frac{1}{n} + \frac{r_0}{R_r} \right) u_0 + k_c n \right)}, \quad (16)$$

де D – динамічний діапазон вимірювань, r_0 – електричний опір елемента ТЕБ, R_r – опір реєстратора, u_0 – абсолютна похибка вимірювань електричної напруги реєстратором, k_c – загальна приведена до теплового входу потужність шумів одного елемента

ТЕБ. Характерною особливістю цієї залежності (рис.1) є наявність асиметричного максимуму за

$$n = \sqrt{\frac{k_c}{A_t u_0}}. \quad (17)$$

Наявність цього максимуму зумовлена двома конкуруючими чинниками. Перший з них полягає у тому, що за малої кількості елементів ТЕБ основний внесок у ентропійну похибку Δ (W) дає реєструючий прилад, оскільки в цьому випадку вихідна напруга сенсора U близька до абсолютної похибки реєстратора u_0 . Тому збільшення кількості елементів ТЕБ підвищує вихідну напругу U і призводить до зростання інформативності. Але при $n \sim 10^2 - 10^3$ виявляється інший чинник максимуму – істотними стають теплові і контактні шуми елементів ТЕБ, потужність яких пропорційна кількості елементів.

Асиметрія виявленого максимуму інформативності має практичне значення. Вона вказує на значно більші втрати інформативності при відхиленні від оптимуму в бік меншої кількості елементів, ніж при використанні ТЕБ з кількістю елементів більшою за оптимальну.

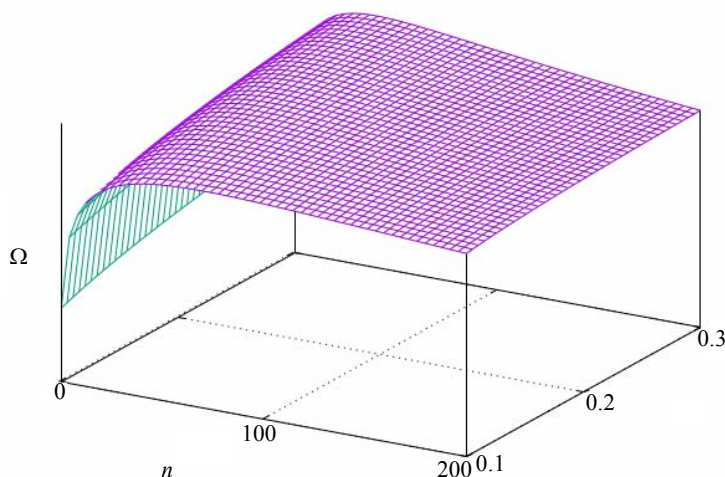


Рис. 3. Залежності інформативності багатоеlementних ТЕБ від кількості елементів: $A_t = 1 \text{ В/Вт}$, $k_c = 0.1 \text{ нВт} - 0.3 \text{ нВт}$.

Висновки

1. Розроблено фізичні основи інформаційно-енергетичного опису багатоеlementних термоелектричних батарей як сенсорів температури і теплових потоків, а саме – фізичну модель ТЕБ у вигляді аперіодичної лінійної динамічної системи, метод розрахунку залежності інформативності від кількості елементів ТЕБ, оптимізацію ТЕБ за кількістю елементів.
2. Визначено асиметричний максимум інформативності як функції кількості елементів ТЕБ. Визначено оптимальну кількість елементів ТЕБ в залежності від вольт-ватної чутливості елемента ТЕБ і потужності шумів елемента для заданого рівня розрізняльної здатності реєструючого приладу.

Література

1. Demchuk B.N. Tiny thermoelectric batteries for thermogenerators. // J. of Thermoelectricity. -

1994. – №1 - Р. 47-50.
2. Anatyshuk L.I., Demchuk B.N. Miniature thermoelectric batteries. // J. of Thermoelectricity. – 1998. - № 2. - Р. 48-54.
 3. Новицкий П.В. Основы информационной теории измерительных устройств. Л.:Энергия, 1968. - 248 с.
 4. Анатичук Л.І., Лусте О.Я. Микрокалориметрия. - Л.: Выща школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1981. - 160 с.
 5. Luste O.J., On theory of thermoelectric microcalorimeters. // Journal of Thermoelectricity. - 2002. -№ 4. - Р. 11-18.
 6. Анатичук Л.І. Термоэлементы и термоэлектрические устройства: Справочник. – К.: Наукова думка, 1979. – 768 с.
 7. Гишук В.С., Кобилянський Р.Р., Черкез Р.Г. Багатоканальний прилад для вимірювання температури і густини теплових потоків // Науковий вісник Чернівецького університету: збірник наук. праць. Фізика. Електроніка. – Т. 3, Вип. 1. – Чернівці: Чернівецький національний університет, 2014. – с. 96-100.
 8. Анатичук Л.І., Кобилянський Р.Р., Константинович І.А. Градування термоелектричних сенсорів теплового потоку // Труды XV Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні інформаційні та електронні технології» 26-30 травня 2014 року. – Т. 2. – Одеса, Україна. – 2014. – с. 30-31.
 9. Кобилянський Р.Р., Бойчук В.В. Використання термоелектричних тепломірів у медичній діагностиці // Науковий вісник Чернівецького університету: збірник наук. праць. Фізика. Електроніка. – Т. 4, Вип. 1. – Чернівці: Чернівецький національний університет, 2015. – С. 90-96.
 10. Анатичук Л.І., Іващук О.І., Кобилянський Р.Р., Постевка І.Д., Бодяка В.Ю., Гушул І.Я. Термоелектричний прилад для вимірювання температури і густини теплового потоку "АЛТЕК-10008" // Термоелектрика. – № 1. – 2016. – С.76-84.
 11. Кобилянський Р.Р. Комп'ютерне моделювання показів термоелектричного сенсора медичного призначення // Термоелектрика. – № 4. – 2016. – С.69-77.
 12. Анатичук Л.І., Кобилянський Р.Р., Константинович І.А., Лисько В.В., Пуганцева О.В., Розвер Ю.Ю., Тюменцев В.А. Стенд для градування термоелектричних перетворювачів теплового потоку // Термоелектрика. – № 5. – 2016. – С.71-79.
 13. Анатичук Л.І., Кобилянський Р.Р., Константинович І.А., Кузь Р.В., Маник О.М., Ніцович О.В., Черкез Р.Г. Технологія виготовлення термоелектричних мікробатарей // Термоелектрика. – № 6. – 2016. – С.49-54.
 14. Анатичук Л.І., Юрик О.Є., Кобилянський Р.Р., Рой І.В., Фіщенко Я.В., Слободянюк Н.П., Юрик Н.Є., Дуда Б.С. Термоелектричний прилад для діагностики запальних процесів та неврологічних проявів остеохондрозу хребта людини // Термоелектрика. – № 3. – 2017.

Надійшла до редакції 21.08.2017

Анатичук Л.І. *ак. НАН України,^{1,2}*, **Лусте О.Я.** *доктор физ.-мат. наук^{1,2},*
Кобылянский Р.Р. *^{1,2} канд. физ.-мат. наук*

¹Інститут термоелектричності НАН і МОН України,
ул. Науки, 1, Черновці, 58029, Україна; e-mail: anatysh@gmail.com;

²Черновицкий национальный университет им. Юрия Федьковича,
ул. Коцюбинского, 2, Черновцы, 58000, Украина e-mail: anatykh@gmail.com

ИНФОРМАЦИОННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕНСОРОВ ТЕМПЕРАТУРЫ И ТЕПЛОВОГО ПОТОКА МЕДИЦИНСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ

В работе проанализированы сенсоры температуры и теплового потока как источники измерительной информации. Использованы понятия информативности сенсоров и измерительных устройств. Определена информативность микрокалориметров, датчиков температуры и теплового потока. Библ 14, Рис 3.

Ключевые слова: информационно-энергетическая теория, информативность, энтропийное значение погрешности, энергетический порог чувствительности измерительных приборов, термоэлектрический сенсор температуры и теплового потока.

L.I. Anatychuk^{1,2} *acad. National Academy of Sciences of Ukraine,*
O.J. Luste^{1,2} *Doctor of Phys.-math. Sciences,*
R.R. Kobylianskyi^{1,2}, *Candidate Phys.-math Sciences*

¹ Institute of Thermoelectricity of the NAS and MES of Ukraine,
1, Nauky str, Chernivtsi, 58029, Ukraine; e-mail: anatykh@gmail.com;

² Yu.Fedkovych Chernivtsi National University,
2, Kotsiubynskyi str., Chernivtsi, 58012, Ukraine
e-mail: anatykh@gmail.com

INFORMATION-ENERGY THEORY OF MEDICAL PURPOSE THERMOELECTRIC TEMPERATURE AND HEAT FLUX SENSORS

In this paper, temperature and heat flux sensors are analyzed as the source of measurement information. The concept of informativeness of sensors and measuring devices is used. The informativeness of microcalorimeters, temperature and heat flux sensors is determined. Bibl. 13, Fig. 6.

Key words: information-energy theory, informativeness, entropy error value, energy sensitivity threshold of measuring instruments, thermoelectric temperature and heat flux sensor.

REFERENCES

1. Demchuk B.N. (1994). Tiny thermoelectric batteries for thermogenerators. *J. Thermoelectricity*, 1, 47-50.
2. Anatychuk L.I., Demchuk B.N. (1998). Miniature thermoelectric batteries. *J. Thermoelectricity*, 2, 48-54.
3. Novitskii P.V. (1968). *Osnovy informatsionnoi teorii izmeritelnykh ustroystv [The basics of information theory of measuring devices]*. Leningrad, Energiia [in Russian].
4. Anatychuk L.I., Luste O.J. (1981). *Mikrokalorimetriia [Microcalorimetry]*. Lviv, Vyshcha shkola [in Russian].

5. Luste O.J. (2002). K teorii termoelektricheskikh mikrokalorimetrov [On theory of thermoelectric microcalorimeters]. *Termoelektrichestvo - J.Thermoelectricity*, 4, 11-18 [in Russian].
6. Anatychuk L.I. (1979). *Termoelementy i termoelektricheskiye ustroystva: spravochnik [Thermoelements and thermoelectric devices: handbook]*. Kyiv: Naukova dumka [in Russian].
7. Gischuk V.S., Kobylianskyi R.R., Cherkez R.G. (2014). Bahatokanalnyi prylad dlia vymirivannia temperatury i hustyny teplovykh potokiv [Multi-channel device for temperature and heat flow density measurement]. *Naukovyi visnyk Chernivetskoho universitetu: zbirnyk naukovykh prats. Fizyka. Elektronika - Scientific Bulletin of Chernivtsi University: Collection of Scientific Papers. Physics. Electronics.* (Vol.3, issue 1, pp.96-100) [in Ukrainian].
8. Anatychuk L.I., Kobylianskyi R.R., Konstantynovich I.A. (2014). Hraduiuvannia termoelektrychnykh sensoriv teplovoho potoku [Calibration of thermoelectric heat flow sensors]. *Trudy XV Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii "Suchasni informatsiini ta elektronni tekhnologii" – Proc. of International scientific and practical conference "Modern information and electronic technologies"* (Ukraine, Odessa, May 26-30, 2014). (Vol.2, pp.30-31) [in Ukrainian].
9. Kobylianskyi R.R., Boichuk V.V. (2015). Vykorystannia termoelektrychnykh teplomiriv u medychnii diagnostytsi [Use of thermoelectric heat flow meters in medical diagnostics]. *Naukovyi visnyk Chernivetskoho universitetu: zbirnyk naukovykh prats. Fizyka. Elektronika - Scientific Bulletin of Chernivtsi University: Collection of Scientific Papers. Physics. Electronics.* (Vol. 4, issue 1, pp.90-96) [in Ukrainian].
10. Anatychuk L.I., Ivashchuk O.I., Kobylianskyi R.R., Postevka I.D., Bodiaka V.Yu., Huschul I.Ya. (2016). Termoelektrychnyi prylad dlia vymirivannia temperatury I hustyny teplovoho potoku "ALTEC-10008" [Thermoelectric device for temperature and heat flux density measurement]. *Termoelektryka – J.Thermoelectricity*, 1, 76-84 [in Ukrainian].
11. Kobylianskyi R.R. (2016). Kompiuterne modeliuvannia pokaziv termoelektrychnoho sensora medychnoho pryznachennia [Computer simulation of medical-purpose thermoelectric sensor readings]. *Termoelektryka – J.Thermoelectricity*, 4, 69-77 [in Ukrainian].
12. Anatychuk L.I., Kobylianskyi R.R., Konstantynovych I.A., Lysko V.V., Puhantseva O.V., Rozver Yu.Yu., Tiumentsev V.A. (2016). Stend dlia hraduiuvannia termoelektrychnykh peretvoriuvachiv teplovoho potoku [Calibration bench for thermoelectric heat flux sensors]. *Termoelektryka – J.Thermoelectricity*, 5, 71-79 [in Ukrainian].
13. Anatychuk L.I., Kobylianskyi R.R., Konstantynovych I.A., Kuz R.V., Manik O.M., Nitsovich O.V., et al. (2016). Tekhnologiia vyhotovlennia termoelektrychnykh mikrobaterei [Technology for manufacturing thermoelectric microthermopiles]. *Termoelektryka – J.Thermoelectricity*, 6, 49-54 [in Ukrainian].
14. Anatychuk L.I., Yuryk O.E., Kobylianskyi R.R., Roi I.V., Fishchenko Ya.V., Slobodianiuk N.P., et al. (2017). Termoelektrychnyi prylad dlia diagnistyky zapalnykh protsesiv ta nevrolohichnykh proiaviv osteokhondrozu khrebtu liudyny [Thermoelectric device for the diagnosis of inflammatory processes and neurological manifestations of vertebral osteochondrosis]. *Termoelektryka – J.Thermoelectricity*, 3, [in Ukrainian].

Submitted 21.08.2017