

# Кінематика планетарного кулачково-важільного механізму

В.Т. Сенкус, к.т.н., В.О. Босак, О.Б. Книш, к.т.н., І.М. Кравчук, к.т.н., Українська академія друкарства, м. Львів

У пакувальних і поліграфічних машинах застосовуються кулачково-зубчасті механізми для привода ланок в одному напрямку з їхньою наступною зупинкою. Ці механізми постійної структури дають можливість плавно розганяти ведені ланки і зупиняти їх, що позитивно впливає на довговічність роботи деталей машин [1].

Механізм складається із приводного водила 1 (рис. 1) із закріпленням на його осі 2 зубчастого сектора 3, закріпленого на цій самій осі коромисла 4 з роликом 5, який обкочується по нерухомому пазовому кулачку 6, і веденого зубчастого колеса 7, закріпленого співосно з водилом 1 на валу 8, що взаємодіє із зубчастим сектором 2. На валу 8 закріплена ведена ланка 9.

Механізм працює таким чином. Водило 1 обертається проти годинникової стрілки і під час обкочування ролика по постійному радіусу профілю кулачка 6 приводить у рух з такою самою кутовою швидкістю ведене колесо 7 і з'єднану з ним ведену ланку 9. Для зупинки зубчастого колеса 7 ролик 5 переходить на змінний радіус профілю кулачка 6 і повертає через зубчастий сектор 2 зубчасте колесо 7 у протилежному напрямку. За досягнення рівності кутової швидкості, яку надає зубчастому колесу 7 водило 1 і кутової швидкості, яку надає йому зубчастий сектор 2, воно зупиняється і буде вистоявати доти, доки ці швидкості будуть рівними. По закінченні зупинки коромисло 4 зменшує кутову швидкість зубчастого сектора 2 до нуля і розганяє його у протилежному напрямку.

У пакувальних машинах кулачково-зубчасті механізми можуть застосовуватися у приводі транспортерів для пере-



міщення виробу з однієї позиції в наступну із зупинкою для виконання технологічних операцій. Наприклад, аналогічний механізм застосований у штанцювальних пресах «Автоплата» для крокового переміщення картонних заготовок у технологічні секції.

У друкарських машинах такий механізм може застосовуватися для приводу обертового форграйфера, який фіксує нерухомий аркуш, розташований на накладному столі, розганяє його та передає захоплювачам друкарського циліндра, котрий обертається з великою кутовою швидкістю. Зупинка форграйфера необхідна для точного захоплення нерухомого аркуша.

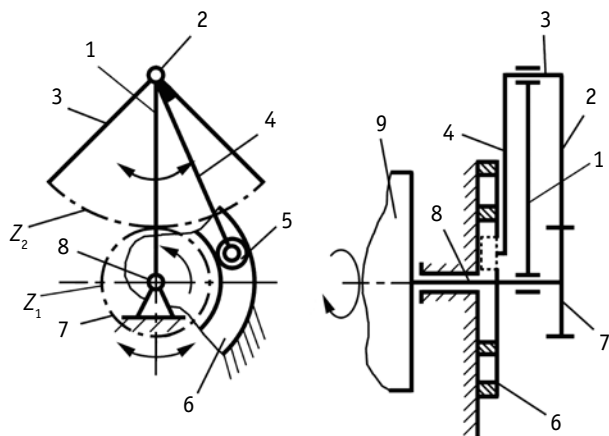


Рис. 1. Схема кулачково-зубчастого механізму

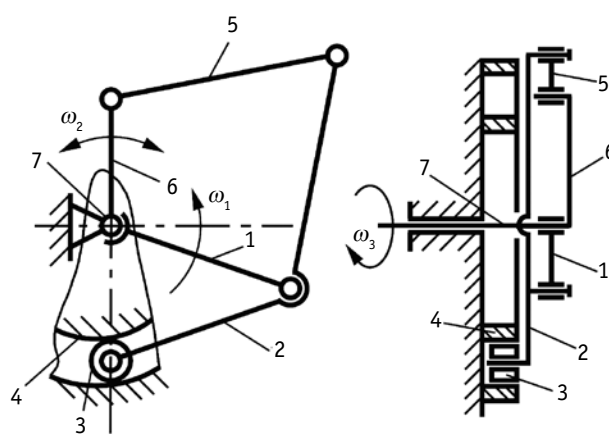


Рис. 2. Схема планетарного кулачково-важільного механізму

Проте в даних механізмах застосована зубчаста передача, у якій наявні зазори і контакт зачеплення проходить по лінії, що негативно впливає на довговічність роботи механізму.

Для усунення цих недоліків запропоновано новий планетарний кулачково-важільний механізм, у конструкції якого відсутня зубчаста передача, а рух ведений ланці в одному напрямку із зупинкою надає система шарнірно з'єднаних важелів із приводом від нерухомо закріпленого кулачка.

Схема запропонованого планетарного кулачково-важільного механізму, на який одержано патент України [2], зображена на рис. 2. Він складається із приводного водила 1, шарнірно з'єданого з ним двоплечого коромисла 2 з роликком 3, який знаходиться у пазу кулачка 4; шатун 5, шарнірно з'єданого з веденим коромислом 6; вала 7, на якому вільно посаджене водило 1 і жорстко з'єдане з ним коромисло 6.

Механізм працює таким чином. Водило 1 обертається проти годинникової стрілки і під час обкочування роликом 3 паза кулачка 4 постійного радіуса приводить у рух через шатун 5 з такою самою кутовою швидкістю вал 7 через ведене коромисло 6. Для зупинки вала 7 ролик 3 переходить на змінний радіус профілю пазового кулачка 4, повертає через коромисло 2 і шатун 5 ведене коромисло 6 у протилежному напрямку. За досягнення рівності кутових швидкостей, які надають коромислу 6 водило 1 і коромисло 2, вал 7 зупиняється і простоє протягом фази рівності цих швидкостей. Після зупинки вал 7 розганяється до максимальної швидкості з її наступним зменшенням.

### Розрахунок циклограми роботи механізму

Кутова швидкість  $\omega_3$  вала 7 складається з переносної швидкості  $\omega_1$  водила 1 і відносної швидкості  $\omega_2$ , яку надає йому коромисло 6, привод якого через шатун 5 здійснює коромисло-штовхач 2 від нерухомого кулачка 4, що можна записати таким чином:

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2. \quad (1)$$

Кутову швидкість важеля 6 за період розгону  $\omega_{2p}$  можна записати у вигляді [3]:

$$\omega_{2p} = b_{k1} \cdot \frac{\gamma_1}{\varphi_1} \cdot \omega_1, \quad (2)$$

де  $b_{k1}$  — інваріант швидкості;

$\gamma_1$  — кут повороту важеля 6 за період розгону;

$\varphi_1$  — фазовий кут періоду розгону.

Аналогічно визначаємо кутову швидкість важеля 6 у період вибігу  $\omega_{2e}$ :

$$\omega_{2e} = b_{k3} \cdot \frac{\gamma_3}{\varphi_3} \cdot \omega_1, \quad (3)$$

де індексом 3 позначено ті самі величини, що й у формулі (2), тільки для періоду вибігу.

Для вистою вала 7 необхідно, щоб максимальна швидкість, яку надає йому коромисло 6, дорівнювала швидкості водила 1, але мала протилежний знак.

Цю умову можна записати таким чином:

$$\omega_3 = \omega_{2max} + \omega_1 = 0. \quad (4)$$

Тут  $\omega_{2max} = B_1 \cdot \frac{\gamma_1}{\varphi_1} \cdot \omega_1$  — максимальна кутова швидкість коромисла;

$B_1$  — константа піка швидкості вибраного закону руху коромисла 6 у період розгону.

Тоді:

$$\omega_3 = B_1 \cdot \frac{\gamma_1}{\varphi_1} \cdot \omega_1 + \omega_1 = 0.$$

Звідси одержуємо за абсолютною величиною величини фазових кутів розгону та вибігу:

$$\varphi_1 = B_1 \cdot \gamma_1; \quad (5)$$

$$\varphi_3 = B_3 \cdot \gamma_3, \quad (6)$$

де  $B_3$  — константа піка швидкості закону руху коромисла 6 у період вибігу.

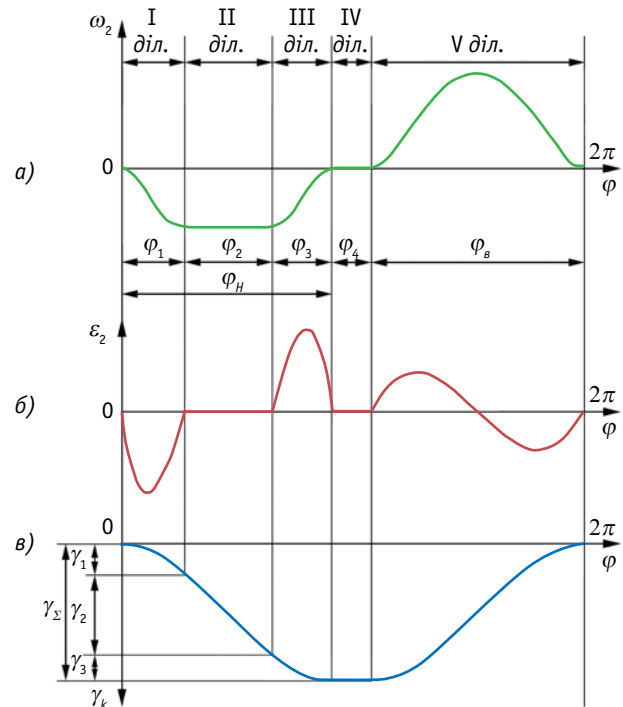
Для ділянки постійної швидкості руху коромисла 6 визначаємо аналогічно:

$$\varphi_2 = B_2 \cdot \gamma_2; \quad \varphi_2 = \gamma_2, \quad (7)$$

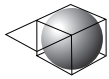
де  $B_2 = 1$  — константа піка швидкості за рівномірного руху. Таким чином, фазовий кут наближення буде дорівнювати (рис. 3, а):

$$\varphi_n = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3. \quad (8)$$

Далі ролик може обкочуватися по кулачку з постійним мінімальним радіусом, при цьому ведений вал 7 буде обертатися з постійною кутовою швидкістю  $\omega_1$ . Тоді на графіку кутова швидкість  $\omega_2$  важеля 6 буде дорівнювати нулю (рис. 3). Фазовий кут цієї ділянки позначений через  $\varphi_4$ .



**Рис. 3.** Зміна кутових параметрів: швидкості (а), прискорення (б) та переміщення (в) коромисла 6 залежно від кута повороту водила 1



Наявність такої ділянки обумовлена тим, що в окремих випадках, наприклад у разі застосування такого механізму для приводу форграйфера в друкарській машині, необхідно забезпечити обертання його з постійною швидкістю  $\omega_1$  під час передачі аркуша в захоплювачі циліндра.

Фазовий кут віддалення визначаємо:

$$\varphi_6 = 360^\circ - (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4). \quad (9)$$

Коли немає потреби в ділянці постійної швидкості, то приймають  $\varphi_4 = 0$  і фазовий кут віддалення дорівнює:

$$\varphi_6 = 360^\circ - (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3).$$

Сумарний кут розмаху коромисла 6 дорівнює:

$$\gamma_\Sigma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3. \quad (10)$$

З формул (5–7) і (10) видно, що фазовий кут  $\varphi_2$  вистою веденого вала 7 (рис. 2) залежить від величини кута повороту  $\gamma_2$  коромисла 6, який дорівнює  $\gamma_2 = \gamma_\Sigma - \gamma_1 - \gamma_3$ , і, отже, від кута розмаху коромисла 6, що може обмежувати застосування механізму у випадках необхідності великих фазових кутів вистою вала 7 для виконання технологічних операцій (наприклад, у машинах для приводу транспортерів).

### Визначення кінематики механізму

На рис. 3 представлені характерні зміни кінематичних параметрів коромисла 6, де  $\varphi_n$  — кут наближення, визначаємо як  $\varphi_n = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$ .

Поточні значення кінематичних параметрів коромисла 6 визначаємо для кожної ділянки окремо.

### Ділянка I — ділянка розбігу періоду наближення.

Кутове переміщення коромисла 6:

$$\gamma_k = -2a_{k1} \cdot \gamma_1, \quad (11)$$

де  $a_{k1}$  — інваріант переміщень,  $0 \leq a_{k1} \leq 0,5$ .

Кутова швидкість:

$$\omega_2 = -b_{k1} \frac{\gamma_1}{\varphi_1} \cdot \omega_1, \quad (12)$$

де  $b_{k1}$  — інваріант швидкостей,  $0 \leq b_{k1} \leq B_1$ .

Кутове прискорення:

$$\varepsilon_2 = -c_{k1} \frac{\gamma_1}{2 \cdot \varphi_1^2} \cdot \omega_1^2, \quad (13)$$

де  $c_{k1}$  — інваріант прискорень.

### Ділянка II — ділянка постійної швидкості.

Кутове переміщення:

$$\gamma_k = -\gamma_1 - \gamma_2 \cdot k, \quad (14)$$

де  $k$  — відносний час,  $0 \leq k \leq 1$ .

Кутова швидкість:

$$\omega_2 = -B_1 \frac{\gamma_1}{\varphi_1} \cdot \omega_1 = \omega_{2max} = const. \quad (15)$$

Кутове прискорення  $\varepsilon = 0$ .

### Ділянка III — ділянка вибігу періоду наближення.

Кутове переміщення:

$$\gamma_k = -(\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 + 2a_{k3} \cdot \gamma_3), \quad (16)$$

де  $a_{k3}$  — інваріант переміщень на ділянці III,  $0,5 \leq a_{k3} \leq 1$ .

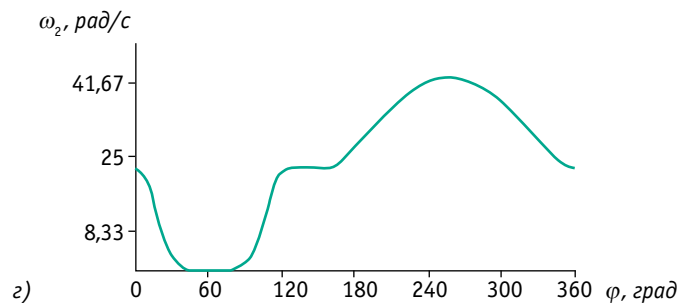
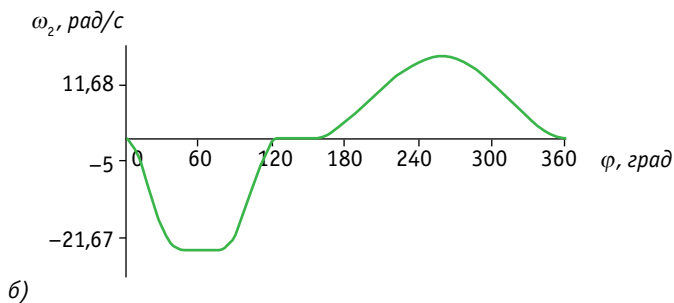
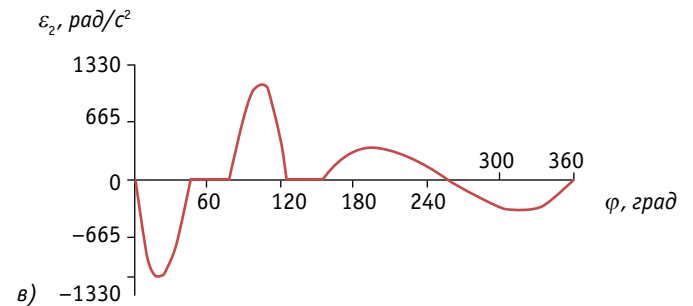
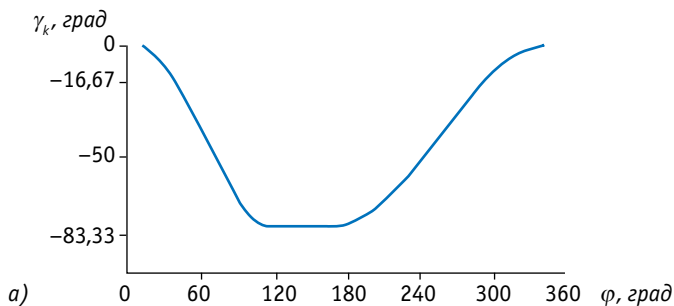


Рис. 4. Зміна кутових параметрів: переміщення (а), швидкості (б), прискорення (в) коромисла 6 відносно водила 1 та швидкості вала 7 форграйфера (г) залежно від кута повороту водила 1

Кутова швидкість:

$$\omega_2 = -b_{k3} \frac{\gamma_3}{\varphi_3} \cdot \omega_1, \quad (17)$$

де  $b_{k3}$  — інваріант швидкості на ділянці III,  $B_3 \geq b_{k3} \geq 0$ .  
Кутове прискорення:

$$\varepsilon_2 = -c_{k3} \frac{\gamma_3}{2 \cdot \varphi_3^2} \cdot \omega_1^2. \quad (18)$$

**Ділянка IV — ділянка вистою коромисла за розташування ролика на мінімальному радіусі кулачка.**

$$\gamma_k = -\gamma_\Sigma; \omega_2 = 0; \varepsilon_2 = 0.$$

На цій ділянці коромисло 6 не має відносного руху і вал 7 обертається з постійною швидкістю  $\omega_1$ . Фазовий кут  $\varphi_4$  може бути заданий з технологічних міркувань, наприклад для руху форграйфера з постійною швидкістю під час передачі аркуша в друкарській машині захоплювачам циліндра. Коли в цьому немає потреби, то приймають  $\varphi_4 = 0$ .

**Ділянка V — період віддалення.**

Кутове переміщення:

$$\gamma_k = -a_{k5} \cdot \gamma_\Sigma, \quad (19)$$

де  $a_{k5}$  — інваріант переміщень на ділянці V,  $1 \geq a_{k5} \geq 0$ ;  
 $\gamma_\Sigma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3$  — сумарний кутовий розмах коромисла 6.  
Кутова швидкість:

$$\omega_2 = b_{k5} \frac{\gamma_\Sigma}{\varphi_6} \cdot \omega_1, \quad (20)$$

де  $b_{k5}$  — інваріант швидкості на ділянці V;  
 $\varphi_6$  — фазовий кут віддалення,  $\varphi_6 = 360^\circ - (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4)$ .  
Кутове прискорення:

$$\varepsilon_2 = c_{k5} \frac{\gamma_\Sigma}{\varphi_6^2} \cdot \omega_1^2, \quad (21)$$

де  $c_{k5}$  — інваріант прискорень.

Кутову швидкість веденого вала 7 для всіх ділянок визначаємо за формулою (1). Кутове прискорення веденого вала 7 дорівнює кутовим прискоренням важеля 6:  $\varepsilon_3 = \varepsilon_2$ .

Для прикладу розрахуємо циклограму механізму обертового форграйфера друкарської машини. Задаємося сумарним кутовим розмахом коромисла 6:  $\gamma_\Sigma = 80^\circ$ . Виділяємо  $\gamma_1 = 25^\circ$  і  $\gamma_3 = 25^\circ$  — кути повороту коромисла 6 за період розгону та вибігу відповідно. Розраховуємо кут повороту коромисла 6 із постійною швидкістю:

$$\gamma_2 = \gamma_\Sigma - \gamma_1 - \gamma_3 = 80^\circ - 25^\circ - 25^\circ = 30^\circ.$$

Задаємо закон руху на ділянках розбігу та вибігу — закон руху Шуна [3], для якого інваріанти переміщення, швидкості та прискорення:

$$\begin{aligned} a_k &= 10 \cdot k^3 - 15 \cdot k^4 + 6 \cdot k^5; \\ b_k &= 30 \cdot k^2 - 60 \cdot k^3 + 30 \cdot k^4; \\ c_k &= 60 \cdot k - 180 \cdot k^2 + 120 \cdot k^3. \end{aligned}$$

Константа піка швидкості  $B_1 = 1,875$ . Тоді фазові кути розгону і вибігу, згідно з формулами (5) і (6), знаходимо:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= B_1 \cdot \gamma_1 = 1,875 \cdot 25^\circ = 46,875^\circ; \\ \varphi_3 &= B_3 \cdot \gamma_3 = 1,875 \cdot 25^\circ = 46,875^\circ. \end{aligned}$$

Фазовий кут постійної швидкості:

$$\varphi_2 = B_2 \cdot \gamma_2 = 1 \cdot 30^\circ = 30^\circ.$$

Кут передачі приймаємо  $\gamma_n = 40^\circ$ , якому відповідає фазовий кут:

$$\varphi_n = \varphi_3 + 15^\circ = 46,875^\circ + 15^\circ = 61,875^\circ.$$

Фазовий кут наближення:

$$\varphi_n = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 46,875^\circ + 30^\circ + 46,875^\circ = 123,75^\circ.$$


Фазовий кут віддалення коромисла 6 при  $\varphi_4 = 30^\circ$ :

$$\begin{aligned} \varphi_6 &= 360^\circ - (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4) = \\ &= 360^\circ - (46,875^\circ + 30^\circ + 46,875^\circ + 30^\circ) = 206,25^\circ. \end{aligned}$$

Розрахунок кінематичних параметрів механізму було проведено для швидкості  $\omega_1 = 22$  рад/с. Результати розрахунків представлені на рис. 4.

Як видно з отриманих залежностей кінематичних параметрів роботи механізму, спостерігається плавна зміна швидкості і прискорення веденої ланки, що позитивно впливає на роботу механізму та сприяє забезпеченню довговічності його деталей. Застосування планетарного кулачково-важільного механізму має певні межі, зокрема неможливість його використання за умови відносно великих кутів вистою веденої ланки.

## Література

1. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин: Підруч. — М.: Машиностроение. 1969. — 584 с.
2. Патент України 97334. МПК F16H25102, F16 53100. Кулачково-важільний механізм / Сенкус В.Т. (Укр.), Ретей І.І. (Укр.), Босак В.О. (Укр.). — Оpub. 2012, Бюл. № 2. — С. 2.
3. Тир К.В. Комплексный расчет кулачковых механизмов: Підруч. — М.: 1958. — 308 с. 

## Кинематика планетарного кулачково-рычажного механизма

В.Т. Сенкус, к.т.н., В.Е. Босак, О.Б. Кныш, к.т.н.,  
И.Н. Кравчук, к.т.н.

В статье рассмотрен оригинальный планетарный кулачково-рычажный механизм для привода ведомых звеньев в одном направлении с выстом, который может быть использован в упаковочных и полиграфических машинах. Авторами проведен расчет циклограммы работы механизма, разработана методика расчета его кинематических параметров. Также выявлены ограничения в его использовании и намечены пути усовершенствования.

**Ключевые слова:** упаковочная машина; полиграфическая машина; кулачково-рычажный механизм.

## Kinematics of the planetary cam lever mechanism

V.T. Senkus, Ph.D., V.E. Bosak, O.B. Knysh, Ph.D., I.N. Kravchuk, Ph.D.

The article considers a unique planetary cam-lever mechanism for driving follower links in one direction with a dwell, which can be employed in packaging and printing machines. An estimate of the cyclogram for the work of the mechanism is provided and the method of calculating its kinematic parameters is developed. Restrictions as to its usage are identified and possible improvements are suggested.

**Key words:** packaging machine; printing machine; cam-lever mechanism.