ВИСНОВКИ. У данній статті, використовуючи властивості кумулянтів (4) асимптотично збурених груп операторів (1) квантових систем багатьох частинок [11], описано асимптотичну поведінку непертурбативного розв'язку (3) задачі Коші для ієрархії квантових рівнянь ББҐКІ в скейлінговій границі самоузгодженого поля. Встановлено, що в такому наближенні еволюція стану системи описується за допомогою розв'язку задачі Коші для ієрархії квантових рівнянь Власова (8), (9).

Для початкових станів квантових систем статистично незалежних частинок (12) в границі самоузгодженого поля встановлено асимптотичну поведінку послідовності маргінальних кореляційних операторів (14), якою описується процес поширення початкового хаосу (19) за допомогою розв'язку (18) квантового кінетичного рівняння Власова.

Зауважимо, також що в [5] встановлено асимптотичну поведінку станів квантових систем багатьох частинок в скейлінговій границі самоузгодженого поля в іншій спосіб, а саме: на основі ієрархії дуальних квантових рівнянь ББҐКІ для послідовності маргінальних спостережуваних. Зокрема, такий підхід дає можливість побудови квантових кінетичних рівнянь з урахуванням кореляцій початкових станів [7], [11].

Аналогічно статті [9], наведені результати можуть бути поширені на системи багатьох ферміонів і бозонів та також на квантові системи багатьох частинок з кулонівським потенціалом взаємодії [17].

Список використаних джерел

1. Cercignani C., Gerasimenko V., Petrina D. Many-Particle Dynamics and Kinetic Equations, the Netherlands: Springer, 2012.
2. Erdös L., Schlein B., Yau H.-T. Derivation of the cubic nonlinear Schrödinger equation from quantum dynamics of many-body systems. Invent. Math. 167, (3), 2007, 515—614.
3. Erdös L., Schlein B., Yau H.-T. Derivation of the Gross—Pitaevskii equation for the dynamics of Bose—Einstein condensate. Ann. of Math. 172, 2010, 291—370.
4. Fröhlich J., Graffi S., Schwarz S. Mean-field and classical limit of many-body Schrödinger dynamics for bosons. Commun. Math. Phys. 271, 2007, 681–697.
5. Gerasimenko V.I. Heisenberg picture of quantum kinetic evolution in mean-field limit, Kinet. Relat. Models, 4, (1), 2011, 385—399.
6. Gerasimenko V.I., Hierarchies of quantum evolution equations and dynamics of many-particle correlations. (In: Statistical Mechanics and Random Walks: Principles, Processes and Applications. N.Y.: Nova Science Publ., Inc., 2013.) — P. 233—288.
7. Gerasimenko V.I. On the description of quantum correlations by means of a one-particle density operator. Proc. Inst. Math. NASU, v.14, No.1, pp. 116—127, 2017.
8. Gerasimenko V.I., Krechko V.V. On non-perturbative solution of quantum BBGKY hierarchy. Proc. Inst. Math. NASU, v.13, No.2, pp. 7—26, 2016.
9. Gerasimenko V.I., Polishchuk D.O. Dynamics of correlations of Bose and Fermi particles. Math. Methods Appl. Sci., 34, (1), 2011, 76—93.
10. Gerasimenko V.I., Shtyk V.O. Initial-value problem of the Bogolyubov hierarchy for quantum systems of particles. Ukrainian Math. J., 58, (9), 2006, 1175—1191.
11. Gerasimenko V.I., Tsvir Zh.A. On quantum kinetic equations of many-particle systems in condensed states. Physica A: Stat. Mech. Appl. 391, (24), 2012, 6362—6366.
12. Golse F. On the dynamics of large particle systems in the mean field limit, In: Macroscopic and large scale phenomena: coarse graining, mean field limits and ergodicity, Lect. Notes Appl. Math. Mech., 3, Springer, 2016, 1—144.
13. Golse F., Mouhot C., Paul T. On the mean-field and classical limits of quantum mechaics. Commun. Math. Phys. 343, 2016, 165–205.
14. Kato T. Perturbation Theory for Linear Operators. Springer-Verlag, 1995.
15. Petrina D.Ya. Mathematical Foundations of Quantum Statistical Mechanics. Continuous Systems. Kluwer, 1995.
16. Pezzotti F., Pulvirenti M. Mean-field limit and semiclassical expansion of quantum particle system. Ann. Henri Poincaré. 10, 2009, 145—187.
17. Porta M., Rademacher S., Saffirio C., Schlein B. Mean field evolution of fermions with Coulomb interaction. J. Stat. Phys., 166, (6), 2017,1345—1364.

Надійшла до редколегії 21.09.17

В. Герасименко, д-р физ.-мат. наук, проф., В. Кречко, асп.
Институт математики НАН Украины, Киев

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ ИЕРАРХИИ КВАНТОВЫХ УРАВНЕНИЙ ББГКИ В ГРАНИЦЕ САМОСОГЛАСОВАННОГО ПОЛЯ

В роботе рассмотрена проблема построения асимптотического предела самосогласованного поля непертурбативного решения задачи Коши для иерархии квантовых уравнений ББГКИ и установлено свойство распространения корреляцій состояний квантовых многочастичных систем в этом пределе.

V. Gerasimenko, Full Doctor., Prof., V. Krechko, PhD student
Institute of mathematics of the NAS of Ukraine, Kyiv

MEAN-FIELD ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF SOLUTION OF THE QUANTUM BBGKY HIERARCHY

The problem of the construction of a mean-field (self-consistent field) asymptotic behavior of a non-perturbative solution of the Cauchy problem of the quantum BBGKY hierarchy is considered and the property of the propagation of state correlations for many-particle systems is established.

УДК 517.946

А. Громик, канд.техн. наук, доц.
Подільський державний аграрно-технічний університет, м. Кам'янець-Подільський,
І. Конет, д-р фіз.-мат. наук, проф., Т. Пилипюк, канд. фіз.-мат. наук
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський
e-mail: gapon74@mail.ru, konet51@ukr.net, t-myh@i.ua

ГІПЕРБОЛІЧНА КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ КУСКОВО-ОДНОРІДНОГО ЦИЛІНДРИЧНО-КРУГОВОГО ШАРУ

Методом інтегральних і гібридних інтегральних перетворень у поєднанні з методом головних розв'язків (матриць впливу та матриць Гріна) вперше побудовано інтегральне зображення єдиного точного аналітичного розв'язку гіперболічної крайової задачі математичної фізики для кусково-однорідного циліндрично-кругового шару.

ВСТУП. Теорія початково-крайових (мішаних) задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу, зокрема рівнянь математичної фізики, – важливий розділ сучасної теорії диференціальних рівнянь, який інтенсивно розвивається завдяки численним застосуванням її досягнень при дослідженні різноманітних математичних моделей різних процесів і явищ природи, механіки, фізики, хімії, техніки, новітніх технологій.

Вагомі результати з теорії задачі Коші та початково-крайових задач для рівнянь і систем рівнянь гіперболічного типу одержано у працях Адамара Ж. [1], Гордінга Л. [3], Митропольського Ю.О., Хоми Г.П., Громяка М.І. [13], Самойленка А.М., Ткача Б.П. [15], Смирнова М.М. [17], Чернятина В.А. [19] та інших відомих вітчизняних і зарубіжних математиків.

Добре відомо, що складність досліджуваних крайових задач суттєво залежить як від властивостей коефіцієнтів рівнянь (різні види виродженостей і особливостей коефіцієнтів), так і від геометричної структури області (гладкість межі, наявність кутових точок тощо), в якій розглядається задача. На цей час досить детально вивчено властивості розв'язків і розвинуто різноманітні методи побудови розв'язків (точні і наближені) крайових і мішаних задач для лінійних, квазілінійних та деяких нелінійних рівнянь різних типів (еліптичних, параболічних, гіперболічних) в однозв'язних областях (однорідних середовищах), які обумовлені згаданими вище властивостями коефіцієнтів рівнянь і геометрії області, та побудовано функціональні простори коректності задач в сенсі Адамара.

Водночас багато важливих прикладних задач термомеханіки, теплофізики, дифузії, теорії пружності, теорії електричних кіл, теорії коливань механічних систем приводять до крайових і мішаних задач не тільки в однорідних середовищах, коли коефіцієнти рівнянь є неперервними, але й в неоднорідних і кусково-однорідних середовищах, коли коефіцієнти рівнянь є кусково-неперервними чи, зокрема, кусково-сталими [7, 16].

Виявляється, що для досить широкого класу лінійних крайових і мішаних задач у кусково-однорідних середовищах ефективним методом побудови їх точних розв'язків є метод гібридних інтегральних перетворень, що породжені гібридними диференціальними операторами, коли на кожній компоненті зв'язності кусково-однорідного середовища розглядаються або ж різні диференціальні оператори, або ж диференціальні оператори того ж самого вигляду, але з різними наборами коефіцієнтів [4, 8, 9].

Гіперболічні крайові задачі в необмежених кусково-однорідних циліндрично-кругових областях розглянуто у працях авторів [5, 6, 10, 11].

У цій статті методом інтегральних і гібридних інтегральних перетворень у поєднанні з методом головних розв'язків побудовано єдиний точний аналітичний розв'язок гіперболічної крайової задачі математичної фізики для кусково-однорідного циліндрично-кругового шару.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ. Розглянемо задачу побудови обмеженого на множині

$$D=\{(t,r,\varphi,z):t>0;r\in I_n^+=\bigcup_{j=1}^{n+1}I_j\equiv\bigcup_{j=1}^{n+1}(R_{j-1};R_j),\,R_0=0,\,R_{n+1}=+\infty;\quad \varphi\in[0;2\pi);z\in(-l_1;l_2),\,l_1\ge 0,\,l_2\ge 0,\,l_1+l_2\ne 0\}$$

2π-періодичного щодо кутової змінної φ класичного розв'язку гіперболічних диференціальних рівнянь з частинними похідними 2-го порядку [14]

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}-\left[a_{rj}^2\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{a_{\varphi j}^2}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}+a_{zj}^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]u_j+\chi_j^2u_j=f_j(t,r,\varphi,z);\quad r\in I_j;\quad j=\overline{1,n+1}\,; \tag{1}$$

з початковими умовами

$$u_j\big|_{t=0}=g_j^1(r,\varphi,z);\quad \frac{\partial u_j}{\partial t}\Big|_{t=0}=g_j^2(r,\varphi,z);\quad r\in I_j;\quad j=\overline{1,n+1}\,; \tag{2}$$

крайовими умовами

$$\left.\frac{\partial^s u_1}{\partial r}\right|_{r=0}=0;\quad \left.\frac{\partial^s u_{n+1}}{\partial r}\right|_{r=+\infty}=0;\quad s=0,1; \tag{3}$$

$$\left.\left(-\frac{\partial}{\partial z}+\mathrm{p}_1\right)u_j\right|_{z=-l_1}=w_j^1(t,r,\varphi);\quad \left.\left(\frac{\partial}{\partial z}+\mathrm{p}_2\right)u_j\right|_{z=l_2}=w_j^2(t,r,\varphi);\quad r\in I_j;\ j=\overline{1,n+1}\,; \tag{4}$$

та умовами спряження [8]

$$\left.\left[\left(\alpha_{j1}^k\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{j1}^k\right)u_k-\left(\alpha_{j2}^k\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{j2}^k\right)u_{k+1}\right]\right|_{r=R_k}=0;\quad j=1,2;\quad k=\overline{1,n}, \tag{5}$$

де $a_{rj},\ a_{\varphi j},\ a_{zj},\ \chi_j,\ p_j,\alpha_{js}^k,\ \beta_{js}^k$ – деякі сталі;

$c_{jk}=\alpha_{2j}^k\beta_{1j}^k-\alpha_{1j}^k\beta_{2j}^k\ne 0;\ \ c_{1k}\cdot c_{2k}>0;$

$f(t,r,\varphi,z)=\{f_1(t,r,\varphi,z),f_2(t,r,\varphi,z),\ldots,f_{n+1}(t,r,\varphi,z)\};\ g^1(r,\varphi,z)=\{g_1^1(r,\varphi,z),g_2^1(r,\varphi,z),\ldots,g_{n+1}^1(r,\varphi,z)\};$

$g^2(r,\varphi,z)=\{g_1^2(r,\varphi,z),g_2^2(r,\varphi,z),\ldots,g_{n+1}^2(r,\varphi,z)\};\ w^1(t,r,\varphi)=\{w_1^1(t,r,\varphi),w_2^1(t,r,\varphi),\ldots,w_{n+1}^1(t,r,\varphi)\};$

$w^2(t,r,\varphi)=\{w_1^2(t,r,\varphi),w_2^2(t,r,\varphi),\ldots,w_{n+1}^2(t,r,\varphi)\};$ – задані обмежені неперервні функції;

$u(t,r,\varphi,z)=\{u_1(t,r,\varphi,z),u_2(t,r,\varphi,z),\ldots,u_{n+1}(t,r,\varphi,z)\}$ – шукана функція.

ОСНОВНА ЧАСТИНА. Припустимо, що розв'язок задачі (1)–(5) існує і задані й шукані функції задовольняють умови застосовності залучених нижче інтегральних перетворень [8, 18, 12].

До задачі (1)–(5) застосуємо скінченне інтегральне перетворення Фур'є на декартовому сегменті $(-l_1;l_2)$ щодо змінної z [8]:

$$\Lambda_s[f(z)]=\int_{-l_1}^{l_2}f(z)v_s(z+l_1)dz\equiv f_s, \tag{6}$$

$$\Lambda_s^{-1}[f_s]=\sum_{s=1}^{\infty} f_s \frac{v_s(z+l_1)}{\| v_s(z+l_1)\|^2}\equiv f(z), \quad (7)$$

$$\Lambda_s\left[\frac{d^2 f}{dz^2}\right]=-\gamma_s^2 f_s+v_s(0)\left(-\frac{df}{dz}+p_1 f\right)\Bigg|_{z=-l_1}+v_s(l)\left(\frac{df}{dz}+p_2 f\right)\Bigg|_{z=l_2}, \quad l=l_1+l_2. \quad (8)$$

У формулах (6)-(8) бере участь спектральна функція (ядро перетворення) $v_s(z+l_1)=\dfrac{\gamma_s\cos\gamma_s(z+l_1)+p_1\sin\gamma_s(z+l_1)}{\sqrt{\gamma_s^2+p_1^2}}$, квадрат норми якої $\| v_s(z+l_1)\|^2=\int_{-l_1}^{l_2} v_s^2(z+l_1)dz=\dfrac{l}{2}+\dfrac{(p_1+p_2)(\gamma_s^2+p_1p_2)}{2(\gamma_s^2+p_1^2)(\gamma_s^2+p_2^2)}$.

При цьому $v_s(0)=\dfrac{\gamma_s}{\sqrt{\gamma_s^2+p_1^2}}$, $v_s(l)=\dfrac{\gamma_s}{\sqrt{\gamma_s^2+p_2^2}}$, $\{\gamma_s\}_{s=1}^{\infty}$ – монотонно зростаюча послідовність дійсних різних додатних коренів трансцендентного рівняння $\operatorname{ctg}\gamma l=\dfrac{\gamma^2-p_1p_2}{\gamma(p_1+p_2)}$, які утворюють дискретний спектр.

Інтегральний оператор Λ_s за формулою (6) внаслідок тотожності (8) тривимірній початково-крайовій задачі спряження (1)–(5) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині $D'=\{(t,r,\varphi);t>0;r\in I_n^+;\varphi\in[0;2\pi)\}$ 2π–періодичного щодо кутової змінної φ розв'язку диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial^2 u_{js}}{\partial t^2}-\left[a_{rj}^2\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{a_{\varphi j}^2}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]u_{js}+\left(a_{zj}^2\gamma_s^2+\chi_j^2\right)u_{js}=\Phi_{js}(t,r,\varphi);\quad r\in I_j;\quad j=\overline{1,n+1}; \quad (9)$$

з початковими умовами

$$u_{js}\big|_{t=0}=g_{js}^1(r,\varphi);,\quad \frac{\partial u_{js}}{\partial t}\bigg|_{t=0}=g_{js}^2(r,\varphi);\quad r\in I_j;\ j=\overline{1,n+1}, \quad (10)$$

крайовими умовами

$$\frac{\partial^p u_{1s}}{\partial r^p}\bigg|_{r=0}=0;\quad \frac{\partial^p u_{n+1,s}}{\partial r^p}\bigg|_{r=+\infty}=0;\quad p=0,1, \quad (11)$$

та умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^k\frac{\partial}{\partial z}+\beta_{j1}^k\right)u_{ks}-\left(\alpha_{j2}^k\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{j2}^k\right)u_{k+1,s}\right]\Bigg|_{r=R_k}=0;\ j=1,2;\quad k=\overline{1,n}, \quad (12)$$

де $\Phi_{js}(t,r,\varphi)=f_{js}(t,r,\varphi)+a_{zj}^2 v_s(0)w_j^1(t,r,\varphi)+a_{zj}^2 v_s(l)w_j^2(t,r,\varphi),\quad j=\overline{1,n+1}$.

До задачі (9) – (12) застосуємо скінченне інтегральне перетворення Фур'є на проміжку $[0;2\pi)$ до кутової змінної φ [18]:

$$F_m[g(\varphi)]=\int_0^{2\pi} g(\varphi)\exp(-im\varphi)d\varphi\equiv g_m,\ \textit{I}\text{ – уявна одиниця}, \quad (13)$$

$$F_m^{-1}[g_m]=\frac{\mathrm{Re}}{2\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m g_m\exp(im\varphi)\equiv g(\varphi), \quad (14)$$

$$F_m\left[\frac{d^2 g}{d\varphi^2}\right]=-m^2F_m[g(\varphi)]\equiv -m^2 g_m, \quad (15)$$

де $\mathrm{Re}(\cdots)$ – дійсна частина виразу $(\cdots)$ щодо φ; $\varepsilon_0=1$, $\varepsilon_k=2$; $k=1,2,3\ldots$

Інтегральний оператор F_m за формулою (13) внаслідок тотожності (15) двовимірній початково-крайовій задачі спряження (9)-(12) ставить у відповідність задачу побудови обмеженого на множині $D''=\{(t,r);t>0;r\in I_n^+\}$ розв'язку одновимірних диференціальних рівнянь гіперболічного типу 2-го порядку з оператором Бесселя

$$\frac{\partial^2 u_{jsm}}{\partial t^2}-a_{rj}^2\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}-\frac{\nu_{jm}^2}{r^2}\right)u_{jsm}+\left(a_{zj}^2\gamma_s^2+\chi_j^2\right)u_{jsm}=\Phi_{jsm}(t,r);\quad r\in I_j;\ j=\overline{1,n+1};\ \nu_{jm}=\frac{a_{\varphi j}m}{a_{rj}}, \quad (16)$$

з початковими умовами

$$u_{jsm}\big|_{t=0}=g_{jsm}^1(r);\quad \frac{\partial u_{jsm}}{\partial t}\bigg|_{t=0}=g_{jsm}^2(r);\quad r\in I_j;\ j=\overline{1,n+1}, \quad (17)$$

крайовими умовами

$$\frac{\partial^p u_{1sm}}{\partial r^p}\bigg|_{r=0}=0;\quad \frac{\partial^p \tilde{u}_{n+1,sm}}{\partial r^p}\bigg|_{r=+\infty}=0;\quad p=0,1, \quad (18)$$

та умовами спряження

$$\left.\left[\left(\alpha_{j1}^{k}\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{j1}^{k}\right)u_{ksm}-\left(\alpha_{j2}^{k}\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{j2}^{k}\right)u_{k+1,sm}\right]\right|_{r=R_k}=0;\quad j=1,2;\quad k=\overline{1,n}. \tag{19}$$

До одновимірної гіперболічної початково-крайової задачі спряження (16)–(19) застосуємо гібридне інтегральне перетворення типу Фур'є-Бесселя на полярній осі I_n^+ з n точками спряження щодо радіальної змінної r [12]:

$$H_{(n)}[f(r)]=\int_0^{+\infty}f(r)V(r,\lambda)\sigma(r)rdr\equiv\widetilde{f}(\lambda), \tag{20}$$

$$H_{(n)}^{-1}[\widetilde{f}(\lambda)]=\int_0^{+\infty}\widetilde{f}(\lambda)V(r,\lambda)\Omega(\lambda)d\lambda\equiv f(r), \tag{21}$$

$$H_{(n)}\left[B_{(m)}[f(r)]\right]=-\lambda^2\widetilde{f}(\lambda)-\sum_{k=1}^{n+1}\alpha_k^2\int_{R_{k-1}}^{R_k}f(r)V_k(r,\lambda)\sigma_k rdr. \tag{22}$$

У формулах (20)-(22) беруть участь величини і функції:

$$V(r,\lambda)=\sum_{k=1}^{n}V_k(r,\lambda)\Theta(r-R_{k-1})\Theta(R_k-r)+V_{n+1}(r,\lambda)\Theta(r-R_n);\ \ V_1(r,\lambda)=\Delta_n J_{\nu_{1m}}(q_1r);\ \ \Delta_n=\prod_{k=1}^{n}\Delta^k\equiv\prod_{k=1}^{n}\frac{2c_{2k}}{\pi R_k}\neq 0;$$

$$V_{k+1}(r,\lambda)=\prod_{j=k+1}^{n}\Delta^j[\omega_{(\nu_m);2}^{(k)}(\lambda)J_{\nu_{k+1,m}}(q_{k+1}r)-\omega_{(\nu_m);1}^{(k)}(\lambda)N_{\nu_{k+1,m}}(q_{k+1}r)];\ V_{n+1}(r,\lambda)=\omega_{(\nu_m);2}^{(n)}(\lambda)J_{\nu_{n+1,m}}(q_{n+1}r)-\omega_{(\nu_m);1}^{(n)}(\lambda)(q_{n+1}r)];$$

$J_\nu(x)$ – циліндрична функція Бесселя 1-го роду ν-го порядку; N_ν – циліндрична функція Бесселя 2-го роду ν-го порядку;

$$a_k\equiv a_{zk},\ \ q_k\equiv q_k(\lambda^2)=q_k^{-1}(\lambda^2+\gamma_k^2)^{1/2};\ \ \gamma_k\geq 0;\ \ k=\overline{1,n+1},\ (\nu_m)\equiv(\nu_m)_{n+1}=(\nu_{1m},\nu_{2m},\ldots,\nu_{n+1,m});$$

$$\sigma(r)=\sum_{k=1}^{n}\sigma_k\Theta(r-R_{k-1})\Theta(R_k-r)+\sigma_{n+1}\Theta(r-R_n);\ \ \sigma_k=\frac{1}{a_k^2}\frac{c_{1k}\cdot c_{1,k+1}\cdots c_{1n}}{c_{2k}\cdot c_{2,k+1}\cdots c_{2n}};\ \ \sigma_{n+1}=\frac{1}{a_{n+1}^2};\ \ J_{\nu,\alpha}(x)=x^{-\alpha}J_\nu(x);$$

$$N_{\nu,\alpha}(x)=x^{-\alpha}N_\nu(x);\ \ u_{\nu_{km;ij}}^{k1}(q_pR_k)=\left(\frac{\nu_{km}}{R_k}\alpha_{ij}^k+\beta_{ij}^k\right)J_{\nu_{km},0}(q_pR_k)-R_k^2q_p^2\alpha_{ij}^kJ_{\nu_{km+1},1}(q_pR_k);$$

$$u_{\nu_{km;ij}}^{k2}(q_pR_k)=\left(\frac{\nu_{km}}{R_k}\alpha_{ij}^k+\beta_{ij}^k\right)N_{\nu_{km},0}(q_pR_k)-R_k^2q_p^2\alpha_{ij}^kN_{\nu_{km+1},1}(q_pR_k);\ \ i,j=1,2;\ \ k=\overline{1,n};\ \ p=\overline{1,n+1};$$

$$\Psi_{(\nu_{km},\nu_{k+1,m});ij}^{k}(q_kR_k,q_{k+1}R_k)=u_{\nu_{km};11}^{ki}(q_kR_k)u_{\nu_{k+1m};22}^{kj}(q_{k+1}R_k)-u_{\nu_{km};21}^{ki}(q_kR_k)u_{\nu_{k+1m};12}^{kj}(q_{k+1}R_k);\ \ k=\overline{1,n};$$

$$\omega_{(\nu_m)2;p}^{(1)}(q_1R_1,q_2R_1)\equiv\Psi_{(\nu_{1m},\nu_{2m});1p}^{1}(q_1R_1,q_2R_1)\equiv\omega_{(\nu_m)2;p}^{(1)}(\lambda);\ \ p=1,2;$$

$$\omega_{(\nu_m)k+1;j}^{(k)}(\lambda)=\omega_{(\nu_m)k+1;j}^{(k)}(q_1R_1,q_2R_1,\ldots q_kR_k,q_{k+1}R_k)=\Psi_{(\nu_{km},\nu_{k+1,m});1j}^{k}(q_kR_k,q_{k+1}R_k)\omega_{(\nu_m)k;2}^{(k-1)}(q_1R_1,q_2R_1,\ldots q_{k-1}R_{k-1},q_kR_{k-1})-$$

$$-\Psi_{(\nu_{km},\nu_{k+1,m});2j}^{k}(q_kR_k,q_{k+1}R_k)\omega_{(\nu_m)k;1}^{(k-1)}(q_1R_1,q_2R_1,\ldots q_{k-1}R_{k-1},q_kR_{k-1});\ \ k=\overline{2,n};\ \ j=1,2;\ \ (k)=123\ldots k;$$

$$(\nu_m);k=(\nu_{1m},\nu_{2m},\ldots\nu_{km});\ \ \Omega(\lambda)=\lambda\left\{[\omega_{(\nu_m);1}^{(n)}(\lambda)]^2+[\omega_{(\nu_m);2}^{(n)}(\lambda)]^2\right\}^{-1}$$

та гібридний диференціальний оператор Бесселя

$B_{(m)}=\sum_{k=1}^{n}a_{rk}^2\theta(r-R_{k-1})\theta(R_k-r)B_{\nu_{km}}+a_{r,n+1}^2\Theta(r-R_n)B_{\nu_{n+1,m}}$, де $B_{\nu_{km}}=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}-\frac{\nu_{km}^2}{r^2}$ – класичний диференціальний оператор Бесселя, $\theta(x)$ – одинична функція Гевісайда.

Запишемо диференціальні рівняння (16) та початкові умови (17) у матричній формі

$$\begin{bmatrix}\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-a_{r1}^2B_{\nu_{1m}}+q_{1s}^2\right)u_{1sm}\\ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-a_{r2}^2B_{\nu_{2m}}+q_{2s}^2\right)u_{2sm}\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\\ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-a_{r,n+1}^2B_{\nu_{n+1,m}}+q_{n+1,s}^2\right)\widetilde{u}_{n+1,sm}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Phi_{1sm}(t,r)\\ \Phi_{2sm}(t,r)\\ \cdots\cdots\\ \Phi_{n+1,sm}(t,r)\end{bmatrix}, \tag{23}$$

$$\begin{bmatrix} u_{1sm}(t,r) \\ u_{2sm}(t,r) \\ \dots\dots\dots \\ u_{n+1,sm}(t,r) \end{bmatrix}\Bigg|_{t=0} = \begin{bmatrix} g^1_{1sm}(r) \\ g^1_{2sm}(r) \\ \dots\dots\dots \\ g^1_{n+1,sm}(r) \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial}{\partial t}\begin{bmatrix} u_{1sm}(t,r) \\ u_{2sm}(t,r) \\ \dots\dots\dots \\ u_{n+1,sm}(t,r) \end{bmatrix}\Bigg|_{t=0} = \begin{bmatrix} g^2_{1sm}(r) \\ g^2_{2sm}(r) \\ \dots\dots\dots \\ g^2_{n+1,sm}(r) \end{bmatrix}, \tag{24}$$

де $q^2_{js} = a^2_{zj}\gamma^2_s + \chi^2_j; \quad j = \overline{1, n+1}.$

Інтегральний оператор $H_{(n)}$, який діє за формулою (20), зобразимо у вигляді операторної матриці-рядка

$$H_{(n)}[\cdots] = \left[\int_0^{R_1} \cdots V_1(r,\lambda)\sigma_1 r dr \quad \int_{R_1}^{R_2} \cdots V_2(r,\lambda)\sigma_2 r dr \quad \int_{R_{n-1}}^{R_n} \cdots V_n(r,\lambda)\sigma_n r dr \quad \int_{R_n}^{+\infty} \cdots V_{n+1}(r,\lambda)\sigma_{n+1} r dr\right] \tag{25}$$

і застосуємо за правилом множення матриць до задачі (24), (25). Внаслідок тотожності (22) одержуємо задачу Коші

$$\sum_{j=1}^{n+1}\left(\frac{d^2}{dt^2} + \lambda^2 + \alpha^2_j + q^2_{js}\right)\tilde{u}_{jsm}(t,\lambda) = \sum_{j=1}^{n+1}\tilde{\Phi}_{jsm}(t,\lambda), \tag{26}$$

$$\sum_{j=1}^{n+1}\tilde{u}_{jsm}(t,\lambda)\Big|_{t=0} = \sum_{j=1}^{n+1}\tilde{g}^1_{jsm}(\lambda); \quad \frac{d}{dt}\sum_{j=1}^{n+1}\tilde{u}_{jsm}(t,\lambda)\Big|_{t=0} = \sum_{j=1}^{n+1}\tilde{g}^2_{jsm}(\lambda), \tag{27}$$

де $\tilde{u}_{jsm}(t,\lambda) = \int_{R_{j-1}}^{R_j} u_{jsm}(t,r)V_j(r,\lambda)\sigma_j r dr; \ j = \overline{1, n+1}, \ \tilde{F}_{jsm}(t,\lambda) = \int_{R_{j-1}}^{R_j} F_{jsm}(t,r)V_j(r,\lambda)\sigma_j r dr, \ j = \overline{1, n+1},$

$\tilde{g}^p_{jsm}(\lambda) = \int_{R_{j-1}}^{R_j} g^p_{jsm}(r)V_j(r,\lambda)\sigma_j r dr; \quad j = \overline{1, n+1}; \ p = 1,2.$

Припустимо, не зменшуючи загальності розв'язку задачі (1)–(5), що $\max\{q^2_{1s}, q^2_{2s}, ..., q^2_{n+1,s}\} = q^2_{1s}$ і покладемо всюди $\alpha^2_j = q^2_{1s} - q^2_{js}; \ j = \overline{1, n+1}$. Задача Коші (26), (27) набуває вигляду

$$\frac{d^2\tilde{u}_{sm}(t,\lambda)}{dt^2} + \Delta^2_s(\lambda)\tilde{u}_{sm}(t,\lambda) = \tilde{\Phi}_{sm}(t,\lambda), \tag{28}$$

$$\tilde{u}_{sm}(t,\lambda)\big|_{t=0} = \tilde{g}^1_{sm}(\lambda); \quad \frac{d\tilde{u}_{sm}(t,\lambda)}{dt}\Big|_{t=0} = \tilde{g}^2_{sm}(\lambda), \tag{29}$$

де $\tilde{u}_{sm}(t,\lambda) = \sum_{j=1}^{n+1}\tilde{u}_{jsm}(t,\lambda), \quad \tilde{F}_{sm}(t,\lambda) = \sum_{j=1}^{n+1}\tilde{F}_{jsm}(t,\lambda), \quad \tilde{g}^p_{sm}(\lambda) = \sum_{j=1}^{n+1}\tilde{g}^p_{jsm}(\lambda); \quad p = 1,2; \ \Delta^2_s(\lambda) = \lambda^2 + a^2_{z1}\gamma^2_s + \chi^2_1.$

Відомо [5], що єдиним розв'язком задачі Коші (28), (29) є функція

$$\tilde{u}_{sm}(t,\lambda) = G_s(t,\lambda)\tilde{g}^2_{sm}(\lambda) + \frac{d}{dt}G_s(t,\lambda)\tilde{g}^1_{sm}(\lambda) + \int_0^t G_s(t-\tau,\lambda)\tilde{\Phi}_{sm}(\tau,\lambda)d\tau, \tag{30}$$

де функція Коші $G_s(t,\lambda) = \dfrac{\sin(\Delta_s(\lambda)t)}{\Delta_s(\lambda)}.$

Оскільки суперпозиція операторів $H_{(n)}$ та $H^{-1}_{(n)}$ є одиничним оператором $\left(H_{(n)} \circ H^{-1}_{(n)} = H^{-1}_{(n)} \circ H_{(n)} = I\right)$, то оператор $H^{-1}_{(n)}$, як обернений до оператора (25), зобразимо у вигляді операторної матриці-стовпця

$$H^{-1}_{(n)}[\cdots] = \begin{bmatrix} \int_0^{+\infty} \cdots V_1(r,\lambda)\Omega(\lambda)d\lambda \\ \int_0^{+\infty} \cdots V_2(r,\lambda)\Omega(\lambda)d\lambda \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \int_0^{+\infty} \cdots V_{n+1}(r,\lambda)\Omega(\lambda)d\lambda \end{bmatrix}. \tag{31}$$

Застосуємо за правилом множення матриць операторну матрицю-стовпець (31) до матриці-елемента $[\tilde{u}_{sm}(t,\lambda)]$, де функція $\tilde{u}_{sm}(t,\lambda)$ визначена формулою (30). Одержуємо єдиний розв'язок одновимірної гіперболічної початково-крайової задачі спряження (16)–(19):

$$u_{jsm}(t,r)=\int_0^{+\infty}\tilde{u}_{sm}(t,\lambda)V_j(r,\lambda)\Omega(\lambda)d\lambda;\ \ j=\overline{1,n+1}. \qquad (32)$$

Застосувавши послідовно до функцій $u_{jsm}(t,r)$, визначених за формулами (32), обернені оператори Λ_s^{-1} та F_m^{-1} і, виконавши нескладні перетворення, одержуємо функції

$$u_j(t,r,\varphi,z)=\sum_{k=1}^{n+1}\int_0^t\int_{R_{k-1}}^{R_k}\int_0^{2\pi}\int_{-l_1}^{l_2}E_{jk}(t-\tau,r,\rho,\varphi-\alpha,z,\xi)f_k(\tau,\rho,\alpha,\xi)\sigma_k\rho d\xi d\alpha d\rho d\tau+\frac{\partial}{\partial t}\sum_{k=1}^{n+1}\int_{R_{k-1}}^{R_k}\int_0^{2\pi}\int_{-l_1}^{l_2}E_{jk}(t,r,\rho,\varphi-\alpha,z,\xi)g_k^1(\rho,\alpha,\xi)\times$$

$$\times\sigma_k\rho d\xi d\alpha d\rho+\sum_{k=1}^{n+1}\int_{R_{k-1}}^{R_k}\int_0^{2\pi}\int_{-l_1}^{l_2}E_{jk}(t,r,\rho,\varphi-\alpha,z,\xi)g_k^2(\rho,\alpha,\xi)\sigma_k\rho d\xi d\alpha d\rho+ \qquad (33)$$

$$+\sum_{k=1}^{n+1}a_{zk}^2\int_0^t\int_{R_{k-1}}^{R_k}\int_0^{2\pi}[W_{jk}^1(t-\tau,r,\rho,\varphi-\alpha,z)w_k^1(\tau,\rho,\alpha)+W_{jk}^2(t-\tau,r,\rho,\varphi-\alpha,z)w_k^2(\tau,\rho,\alpha)\sigma_k\rho d\alpha d\rho d\tau;\ \ j=\overline{1,n+1},$$

які визначають єдиний розв'язок гіперболічної початково-крайової задачі спряження (1)-(5).

У формулах (33) застосовано компоненти

$$E_{jk}(t,r,\rho,\varphi,z,\xi)=\frac{1}{2\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty}\varepsilon_m G_s(t,\lambda)V_j(r,\lambda)V_k(\rho,\lambda)\Omega(\lambda)v_s(z+l_1)v_s(\xi+l_1)\,\|\,v_s(z+l_1)\,\|^{-2}\cos(m\varphi);\qquad j,k=\overline{1,n+1}$$

матриці впливу (функції впливу) $E(t,r,\rho,\varphi,z,\xi)$, компоненти $W_{jk}^1(t,r,\rho,\varphi,z)=E_{jk}(t,r,\rho,\varphi,z,-l_1)$ нижньої тангенціальної матриці Гріна (нижні тангенціальні функції Гріна) $W^1(t,r,\rho,\varphi,z)$ та компоненти $W_{jk}^2(t,r,\rho,\varphi,z)=E_{jk}(t,r,\rho,\varphi,z,l_2)$ верхньої тангенціальної матриці Гріна (верхні тангенціальні функції Гріна) $W^2(t,r,\rho,\varphi,z)$ розглянутої задачі.

З використанням властивостей функцій впливу $E_{jk}(t,r,\rho,\varphi,z,\xi)$ і функцій Гріна $W_{\mathrm{jk}}^p(t,r,\rho,\varphi,z)$, $p=1,2$, безпосередньо перевіряється, що функції $u_j(t,r,\varphi,z)$, визначені за формулами (33), задовольняють рівняння (1), початкові умови (2), крайові умови (3), (4) та умови спряження (5) в сенсі теорії узагальнених функцій [20].

Єдиність розв'язку (33) випливає із його структури (інтегрального зображення) та єдиності головних розв'язків (функцій впливу і функцій Гріна) задачі (1)–(5).

Методами з [2, 20] можна довести, що при відповідних умовах на вихідні дані, формули (33) визначають обмежений класичний розв'язок гіперболічної початково-крайової задачі спряження (1)–(5).

Підсумком викладеного вище є така теорема.

Теорема. Якщо функції $f_j(t,r,\varphi,z)$, $g_j^p(r,\varphi,z)$, $w_j^p(t,r,\varphi)$, $p=1,2,$ задовольняють умови:

1) двічі неперервно диференційовні за кожною змінною;
2) мають обмежену варіацію за геометричними змінними;
3) абсолютно сумовні з ваговою функцією $\rho(r)=r\sigma(r)$ на осі I_n^+;
4) справджують умови спряження, то гіперболічна початково-крайова задача (1)–(5) має єдиний обмежений класичний розв'язок, який визначається за формулами (33).

Зауваження 1. У випадку $a_{rj}=a_{\varphi j}=a_{zj}\equiv a_j>0$ формули (33) визначають структуру розв'язку гіперболічної крайової задачі в ізотропному кусково-однорідному циліндрично-круговому шарі.

Зауваження 2. Параметри p_j $(j=1,2)$ дозволяють виділяти з формул (33) розв'язки початково-крайових задач у випадках задання на площинах $z=-l_1$, $z=l_2$ крайових умов 1-го й 2-го роду та їх можливих комбінацій (1-1, 1-2, 2-1, 2-2).

Зауваження 3. У випадку $\chi_j\equiv 0$ рівняння (1) є класичним тривимірним неоднорідним хвильовим рівнянням (рівнянням коливань, рівнянням Даламбера) для ортотропного середовища у циліндричній системі координат.

Зауваження 4. Якщо $\alpha_{11}^k=0,\ \beta_{11}^k=1;\ \alpha_{12}^k=0,\ \beta_{12}^k=1;\ \alpha_{21}^k=E_1^k,\ \beta_{21}^k=0;\ \alpha_{22}^k=E_2^k,\ \beta_{22}^k=0,$ де E_1^k, E_2^k – модулі Юнга ($k=\overline{1,n}$,) умови спряження (5) збігаються з класичними умовами ідеального механічного контакту.

Таким чином, у зазначених випадках 3, 4 розглянута гіперболічна крайова задача математичної фізики (1)–(5) є математичною моделлю вимушених коливних процесів у кусково-однорідному циліндрично-круговому шарі.

ВИСНОВКИ. Методом інтегральних і гібридних інтегральних перетворень у поєднанні з методом головних розв'язків (матриць впливу та матриць Гріна) вперше побудовано інтегральне зображення єдиного точного аналітичного розв'язку гіперболічної крайової задачі математичної фізики для кусково-однорідного циліндрично-кругового шару. Одержаний розв'язок носить алгоритмічний характер, неперервно залежить від параметрів і даних задачі й може бути використаний як в подальших теоретичних дослідженнях, так і в практиці інженерних розрахунків реальних процесів, які моделюються гіперболічними крайовими задачами математичної фізики кусково-однорідних середовищ.

Список використаних джерел

1. Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа / Ж. Адамар. – М.: Наука. 1978. – 352 с.
2. Гельфанд И.М. Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений / И.М. Гельфанд, Г.Е. Шилов. – М.: Физматгиз, 1958. – 274 с.
3. Гординг Л. Задача Коши для гиперболических уравнений / Л. Гординг. – М.: ИЛ, 1961. – 122 с.
4. Громик А.П. Температурні поля в кусково-однорідних просторових середовищах / А.П. Громик, І.М. Конет, М.П. Ленюк. – Кам'янець-Подільський: Абетка-Світ, 2011. – 200 с.

5. Громик А.П. Інтегральне зображення розв'язку гіперболічної крайової задачі в неоднорідному циліндрично-круговому просторі / А.П. Громик, І.М. Конет, Т.М. Пилипюк // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. пр. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2015. – Вип. 12. – С. 27–37.

6. Громик А.П. Інтегральне зображення розв'язку гіперболічної крайової задачі в неоднорідному циліндрично-круговому просторі з циліндричною порожниною / А.П. Громик, І.М. Конет, Т.М. Пилипюк // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. пр. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2016. – Вип. 13. – С. 45–55.

7. Дейнека В.С. Модели и методы решения задач с условиями сопряжения / В.С. Дейнека, И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий. – К.: Наук. думка, 1998. – 614 с.

8. Конет І.М. Стаціонарні та нестаціонарні температурні поля в циліндрично-кругових областях / І.М. Конет, М.П. Ленюк. – Чернівці: Прут, 2001. – 312 с.

9. Конет І.М. Гіперболічні крайові задачі математичної фізики в кусково-однорідних просторових середовищах / І.М. Конет. – Кам'янець-Подільський: Абетка-Світ, 2013. – 120 с.

10. Конет І.М. Гіперболічна крайова задача для необмеженого кусково-однорідного циліндра / І.М. Конет, Т.М. Пилипюк // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Математика. Механіка. – 2016. – Вип. 2(36). – С. 22–27.

11. Konet I. Hyperbolic boundary value problem for unlimited piecewice-homogeneous hollow cylinder / I. Konet, T. Pylypiuk // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. пр. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2016. – Вип. 14. – С. 91–101.

12. Ленюк М.П. Узагальнення інтегралу Фур'є-Бесселя / М.П. Ленюк // Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач : зб. наук. пр. – Київ: Ін-т математики АН України, 1993. – Вип. 2, ч. 1. – С. 89–101.

13. Митропольський Ю.А. Асимптотические методы исследования квазиволновых уравнений гиперболического типа / Ю.А. Митропольський, Г.П. Хома, М.И. Громяк. – К.: Наук. думка. 1991. – 232 с.

14. Перестюк М.О. Теорія рівнянь математичної фізики / М.О. Перестюк, В.В. Маринець. – К.: Либідь, 2006. – 424 с.

15. Самойленко А.М. Численно-аналитические методы в теории периодических решений уравнений с частными производными / А.М. Самойленко, Б.П. Ткач. – К.: Наук. думка, 1992. – 208 с.

16. Сергиенко И.В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий, В.С. Дейнека. – К.: Наук. думка, 1991. – 432 с.

17. Смирнов М.М. Вырождающиеся эллиптические и гиперболические уравнения / М.М. Смирнов. – М.: Наука, 1962. – 292 с.

18. Трантер К. Дж. Интегральные преобразования в математической физике / К. Дж. Трантер. – М.: Гостехтеориздат, 1956. – 204 с.

19. Чернятин В.А. Обоснование метода Фурье в смешанной задаче для уравнений в частных производных / В.А. Чернятин. – М.: Изд-во МГУ, 1991. – 112 с.

20. Шилов Г.Е. Математический анализ. Второй специальный курс / Г.Е. Шилов. – М.: Наука, 1965. – 328 с.

Надійшла до редколегії 14.10.17

А. Громик, канд. техн. наук, доцент, И. Конет, д-р физ.-мат. наук, проф., Т. Пилипюк, канд. физ.-мат. наук
Подольский государственній аграрно-технический університет, Каменец-Подольский,
Каменец-Подольский национальный университет имени Ивана Огиенко, Каменец-Подольский

ГИПЕРБОЛИЧЕСКАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ КУСОЧНО-ОДНОРОДНОГО ЦИЛЛИНДРИЧЕСКИ-КРУГОВОГО СЛОЯ

Методом интегральных и гибридных интегральных преобразований в сочетании с методом главных решений (матриц влияния и матриц Грина) впервые построено интегральное представление единственного точного аналитического решения гиперболической краевой задачи математической физики для кусочно-однородного цилиндрически-кругового слоя.

A. Gromyk, PhD, I. Konet, Full Doctor, Prof., T. Pylypiuk, PhD
Podolski State Agricultural and Technical University, Kamianets-Podilsky
Kamianets-Podilsky Ivan Ohienko National University, Kamianets-Podilsky

HYPERBOLIC BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR A PIECEWISE HOMOGENEOUS CYLINDRICALLY CIRCULAR LAYER

By means of method of integral and hybrid integral transforms in combination with the method of principal solutions (influence matrix and Green's matrix) the integral image of the only exact analytical solution of hyperbolic boundary value problem of mathematical physics for piecewise-homogeneous cylindrically-circular layer is constructed for the first time.

УДК 517.946

А. Громик, канд. техн. наук, доц.
Подільський державний аграрно-технічний університет, м. Кам'янець-Подільський,
І. Конет, д-р фіз.-мат. наук, проф., Т. Пилипюк, канд. фіз.-мат. наук
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський
e-mail: gapon74@mail.ru, konet51@ukr.net, t-myh@i.ua

ГІПЕРБОЛІЧНА КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ КУСКОВО-ОДНОРІДНОГО ЦИЛІНДРИЧНО-КРУГОВОГО ШАРУ З ПОРОЖНИНОЮ

Методом інтегральних і гібридних інтегральних перетворень у поєднанні з методом головних розв'язків (матриць впливу та матриць Гріна) вперше побудовано інтегральне зображення єдиного точного аналітичного розв'язку гіперболічної крайової задачі математичної фізики для кусково-однорідного циліндрично-кругового шару з порожниною.

ВСТУП. Відомо, що різноманітні прикладні задачі сучасної теплофізики, термомеханіки, теорії пружності, теорії електричних кіл, теорії коливань механічних систем приводять до крайових і початково-крайових (мішаних) задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними різних типів (еліптичних, параболічних, гіперболічних) не тільки в однорідних середовищах, коли коефіцієнти рівнянь є неперервними, але й в неоднорідних і кусково-однорідних середовищах, коли коефіцієнти рівнянь є кусково-неперервними чи, зокрема, кусково-сталими [5, 10].

Для досить широкого класу лінійних крайових і мішаних задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними в кусково-однорідних середовищах ефективним методом побудови їх точних розв'язків виявився метод гібридних інтегральних перетворень, які породжені гібридними диференціальними операторами, коли на кожній компоненті