

УДК 537.84

Радионо́в¹ А. В., к.т.н., Подо́льцев² А. Д., д.т.н.

1 - ООО «НПВП «Феррогидродинамика» г. Николаев, Украина;

2 - Институт электродинамики Национальной академии наук Украины, г. Киев, Украина

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В РАБОЧЕМ ЗАЗОРЕ МАГНИТОЖИДКОСТНОГО ГЕРМЕТИЗАТОРА

Radionov¹. A., Podoltsev² A.1 - ООО «NPVP «Ferrogidrodinamika» ferrohydrodynamica@gmail.com;

2 - Institute of Electrodynamics The National Academy of Sciences of Ukraine

ELECTRICAL PROCESSES IN THE WORKING GAP OF THE MAGNETIC FLUID SEAL

Рассмотрены условия возникновения электрических токов в объеме вращающегося вала, расположенного в рабочей зоне магнитожидкостного герметизатора и выполнен их количественный анализ на основе компьютерного моделирования взаимосвязанных магнитных и электрических процессов с использованием численного метода конечных элементов и пакета программ Comsol. Проведены количественные исследования влияния удельной электропроводности магнитной жидкости на величину максимальной плотности тока в рабочей зоне. Показано, что значительные по величине токи возникают при электропроводности магнитной жидкости больше $10^3 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$, а для большинства промышленных типов магнитных жидкостей их влияние на основные рабочие характеристики герметизатора мало.

Ключевые слова: магнитная жидкость, магнитное поле, герметизатор, рабочий зазор

Введение

Магнитожидкостные герметизаторы (МЖГ) предназначены для герметизации вращающегося вала. Такой тип герметизаторов в своей области применения позволяет добиться стопроцентной герметичности, чем выгодно отличается от других типов уплотнений и представляет собой новый самостоятельный класс технических устройств с постоянными магнитами, использующих магнитную жидкость [1]. Принцип действия их работы основан на взаимодействии магнитной жидкости с магнитным полем магнитной системы герметизатора, при котором обеспечивается герметизация внутренней области устройства по отношению к внешней области, соединяющиеся между собой через вращающийся вал. Типовая конструкция МЖГ цилиндрического типа показана на рис. 1 и содержит магнитную систему с постоянными магнитами, намагниченными в осевом направлении, и полюсами, имеющими зубчатую структуру в осевом направлении с целью получения резконеоднородного магнитного поля. Внутри магнитной системы расположен вращающийся вал, в зазоре которого находится магнитная жидкость, удерживаемая под действием магнитных сил и обеспечивающая герметизацию внутренней среды при существовании определенного перепада давления Δp в осевом направлении.

Вопросам анализа магнитных и гидродинамических процессов в МЖГ посвящен ряд работ – см., например, [2-6], в которых используются как аналитические, так и численные методы. При этом в тепловой задаче в качестве источников тепла рассматриваются потери, обусловленные вязкостью магнитной жидкости.

Как известно [7], при вращении вала, выполненного из электропроводящего материала (магнитного или немагнитного), в постоянном магнитном поле в нем наводится электродвижущая сила (ЭДС) движения, характеризующаяся напряженностью электрического поля $E = v \times B$, где v – линейная скорость движения вала, а B – магнитная индукция. При выполнении определенных условий под действием этой ЭДС в объеме вала будут наводиться электрические токи, вызывающие дополнительный нагрев вала и магнитной жидкости, соприкасающейся с ним. Основные условия возникновения этих токов и их количественный анализ исследован в настоящее время недостаточно.

Это связано с тем, что промышленные магнитные жидкости имеют малую электропроводность и их можно считать магнитодиэлектриками.

В тоже время в связи с широким внедрением МЖГ в качестве уплотнений для электродвигателей у потребителей герметизаторов постоянно возникают вопросы, связанные с влиянием образующихся электрических токов на работоспособность электродвигателя в целом, т.к. МЖГ располагаются в непосредственной близости от щелочных устройств, статора и т.д.

При этом необходимо учитывать, что парк электрических машин в Украине характеризуется высокой степенью изношенности [8]. Связанные с этим повышение биения валов также способствуют наведению ЭДС.

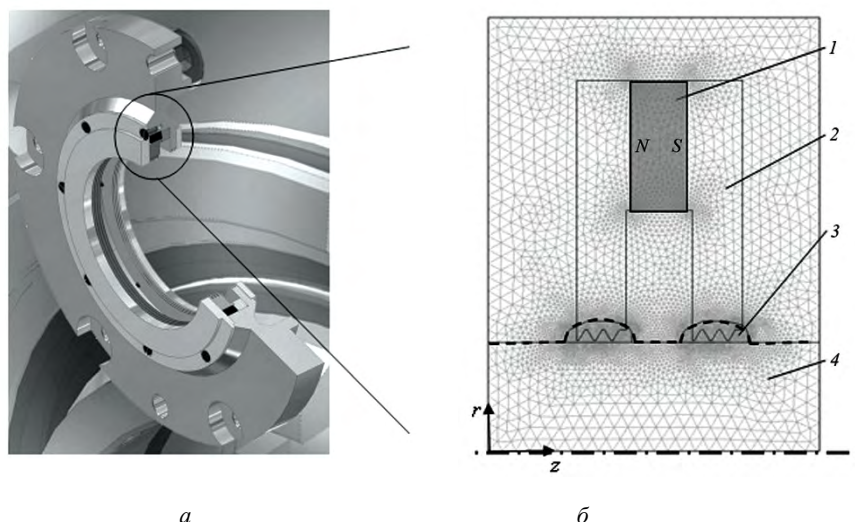


Рис. 1. Расчетная схема МЖГ

а - общий вид типовой конструкции МЖГ, *б* - расчетная область ее активной зоны с нанесенной конечно-элементной сеткой (1 – постоянный магнит, 2 – полюсный наконечник, 3 – магнитная жидкость, 4 – вал)

Также активные теоретические исследования последних лет, связанные с изучением микроструктуры магнитных жидкостей, доказали, что существующие в магнитной жидкости микрокапельные агрегаты, фрактальные кластеры, цепочечные агрегаты и т.д. существенно влияют на расслоение магнитной жидкости и, в конечном счете, на ее седиментационную устойчивость [9, 10]. А этот вопрос уже актуален для МЖГ, т.к. в них магнитная жидкость должна длительное время (годы) сохранять свою седиментационную устойчивость в условиях сильно неоднородного магнитного поля. Возможность определения агрегатов в магнитной жидкости как функции от ее электрических свойств, на что указывают в [11], требует изучения наводящихся токов в системе вал - магнитная жидкость – герметизатор.

Данные исследования необходимы для анализа процессов, проходящих при добавлении в магнитную жидкость магнитных или немагнитных частиц микронных размеров с достаточно большой электропроводностью.

Эти вопросы достаточно подробно изучены в [12], однако для использования при проектировании герметизирующих систем этого недостаточно.

Цель

Целью данной работы является рассмотрение условий возникновения токов в объеме вращающегося вала, расположенного в активной зоне МЖГ и выполнение их количественного анализа на основе компьютерного моделирования взаимосвязанных магнитных и электрических процессов с использованием численного метода конечных элементов с помощью пакета программ Comsol [13]. Расчет выполняется последовательно в три этапа. На первом этапе рассчитывается распределение в статике магнитного поля в активной зоне герметизатора с учетом нелинейной характеристики магнитопровода и в предположении насыщения магнитной жидкости - $M = M_s$. При этом определяется положение границы магнитной жидкости в статике, ограниченное изобарами $p = M_s B = \text{const}$, где $B = |\mathbf{B}|$ - модуль вектора магнитной индукции. На втором этапе рассматривается гидродинамическая задача, позволяющая найти распределение азимутальной компоненты скорости движения магнитной жидкости. Затем на третьем этапе рассчитываются электрические процессы в объеме вращающегося вала, магнитной жидкости и в полюсах магнитной системы. Три указанные выше задачи рассматриваются как слабо связанные (по классификации [14]), что позволяет выполнять их последовательное решение – далее в такой последовательности и описываются эти задачи.

Исследование

Первоначально покажем, что при вращении в постоянном магнитном поле вала, выполненного из однородного проводящего материала (магнитного или немагнитного), характеризующегося значением электропроводности в каждой точке $\sigma = \text{const}$, в его объеме не будут наводиться электрические токи. При этом будем полагать, что выполняются следующие условия.

1. Система «вал – магнитожидкостный герметизатор» является осесимметричной, т.е. отсутствует эксцентриситет вала и величина зазора между валом и магнитопроводом не зависит от угловой координаты θ в цилиндрической системе координат.

2. Магнитное поле является постоянным во времени и неизменным вдоль угловой координаты θ .

3. На вращающемся валу отсутствуют скользящие контакты или близкорасположенные подшипники, подключенные во внешнюю электрическую цепи и образующие замкнутый контур для протекания электрического тока.

4. Магнитная жидкость является слабо проводящей средой.

Стационарная величина плотности тока в проводящей среде - вала при его вращении с угловой частотой ω в постоянном магнитном поле \mathbf{B} описывается следующим выражением:

$$\mathbf{J} = \sigma(-\nabla\phi + \mathbf{u} \times \mathbf{B}), \quad (1)$$

где ϕ - скалярный электрический потенциал, $\mathbf{v} = \omega r \mathbf{e}_\theta$ - линейная скорость движения вала в точке с радиусом r , \mathbf{e}_θ - единичный орт по угловой координате θ .

Исходя из закона сохранения заряда для стационарного случая справедливо равенство

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2)$$

Согласно теореме Гельмгольца [7], необходимым условием существования плотности тока \mathbf{J} в объеме вращающегося вала является существование ненулевого значения ротора вектора \mathbf{J} в его объеме или в случае кусочно-однородной среды – поверхностного ротора от \mathbf{J} . Здесь предполагаются нулевые граничные условия. В случае однородной среды

$$\nabla \times \mathbf{J} = \nabla \times (\sigma(-\nabla\phi + \mathbf{u} \times \mathbf{B})) = \sigma \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}). \quad (3)$$

Здесь учитывалось, исходя из векторного анализа [16], что $\nabla \times \nabla\phi \equiv 0$. Покажем, что правая часть в выражении (3) при выполнении вышеуказанных условий равна нулю. Выполняя простые преобразования с учетом $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, получим следующие равенства:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \times \mathbf{B} &= \mathbf{e}_r v_\theta B_z - \mathbf{e}_z v_\theta B_r, \quad \text{где } u_\theta = \omega r \\ \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) &= u_\theta \frac{\partial B_z}{\partial z} + \frac{\partial(u_\theta B_r)}{\partial r} = u_\theta \frac{\partial B_z}{\partial z} + u_\theta \frac{\partial(B_r)}{\partial r} + B_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} = \omega r \left(\frac{\partial B_z}{\partial z} + \frac{\partial(B_r)}{\partial r} + \frac{B_r}{r} \right) = \omega r \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{aligned}$$

Таким образом, в случае выполнения вала из однородного материала и отсутствия проводимости у магнитной жидкости, электрические токи при вращении вала в постоянном магнитном поле не будут наводиться в объеме этого вала. В случае же неоднородного материала вала (или кусочно-однородного), величина $\nabla \times \mathbf{J} \neq 0$, что приведет к возникновению вихревого поля вектора \mathbf{J} в объеме вала, а в общем случае и в объеме магнитной жидкости и полюсах магнитов.

В самом общем случае перечислим основные факторы, вызывающие возникновение электрических токов, а отсюда и дополнительного нагрева вала, вращающегося в постоянном магнитном поле МЖГ.

1. Наличие эксцентриситета, при котором произвольный физически малый объем вала при вращении испытывает воздействие периодически (с частотой вращения) меняющегося магнитного поля и векторного потенциала, отсюда в выражении для плотности тока появляется составляющая $-\sigma \partial \mathbf{A} / \partial t$.

2. Наличие зубцов, расположенных на поверхности магнитопровода вдоль угловой координаты θ , приводит к появлению пульсирующей составляющей магнитной индукции и к появлению зубцовых гармоник тока в объеме вала.

3. Наличие скользящих контактов (возможно подшипников) и внешней цепи, обеспечивающей замыкание токов, наведенных в объеме вала при вращении в постоянном магнитном поле.

4. Магнитная жидкость является электропроводной так, что в системе «вал-магнитная жидкость-полюс магнита МЖГ» возможно образование замкнутых контуров с протекающими по ним электрических токов.

5. Неоднородность распределения электропроводности материала вала в общем случае по трем $\sigma(r, \theta, z)$, или в частном случае по одной из координат. В частном случае это может быть кусочно-однородное распределение $\sigma(r, z)$ или, например, случай нелинейной зависимости от температуры $\sigma(T)$ при неоднородном нагреве вала

Далее методом компьютерного моделирования исследуется более подробно случай, когда магнитная жидкость и полюса магнитов являются электропроводными средами.

Исследуемый МЖГ характеризуется осевой симметрией, отсюда полевая электрическая задача может решаться в двумерной постановке, в цилиндрической системе координат, в плоскости $r\theta z$. Расчетная область для анализа электрического поля показана на рис. 1 б пунктирной линией и содержит область вала, магнитной жидкости и концевой зоны полюсов. Предполагается, что магнитная жидкость и полюса магнитов являются электропроводными и образуют вместе с валом замкнутый электрический контур.

Уравнение для расчета стационарного электрического поля (описывается электрическим потенциалом ϕ) в области вала, характеризующегося в общем случае неоднородным распределением электропроводности $\sigma(r, z)$, а также в области магнитной жидкости и полюсов, получим после подстановки выражения (1) в (2):

$$\nabla \cdot (\sigma(-\nabla\phi + \mathbf{u} \times \mathbf{B})) = 0 \quad (4)$$

В качестве граничных условий будем полагать, что на всех внешних границах задано условие электрической изоляции, т.е. нормальная компонента плотности тока согласно (1) равна нулю - $\mathbf{J} \times \mathbf{n} = 0$. На оси симметрии вала задается условие симметрии.

Для решения указанной полевой задачи в данной работе использовался метод конечных элементов, реализованный в пакете программ Comsol [13].

Для решения уравнения (4) с указанными граничными условиями необходимо знать распределение магнитной индукции \mathbf{B} в объеме вала, скорость углового движения вала и распределение азимутальной компоненты скорости магнитной жидкости в активной зоне МЖГ. Распределение магнитной индукции и

азимутальной скорости магнитной жидкости можно найти из математической модели, учитывающей взаимодействие магнитных и гидродинамических полей и подробно изложенной в [16].

Распределение силовых линий магнитного поля (изолинии $A_\phi r$), и магнитной индукции (с цветом и стрелками) в магнитной системе МЖГ показаны на рис. 2 а. На рис. 2 б показано распределение радиальной компоненты магнитной индукции на поверхности вала. Как видно из этих рисунков, наличие зубцовой структуры на поверхности полюсов создает резконеоднородное поле в зазоре с максимальным значением $B=2,25$ Тл на поверхности вала в области зубцов.

На рис. 3 показано распределение изолиний модуля вектора магнитной индукции B на поверхности вала под одним полюсом. Видно, что максимальное поле, равное 2,25 Тл, локализовано в приповерхностной области среднего и правого зубца. Поле под крайним левым зубцом несколько ослаблено (составляет 1,65 Тл) из-за проявления краевого эффекта, связанного с выпучиванием силовых линий на краях полюсов. Распределении изолиний B (или совпадающих с ними изобар $M_\phi B$) позволяет приближенно определить

конфигурацию магнитной жидкости при наличии осевого перепада внешнего давления Δp - см., например, [1].

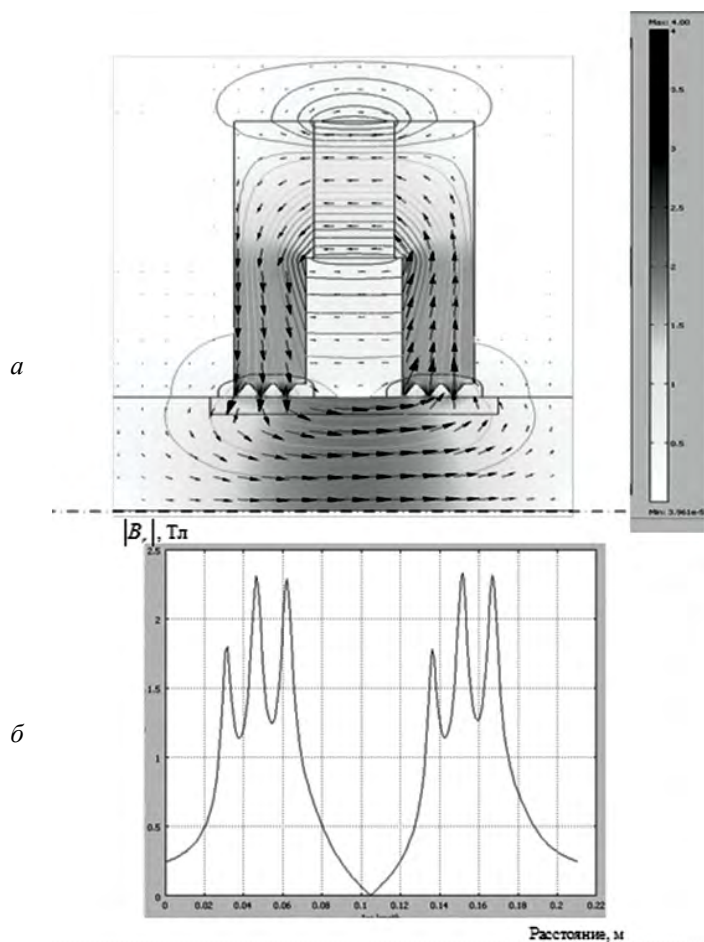


Рис. 2. Распределение в активной зоне МЖГ силовых магнитных линий, вектора магнитной индукции (в оттенках серого цвета и стрелками) а) и распределение радиальной компоненты магнитной индукции на поверхности вала б)

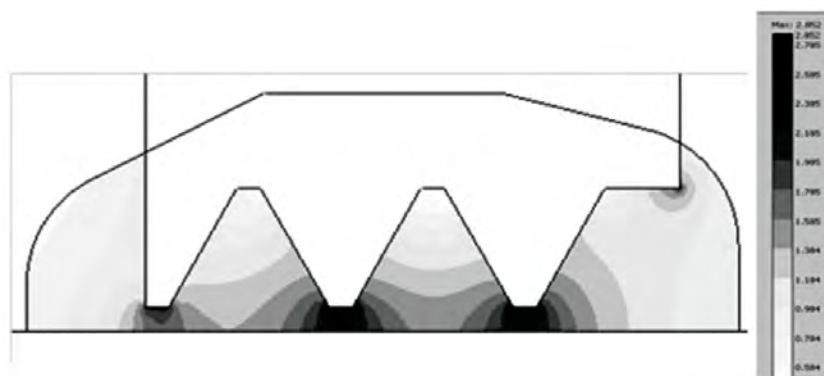


Рис. 3. Распределение магнитной индукции $|B|$, Тл в магнитной жидкости под одним полюсом

Распределение азимутальной компоненты скорости u_ϕ в зазоре магнитной системы показано на рис. 4 при линейной скорости на поверхности вала $u_{\phi,0} = 33$ м/с. Из приведенных результатов расчета видно, что скорость монотонно уменьшается от значения 33 м/с на поверхности вала до нуля на поверхности магнитного полюса. Наиболее резкое изменение скорости происходит непосредственно под зубцами магнитной системы, т.е. в областях с минимальным зазором.

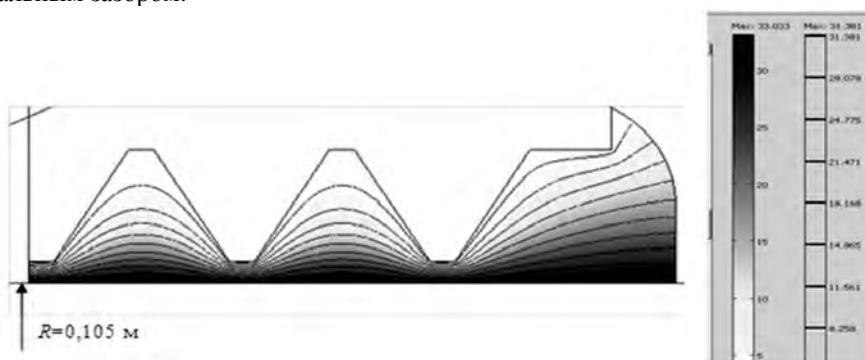


Рис. 4. Распределение азимутальной компоненты скорости течения магнитной жидкости в зазоре магнитной системы при линейной скорости на поверхности вала 33 м/с

При расчете использовались следующие исходные данные: плотность МЖ – 1122 кг/м³, коэффициент динамической вязкости – 0,85 Па·с, радиус вала – 105 мм, величина зазора между валом и полюсом – 0,2 мм, частота вращения вала $n = 3000$ об/мин, линейная скорость вала изменяется линейно по радиусу – $\mathbf{v} = \omega r \mathbf{e}_\theta$, где $\omega = 314$ с⁻¹, скорость магнитной жидкости и полюсов полагалась равной нулю, удельная электропроводность материала вала и полюсов $\sigma = 5 \cdot 10^6$ (Ом·м)⁻¹, удельная электропроводность магнитной жидкости изменялась в пределах $\sigma_{fluid} = 10^{-5} \div 10^5$ (Ом·м)⁻¹.

По результатам расчета магнитного поля рассчитывалось распределение электрического потенциала ϕ , описываемого уравнением (4), а затем плотности тока \mathbf{J} , определяемой по выражению (1). Результаты расчетов приведены на рис. 5 при значении электропроводности магнитной жидкости $\sigma_{fluid} = 100$ (Ом·м)⁻¹. Из этого рисунка видно следующее.

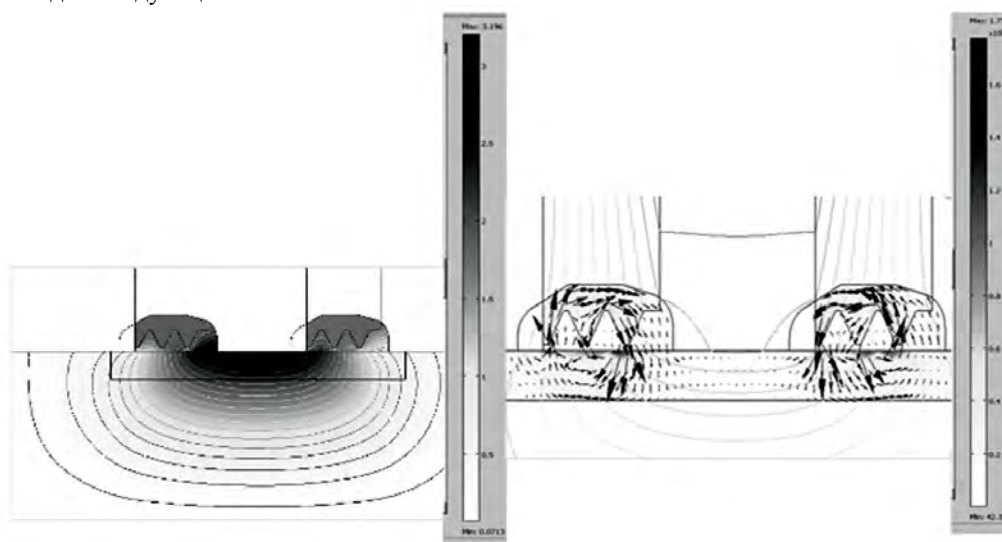


Рис. 5. Распределение электрического потенциала а) и плотности тока (стрелками и в оттенках серого цвета) при электропроводности магнитной жидкости 10^2 1/Ом·м

За счет ЭДС движения $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$, возникающей под полюсами, электрический потенциал повышается в центральной области вала до величины 3,2 В. Если магнитная жидкость является диэлектриком, то во всех точках вала потенциальная составляющая напряженности электрического поля, равная $-\nabla\phi$, уравновешивается конвективной составляющей $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ и плотность тока будет равна нулю. Если магнитная жидкость является токопроводящей, то возникают две вихревые структуры плотности тока, замыкающиеся по магнитной жидкости и полюсами магнита – см. рис. 5 б. Максимальная плотность тока в жидкости локализована под крайними зубцами каждого полюса. Соответственно в этих местах максимальная плотность тока на валу. Такая

концентрация плотности в жидкости может привести к ее локальному нагреву, а отсюда и к ухудшению ее магнитных свойств.

Очевидно, что величина плотности тока, возникающего в активной зоне МЖГ, зависит от величины удельной электропроводности магнитной жидкости σ_{fluid} . Для количественного исследования влияния удельной электропроводности на величину максимальной плотности тока выполнялись расчеты при различных значениях σ_{fluid} , изменяющихся в диапазоне $10^{-5} \div 10^5$ (Ом м)⁻¹. Результаты расчетов приведены на рис. 6. Из оценочных расчетов следует, что локальный нагрев зубцов на полюсах магнитной системы на 5-10 град. будет происходить, при плотности тока в зубцах, превышающей 10^6 А/м². Отсюда по результатам расчетов можно заключить, что величина удельной электропроводности магнитной жидкости, используемой в МЖГ, должна быть менее 10^3 (Ом · м)⁻¹.

В заключение отметим, что работа выполнена при поддержке Украинского фонда фундаментальных исследований (проект № Ф54.2/012).

Выводы

1. Разработана математическая модель взаимосвязанных магнитных, электрических и гидродинамических процессов в рабочей зоне МЖГ.
2. Рассчитаны электрические процессы в объеме вращающегося вала, магнитной жидкости и в полюсах магнитной системы на основе компьютерного моделирования с использованием численного метода конечных элементов.
3. Сформулированы условия, при которых в объеме вращающегося вала за счет взаимодействия с постоянным магнитным полем будут возникать электрические токи, приводящие к дополнительному нагреву вала, и соответственно, магнитной жидкости, контактирующей с ним.
4. Количественные исследования показали, что в случае электропроводной магнитной жидкости возникают замкнутые контуры с током, протекающем по валу, магнитной жидкости и полюсам магнитной системы. При этом область с максимальной плотностью тока локализована в крайних зубцах магнитных полюсов МЖГ.
5. Исследование влияния электропроводности магнитной жидкости на величину максимальной плотности тока, локализованной в крайних зубцах показало, что для получения плотности тока меньше, чем 10^6 А/м², величина электропроводности должна быть меньше, чем 10^3 1/Ом·м.

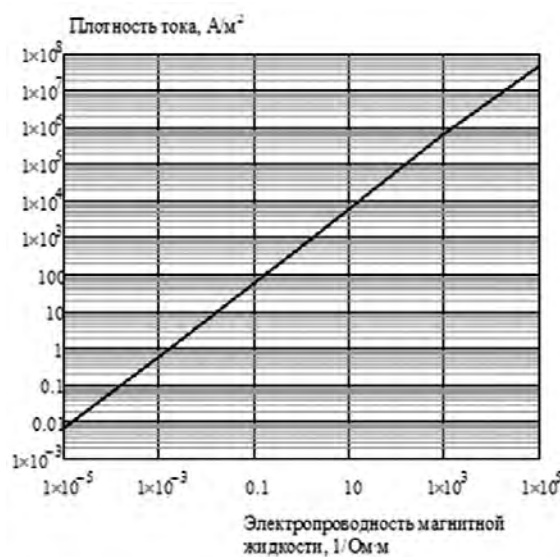


Рис. 6. Зависимость максимального значения плотности тока в крайнем зубце полюса от значения электропроводности магнитной жидкости

Анотація. Розглянуто умови виникнення струмів в обсязі обертового вала, розташованого в робочій зоні магніторідинного герметизатора і виконаний їх кількісний аналіз на основі комп'ютерного моделювання взаємопов'язаних магнітних і електричних процесів з використанням чисельного методу кінцевих елементів та пакету програм Comsol. Проведено кількісні дослідження впливу питомої електропровідності на величину щільності електричного струму в рідині. Показано, що такий струм наводиться тільки в струмопровідній магнітній рідині і для більшості промислових типів магнітних рідин вплив цього струму на основні характеристики герметизатора оцінюється на рівні похибки розрахунків.

Ключові слова: Магнітна рідина, Магнітне поле, Герметизатор, Робочий зазор.

Abstract. The mathematical model of interconnected magnetic, electric and hydrodynamic processes in the working area of magnetic fluid seal is created. Electrical processes in the bulk of the rotating shaft and the magnetic fluid in the magnetic poles of the seal based on computer simulation using numerical finite element method were calculated. The total conditions of arising of electric currents in the shaft, due to the interaction of rotating shaft with a permanent magnet magnetic field was studied. Due to these currents the additional heating of the shaft and magnetic fluid, which contact with him takes place. Quantitative studies have shown that in the case of electro-conductive properties of the magnetic fluid a closed loop of current flowing along the shaft, magnetic fluid, and the poles of the magnetic system take place. As was shown, the region of the maximum current density is localized in the outer magnetic pole teeth of the seal. The investigation of the influence of the values of magnetic fluid conductivity on the amount of the maximum current density at extreme localized teeth showed that for obtaining the current density is less than 10^6 A/m², the electric conductivity should be less than 10^3 (Ω·m)⁻¹.

Keywords: magnetic fluid, magnetic field, magnetic fluid seal

Бібліографічний список використаної літератури

1. Берковский, Б.М. Магнитные жидкости / Б. М. Берковский, В. Ф. Медведев, М. С. Краков. – М.: Химия, 1980. – 240 с.
2. Казаков, Ю.Б. Численный анализ взаимовлияющих магнитного и теплового полей в магнитожидкостном герметизаторе / Ю.Б. Казаков, Ю. Я. Щелькалов. Электротехника, 2002. – №6. – С.57 – 61.
3. Казаков, Ю.Б. Численное моделирование распределения скоростей течения нелинейной нанодисперсной магнитной жидкости в зазоре герметизатора с неоднородным магнитным полем // Вестник ИГЭУ, Вып. 3, 2008. – С. 1-4.
4. Радионов, А.В. Конечно-элементный анализ магнитного поля и течения магнитной жидкости в активной зоне магнитожидкостного герметизатора вращающегося вала / А.В. Радионов, А.Д. Подольцев, А. В. Загоруйко // Сб. Вибронадежність і герметичність центробежних машин. – Сумы, 2011. – С. 77-87.
5. Sarma, M.S. «Magnetic field analysis of ferrofluidic seals for optimum design» J.Appl.Phys. / et al., vol. 55, No.6, pp.2595-2597, Mar. 1984.
6. Jibin, Z. Numerical Calculations for Ferrofluid Seals / L.Yongping. IEEE Trans. Magn.,V.28, NO.6, November, 1992, pp.7-13.
7. Пановский, В. Классическая электродинамика / В. Пановский, М. Филипп. – М.: Физматгиз, 1963. – 432 с.
8. Конюхов Н.Н. Научно-техническая программа «Энерго и ресурсо сберегающие разработки и технологии для электрических машин топливно-энергетического комплекса Донбасса»/ Н.Н. Конюхов, В.Ф. Сивокобыленко // Наук. пр. ДонНТУ. Сер. Електротехніка і енергетика. – Донецьк: ДонНТУ, 2009. – Вип. №9 (158.). – С. 140-146
9. Зубко, В.И. Влияние структуры магнитной жидкости на ее электрические свойства / В. И. Зубко, А. И. Лесникович, Д. В. Зубко и др. // 13-я Международная Плесская конференция по нанодисперсным магнитным жидкостям. Сб. науч. тр. – Иваново: ИГЭУ, 2008. – С.107-112.
10. Иванов, А.О. Магнитные свойства феррожидкостей с цепочечными агрегатами: теория и эксперимент / А. О. Иванов, В. С. Менделев. // II Всероссийская научная конференция «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем». Сб. науч. тр. – Ставрополь: ГОУ ВПО «Ставропольский государственный университет», 2009. – С. 93-99.
11. Иванов, А.С. Расслоение сильно концентрированных магнитных жидкостей под воздействием неоднородного магнитного поля / А. С. Иванов, А. Ф. Пшеничников // III Всероссийская научная конференция «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем». Сб. науч. тр. – Ставрополь: ИИЦ «Фабула», 2011. – С. 102-108.
12. Диканский, Ю.И. Особенности электропроводности и теплопроводности магнитной жидкости с мелко дисперсным немагнитным наполнителем / Ю. И. Диканский, Ж. Г. Вечера, Ю. Л. Смерек // Известие вузов. – Сев-Каз. Регион: Естественные науки, 2005. - №9. – С. 64-72.
13. Comsol multiphysics <http://www.comsol.com>.
14. Kumbhar, G.B. Application of coupled field formulations to electrical machinery / Kulkarni S. V. et. al.. COMPEL, Vol. 26, N. 2, 2007, pp.489-523.
15. Борисенко, А.И. Векторный анализ и начала тензорного исчисления / А. И. Борисенко, И. Е. Тарапов. – М.: Высшая школа, 1966. – 252 с.
16. Radionov A. Finite-Element Analysis of Magnetic Field and the Flow of Magnetic Fluid in the Core of Magnetic – Fluid Seal for Rotational shaft. / A. Radionov, A. Podoltsev, A. Zahorulko // Procedia Engineering. - 2012. - №39. – P. 327-339

References

1. Berkovskij, B.M., Medvedev V. F., Krakov M. S.. Magnitnye zhidkosti. Moscow: Himija, 1980, 240 p.
2. Kazakov, Ju.B., Shhellykalov Ju. Ja. Chislennyj analiz vzaimovlijajushhih magnitnogo i teplovogo polej v magnitozhidkostnom germetizatore, Elektrotehnika, 2002, no6, pp.57 – 61.
3. Kazakov, Ju.B. Chislennoe modelirovanie raspredelenija skorostej techenija nelinejnoy nanodispersnoj magnitnoj zhidkosti v zazore germetizatora s neodnorodnym magnitnym polem. Vestnik IGJeU, Vyp. 3, 2008. pp. 1-4.
4. Radionov, A.V., Podoltsev A.D. Konechno-jelementnyj analiz magnitnogo polja i techenija magnitnoj zhidkosti v aktivnoj zone magnitozhidkostnogo germetizatora vrashhajushhegosja vala. Sb. Vibronadezhnost' i germetichnost' centrobezhnyh mashin. Sumy, 2011, pp. 77-87.
5. Sarma, M.S., Magnetic field analysis of ferrofluidic seals for optimum design. J.Appl.Phys., 1984, vol. 55, no.6, pp.2595-2597.
6. Jibin, Z., Yongping L. Numerical Calculations for Ferrofluid Seals. IEEE Trans.Magn.,V.28,NO.6,November, 1992,pp.7- 13.
7. Panovskij, V., FilippM. Klassicheskaja jelektro dinamika. Moscow: Fizmatgiz, 1963, 432 p.
8. Konjuhov N.N., Sivokobylenko V.F. Nauchno-tehnicheskaja programma «Jenergo i resurso sberegajushhie razrabotki i tehnologii dlja jelektricheskij mashin toplivno-jenergeticheskogo kompleksa Donbassa». Nauk. pr. DonNTU. Ser. Elektrotehnika i energetika. Donec'k: DonNTU, 2009, No9, p. 140-146.
9. Zubko, V.I., Lesnikovich A. I., Zubko D. V. Vlijanie struktury magnitnoj zhidkosti na ee jelektricheskie svojstva. 13-ja Mezhdunarodnaja Plesskaja konferencija po nanodispersnym magnitnym zhidkostjam. Sb. nauch. tr. Ivanovo: IGJeU, 2008, p.107-112.
10. Ivanov, A.O., Mendelev S.O. Magnitnye svojstva ferrozhidkostej s cepocrechnymi agregatami: teorija i jeksperiment. II Vserossijskaja nauchnaja konferencija «Fiziko-himicheskie i prikladnye problemy magnitnyh dispersnyh nanosistem». Sb. nauch. tr. Stavropol': GOU VPO «Stavropol'skij gosudarstvennyj universitet», 2009, p. 93-99.
11. Ivanov, A.S., Pshenichnikov A. F. Rassloenie sil'no koncentrirovannyh magnitnyh zhidkostej pod vozdejstviem neodnorodnogo magnitnogo polja. III Vserossijskaja nauchnaja konferencija «Fiziko-himicheskie i prikladnye problemy magnitnyh dispersnyh nanosistem». Sb. nauch. tr. Stavropol': IIC «Fabula», 2011, p. 102-108.
12. Dikanskij, Ju.I., Vechera Zh. GSmerek., Ju. L. Osobennosti jelektroprovodnosti i teploprovodnosti magnitnoj zhidkosti s melko dispersnym nemagnitnym napolnitelem. Izvestie vuzov. Sev-Kaz. Region: Estestvennye nauki, 2005, no9, p. 64-72.
13. Comsol multiphysiss <http://www.comsol.com>.
14. Kumbhar, G.B. Application of coupled field formulations to electrical machinery. COMPEL, Vol. 26, no. 2, 2007, pp.489-523.
15. Borisenko, A.I., Tarapov I. E. Vektornyj analiz i nachala tenzornogo ischislenija, Moscow: Vysshaja shkola, 1966, 252 p.
16. Radionov A., Podoltsev A, Zahorulko A. Finite-Element Analysis of Magnetic Field and the Flow of Magnetic Fluid in the Core of Magnetic – Fluid Seal for Rotational shaft. Procedia Engineering. 2012. No39, p. 327-339.