

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОПОЛОГІЇ МАГНІТНОГО ПОЛЯ В КОТУШЦІ СІДЛОПОДІБНОЇ ФОРМИ

Досліджено топологію напруженості високочастотного поля в робочій зоні прийомо-передавальної котушки сідлоподібної форми для спектрометра ядерного квадрупольного резонансу. З метою визначення топології магнітного поля створено розрахункову область, що являється моделлю фізичної конструкції сідлоподібної котушки. Методом кінцевих елементів проведено числове моделювання у середовищі COMSOL Multiphysics. За результатами проведених розрахунків та отриманих карт полів визначено відносний об'єм робочої зони котушки, що складає 28,12 % від її повного об'єму. Для такого об'єму рекомендований розмір досліджуваних зразків складає $12 \times 18 \times 10 \text{ мм}^3$.

Ключові слова: ядерний квадрупольний резонанс, сідлоподібна котушка, топологія магнітного поля.

A.P. SAMILA

Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University

INVESTIGATION OF MAGNETIC FIELD TOPOLOGY IN A SADDLE-SHAPED COIL

The quality of starting materials is determined by the presence of dislocations and structural defects in the layered semiconductor single crystals. One of modern and sensitive methods of studying the quality of layered semiconductors is nuclear quadrupole resonance method. The signal/noise ratio at spectrometer output is determined by the noise ratio of microwave spectrometer input stage and, primarily, by the quality of receiving coil or resonator. A topology of high-frequency field intensity in the work area of a saddle-shaped coil was studied. For a more complete representation with regard to geometric features of a real configuration of saddle-shaped coil, its 3D model was developed. With a view to determine magnetic field topology, a computational domain was created which is a model of a saddle-shaped coil physical structure. The model describes a system of coil with the following parameters: radius $r_0=10 \text{ mm}$, length $\Delta x=25.2 \text{ mm}$, opening angle of arc areas $\varphi=120^\circ$. Copper with the electric conductivity $\sigma=5.998 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ and relative magnetic permeability $\mu_r=0.99999$ was selected as material for coil conductors. As long as the coil is to be made according to planar technology, by etching flat copper turns on the surface of thin PCB laminate material, the winding is considered to be single-turn, realized by a conductor of cross-section $1 \cdot 10^{-4} \times 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Finite element method was used to perform numerical simulation in COMSOL Multiphysics software. On the external boundary of the computational region the boundary conditions were specified by the Dirichlet condition represented in the differential form. This allowed ignoring scattering fluxes that are closed through the air gap on the external boundary of the computational region by specifying magnetic isolation condition. A 2D and 3D maps of static magnetic field intensity distribution of a saddle-shaped coil were calculated. According to the results of calculations performed and the field maps obtained, the relative volume of coil work area was determined which makes 28,12 % of its full volume. For such a volume the recommended size of samples under study is $12 \times 18 \times 10 \text{ mm}^3$.

Keywords: nuclear quadrupole resonance, saddle-shaped coil, the magnetic field topology.

Вступ

На сучасному етапі розвитку напівпровідникової електроніки особливої уваги здобули шаруваті напівпровідникові матеріали групи A^3B^6 , як перспективний матеріал для реалізації стійких до іонізуючого випромінювання пристроїв електронної техніки [1]. Якість вихідних матеріалів визначається наявністю дислокацій і структурних дефектів у шаруватих напівпровідникових монокристалах. Одним із сучасних та чутливих методів дослідження якості шаруватих напівпровідників є метод ядерного квадрупольного резонансу (ЯКР) [2]. Застосування даного методу уможливило послідовне сканування усього об'єму зразка шаруватого напівпровідника, що дозволяє зробити висновок про досконалість кристалу за отриманими спектрами ЯКР. Важливою технічною характеристикою радіоспектрометрів ЯКР є чутливість, яка визначається кількістю спінів в одиниці об'єму речовини. Але на практиці більш зручно оцінювати відносну чутливість за величиною співвідношення сигнал/шум на виході спектрометра [3].

Метою даної статті є визначення оптимального робочого об'єму сідлоподібної котушки ЯКР-спектрометра шляхом створення тривимірної моделі магнітного поля та розрахунку топології магнітного поля у робочій зоні методом кінцевих елементів.

Постановка задачі дослідження

Співвідношення сигнал/шум (ССШ) на виході спектрометра визначається коефіцієнтом шуму вхідного каскаду радіоспектрометра і, насамперед, якістю приймальної котушки або резонатора. Для аналітичної оцінки ССШ спектрометрів, які працюють у метровому радіодіапазоні, можна застосувати формулу [3]:

$$\text{ССШ} = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{\omega_0^3 \cdot \eta \cdot Q \cdot V_s}{2 \cdot \mu_0 \cdot k \cdot T \cdot F \cdot b_r} \cdot \frac{T_2}{T_1} \right)^{1/2} \cdot \frac{\chi_0}{\gamma}, \quad (1)$$

де η – коефіцієнт заповнення; Q – добротність резонансного контуру; V_s – об'єм зразка; T_1 і T_2 – часи ядерної спин-гратчатої та спин-спинової релаксації; μ_0 – магнітна проникливість середовища; k – постійна

Больцмана; T – абсолютна температура; F – коефіцієнт шуму попереднього підсилювача; b_R – ширина смуги пропускання підсилювального тракту радіоспектрометра; χ_0 – магнітна сприйнятливості досліджуваної речовини; γ – гіромагнітне відношення для резонуючих ядер.

З формули (1) видно, що при всіх інших умовах при формуванні ССШ основну роль відіграє фактор якості приймальної котушки ηQ . Параметр η залежить від об'єму котушки, заповненого речовиною. Насправді він залежить ще і від однорідності поля, в якому знаходиться зразок. Тому вводять деяке ефективне значення η' , яке залежить від розподілу високочастотного поля у зразку, що заповнює котушку. Це особливо важливо при імпульсному детектуванні сигналу резонансу, де максимальна інтенсивність сигналу відгуку в значній мірі залежить від напруженості високочастотного поля в котушці (H_1) під час дії імпульсу тривалістю t_i і досягається при умові [4]:

$$\gamma H_1 t_i = \pi / 2,$$

де $\pi/2$ – кут повороту ядерних спінів. В порошкоподібних зразках для ЯКР такий кут може складати $0,66 \pi$. При наявності градієнта напруженості високочастотного поля в межах зразка в процесі формування сигналу відгуку спостерігається «розпливання» сумарного вектора намагніченості спінів, що приводить до розширення сигналу резонансу і зниження амплітуди його інтенсивності. Підвищення однорідності високочастотного поля особливо важливе при детектуванні слабких сигналів, які спостерігаються при дослідженні речовин з малою природною поширеністю магнітоактивних ядер. При неоднорідному високочастотному полі повне заповнення котушки досліджуваною речовиною не призводить до очікуваного підсилення сигналу згідно формулі (1). Тому при виборі конфігурації котушки і її виготовленні чинник якості ηQ з урахуванням однорідності поля грає вирішальне значення в забезпеченні оптимальних умов отримання сигналу резонансу.

Топологія напруженості високочастотного поля в соленоїдальній котушці давача радіоспектрометра розглядалась в [5]. Для забезпечення обмеженої зони сканування досліджуваного зразка та більш ефективної взаємодії радіочастотного поля з кристалом для збудження і прийому сигналу спінової індукції доцільно застосовувати приймально-передавальну котушку спектрометра сідлоподібної форми (рис. 1), в якій вектор високочастотного поля H_1 спрямований нормально до напрямку росту кристалу. Необхідність застосування одновиткової котушки обумовлене типом досліджуваних зразків. А саме, частотою ядерного квадрупольного резонансу для інструментально зручних спінових переходів шаруватих напівпровідникових кристалів InSe вирощених методом Бріджмена. Для даних сполук характерні складні мультиплетні спектри ЯКР, які вивчені багатовитковими (5-10 витків) соленоїдальними котушками на частотах до 20 МГц. Сідлоподібну котушку планується застосувати для вивчення якості шаруватої структури шляхом зонного сканування всього об'єму досліджуваного зразка на частотах 30–40 МГц. Для налаштування спектрометра ЯКР в даному діапазоні необхідна котушка резонансного контуру з малою індуктивністю. Відношення сигнал/шум для радіочастотної котушки можна представити виразом [6, 7]:

$$CCШ \approx \frac{H_1 V \sqrt{Q} H_0^{3/2}}{\sqrt{\Delta \omega}},$$

де H_1 – напруженість магнітного поля, створюваного приймальною котушкою при одиничному струмі в ній; V – збуджуваний об'єм зразка; Q – добротність радіочастотної системи; H_0 – напруженість поляризуючого магнітного поля; $\Delta \omega$ – смуга частот.

Величина H_1 визначає чутливість котушки. Тому необхідно максимально збільшувати відносний робочий об'єм котушок з тим, щоб їх провідники перебували якомога ближче до досліджуваного об'єкта. Допустима неоднорідність поля для реєстрації ЯКР з мінімальними спотвореннями резонансних спектрів повинна складати 10 – 15 % [7, 8].

Для визначення карти магнітного поля необхідно провести синтез і створити польову модель котушки. Однією із перших задач при створенні польової моделі є визначення геометрії моделі. Для найбільш повного представлення з урахуванням геометричних особливостей реальної форми котушки сідлоподібної форми розроблено її тривимірну модель (рис. 1).

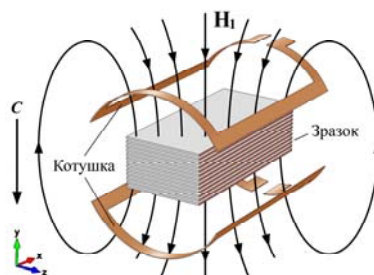


Рис. 1. Конфігурація приймально-передавальної котушки сідлоподібної форми та розміщення кристалічного шаруватого напівпровідника в ній

При розробленні даної моделі враховані рекомендації, щодо геометрії сідлоподібних котушок приведені в роботі [7]. Сумарна поперечна складова напруженості поля радіочастотної котушки визначається полем чотирьох лінійних і чотирьох дугових провідників:

$$\mathbf{B}_S = 4(\mathbf{B}_{YL} + \mathbf{B}_{YA}).$$

Поперечна складова поля лінійного провідника нескінченної довжини, розташованого в координатах y_0, z_0 , в точці y, z визначається виразом:

$$\mathbf{H}_{YL} = \frac{\mu_0 I(z - z_0)}{2\pi[(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]}.$$

Складова напруженості поля робочого провідника з координатами початку x_1, y_0, z_0 і кінця x_2, y_0, z_0 визначається виразом:

$$\mathbf{H}_{YL} = \frac{\mu_0 I(z - z_0)}{4\pi r^2} \left(\frac{x_1 - x}{\sqrt{r^2 + (x_1 - x)^2}} - \frac{x_2 - x}{\sqrt{r^2 + (x_2 - x)^2}} \right). \quad (2)$$

Поперечна складова напруженості магнітного поля дугового провідника котушки рівна:

$$\mathbf{H}_{YA} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^\phi \frac{r_0(x_1 - x) \cos \phi_0}{[r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\phi_0 - \phi) + (x_1 - x)^2]^{3/2}} d\phi_0. \quad (3)$$

Для підвищення однорідності поля \mathbf{H}_y , оптимальне значення Δx і кутових розмірів дуг котушки можна визначити, компенсуючи другі похідні виразів для напруженості магнітного поля лінійних провідників (2) і дуг (3) з метою усунення відповідних членів розкладів цих виразів в степеневий ряд [7]. Оптимальне значення кутового розміру дугових ділянок:

$$\phi = 2 \arctg \left(\frac{y_0}{z_0} \right) = 120^\circ. \quad (4)$$

Виходячи з умови максимальної неоднорідності складової \mathbf{B}_{YA} поля лінійних провідників, їх довжина рівна:

$$\Delta x = 2(1,26r_0). \quad (5)$$

Модель сідлоподібної котушки в середовищі Comsol Multiphysics

Для розрахунку тривимірних карт полів широке застосування отримали комп'ютерні програми на основі методу кінцевих елементів, такі як ANSYS, COMSOL, ELCUT. Стримуючим фактором широкого застосування об'ємного моделювання є відсутність чіткого теоретичного обґрунтування постановок задач чисельного розрахунку електромагнітного поля, які в деяких випадках виходять за рамки класичної теорії електромагнітного поля. У першу чергу, це стосується формулювань задач розрахунку електромагнітного поля відносно векторного магнітного та скалярного електричного потенціалів [9].

Аналіз топології магнітного поля сідлоподібної котушки проведено у середовищі COMSOL Multiphysics V 4.4, що надає широкі можливості в області моделювання електромагнітних, теплових, механічних, акустичних та інших полів [10]. Задача розрахунку магнітного поля формулювалася відносно векторного магнітного потенціалу \mathbf{A} [11]. Враховуючи вихідні геометричні розміри досліджуваних зразків та співвідношення (4) і (5) було створено розрахункову область, що являється моделлю фізичної конструкції сідлоподібної котушки, для якої проводиться числове моделювання. Модель описує систему котушки з такими параметрами: радіус $r_0 = 20$ мм, довжина $\Delta x = 25,2$ мм, кут розкриття дугових ділянок $\phi = 120^\circ$ (рис. 2). В якості матеріалу провідників котушки вибрано мідь з електричною провідністю $\sigma = 5,998 \cdot 10^{-7}$ См/м та відносною магнітною проникністю $\mu_r = 0,99999$.

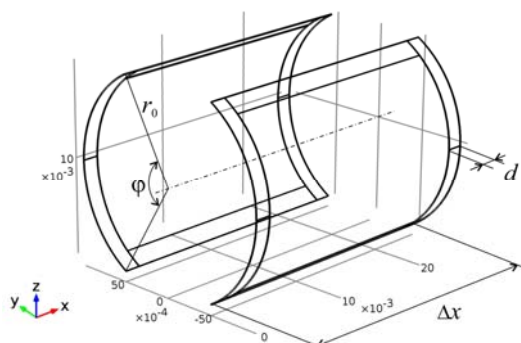


Рис. 2. Об'ємне зображення геометричної моделі сідлоподібної котушки в середовищі COMSOL

При розробленні даної моделі приймалися наступні припущення. Оскільки котушку планується виготовити за планарною технологією, шляхом витравлювання плоских мідних витків на поверхні тонкого текстоліту, обмотку вважаємо одновитковою виконаною провідником з поперечним перерізом $1 \cdot 10^{-4} \times 1,6 \cdot 10^{-3}$ м. Для спрощення аналізу витки котушки представлено у вигляді замкнутих периметрів у яких протікає постійний струм та виключено вплив під'єднаних провідників. Напрямок протікання струму I_{coil} моделюється вздовж встановлених для кожного витка котушки границь «reference edge». Область моделювання

магнітного поля обмежена повітряною сферою з електричною провідністю $\sigma=0$ См/м та відносною магнітною проникністю $\mu_r=1$. Радіус сфери – $R=3 \cdot 10^{-2}$ м, температура та тиск повітря прийнято $T=293,15$ К та $P=1$ атм, відповідно. На зовнішній границі розрахункової області граничні умови задавались умовою Діріхле представленою в диференційному вигляді. Це дозволило знехтувати потоками розсіювання, що замикаються через повітряний проміжок на зовнішній границі розрахункової області шляхом задавання умови магнітної ізоляції (*Magnetic isolation*), яка за замовчуванням в COMSOL Multiphysics має вигляд $\mathbf{n} \times \mathbf{A} = 0$. Розрахунок топології магнітного поля здійснено в модулі *Magnetic Fields (mf)*. В результаті тріангуляції розрахункової області створена сітка кінцевих елементів із згущеннями в області поля з максимальними градієнтами (рис. 3).

В COMSOL Multiphysics карту статичних магнітних полів можна розрахувати шляхом розв'язування магнітостатичного рівняння отриманого із закону Ампера для статичних випадків

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J},$$

де ∇ – диференціальний оператор Гамільтона, \mathbf{H} – напруженість магнітного поля, \mathbf{J} – амплітуда повної густини струму.

Співвідношення між напруженістю магнітного поля \mathbf{H} та густиною магнітного потоку (індукцією) \mathbf{B} представляють залежності:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A};$$

$$\mathbf{H} = \mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \mathbf{B}.$$

Враховуючи величину відносної магнітної проникності для міді та визначення векторного потенціалу магнітного поля \mathbf{A} запишемо результуюче диференціальне рівняння магнітостатики у вигляді модифікованого закону Ампера:

$$\nabla \times (\mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \nabla \times \mathbf{A}) - \sigma \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}_e,$$

де μ_0 – магнітна проникність вакууму, μ_r – відносна магнітна проникність міді, σ – питома електропровідність, v – швидкість руху, \mathbf{J}_e – амплітуда зовнішньої густини струму.

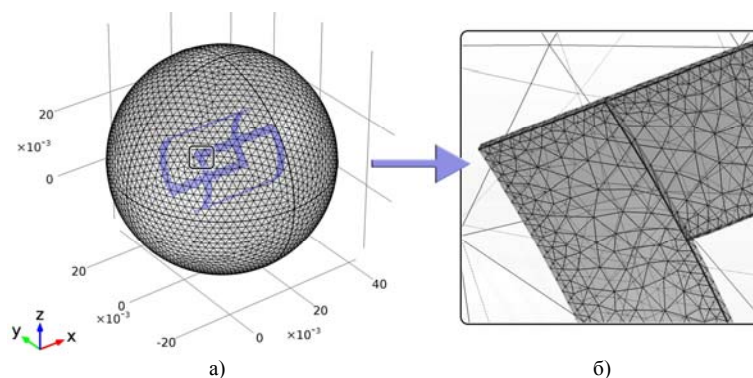


Рис. 3. Сітка кінцевих елементів отримана унаслідок тріангуляції розрахункової області: загальний вид (а), деталізоване представлення фрагменту котушки (б)

Значення зовнішньої густини струму визначаються тільки в зонах моделі, що представляють сідлоподібну котушку індуктивності та визначається через протікаючий в її периметрі струм:

$$\mathbf{J}_e = \frac{\mathbf{I}_{coil}}{S},$$

де \mathbf{I}_{coil} – заданий струм та S – площа поперечного перерізу периметру котушки.

Результати моделювання

Оброблення результатів чисельного моделювання проведена вбудованими засобами COMSOL з допомогою об'єктів і опцій пункту «Results». В цьому пункті автоматично створюються об'єкти необхідні для графічного представлення результатів після завершення розрахунку, у вікні «Graphics» відображається графічне представлення результатів чисельного моделювання. Параметрами відображення задавались в залежності від представлення графічних результатів.

При проведенні моделювання враховані граничні умови, що описують розподіл магнітного поля на межах розрахункової області. Результати моделювання представлені двомірними картами полів в площинах перерізу ZX , XY , YX (рис. 4 – рис. 6) для випадку протікання в котушці постійного струму $\mathbf{I}_{coil} = 10$ А.

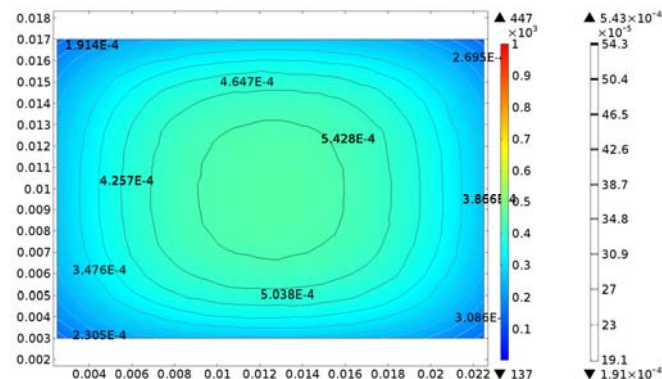


Рис. 4. Топологія магнітного поля в робочій зоні площини ZX сідлоподібної котушки: розподіл напруженості (градієнтне поле) та індукції (контурні лінії) магнітного поля в площині ZX

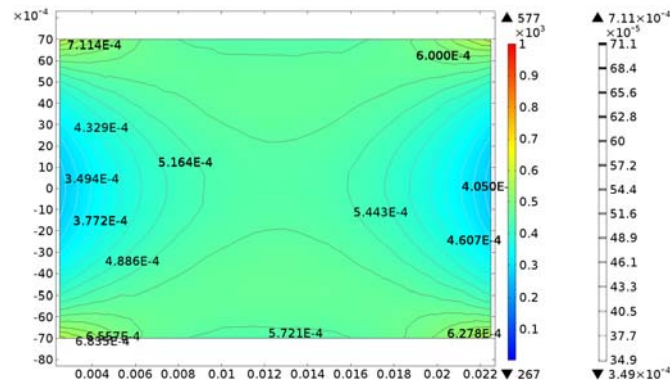


Рис. 5. Топологія магнітного поля в робочій зоні площини XY сідлоподібної котушки: розподіл напруженості (градієнтне поле) та індукції (контурні лінії) магнітного поля в площині XY

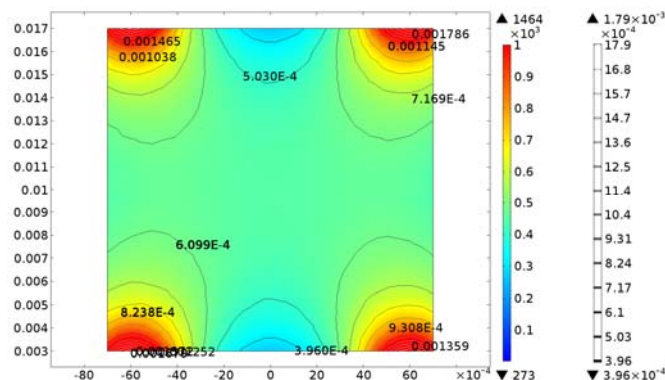


Рис. 6. Топологія магнітного поля в робочій зоні площини XY сідлоподібної котушки: розподіл напруженості (градієнтне поле) та індукції (контурні лінії) магнітного поля в площині XY

Представлені на даних рисунках залежності розподілу напруженості магнітного поля показують, що зони допустимої неоднорідності поля (не більше 15 %) по обидві сторони від геометричного центру сідлоподібної котушки складають: 12,3 мм вздовж вісі x , 18,1 мм вздовж вісі y , та 10 мм вздовж вісі z . За результатами проведених розрахунків та отриманих карт полів визначено відносний об'єм робочої зони котушки, що складає 28,12% від її повного об'єму. Для такого об'єму рекомендований розмір досліджуваних зразків складає $12 \times 18 \times 10 \text{ мм}^3$.

Висновки

Для забезпечення обмеженої зони сканування зразка шаруватого напівпровідника та більш ефективної взаємодії радіочастотного поля з кристалом проведено дослідження оптимального робочого об'єму сідлоподібної котушки ЯКР-спектрометра шляхом розрахунку топології магнітного поля у робочій зоні котушки методом кінцевих елементів.

1. Враховуючи вихідні геометричні розміри досліджуваних зразків створено розрахункову область, що являється моделлю фізичної конструкції сідлоподібної котушки з довжиною $\Delta x = 25,2 \text{ мм}$, радіусом $r_0 = 20 \text{ мм}$ та кутом розкриття дугових ділянок $\varphi = 120^\circ$.

2. Проведено числове моделювання у середовищі COMSOL Multiphysics і розраховані карти розподілу напруженості статичного магнітного поля сідлоподібної котушки в двовірному та тривірному представленні.

3. Визначено, що для одновиткової сідлоподібної котушки із вказаними геометричними параметрами рекомендований розмір зразків досліджуваних методом ЯКР складає $12 \times 18 \times 10 \text{ мм}^3$, що

становить 28,12 % від повного об'єму котушки.

Література

1. Kyazym-Zade A.G. Optical detectors on GaSe and InSe layered crystals / A.G. Kyazym-Zade, A.A. Agaeva, V.M. Salmanov, A.G. Mokhtari // *Technical Physics*. – 2007. – Vol. 52, No. 12. – P. 1611–1613.
2. Khandozhko V. Temperature and baric dependence of nuclear quadruple resonance spectra in indium and gallium monoselenides / V. Khandozhko, N. Raranskii, V. Balazjuk, Z. Kovalyuk, A. Samila // *Proceedings of SPIE*. – 2013. – Vol. 9066. – P. 90661G–1-7.
3. Schneider H. Slotted tube resonator: A new NMR probe head at high observing frequencies / H. Schneider and P. Dullenkopf // *Review of Scientific Instruments*. – 1977. – Vol. 48, No. 1. – P. 68–73.
4. Grechishkin V.S. Remote nuclear quadrupole resonance in solids / V.S. Grechishkin and N.Ya. Sinyavskii // *Physics-Uspekhi (Advances in Physical Sciences)*. – 1993. – Vol. 36, No. 10. – P. 980–1003.
5. Браїловський В.В. Оптимізація топології напруженості високочастотного поля давача радіоспектрометра / В.В. Браїловський, А.П. Саміла, О.Г. Хандожко // *Вісник національного університету «Львівська політехніка»*. – 2009. – № 646. – С. 46–51.
6. The NMR receiver: a description and analysis of design / Hoult D.I. // *Progress in NMR Spectroscopy*. – 1978. – Vol. 12, No. 1. – P. 41–77.
7. Расчет и проектирование магнитных систем : учебное пособие [Электронный ресурс]. – 2017. – Режим доступа : http://open.ifmo.ru/images/b/b6/144261_book.pdf.
8. Marrocco B.J.D. An optimized head coil design for MR imaging at 0.15 T / B.J.D. Marrocco, D.J. Drost, F.S. Prato // *Magnetic Resonance in Medicine*. – 1987. – Vol. 5, No. 2. – P. 143–159.
9. Glukhenkyi O.I. Three-dimensional simulation of single-phase electromagnetic stirrer of liquid metal / O.I. Glukhenkyi, Yu.M. Goryslavets, A.V. Tokarevskiy // *Technical Electrodynamics*. – 2013. – No. 5. – P. 77–84.
10. Understand, Predict, and Optimize Engineering Designs with the COMSOL Multiphysics® Software [Электронный ресурс] COMSOL Multiphysics®. – 2017. – Режим доступа : <https://www.comsol.com/comsol-multiphysics>.
11. Glukhenkyi O.I. Scalar electric and vector magnetic potentials in theory of electromagnetic field / O.I. Glukhenkyi, Yu.M. Goryslavets // *Technical Electrodynamics*. – 2012. – No. 2. – P. 7–8.

References

1. Kyazym-zade A.G., Agaeva A.A., Salmanov V.M. and Mokhtari A.G. Optical detectors on GaSe and InSe layered crystals, *Technical Physics*, 2007, Vol. 52, No. 12, P. 1611–1613.
2. Khandozhko V., Raranskii N., Balazjuk V., Kovalyuk Z. and Samila A. Temperature and baric dependence of nuclear quadruple resonance spectra in indium and gallium monoselenides. *Proceedings of SPIE*, 2013, Vol. 9066, P. 90661G–1-7.
3. Schneider H. and Dullenkopf P. Slotted tube resonator: A new NMR probe head at high observing frequencies, *Review of Scientific Instruments*, 1977, Vol. 48, No. 1, P. 68–73.
4. Grechishkin V.S. and Sinyavskii N.Ya. Remote nuclear quadrupole resonance in solids, *Physics-Uspekhi (Advances in Physical Sciences)*, 1993, Vol. 36, No. 10, P. 980–1003.
5. Brailovskyy V.V., Samila A.P. and Khandozhko O.G. Topolohiya napruzenosti vysokochastotnoho polya kotushky davacha radiospektrometra, *Visnyk of Lviv Polytechnic National University*, 2009, No. 646, S. 46–51.
6. Hoult D. I. The NMR receiver: a description and analysis of design, *Progress in NMR Spectroscopy*, 1978, Vol. 12, No. 1, P. 41–77.
7. Raschet i proyektirovaniye magnitnykh sistem, 2017. URL: http://open.ifmo.ru/images/b/b6/144261_book.pdf.
8. Marrocco B.J.D., Drost D.J. and Prato F.S. An optimized head coil design for MR imaging at 0.15 T, *Magnetic Resonance in Medicine*, 1987, Vol. 5, No. 2, P. 143–159.
9. Glukhenkyi O.I., Goryslavets Yu.M. and Tokarevskiy A.V. Three-dimensional simulation of single-phase electromagnetic stirrer of liquid metal, *Technical Electrodynamics*, 2013, No. 5, P. 77–84.
10. Understand, Predict, and Optimize Engineering Designs with the COMSOL Multiphysics® Software, COMSOL Multiphysics®, 2017. URL: <https://www.comsol.com/comsol-multiphysics>.
11. Glukhenkyi O.I. and Goryslavets Yu.M. Scalar electric and vector magnetic potentials in theory of electromagnetic field, *Technical Electrodynamics*, 2012, No. 2, P. 7–8.

Рецензія/Peer review : 19.9.2018 р.

Надрукована/Printed : 19.9.2018 р.

Рецензент: д.т.н. Любчик В.Р.