

УДК 539.3:539.4

В.Ю. Грицюк, канд. техн. наук

Чернігівський національний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

НЕРІВНОМІРНИЙ РУХ ТІЛА ПО БАЛЦІ

В.Е. Грицюк, канд. техн. наук

Черниговский национальный технологический университет, г. Чернигов, Украина

НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПО БАЛКЕ

Vitalii Hrytsiuk, PhD in Technical Sciences

Chernihiv National Technological University, Chernihiv, Ukraine

UNEQUAL MOTION OF A BODY ALONG A BEAM

Наведений у довідковій літературі розрахунок рівнозмінного руху тіла по балці без урахування контактних деформацій узагальнюється за допомогою врахування контактних деформацій.

Ключові слова: балка, тіло, рух.

Представленный в справочной литературе расчёт равнопеременного движения тела по балке без учёта контактных деформаций обобщается путём учёта контактных деформаций.

Ключевые слова: балка, тело, движение.

The calculation of motion with the permanent acceleration of body along a beam without taking into account of contact deformations cited in reference books is generalized taking into account the contact deformations.

Key words: beam, body, moving.

Постановка проблеми, аналіз останніх досліджень і публікацій, мета статті. На стержневі системи можуть діяти різні види динамічного навантаження: вібраційне, рухоме, ударне, сейсмічне. Звичайно, при розрахунку тіла по балці розглядається рівномірний рух тіла по балці [1]. У довіднику [2] наведений розрахунок рівнозмінного руху тіла по балці без урахування контактних деформацій. У [3] досліджується рівномірний рух тіла по балці з урахуванням контактних деформацій, а у представленій роботі – рівнозмінний рух з урахуванням контактних деформацій.

Математична модель

Розглянемо рух тіла по шарнірно опертій балці (рис. 1).

Силу контактної взаємодії $F(t)$ тіла і балки можна знайти з рівняння

$$d(F) = \alpha(F) + w_F(x_F, F), \quad (1)$$

де d – вертикальні переміщення тіла;

α – вертикальні переміщення тіла, викликані контактними деформаціями у місці взаємодії тіл (тіла і балки);

w_F – вертикальні переміщення балки у місці знаходження тіла;

x_F – горизонтальна координата цього місця.

Рівняння (1) є узагальненням відомого рівняння поперечного удару тілом по балці, запропонованого С.П. Тимошенком [1].

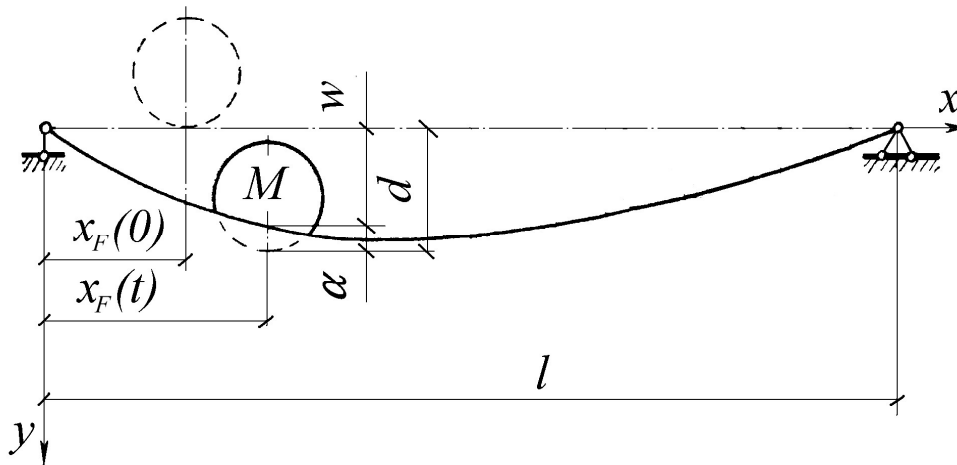


Рис. 1. Розрахункова схема

Вертикальні переміщення тіла d можна визначити за допомогою формули

$$d(t) = d_0 + \dot{d}_0 t + g \frac{t^2}{2} - \frac{1}{M} \int_0^t F(t_1)(t - t_1) dt_1, \quad (2)$$

де d_0 , \dot{d}_0 – початкові вертикальні переміщення і швидкість тіла;
 g – прискорення земного тяжіння;
 M – маса тіла;
 t – час.

Якщо горизонтальна швидкість руху тіла v рівнозмінна, то

$$x_F(t) = x(0) + v(0)t + a \frac{t^2}{2}, \quad (3)$$

де $x(0)$ – початкова координата положення тіла на балці;
 $v(0)$ – початкова горизонтальна швидкість руху тіла;
 a – стале прискорення горизонтального руху тіла.

Переміщення α можна визначити за допомогою відомої статичної контактної задачі Герца.

Для врахування розсіювання енергії у матеріалі балки пружні характеристики її матеріалу запишемо у комплексній формі

$$E = E(1 \pm i\beta), \quad (4)$$

де E – модуль Юнга матеріалу балки;
 β – коефіцієнт розсіювання енергії у матеріалі балки;
 i – уявна одиниця.

Розкладаючи переміщення балки і навантаження у тригонометричні ряди, одержуємо вертикальні переміщення балки

$$w(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} X_j(x) \cdot T_j(t). \quad (5)$$

Для шарнірно опертої по кінцях балки довжиною l власні форми коливань балки

$$X_j(x) = \sin(\alpha_j x), \quad \alpha_j = \frac{j\pi}{l}. \quad (6)$$

Функції часу

$$T_j(t) = e^{-\mu_j t} \left[T(0) \left(\frac{\mu_j}{\omega_j} \sin \omega_j t + \cos \omega_j t \right) + \frac{\dot{T}_j}{\omega_j} \sin \omega_j t \right] + \\ + \frac{1}{m \cdot \int_0^l X_j(x)^2 dx \cdot \omega_j} \int_0^t F(t) \sin \alpha_j x_F(t) \cdot e^{-\mu_j(t-t_1)} \cdot \sin \omega_j(t-t_1) dt_1, \quad (7)$$

$$\omega_j = \alpha_j^2 \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{m}}, \quad \mu_j = \frac{\beta}{2} \omega_j = \frac{\psi}{4\pi} \omega_j, \quad (8)$$

де ω_j – частоти власних коливань балки;

m – маса одиниці довжини балки;

I_z – осьовий момент інерції поперечного перерізу балки.

Для шарнірно опертої по кінцях балки найбільші нормальні напруження у довільному поперечному перерізі балки визначаються таким способом

$$\sigma(x, t) = \frac{EI_z}{W_z} \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j^2 \sin(\alpha_j x_F(t)) \cdot T_j(t), \quad (9)$$

де W_z – осьовий момент опору поперечного перерізу балки.

Реалізація задачі

Рівняння (1) дозволяє визначити силу $F(t)$. Це робиться чисельно на послідовних малих кроках часу τ . Є різні алгоритми чисельної реалізації [4]. У цій роботі застосовувалася ступінчаста апроксимація ядра інтегралу $F(t) \sin \alpha_j x_F(t)$ у формулі (7).

Реалізація задачі виконувалася за допомогою математичного пакета MathCAD.

Приклад розрахунку

Були виконані розрахунки, які дозволяють проаналізувати вплив нерівномірності руху тіла по балці на поведінку системи. Результати розрахунків наведені на рис. 2, 3, 4. На цих рисунках вертикальною переривчастою лінією позначена мить сходу тіла з балки, горизонтальною штрихпунктирною лінією – статичні значення параметрів, що досліджуються.

Розглянемо рух сталевго тіла по сталевій балці. Довжина балки дорівнює 50 см, ширина – 1 см, висота – 1 см. Маса тіла становить 0,25 маси балки, радіус поверхні тіла дорівнює 1 см. Поверхня балки плоска.

Розсіювання енергії не враховується.

Рух тіла починається з лівого кінця балки. Горизонтальна середня швидкість дорівнює

$$v = \alpha_v \frac{l}{\pi} \omega_1, \quad (10)$$

де α_v – коефіцієнт горизонтальної швидкості;

ω_1 – частота першої форми власних коливань балки.

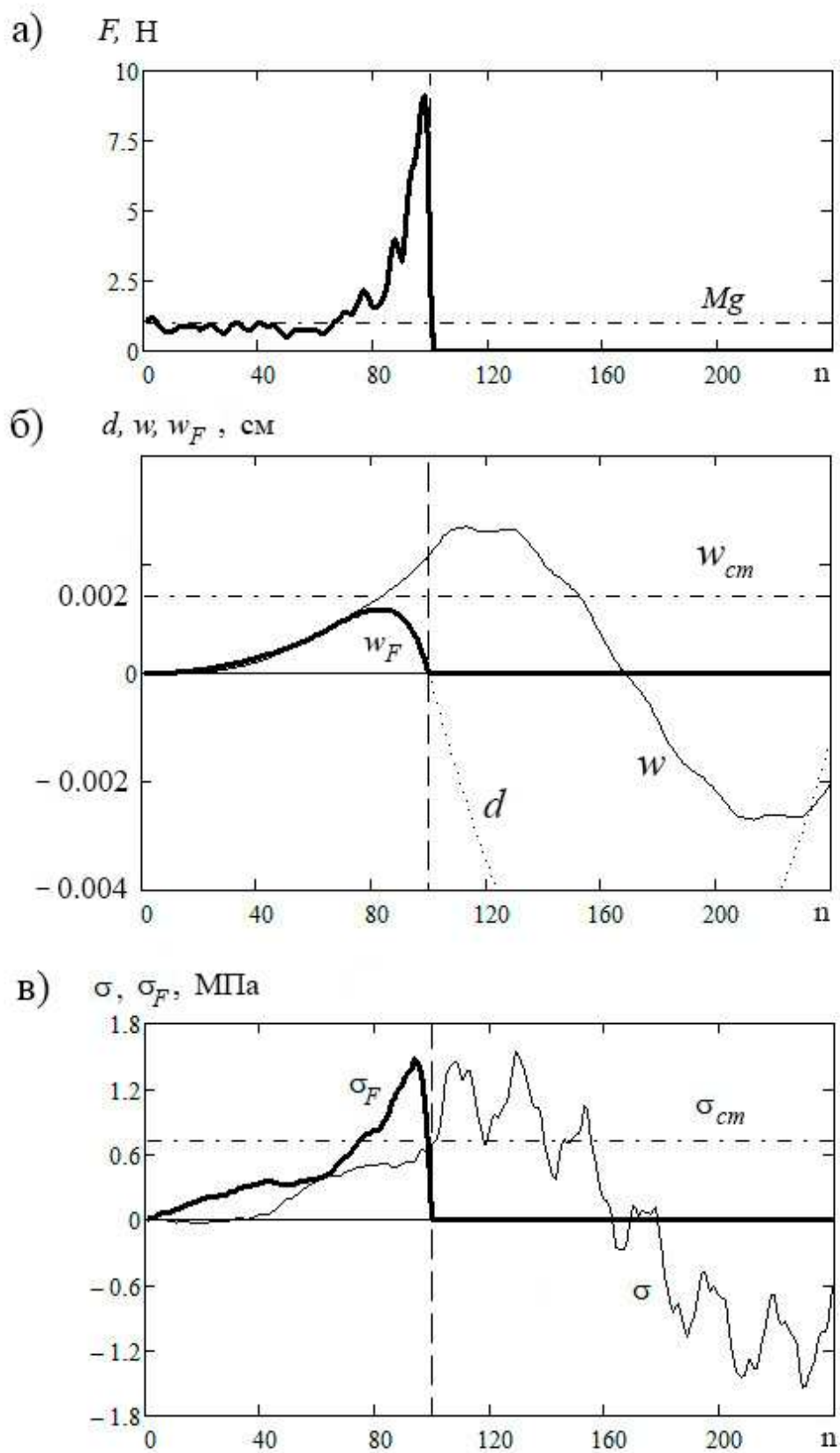


Рис. 2. Рівноприскорений рух тіла по балці

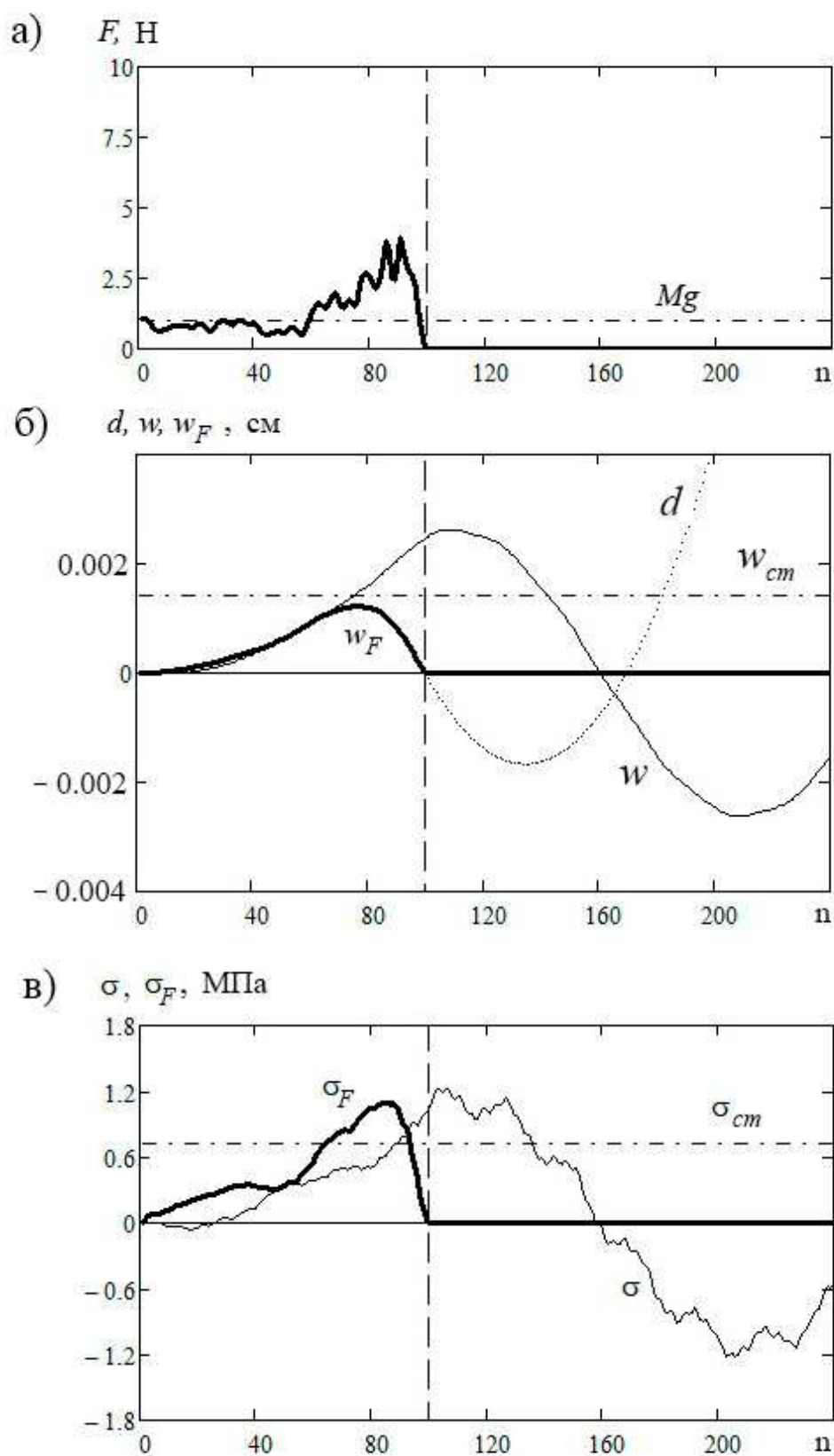


Рис. 3. Рівномірний рух тіла по балці

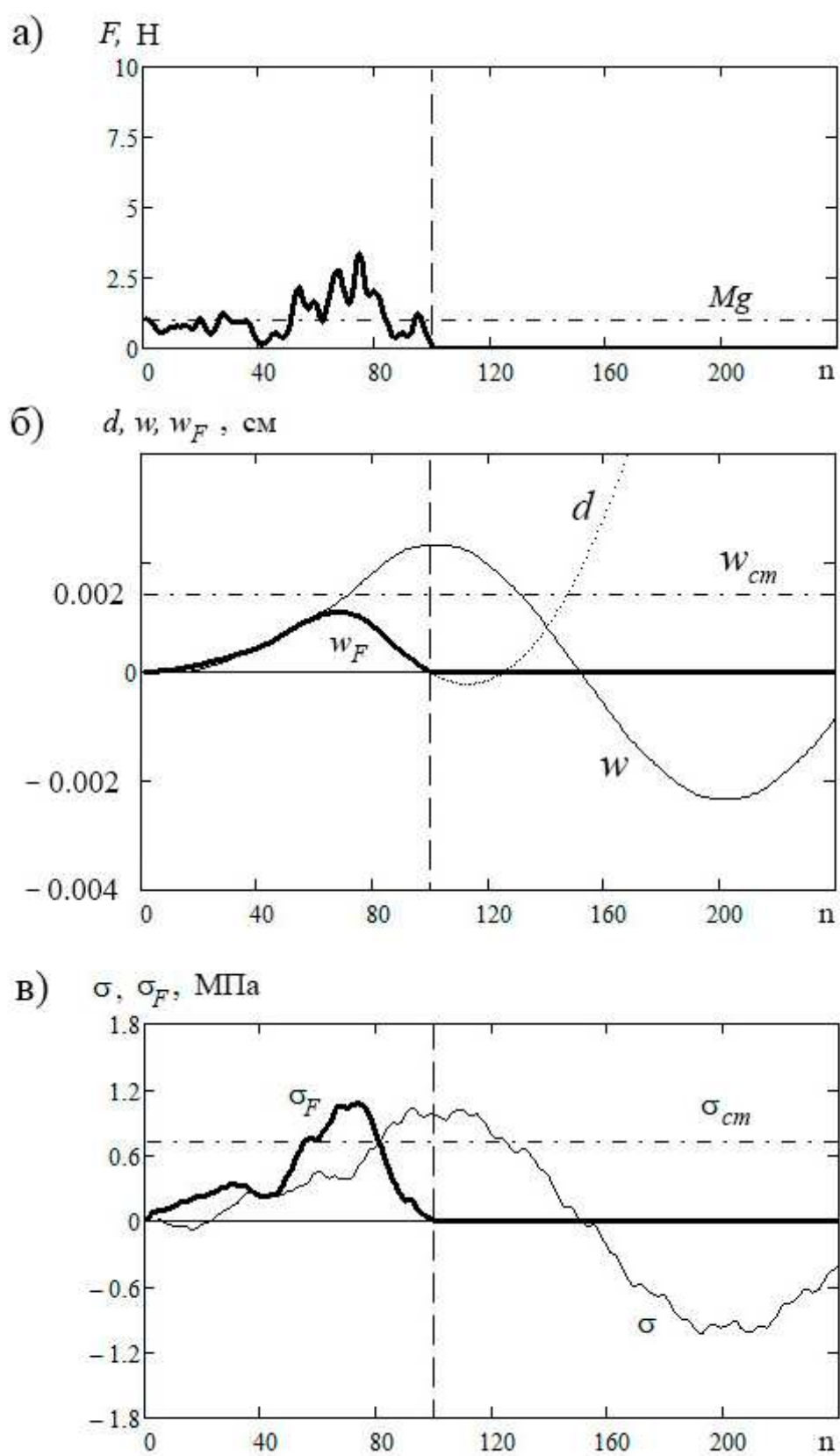


Рис. 4. Рівноуповільнений рух тіла по балці

Крок часу τ вибирається такий, що тіло проходить балку за 100 кроків.

Для опису коливань балки враховано 20 гармонік. Сила контактної взаємодії визначалася методом послідовних наближень з точністю до 2 %.

Переміщення і швидкості, спрямовані униз, вважалися додатними.

На рис. 2, 3, 4 наведені результати розрахунків при $\alpha_v = 1$ для відповідно рівноприскореному ($v(0) = 0,5v$, $v(100\tau) = 1,5v$), рівномірному ($v(t) = v$), рівноуповільненому ($v(0) = 1,5v$, $v(100\tau) = 0,5v$) проходженні тіла по балці.

Висновки. Динамічні ефекти сильніші при прискореному проходженні тіла по балці, ніж при рівномірному або уповільненому рухах.

Вони більше впливають на напружений стан, ніж на деформований стан.

Список використаних джерел

1. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко. – М. : Наука, 1967. – 444 с.
2. Справочник по динамике сооружений / под ред. Б. Г. Коренева, И. М. Рабиновича. – М. : Стройиздат, 1972. – 511 с.
3. Филиппов А. П. Воздействие динамических нагрузок на элементы конструкций / А. П. Филиппов, С. С. Кохманюк, Ю. С. Воробьев ; под ред. А. П. Филиппова. – К. : Наукова думка, 1974. – 110 с.
4. Грицюк В. Ю. Алгоритм чисельного розрахунку малих коливань механічних систем / В. Ю. Грицюк // Вісн. Черніг. держ. технол. ун-ту. – 2001. – № 12. – С. 43–46.