

УДК 004.942:537.525

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ТА АПРОКСИМАЦІЇ ГРАНИЧНОЇ ТРАЄКТОРІЇ КОРОТКОФОКУСНОГО ЕЛЕКТРОННОГО ПУЧКА ЗА УМОВИ ЙОГО ТРАНСПОРТУВАННЯ В ІОНІЗОВАНОМУ ГАЗІ

DOI 10.36994/2707-4110-2020-1-28-10

Мельник І. В., д.т.н., проф., Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», факультет електроніки, кафедра електронних пристроїв та систем, Київ, Україна, imelnik@phbme.kpi.ua

Починок А. В., к.т.н., Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Інститут електроніки та мікросистемної техніки, Київ, Україна, alina_pochynok@yahoo.com

Анотація. У статті розглянуто можливості та особливості використання функцій, які формуються як корені відповідної степені із поліномів тієї самої степені, для інтерполяції та апроксимації граничної траєкторії електронного пучка у разі його проходження в іонізованому газі за умови компенсації власного просторового заряду електронів позитивними іонами залишкового газу. Показано, що характер функціональних залежностей, які розглядаються, відповідає адекватному описанню граничних траєкторій короткофокусних електронних пучків за визначених фізичних умов. Математичні функції, що задаються як корені відповідної степені із поліномів тієї самої степені, мають один глобальний мінімум, а за межами області мінімуму їхня поведінка є близькою до лінійної. Саме такі функціональні залежності у разі правильного підбору поліноміальних коефіцієнтів найбільш точно та адекватно описують граничні траєкторії короткофокусних електронних пучків за умови їхнього транспортування в іонізованому газі. Обґрунтовано, що для пошуку оптимальних значень поліноміальних коефіцієнтів в ході розв'язування задачі апроксимації зручно використовувати символічний процесор та бібліотечні функції системи науково-технічних розрахунків MatLab. Розглянуті тестові приклади такої апроксимації та показано, що її похибка за умови правильного підбору поліноміальних коефіцієнтів не перевищує 10%.

Ключові слова: електронний пучок, гранична траєкторія, інтерполяція, апроксимація, транспортування електронного пучка, іонізований газ, просторовий заряд

COMPARATIVE ANALYZE OF THE METHODS OF INTERPOLATION AND APPROXIMATION OF THE BOUNDARY TRAJECTORY OF SHORT-FOCUS ELECTRON BEAM IN CONDITIONS OF ITS PROPAGATION IN THE IONIZED GAS

Igor Melnyk, Dr. habil., Prof., National Technical University of Ukraine "Igor Sikorskiy Kiev Polytechnic Institute", Electronic Faculty, Department of Electronic Devices and Systems, Kyiv, Ukraine, imelnik@phbme.kpi.ua

Alina Pochynok, Ph. D., National Technical University of Ukraine "Igor Sikorskiy Kiev Polytechnic Institute", Institute of Electronic Microsystems' Technique, Kyiv, Ukraine, alina_pochynok@yahoo.com

Abstract. Possibilities and particularities of using the functions, which are formed as the roots of corresponded power from the polynomials of same power, for interpolation and approximation of the boundary trajectory of electron beam during its propagation in the ionized gas in the conditions of compensation of the intrinsic space charge of electrons by the positive ions of residual gas, are considered in the article. It's have been shown, that the nature of considered functional dependences is strongly corresponded to adequate describing of the boundary trajectories of electron beams for the defined physical conditions. The mathematical functions, which are set as the roots of corresponded power from the polynomials of same power, always have the one global minimum, and outside the minimum area its nature is mostly seems to linear. Namely such functions in the case of correct choosing of polynomial coefficients most accurately, as well as adequate, described the boundary trajectories of short-focus electron beams in the case of its guiding in the ionized gas. It is reasoned, that for finding the optimal values of polynomial coefficients during the solving the approximation task is suitable to use the symbolic processor and the library functions of the system of scientific and technical calculations MatLab. The test examples of such approximation are also considered. It is shown, that generally the error of approximation is smaller, than 10%.

Keywords: Electron Beam, Boundary Trajectory, Interpolation, Approximation, Propagation of Electron Beam, Space Charge

Вступ

Сучасні електронно-променеві технології знаходять широке впровадження у різних галузях промисловості, зокрема для зварювання, паяння, відпалювання виробів із конструкційних матеріалів, нанесення металевих та керамічних плівок та покриттів, а також в технологіях плавлення тугоплавких металів та неметалевих матеріалів у вакуумі з метою їхнього очищення. Тобто, електронний промінь зазвичай використовується як ефективний інструмент для проведення технологічних операцій, пов'язаних із термічною обробкою речовини. Сьогодні електронно-променеві технології найбільше використовуються у таких провідних галузях промисловості, як машинобудування, приладобудування, авіаційна та суднобудівна промисловість, електронна промисловість, а також металургія [1 – 4]. Одним із найбільш ефективних та перспективних сучасних застосувань електронного променя як технологічного інструменту є адитивні технології, які пов'язані із формуванням із металів тривимірних поверхонь складної геометричної форми шляхом плавлення металевого дроту або порошкового матеріалу у низькому вакуумі [5, 6]. Головними перевагами щодо використання в промисловості сучасних адитивних технологій є значна економія ресурсів та висока

енергетична ефективність, а також можливості отримання матеріалів з новими, унікальними властивостями [5, 6].

Головними перевагами сучасних електронно-променевих технологій над іншими способами високотемпературної обробки речовини, зокрема лазерними, плазмовими та надвисокочастотними технологіями, є наступні [1 – 3].

1. Висока загальна потужність електронного пучка. Зазвичай для технологічних джерел електронів різного типу значення загальної потужності електронного пучка може досягати сотень кВт.

2. Висока питома потужність електронного пучка. Зазвичай для технологічних джерел електронів різного типу максимальне значення цього параметру може бути порядку 10^9 Вт/м².

3. Проведення технологічних операцій, пов'язаних із нагрівом речовини, у вакуумі. У такий спосіб зазвичай вдається забезпечити надвисоку хімічну чистоту речовини, яка обробляється.

4. Простота керування просторовими та енергетичними параметрами електронних пучків з використанням електричних та магнітних полів.

5. Можливість забезпечення роботи джерел електронів в імпульсному режимі. Це дозволяє використовувати в електронно-променевих технологіях різноманітні складні фізичні ефекти, які пов'язані з обробкою речовини тепловими імпульсами заданої потужності, тривалості та частоти [1, 2].

Цілком зрозуміло, що розробка та впровадження у промисловість сучасних електронно-променевих технологій неможлива без ефективного використання методів математичного моделювання. Головним завданням такого моделювання є визначення енергетичних та геометричних параметрів електронних пучків, оскільки саме через ці параметри можна оцінити потенціальні можливості електронного пучка як технологічного інструменту. Зокрема, у роботах [7, 8] відмічалась важливість вирішення завдання інтерполяції та апроксимації енергетичних та просторових параметрів електронних пучків. Оцінки параметрів електронних пучків з використанням методів інтерполяції та апроксимації є особливо важливими для таких технологічних процесів, як зварювання, розмірна обробка виробів та сучасні адитивні технології, пов'язані із наплавленням металів на плоску поверхню. Для таких процесів передбачення закономірності розподілу густини струму електронного пучка у фокальній площині з метою вирішення завдання оптимізації теплової дії електронного пучка є вкрай важливою науково-технічною проблемою. Така проблема має особливо суттєве значення для джерел електронів, які працюють у складних фізичних умовах низького вакууму, зокрема для джерел електронів на основі високовольтного тліючого розряду (ВТР) [4, 9 – 13]. Головними перевагами технологічних джерел електронів на основі ВТР є наступні [4 – 6, 9 – 13].

1. Відносна простота конструкції гармати та, відповідно, її невисока вартість.

2. Можливість роботи гармат ВТР із різними технологічними газами, зокрема інертними та активними. За таких умов обрання робочого газу зазвичай насамперед обумовлюється вимогами технологічного процесу, який реалізується.

3. Відносна простота вакуумного технологічного обладнання та системи високовольтного живлення гармати, що у значній мірі знижає вартість електронно-променевого технологічного обладнання.

4. Відносно великий термін служби холодного катоду електронних гармат ВТР, що підвищує надійність роботи гармати в процесі проведення довготривалих технологічних операцій та, у значній мірі, спрощує технічне обслуговування та ремонт промислових технологічних гармат ВТР.

5. Відносна простота розбирання та збирання електронних гармат ВТР з метою заміни відпрацьованих вузлів, зокрема холодного катоду ВТР.

6. Простота керування струмом електронного пучка як газодинамічним способом, через зміну газового потоку у камеру гармати, так і електричним способом, через запалювання допоміжного розряду у порожнині розрядного проміжку.

7. Можливість роботи електронних гармат ВТР в імпульсному режимі.

Одна із фізичних особливостей роботи джерел електронів на основі ВТР полягає у тому, що вони формують короткофокусні електронні пучки, які необхідно транспортувати до виробів, які обробляються, в складних фізичних умовах низького вакууму. Особливості адекватного математичного описання граничної траєкторії таких пучків з використанням методів інтерполяції та апроксимації розглядатимуться у цій статті далі.

Загальна постановка завдання апроксимації граничної траєкторії електронного пучка

У загальному вигляді завдання інтерполяції та апроксимації граничних траєкторій короткофокусних електронних пучків, які формуються електронними гарматами ВТР, а також відповідні математичні функції, які можна використовувати для розв'язування цього завдання, були розглянуті у роботах [7, 8]. У роботах [14 – 16] був розглянутий окремий важливий клас алгебраїчних функцій, властивості яких дозволяють за одну ітерацію проводити інтерполяцію граничних траєкторій електронних пучків, що формуються джерелами електронів ВТР, без розбиття цих траєкторій на окремі відрізки та із невеликими похибками. Для вирішення поставленої інтерполяційної задачі як базові точки та як достовірні числові дані бралися результати чисельних розрахунків просторових параметрів електронних пучків, що формуються джерелами електронів ВТР, за умови їхнього транспортування у низькому вакуумі з компенсацією просторового заряду електронів іонами залишкового газу [17].

У загальному вигляді завдання інтерполяції або апроксимації граничної траєкторії короткофокусного електронного пучка, за умови його транспортування в низькому вакуумі, було поставлено в роботах [14 – 16]. Така

постановка завдання ґрунтується на загальнотеоретичних положеннях, сформульованих наприкінці ХХ століття в монографіях [7, 8], які залишаються актуальними і сьогодні. За будь-яких фізичних умов завдання інтерполяції або апроксимації значення радіусу короткофокусного електронного пучка r відносно поздовжньої координати h можна формулювати наступним чином. Необхідно знайти таку функцію $r(h)$, яка має один глобальний мінімум $r_{\min} = r(h_{\min})$ та є симетричною відносно фокальної площини $h = h_{\min}$, тобто, задовольняє наступній умові [7, 8]:

$$\frac{dr(h_{\min} - \delta h)}{dh} = - \frac{dr(h_{\min} + \delta h)}{dh} \quad (1)$$

де δh – нескінченно мала зміна величини h .

Головною проблемою розв'язування задачі апроксимації граничної траєкторії електронного пучка з використанням співвідношення (1) є правильний вибір функції апроксимації. Головною вимогою до цієї функції є адекватне відображення геометрії граничної траєкторії електронного пучка у низькому вакуумі. У роботах [14 – 16] було показано, що у разі малої питомої потужності та в умовах компенсації просторового заряду електронів іонами залишкового газу гранична траєкторія електронного пучка має один глобальний мінімум в області фокуса пучка, а за межами фокальної області вона є близькою до прямої лінії. Тому будемо шукати функціональну залежність для апроксимації граничної траєкторії електронного пучка виходячи саме з урахуванням цієї умови та співвідношення (1).

Вибір функції апроксимації

У роботах [14 – 16] був запропонований метод інтерполяції електронного пучка з використанням алгебраїчних функцій, в яких залежність радіуса електронного пучка від довжини дрейфу електронів в іонізованому газі $r(h)$ формуються як корінь степені n з поліному тієї самої степені, тобто:

$$r(h) = \sqrt[n]{C_n h^n + C_{n-1} h^{n-1} + \dots + C_2 h^2 + C_1 h + C_0} \quad (2)$$

де n – порядок функції інтерполяції.

У роботах [14 – 16] також було наведено порівняння результатів інтерполяції граничної траєкторії електронного пучка з даними чисельного моделювання, отриманими як результат розв'язування системи алгебро-диференціальних рівнянь, які описують рух електронів в іонізованому газі. Інтерполяція проводилась з використанням функцій з другого до п'ятого порядків, заданих співвідношенням (2). Було показано, що похибка інтерполяції відносно даних чисельного моделювання не перевищує 10% [14 – 16]. Для поліномів з другого до шостого порядку в роботі [14] також були отримані аналітичні вирази для коефіцієнтів $C_n \dots C_0$. Отримані результати інтерполяції для значень струму електронного пучка $I_n = 0,5$ А та прискорювальної напруги $U_{np} = 10$ кВ, за умови тиску в розрядній камері гармати $p = 0,1$ Па представлені на рис. 1, а. На рис. 1, б наведені відповідні графічні залежності для значення похибки інтерполяції. Як видно з графічних

залежностей, наведених на рис. 1, б, похибка інтерполяції для заданих значень чисельного моделювання граничної траєкторії електронного пучка не перевищувала 0,6%.

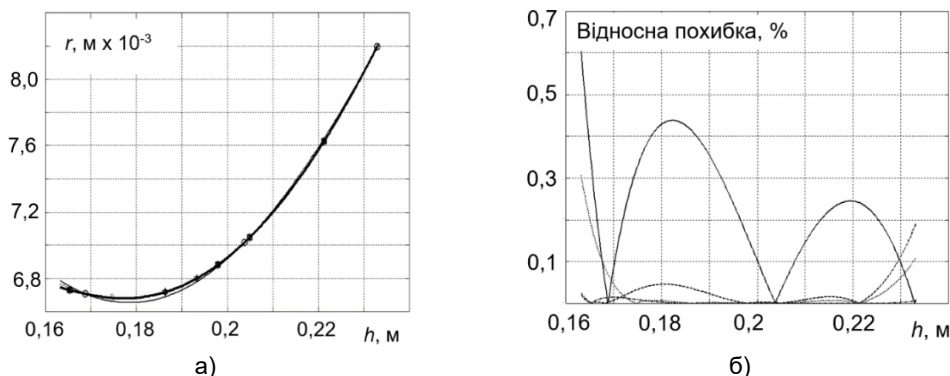


Рис. 1 Результати інтерполяції граничної траєкторії електронного пучка функціями (2) різних порядків (а) та значення відносної похибки інтерполяції (б) [14, 16]. Жирна суцільна лінія – результати чисельного моделювання. Результати інтерполяції: тонка суцільна лінія – функція другого порядку, штрихова лінія – функція третього порядку, пунктирна лінія – функція четвертого порядку, штрихпунктирна лінія – функція п'ятого порядку. Базові точки функцій інтерполяції відмічені наступним чином: коло – для функції другого порядку, квадрат – для функції третього порядку, ромб – для функції четвертого порядку, шестикутник – для функції п'ятого порядку.

Для значень коефіцієнтів функції інтерполяції другого порядку, заданої співвідношенням:

$$r(h) = \sqrt{C_2 h^2 + C_1 h + C_0} \quad (3)$$

яке є наслідком співвідношення (2), у роботі [14] були отримані наступні аналітичні вирази:

$$k_1 = \frac{r_2^2 - r_1^2}{h_2 - h_1}; \quad k_2 = \frac{r_3^2 - r_1^2}{h_3 - h_1}; \quad k_3 = \frac{h_2 + h_1}{h_3 - h_2}; \quad C_2 = \frac{k_2 - k_1}{h_3 - h_2}; \quad C_1 = k_1 - (k_2 - k_1)k_3 \quad (4)$$

$$C_0 = r_1^2 - \frac{k_2 - k_1}{h_3 - h_2} h_1^2 - (k_1 - (k_2 - k_1)k_3)h_1$$

де (h_1, r_1) , (h_2, r_2) , (h_3, r_3) – координати трьох базових точок інтерполяції.

За умови відомих поліноміальних коефіцієнтів C_0 , C_1 та C_2 , які визначаються співвідношеннями (4), положення фокусу електронного пучка $h_{2\min}$ можна визначити як точку мінімуму функції (3), а фокальний радіус електронного пучка – як значення цієї функції у цій точці $r_{2\min}(h_{2\min})$. Тоді для обчислення фокальних параметрів електронного пучка можна записати наступні аналітичні співвідношення [14, 16]:

$$h_{f2\min} = -\frac{C_1}{2C_2}, \quad r_{f2\min} = \sqrt{C_0 - \frac{C_1^2}{4C_2}} \quad (5)$$

Відповідно, для значень коефіцієнтів функції інтерполяції третього порядку, заданої співвідношенням:

$$r(h) = \sqrt[3]{C_3 h^3 + C_2 h^2 + C_1 h + C_0} \quad (6)$$

у роботі [14] були отримані наступні аналітичні вирази:

$$\begin{aligned}
k_1 &= \frac{\frac{r_3^3 - r_1^3}{h_3 - h_1} \frac{r_2^3 - r_1^3}{h_2 - h_1}}{h_2 - h_3}, \\
k_2 &= \frac{\frac{r_4^3 - r_1^3}{h_4 - h_1} \frac{r_2^3 - r_1^3}{h_2 - h_1}}{h_2 - h_4}, \\
k_3 &= \frac{h_2^2 - h_3^2 - h_3 h_1 + h_2 h_1}{h_2 - h_3}, \\
k_4 &= \frac{h_2^2 - h_4^2 - h_4 h_1 + h_2 h_1}{h_2 - h_4}, \\
k_5 &= \frac{r_2^3 - r_1^3}{h_2 - h_1}, \quad k_6 = \frac{k_1 - k_2}{k_3 - k_4}, \\
C_0 &= r_1^3 - C_3 h_1^3 - C_2 h_1^2 - C_1 h_1 \\
C_1 &= k_5 - (h_2^2 + h_2 h_1 + h_1^2) k_6 - (h_2 + h_1)(k_1 - k_6 k_3); \\
C_2 &= k_1 - \frac{k_1 - k_2}{k_3 - k_4} k_3 \\
C_3 &= \frac{k_1 - k_2}{k_3 - k_4}, \quad ;
\end{aligned} \tag{7}$$

де (h_1, r_1) , (h_2, r_2) , (h_3, r_3) , (h_4, r_4) – координати чотирьох базових точок функції інтерполяції.

У разі використання інтерполяційної функції (6), за умови відомих поліноміальних коефіцієнтів C_0 , C_1 , C_2 та C_3 , визначених співвідношеннями (7), положення фокусу електронного пучка h_{f3min} можна обчислити як корінь квадратного рівняння $3C_3 h^2 + 2C_2 h + C_1 = 0$. Тоді фокальний радіус пучка визначається як $r_{f3min}(h_{f3min})$ за співвідношенням (6). Відповідно, маємо наступні аналітичні вирази [14, 16]:

$$h_{f3min} = -\frac{C_2}{3C_3}, \quad r_{f3min} = \sqrt[3]{\frac{4C_2^3}{27C_3^2} - \frac{C_1 C_2}{3C_3} + C_0} \tag{8}$$

Суттєвий недолік методу інтерполяції траєкторії електронного пучка з використанням співвідношення (2) полягає у тому, що кількість точок, через які проводиться інтерполяційна функція, завжди має відповідати кількості невідомих поліноміальних коефіцієнтів. Наприклад, для визначення коефіцієнтів функції п'ятого порядку, заданої співвідношенням (2), необхідно взяти шість базових точок [14, 16]. Такий підхід може бути використаний лише за умови, що базові точки є результатом попередніх чисельних розрахунків та всі їхні значення $r_i(h_i)$ можна вважати досить точними та достовірними. Навпаки, у разі використання для оцінки фокальних параметрів електронного пучка експериментальних даних, точність яких зазвичай суттєво залежить від умов проведення натурного експерименту, проте кількість обраних базових точок може бути достатньо великою, для проведення числових оцінок граничної траєкторії пучка та його фокальних параметрів бажано використовувати методи апроксимації [18 – 22]. Наприклад, для визначення фокальних параметрів короткофокусних електронних пучків, які формуються гарматами ВТР та проводяться в залишковому іонізованому газі в фізичних умовах вільного дрейфу електронів, базові точки граничної траєкторії пучка

З іншого боку, у роботах [18 – 20] була запропонована дещо інша, більш універсальна методика розв'язування завдання апроксимації, яка ґрунтується на використанні символьного процесора та бібліотечних функцій системи науково-технічних розрахунків MatLab. Перевагою цієї методики є те, що вона орієнтована на більш широкий клас аналітичних функцій, а її сутність полягає у здійсненні наступних алгоритмічних дій [19, 20].

1. На першому етапі задаються вектори відлікових вхідних даних для значень аргументу та функції. Для завдання апроксимації граничної траєкторії короткофокусного електронного пучка, яке розглядається, це вектори значень довжини дрейфу $[h_1, \dots, h_m]$ та радіусу пучка $[r_1, \dots, r_m]$.

2. Визначається функція апроксимації та її параметри, які варіюються. Для завдання апроксимації, яке розглядається, теоретично обґрунтовано використання функції (2), для якої варійованими параметрами є значення коефіцієнтів $C_n \dots C_0$. Зрозуміло, що для поліномів низьких порядків це завдання вкрай спрощується. На практиці доцільно використовувати функцію другого порядку, задану співвідношенням (3), та третього, задану співвідношенням (6).

3. В результаті алгебраїчних перетворень через команди символьного процесору системи MatLab здійснюється пошук найбільш простого аналітичного виразу для функції регресії (9). Узагальнений алгоритм розв'язування цього завдання буде розглянутий далі.

4. Отриманий аналітичний вираз записується до окремого файлу та надалі, для інтерпретатора системи MatLab, розглядається як зовнішня функція [19, 20]. Для автоматичного виконання цієї дії можуть бути використані стандартні функції системи MatLab `fopen()`, `fwrite()` та `fclose()` з відповідними параметрами. Крім цього, необхідно перетворювати результати роботи символьного процесору до рядкових змінних з використанням системної команди `char()`. Параметри цих команд та приклади їхнього використання для розв'язування завдання апроксимації були досконало описані у навчальних посібниках [19, 20].

5. З використанням бібліотечних функцій системи MatLab `fmins()` або `fminsearch()` з відповідними параметрами проводиться пошук мінімального значення багатопараметричної функції регресії $F(C_n \dots C_0)$, отриманої з використанням команд аналітичного процесора. Особливості використання цих бібліотечних функцій для різних версій системи також були описані у навчальних посібниках [19, 20].

Пункт 3 описаного вище алгоритму виконується з використанням засобів аналітичного процесора системи MatLab через наступні дії [18 – 20].

1. Змінні $C_0 \dots C_n$, h_k та r_k задаються як символьні з використанням команди аналітичного процесора `syms`.

2. Записується аналітичний вираз $rk(hk)$, який відповідає функції (2) для заданого порядку функції апроксимації. Наприклад, для поліному другого порядку це буде функція (3), а для поліному третього порядку – функція (6).

3. Через відому функцію $rk(hk)$ записується аналітичний вираз для рівняння регресії (9), в який, з використанням команди символьного процесора `subs`, замість символічної змінної hk підставляються відлікові значення $h(i)$.

4. З використанням команд символьного процесора `expand`, `collect` та `simplify`, спрощується отриманий аналітичний вираз для функції регресії.

5. Завершення аналітичних перетворень та виконання пункту 4 загального алгоритму, який був описаний вище.

Відповідні командні рядки системи MatLab мають наступний вигляд.

```
>> syms C0 C1 C2 C3 hk rk  
>> rk=(C3*hk^3+C2*hk^2+C1*hk+C0)^(1/3)  
>> Rs=sum((subs(rk,hk,h)-r).^2);  
>> Rssimp=simplify(Rs)
```

Особливості використання команд символьного процесора системи MatLab також описані у навчальних посібниках [19, 20].

Блок-схема описаного вище узагальненого алгоритму апроксимації граничної траєкторії короткофокусного електронного пучка наведена на рис. 2.

Єдиним недоліком описаної методики апроксимації є те, що аналітичний вираз для функції регресії $F(C_n \dots C_0)$ безпосередньо залежить від відлікових значень довжини дрейфу електронів h_i та радіусу електронного пучка r_i . Тобто, для кожного нового проведеного експерименту функцію регресії необхідно будувати заново. Це не дозволяє використовувати отримані раніше результати моделювання для створення математичних моделей нових гармат ВТР. Наприклад, якщо розробляється нова гармата підвищеної потужності, або з меншим фокальним радіусом електронного пучка, всю описану вище послідовність обчислювальних дій, а також проведення натурних експериментів по фотографуванню пучка в розряді, необхідно проводити з самого початку. Незважаючи на цей недолік, а також з урахуванням того, що сучасні системи науково-технічних розрахунків мають потужні аналітичні процесори, описана методика апроксимації може бути майже повністю автоматизованою.

Крім цього, використання спрощеної форми рівняння регресії (9) значно скорочує час пошуку оптимальних значень коефіцієнтів $C_n \dots C_0$, особливо у разі, коли досить точно підібрані їхні початкові значення. Спосіб підбору початкових значень поліноміальних коефіцієнтів, який дозволяє у значній мірі прискорити роботу алгоритмів пошуку їхніх оптимальних значень, реалізованих у бібліотечних функціях системи MatLab, буде розглянутий у наступному розділі статті. Альтернативою використання системи науково-технічних розрахунків MatLab для реалізації описаного вище алгоритму апроксимації граничної траєкторії короткофокусного електронного пучка може бути використання засобів програмування та бібліотечних функцій сучасної некомерційної системи науково-технічних розрахунків Anaconda, яка написана відкритим кодом на мові програмування IPython. Основні засоби програмування системи Anaconda описані в навчальних посібниках [24, 25].



Рис. 2 Блок-схема алгоритму розв'язування задачі апроксимації граничної траєкторії короткофокусного електронного пучка з використанням засобів аналітичного процесору та бібліотечних функцій системи науково-технічних розрахунків MatLab

Результати інтерполяції та апроксимації граничної траєкторії короткофокусного електронного пучка та їхній аналіз

З використанням методики, яка була описана у попередньому розділі статті, була проведена апроксимація експериментальних даних, отриманих в лабораторії електронно-променевих технологічних пристроїв Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», де протягом 50 років проводиться розробка різноманітних електронних гармат ВТР технологічного призначення [4 – 6, 11, 12], а також програмних засобів для моделювання та інженерного проектування таких джерел електронів [14 – 20]. Два відповідних набори експериментальних даних, отриманих для технологічних електронних гармат ВТР з різними параметрами, наведені у таблиці 1. Вимірювання радіусу короткофокусного електронного пучка на різній висоті проводилися з використанням металевго зонду, який обертається [7, 8], та осцилографу С1-68. Для першого експерименту прискорювальна напруга електронної гармати складала 25 КВ, струм розряду становив 300 мА, а тиск у розрядній камері гармати – 1,5 Па. Для другого експерименту прискорювальна напруга електронної гармати складала 15 КВ, струм розряду становив 1 А, а тиск у розрядній камері гармати – 5 Па. В першому експерименті досліджувалась гранична траєкторія електронного пучка, який формується гарматою, призначеною для зварювання корпусів мідних виробів із товщиною стінки 1 мм, а у другому – пучка, який формується гарматою, призначеною для нанесення плівок оксиду алюмінію на алюмінієву підкладку.

Таблиця 1

Набори експериментальних даних, які були використані для тестування описаної методики апроксимації

Експеримент 1											
h , см	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r , мм	2,1	1,8	1,6	1,3	1,5	1,8	2,2	2,5	3,0	3,3	3,5
Експеримент 2											
h , см	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r , мм	4,8	4,6	4,3	4,0	3,7	3,6	3,5	3,6	3,7	4,1	4,3

Поліноміальні коефіцієнти, отримані для функції другого порядку (3) та третього порядку (6) у разі використання співвідношень (4, 7) та описаної у попередньому підрозділі методики апроксимації, наведені у таблиці 2. Результати інтерполяції, отримані з використанням співвідношень (4, 7), були використані як початкові дані для пошуку мінімуму функції регресії з використанням функції `fminsearch()` системи науково-технічних розрахунків MatLab. Для інтерполяції першого набору експериментальних даних функцією другого порядку використовувались базові точки (0, 2,1), (3, 1,3) та (7, 2,5), а

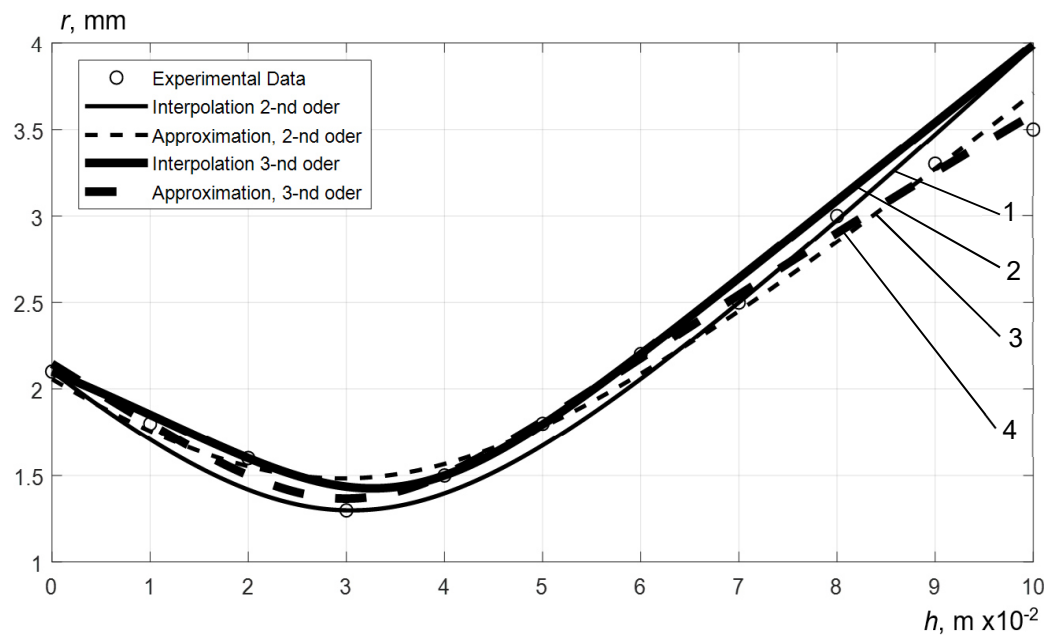
для інтерполяції цього набору даних функцією третього порядку – базові точки (0, 0), (2, 1,6), (4, 1,5) та (6, 2,2). Для інтерполяції другого набору експериментальних даних, відповідно, були використані базові точки (3, 4,0), (4, 3,7) та (6, 3,5) для функції другого порядку та точки (3, 4,0), (4, 3,7), (7, 3,6) та (9, 4,1) для функції третього порядку.

На рис. 3 наведені результати розрахунку граничної траєкторії короткофокусного електронного пучка для наборів експериментальних даних, наведених у таблиці 1, з використанням методів інтерполяції та апроксимації. Результати розрахунку фокальних параметрів електронного пучка за цими граничними траєкторіями, отримані з використанням співвідношень (5, 8), наведені у таблиці 3.

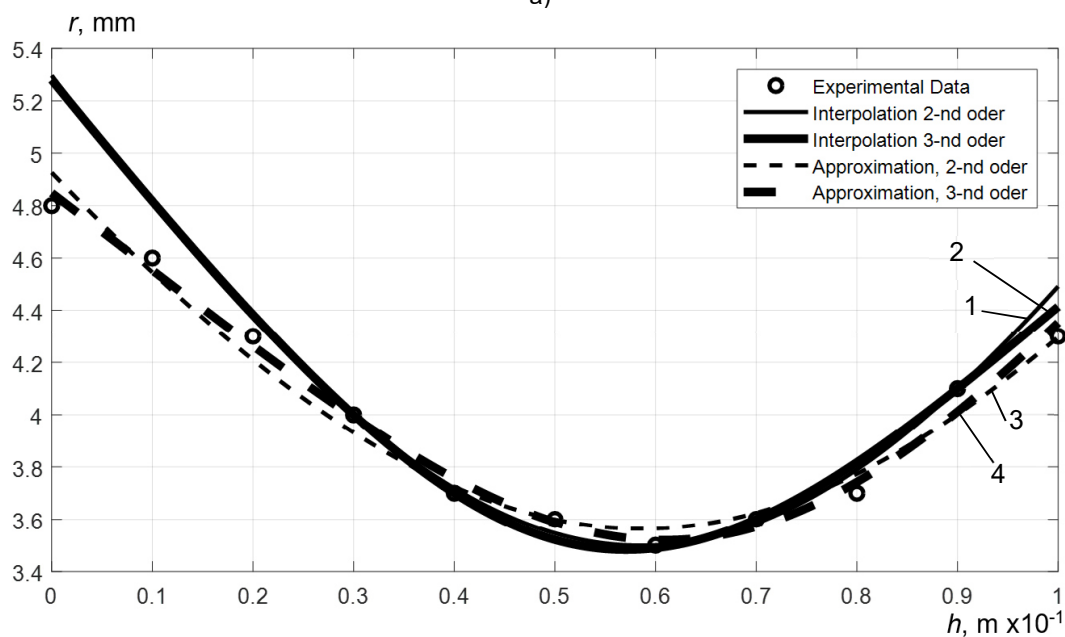
Таблиця 2

Розраховані значення поліноміальних коефіцієнтів для функцій інтерполяції та апроксимації для сукупностей числових значень, наведених у таблиці 1

Значення поліноміальних коефіцієнтів		Експеримент 1				Експеримент 2			
		C_0	$C_1, \text{м}^{-1}$	$C_2, \text{м}^{-2}$	$C_3, \text{м}^{-3}$	C_0	$C_1, \text{м}^{-1}$	$C_2, \text{м}^{-2}$	$C_3, \text{м}^{-3}$
Інтерполяція	Другий порядок	0,2267	-1,5867	4,41	—	46,1667	-54,05	28,06	—
	Третій порядок	9,8583	-4,8059	0,7678	0,0076	147,2348	-395,65	419,53	-85,12
Апроксимація	Другий порядок	0,2327	-1,3748	4,2295	—	33,6523	-39,46	24,269	—
	Третій порядок	9,8582	-4,8058	0,7677	0,0076	113,9774	-207,45	111,9209	63,9844



a)



б)

Рис. 3 Результати розрахунку граничної траєкторії електронного пучка для першого (а) та другого (б) набору експериментальних даних, наведених у таблиці 1, з використанням функцій інтерполяції та апроксимації другого та третього порядку, екранна копія. Точки – експериментальні дані, 1 – інтерполяція функцією другого порядку, 2 – інтерполяція функцією третього порядку, 3 – апроксимація функцією другого порядку, 4 – апроксимація функцією третього порядку

Таблиця 3

Розраховані значення фокальних параметрів електронних пучків, отримані з використанням співвідношень (5, 8) та поліноміальних коефіцієнтів, заданих у таблиці 2

Метод розрахунку		Експеримент 1		Експеримент 2	
		Положення фокусу пучка, h_{\min} , мм	Фокальний радіус, r_{\min} , мм	Положення фокусу пучка, h_{\min} , мм	Фокальний радіус, r_{\min} , мм
Інтерполяція	Другого порядку	31,211	1,2701	58,54	3,4986
	Третього порядку	35,25	1,4713	56,15	3,4732
Апроксимація	Другого порядку	31,312	1,505	60,792	3,5922
	Третього порядку	32,243	1,483	60,714	3,413

З отриманих розрахункових результатів зрозуміло, що числові значення поліноміальних коефіцієнтів, отримані в результаті розв'язування задач інтерполяції та апроксимації, можуть бути досить близькими, різниця між ними складає не більше 10%. У будь-якому разі, алгоритм пошуку оптимальних значень коефіцієнтів функції регресії (9), реалізований в системі науково-технічних розрахунків MatLab, за умови, що початкові значення поліноміальних коефіцієнтів функції (2) визначаються співвідношеннями (4, 7), завжди збігається за одну ітерацію. З іншого боку, використання методу інтерполяції є простішим з обчислювальної точки зору, оскільки рівняння регресії (10) для функції (2) можна розв'язати лише з використанням чисельних методів, а для коефіцієнтів функції інтерполяції отримані аналітичні співвідношення (4, 7). Також слід відмітити, що у разі використання методу інтерполяції для набору експериментальних даних із кількістю точок m точність обчислень суттєво залежить від способу обрання із заданої вибірки n базових точок.

З іншого боку, точність розрахунку фокальних параметрів короткофокусного електронного пучка з використанням співвідношень (5, 8) є достатньо високою як у разі використання методу інтерполяції, так і за умови використання методу апроксимації.

Висновки

Проведені тестові експерименти показали, що оскільки поведінка функції (2) правильно відображає функціональні залежності, які описують граничну траєкторію короткофокусного електронного пучка за умови його проходження в іонізованому газі, вона може бути ефективно використана для апроксимації експериментальних залежностей радіусу пучка від довжини дрейфу електронів та для подальшого обчислення фокальних параметрів електронного пучка з використанням співвідношень (5, 8). Універсальний

алгоритм визначення коефіцієнтів функції апроксимації, блок-схема якого наведена на рис. 2, може бути використаний для обчислення оптимальних значень коефіцієнтів функції регресії (10). З іншого боку, аналітичних залежностей для визначення коефіцієнтів функцій апроксимації (2) не існує, а у разі правильного обрання трьох або чотирьох базових точок метод інтерполяції з використанням функцій (3, 6) з коефіцієнтами (4, 7) також є досить точним. Отримані результати мають величезне теоретичне та практичне значення для інженерів-проектувальників, які займаються розробкою електронно-променевого технологічного обладнання та технологічних процесів на його основі.

Література

1. Рыкалин Н.Н., Зуев И.В., Углов А.А. Основы электронно-лучевой обработки материалов. — М, Машиностроение, 1978. — 239 с.
2. Шиллер З., Гайзиг У., Панцер З. Электронно-лучевая технология. — М, Энергия, 1980. — 528 с.
3. Электронно-лучевая сварка. Под общ. ред. Б.Е. Патона. — Киев, Наукова думка, 1987. — 256 с.
4. Ладохин С.В., Левицкий Н.И., Чернявский В.Б., Лапшук Т.В., Шмигидин В.Г., Кравчук Л.А., Гладков А.С. Электронно-лучевая плавка в литейном производстве. — Киев, «Сталь», 2007. — 605 с.
5. В.И. Мельник, И.В. Мельник, Б.А. Тугай, Д.В. Ковальчук, «О расширении технологических возможностей современных газоразрядных электронно-лучевых пушек», Современная электрометаллургия, №2 (119), 2015, С. 21 – 24.
6. D. Kovalchuk, V. Melnyk, I. Melnyk, B. Tugai, «Prospects of application of gas discharge electron beam guns in additive manufacturing», Electrotechnics and Electronics (E+E), # 5 – 6, 2016, P. 36 – 42.
7. Szilagyi M. Electron and Ion Optics. Springer Science & Business Media, 2012.
8. Молоковский С.И., Сушков Д.И. Интенсивные электронные и ионные пучки. — М, Энергоатомиздат, 1991. — 304 с.
9. Новиков А.А. Источники электронов высоковольтного тлеющего разряда с анодной плазмой. — М, Энергоатомиздат, 1983. — 96 с.
10. Плазменные процессы в технологических электронных пушках, М.А. Завьялов, Ю.Е. Крейндель, А.А. Новиков, Л.П. Шантурин. — М, Атомиздат, 1989. — 256 с.
11. S.V. Denbnovetsky, V.G. Melnyk and I.V. Melnyk «High voltage glow discharge electron sources and possibilities of its application in industry for realising of different technological operations», IEEE Transactions on plasma science, Vol. 31, #5, October, 2003, P. 987 – 993.
12. S. Denbnovetskiy, V. Melnyk, I. Melnyk, B. Tugai, S. Tuhai, W. Wojcik, T. Lawicki, A. Assambay, S. Luganskaya, «Principles of operation of high voltage glow discharge electron guns and particularities of its technological application», Proceedings of SPIE, The International Society of Optical Engineering. 2017, P. 10445 – 10455.
13. G. Mattausch, B. Zimmermann, F. Fietzke, J.P. Heinss, B. Graffel, F. Winkler, F.H. Roegner, C. Metzner, «Gas discharge electron sources – proven and novel tools for thin-film technologies», Electrotechnics and Electronics, Vol. 49, no. 5-6, 2014, P. 183–195.
14. І.В. Мельник, А.В. Починок, «Вибір методу інтерполяції граничних траєкторій короткофокусних електронних пучків за умови їхнього транспортування в іонізованому газі», Прикладні питання математичного моделювання, Т. 3, 2020, № 1, С. 117 – 130.
15. Melnyk, S. Tugay and A. Pochynok, «Interpolation Functions for Describing the Boundary Trajectories of Electron Beams Propagated in Ionised Gas», 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET - 2020), Conference Proceedings, P. 79 – 83.

16. Melnyk, S. Tuhai and A. Pochynok, «Interpolation of the Boundary Trajectories of Electron Beams by the Roots from Polynomic Functions of Corresponded Order», 2020 IEEE 40th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO), Conference Proceedings, P. 28 – 33.
17. С.В. Денбовецкий, В.И. Мельник, И.В. Мельник, Б.А. Тугай, «Моделирование транспортировки короткофокусных электронных пучков из низкого в высокий вакуум с учетом разброса тепловых скоростей электронов», Прикладная физика, №3, 2010, С. 84 – 90.
18. И.В. Мельник, С.Б.Тугай, «Методика моделирования технологических источников электронов высоковольтного тлеющего разряда», Электронное моделирование, 2010, Т. 32, №6, С. 31-43.
19. Мельник І.В. Система науково-технічних розрахунків MatLab та її використання для розв'язання задач із електроніки: навчальний посібник у 2-х томах. Т. 1. Основи роботи та функції системи. — Київ, Університет «Україна», 2009. — 507 с.
20. Мельник І.В. Система науково-технічних розрахунків MatLab та її використання для розв'язання задач із електроніки: навчальний посібник у 2-х томах. Т. 2. Основи програмування та розв'язання прикладних задач. — Київ, Університет «Україна», 2009. — 327 с.
21. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. — м, наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1969. — 576 с.
22. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: учеб. пособие для вузов. — М, Наука, 1989. — 432 с.
23. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач: Учебное пособие для вузов. — М, Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1988. — 552 с.
24. Мельник І.В. Основи програмування на мові Python. Том 1. Базові принципи побудови мови програмування Python та її головні синтаксичні конструкції. Комплексний навчальний посібник з курсів «Об'єктно-орієнтоване програмування» та «Обчислювальні системи та мережі» для студентів-бакалаврів, які навчаються за освітньою програмою «Електронні прилади та пристрої». — Київ, «Кафедра», 2020. — 372 с.
25. Мельник І.В. Основи програмування на мові Python. Том 2. Розвинені засоби мови програмування Python. Комплексний навчальний посібник з курсів «Об'єктно-орієнтоване програмування» та «Обчислювальні системи та мережі» для студентів-бакалаврів, які навчаються за освітньою програмою «Електронні прилади та пристрої». — Київ, «Кафедра», 2020. — 492 с.

References

1. Rykalin N.N., Zuev I.V., Uglov A.A. Osnovy elektronno-luchevoi obrabotki materialov. — Moscow, Mashinostroenie, 1978. — 239 p.
2. Shiller Z., Gaizig U., Pantser Z. Elektronno-Luchevaia Tehnologia. — Moscow, Energia, 1980. — 528 p.
3. Elektronno-Luchevaia Svarka. Pod obschey redakciey Patona B.E. — Kyiv, Naukova Dumka, 1987. — 256 p.
4. Ladokhin, S.V., Levitskiy N.I., Chernyavsky V.B., Lapshuk T.V., Shmigidin V.G., Kravchuk L.A., Gladkov A.S. Elektronno-luchevaya plavka v liteynom proizvodstve. — Kiev, Stal, 2007. — 605 s.
5. V.I. Melnik, I.V. Melnik, B.A. Tugai, D.V. Kovalchuk, «O rashirennii tekhnologicheskikh vozmozhnostey sovremennykh gazorazriadnykh elektronno-luchevykh pushek», Sovremennaiia Elektrometallurgiya, #2 (119), 2015, S. 21 – 24.
6. D. Kovalchuk, V. Melnyk, I. Melnyk, B. Tugai, «Prospects of application of gas discharge electron beam guns in additive manufacturing», Electrotechnics and Electronics (E+E), # 5 – 6, 2016, P. 36 – 42.
7. Szilagyi M. Electron and Ion Optics. – Springer Science & Business Media, 2012.
8. Molokovskiy S.I., Sushkov D.I. Intensivnye elektronnye i inoonye puchki. — Moscow, Energoatomizdat, 1991. — 304 p.

9. Novikov A.A. *Istochniki elektronov vysokovoltного tleyushego razryada s anodnoy plasmoy*. — Moscow, Energoatomizdat, 1983. — 96 s.
10. Plazmennye Protsessy v Technologicheskikh Electronnykh Pushkah, M.A. Zavialov, Yu.E. Kreyndel, A.A. Novikov, L.P. Shanturin. — Moscow, Energoatomizdat, 1989. — 256 s.
11. S.V. Denbnovetskiy, V.G. Melnyk and I.V. Melnyk «High voltage glow discharge electron sources and possibilities of its application in industry for realising of different technological operations», IEEE Transactions on plasma science, Vol. 31, #5, October, 2003, P. 987 – 993.
12. S. Denbnovetskiy, V. Melnyk, I. Melnyk, B. Tugai, S. Tuhai, W. Wojcik, T. Lawicki, A. Assambay, S. Luganskaya, «Principles of operation of high voltage glow discharge electron guns and particularities of its technological application», Proceedings of SPIE, The International Society of Optical Engineering. 2017, P. 10445 – 10455.
13. G. Mattausch, B. Zimmermann, F. Fietzke, J.P. Heinss, B. Graffel, F. Winkler, F.H. Roegner, C. Metzner, «Gas discharge electron sources – proven and novel tools for thin-film technologies», Electrotechnics and Electronics, Vol. 49, no. 5-6, 2014, P. 183–195.
14. I.V. Melnyk, A.V. Pochynok, «Vybir metodu interpoliatsiyi granychnykh traektoriy korotkofokusnykh elektronnykh puchkov za umovy ihnyogo transportuvannya v ionizovanomu gazii», Prykladni pytannia matematychnogo modeliuvannya, T. 3, 2020, #1, S. 117 – 130.
15. Melnyk, S. Tugay and A. Pochynok, «Interpolation Functions for Describing the Boundary Trajectories of Electron Beams Propagated in Ionised Gas», 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET - 2020), Conference Proceedings, P. 79 – 83.
16. Melnyk, S. Tuhai and A. Pochynok, «Interpolation of the Boundary Trajectories of Electron Beams by the Roots from Polynomial Functions of Corresponded Order», 2020 IEEE 40th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO), Conference Proceedings, P. 28 – 33.
17. S.V. Denbnovetskiy, V.I. Melnik, I.V. Melnik, B.A. Tugay, «Modelirovanie transportirovki korotkofokusnykh elektronnykh puchkov iz nizkogo v vysokiy vakuum s uchetom razbrosa teplovykh skorostey elektronov», Prikladnaya fizika, 2020, #3, S. 84 –90.
18. I.V. Melnyk, S.B. Tuhai, «Metodika modelirovaniya istochnikov elektronov vysokovoltного tleyushego razryada», Elektronnoe modelirovanie, 2010, T. 32, # 6, S. 31-43.
19. Melnyk I.V. *Systema naukovo-technichnykh rozrahunkiv MatLab ta ii vykorastahhya dlya rozvyazannya zadach iz elektroniky. Navchalnyy posibnyk u 2-h tomah. Tom 1. Osnovy roboty ta funktsii systemy*. — Kyiv, University "Ukraine", 2009. — 507 s.
20. Melnyk I.V. *Systema naukovo-technichnykh rozrahunkiv MatLab ta ii vykorastahhya dlya rozvyazannya zadach iz elektroniky. Navchalnyy posibnyk u 2-h tomah. Tom 2. Osnovy programuvannya ta rozvyazannya prykladnykh zadach*. — Kyiv, University "Ukraine", 2009. — 327 s.
21. Venttsel E.S. *Teoria veroiatnostey*. — Moscow, Nauka, Glavnaia redakcia Fiziko-Matematicheskoy Literatury, 1969. — 576 s.
22. Samarskiy A.A., Gulin A.V. *Chislennyye metody: uchebnoe posobie dlya vuzov*. — Moskva, Nauka, 1989. — 432 s.
23. Vasilev F.P. *Chislennyye metodyi resheniya ekstremalnykh zadach: Uchebnoe posobie dlya vuzov*. — Moskva: Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury. — 552 s.
24. Melnyk I.V. *Osnovy porgramuvannya na movi Python. Tom 1. Bazovi pryncypy pobydovy movy Python ta yiyi golovni syntaktychni konstruktsii. Kompleksnyy navchalnyy posibnyk z kursiv «Obyektno-orientovane programuvannya» ta «Obchysliuval`ni systemy ta merezhi» dlya studentiv-bakalavriv, yaki navchayutsya za osvitynoyu programoyu «Elektronni prylady ta prystroi»*. — Kyiv, Kafedra, 2020. — 372 s.
25. Melnyk I.V. *Osnovy porgramuvannya na movi Python. Tom 2. Rozvyneni zasoby movy porgramuvannya Python. Kompleksnyy navchalnyy posibnyk z kursiv «Obyektno-orientovane programuvannya» ta «Obchysliuval`ni systemy ta merezhi» dlya studentiv-bakalavriv, yaki navchayutsya za osvitynoyu programoyu «Elektronni prylady ta prystroi»*. — Kyiv, Kafedra, 2020. — 372 s.