

### ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ КРОВООБІГУ В БАСЕЙНІ СЕРЕДНЬОЇ МОЗКОВОЇ АРТЕРІЇ ЗА НАЯВНІСТЮ СИМПТОМІВ ШЕМІЧНОГО ІНСУЛЬТУ

**С. І. Владов, В. О. Мосьпан, О. О. Юрко**

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського  
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, Україна, 39600. E-mail: kafea@kdu.edu.ua

**О. Г. Аврунін**

Харківський національний університет радіоелектроніки  
просп. Леніна, 14, м. Харків, Україна, 61166. E-mail: gavrun@list.ru

Розроблено математичну модель, що описує топологію середньої мозкової артерії, за допомогою якої можна провести комплексне дослідження процесу кровообігу басейну середньої мозкової артерії, що дає можливість визначити ступінь ураження ішемічним інсультом на будь-якій ділянці розгалуження середньої мозкової артерії. Розроблена модель базується на електричній аналогії руху крові по судинах і руху струму на ділянці електричного кола. У загальному випадку за основу було прийнято модель системи кровообігу людини у вигляді неоднорідної узгодженої довгої лінії з розподіленими параметрами, що дозволило застосувати матричний метод розрахунків чотириполюсників при розробці даної моделі.

**Ключові слова:** середня мозкова артерія, чотириполюсник, пульсова хвиля, кров'яний тиск, довга лінія, ішемічний інсульт.

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА КРОВООБРАЩЕНИЯ В БАСЕЙНЕ СРЕДНЕЙ МОЗГОВОЙ АРТЕРИИ ПРИ НАЛИЧИИ СИМПТОМОВ ИШЕМИЧЕСКОГО ИНСУЛЬТА

**С. И. Владов, В. А. Мосьпан, А. А. Юрко**

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского  
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, Украина, 39600. E-mail: kafea@kdu.edu.ua

**О. Г. Аврунин**

Харьковский национальный университет радиоэлектроники  
просп. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166. E-mail: gavrun@list.ru

Разработана математическая модель, которая описывает топологию средней мозговой артерии и с помощью которой можно провести комплексное исследование процесса кровообращения бассейна средней мозговой артерии, что дает возможность определить степень поражения ишемическим инсультом на любом участке разветвления средней мозговой артерии. Разработанная модель базируется на электрической аналогии движения крови по сосудам и движения тока на участке цепи. В общем случае за основу было принято модель системы кровообращения человека в виде неоднородной согласованной длинной линии с распределенными параметрами, что позволило применить матричный метод расчета четырехполюсников при разработке данной модели.

**Ключевые слова:** средняя мозговая артерия, четырехполюсник, пульсовая волна, кровяное давление, длинная линия, ишемический инсульт.

**АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ.** Ішемічний інсульт найчастіше розвивається при звуженні або закупорці артерій – судин, по яких кров надходить у мозок. Судина може закритися емболлом – шматочком внутрішньо-серцевого тромбу, що виникає при деяких захворюваннях серця, або шматочком атеросклеротичної бляшки, розташованої на стінці великої судини. Ішемічний інсульт розвивається і за відсутності повної закупорки судини, коли є лише виражений стеноз – звуження просвіту судини атеросклеротичною бляшкою на 70–90 %. Раптове падіння артеріального тиску крові, що надходить у мозок по звужених судинах, призводить до порушення нормального живлення мозку, в результаті чого розвивається ішемічний інсульт. При частих підйомах артеріального тиску можуть розвиватися зміни в стінках дрібних судин, що живлять глибокі структури головного мозку. Ці зміни призводять до звуження, а часто і до закриття цих судин [1–3]. Оскільки на відміну від оклюзії внутрішньої сонної артерії, оклюзія проксимальної частини середньої мозкової артерії або однієї з її крупних гілок зазвичай обумовлена не її атеросклерозом, а емболією з інших джерел; якщо ж атеросклеротичні бляшки і є, вони рідко розташовуються далі за першу біфуркацію середньої мозкової артерії. При оклюзії середньої

мозкової артерії до її розділення порушується кровопостачання у басейні як передньої мозкової артерії, так і кіркових гілок. Ішемічний інсульт у басейні усієї середньої мозкової артерії найчастіше обумовлений оклюзією ствола цієї судини тромбоемболом. Оскільки відомо, що ішемічний інсульт у 80 % – це наслідок ураження сонних та хребетних артерій атеросклеротичними бляшками, то дослідження симптом ішемічного інсульту у басейні середньої мозкової артерії зводяться до обчислення значення систолічного тиску на основних ділянках розгалуження середньої мозкової артерії і виявленні змін форми пульсової хвилі за нормального кровотоку та при симптомах ішемічного інсульту.

Мета роботи – застосування матричного методу при моделюванні системи кровообігу людини у вигляді неоднорідної узгодженої довгої лінії з розподіленими параметрами.

**МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ.** У загальному випадку топографічну схему середньої мозкової артерії наведено на рис. 1, де  $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_{27}$  – основні ділянки розгалуження середньої мозкової артерії згідно [4], які представлено моделями у вигляді довгих ліній.  $K_1, K_2, \dots, K_{19}$  – еквівалентний загальний опір моделей артеріол та капілярів, що відходять від артерії.

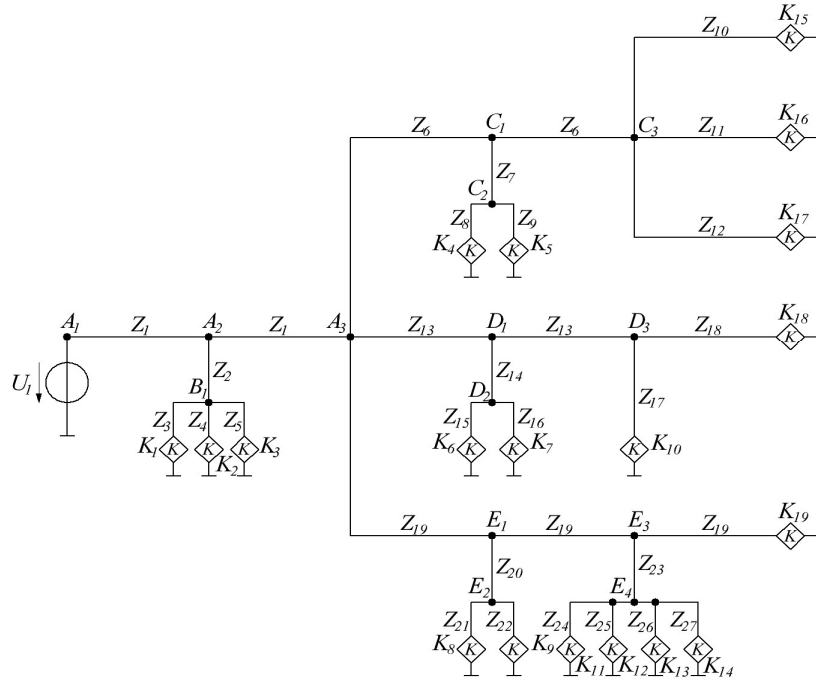


Рисунок 1 – Загальна схема розгалуження середньої мозкової артерії згідно [4]

Розглянемо окремо одну з ділянок розгалуження середньої мозкової артерії, наприклад,  $A_1A_2$ , яку представлено моделлю довгої лінії [5, 6]. Оскільки довга лінія являє собою чотириполосник (рис. 2,а), то, враховуючи, що напруги  $U_1$  і  $U_2$  можуть бути замінені на ЕРС, на підставі методу контурних струмів можуть бути записані наступні рівняння:

$$\begin{cases} U_1 = I_1 \cdot Z_{11} + I'_2 \cdot Z_{12}; \\ U_2 = I_1 \cdot Z_{21} + I'_2 \cdot Z_{22}; \end{cases} \quad (1)$$

При односпрямованості кровотоку струми  $I'_1 = 0$  і  $I'_2 = 0$ , то система рівнянь (1) представляється у вигляді:

$$\begin{cases} U_1 = I_1 \cdot Z_{11}; \\ U_2 = I_1 \cdot Z_{21}; \end{cases}$$

з якої знаходимо напругу  $U_2$ :

$$U_2 = U_1 \cdot \frac{Z_{21}}{Z_{11}}; \quad (2)$$

де  $Z_{11}$ ,  $Z_{21}$  – Z-параметри еквівалентного чотириполосника [7].

Як відомо, у режимі чотириполосника матриця передачі відрізка лінії представляється у вигляді:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch(\underline{\gamma} \cdot l) & Z_C \cdot sh(\underline{\gamma} \cdot l) \\ \frac{sh(\underline{\gamma} \cdot l)}{Z_C} & ch(\underline{\gamma} \cdot l) \end{pmatrix}.$$

За формулами переходу із А-параметрів до Z-параметрів знайдемо шукану матрицю Z-параметрів:

$$[Z] = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & |a| \\ a_{21} & a_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_C \cdot \frac{ch(\underline{\gamma} \cdot l)}{sh(\underline{\gamma} \cdot l)} & \frac{Z_C}{sh(\underline{\gamma} \cdot l)} \\ \frac{Z_C}{sh(\underline{\gamma} \cdot l)} & Z_C \cdot \frac{ch(\underline{\gamma} \cdot l)}{sh(\underline{\gamma} \cdot l)} \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} \text{де } |A| &= \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{ch(\underline{\gamma} \cdot l)}{sh(\underline{\gamma} \cdot l)} & \frac{Z_C \cdot sh(\underline{\gamma} \cdot l)}{Z_C} \\ \frac{Z_C}{sh(\underline{\gamma} \cdot l)} & ch(\underline{\gamma} \cdot l) \end{vmatrix} = \\ &= ch(\underline{\gamma} \cdot l) \cdot ch(\underline{\gamma} \cdot l) - Z_C \cdot sh(\underline{\gamma} \cdot l) \cdot \frac{sh(\underline{\gamma} \cdot l)}{Z_C} = \\ &= ch^2(\underline{\gamma} \cdot l) - sh^2(\underline{\gamma} \cdot l) = 1. \end{aligned}$$

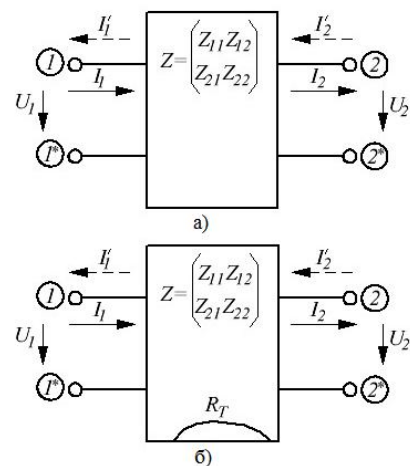


Рисунок 2 – Еквівалентна схема ділянки кровоносної судини у вигляді чотириполосника: а) за відсутності тромбоембола на ділянці; б) за наявності тромбоембола на ділянці

За наявності тромбоембола на ділянці судини (рис. 2,б), матриця Z-параметрів еквівалентного чотириполосника представляється у вигляді:

$$Z_T = Z + R_T = \begin{pmatrix} Z_C \cdot \frac{ch(\gamma \cdot l)}{sh(\gamma \cdot l)} + R_T & \frac{Z_C \cdot (ch^2(\gamma \cdot l) - sh^2(\gamma \cdot l))}{sh(\gamma \cdot l)} + R_T \\ \frac{Z_C}{sh(\gamma \cdot l)} + R_T & Z_C \cdot \frac{ch(\gamma \cdot l)}{sh(\gamma \cdot l)} + R_T \end{pmatrix};$$

де  $R_T$  – активний опір тромбоембола на ділянці судини, якій визначається за формулою [8]:

$$R_T = \frac{8 \cdot \pi \cdot \eta}{S_T^2} = \frac{8 \cdot \pi \cdot \eta}{\left(S - \frac{x_T \cdot S}{100\%}\right)^2};$$

де  $S_T$  – площа поперечного перерізу ділянки судини, що містить тромбоембол;  $x_T$  – площа (виражена у відсотках), яку займає тромбоембол стосовно площі поперечного перерізу судини. При відсутності тромбоембола, тобто при нормальному кровотоку,  $R_T = 0$ .

З урахуванням значень членів матриці  $[Z_T]$   $Z_{11}$  і  $Z_{21}$  вираз (2) набуває виду:

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{Z_{21}}{Z_{11}} = \underline{U}_1 \cdot \frac{Z_C + R_T \cdot sh(\gamma \cdot l)}{Z_C \cdot ch(\gamma \cdot l) + R_T \cdot sh(\gamma \cdot l)}. \quad (3)$$

За нормального кровотоку, тобто за відсутності тромбоембола ( $R_T = 0$ ) вираз (3) набуває більш спрощеного виду:

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{Z_{21}}{Z_{11}} = \underline{U}_1 \cdot \frac{1}{ch(\gamma \cdot l)}. \quad (4)$$

Вхідна напруга  $\underline{U}_1$  у частотній області описується наступними рівняннями:

– при дослідженні процесу кровообігу у лівій середній мозковій артерії (рис. 3) [5, 6]:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1(\omega) &= \underline{U}_0(\omega) \cdot \underline{H}_{1A}(\omega) \cdot \underline{H}_{31A}(\omega) \cdot \underline{H}_{41A}(\omega) = \\ &= \frac{3}{4} \cdot e^{-l_1 \cdot \sqrt{(R_{01} + j\omega L_{01}) \cdot j\omega C_{01}}} \cdot e^{-l_{31} \cdot \sqrt{(R_{31} + j\omega L_{31}) \cdot j\omega C_{31}}} \times \\ &\times e^{-l_{41} \cdot \sqrt{(R_{41} + j\omega L_{41}) \cdot j\omega C_{41}}} \cdot \int_0^T A_C \cdot \sin^2(\omega_1 \cdot t) \cdot e^{-j\omega t} dt. \quad (5) \end{aligned}$$



Рисунок 3 – Схема розташування лівої середньої мозкової артерії

– при дослідженні процесу кровообігу у правій середній мозковій артерії (рис. 4) [5, 6]:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1(\omega) &= \underline{U}_0(\omega) \cdot \underline{H}_{1A}(\omega) \cdot \underline{H}_{2A}(\omega) \cdot \underline{H}_{32A}(\omega) \times \\ &\times \underline{H}_{42A}(\omega) = \frac{3}{4} \cdot e^{-l_1 \cdot \sqrt{(R_{01} + j\omega L_{01}) \cdot j\omega C_{01}}} \cdot e^{-l_2 \cdot \sqrt{(R_{02} + j\omega L_{02}) \cdot j\omega C_{02}}} \times \\ &\times e^{-l_{32} \cdot \sqrt{(R_{32} + j\omega L_{32}) \cdot j\omega C_{32}}} \cdot e^{-l_{42} \cdot \sqrt{(R_{42} + j\omega L_{42}) \cdot j\omega C_{42}}} \times \\ &\times \int_0^T A_C \cdot \sin^2(\omega_1 \cdot t) \cdot e^{-j\omega t} dt. \quad (6) \end{aligned}$$



Рисунок 4 – Схема розташування правої середньої мозкової артерії

Передавальні функції моделей аорти  $\underline{H}_{1A}(j\omega)$ , безімЕННОЇ  $\underline{H}_{2A}(j\omega)$ , лівої та правої загальних сонних  $\underline{H}_{31A}(j\omega)$  і  $\underline{H}_{32A}(j\omega)$  відповідно, лівої та правої внутрішніх сонних  $\underline{H}_{41A}(j\omega)$  і  $\underline{H}_{42A}(j\omega)$  відповідно артерій у вигляді довгих ліній описуються наступними виразами [6]:

$$\underline{H}_{1A}(j\omega) = \frac{3}{4} \cdot H_{1A} \cdot e^{-l_1 \cdot \sqrt{(R_{01} + j\omega L_{01}) \cdot j\omega C_{01}}};$$

$$\underline{H}_{2A}(j\omega) = H_{2A} \cdot e^{-l_2 \cdot \sqrt{(R_{02} + j\omega L_{02}) \cdot j\omega C_{02}}};$$

$$\underline{H}_{31A}(j\omega) = H_{31A} \cdot e^{-l_{31} \cdot \sqrt{(R_{31} + j\omega L_{31}) \cdot j\omega C_{31}}};$$

$$\underline{H}_{32A}(j\omega) = H_{32A} \cdot e^{-l_{32} \cdot \sqrt{(R_{32} + j\omega L_{32}) \cdot j\omega C_{32}}};$$

$$\underline{H}_{41A}(j\omega) = H_{41A} \cdot e^{-l_{41} \cdot \sqrt{(R_{41} + j\omega L_{41}) \cdot j\omega C_{41}}};$$

$$\underline{H}_{42A}(j\omega) = H_{42A} \cdot e^{-l_{42} \cdot \sqrt{(R_{42} + j\omega L_{42}) \cdot j\omega C_{42}}};$$

де  $H_{iA}$  – модулі коефіцієнтів передачі.

Для підтвердження адекватності виразів (5) і (6) визначаємо розподіл значень кров'яного тиску  $U_1(t)$  у часовій області на вході лівої та правої середніх мозкових артерій за формулами (7) і (8) відповідно:

– при дослідженні процесу кровообігу у лівій середній мозковій артерії:

$$\begin{aligned} U_1(t) &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{3}{4} \cdot e^{-l_1 \cdot \sqrt{(R_{01} + j\omega L_{01}) \cdot j\omega C_{01}}} \times \right. \\ &\times e^{-l_{31} \cdot \sqrt{(R_{31} + j\omega L_{31}) \cdot j\omega C_{31}}} \cdot e^{-l_{41} \cdot \sqrt{(R_{41} + j\omega L_{41}) \cdot j\omega C_{41}}} \times \\ &\left. \times \int_0^T A_C \cdot \sin^2(\omega_1 \cdot t) \cdot e^{-j\omega t} dt \right) \cdot e^{j\omega t} d\omega. \quad (7) \end{aligned}$$

– при дослідженні процесу кровообігу у правій середній мозковій артерії:

$$\begin{aligned} U_1(t) &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{3}{4} \cdot e^{-l_1 \cdot \sqrt{(R_{01} + j\omega L_{01}) \cdot j\omega C_{01}}} \times \right. \\ &\times e^{-l_2 \cdot \sqrt{(R_{02} + j\omega L_{02}) \cdot j\omega C_{02}}} \cdot e^{-l_{32} \cdot \sqrt{(R_{32} + j\omega L_{32}) \cdot j\omega C_{32}}} \times \\ &\left. \times e^{-l_{42} \cdot \sqrt{(R_{42} + j\omega L_{42}) \cdot j\omega C_{42}}} \cdot \int_0^T A_C \cdot \sin^2(\omega_1 \cdot t) \cdot e^{-j\omega t} dt \right) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (8) \end{aligned}$$

Приймаємо, що за нормального кровотоку в'язкість крові становить  $\eta = 4,5 \cdot 10^{-3}$  кг / м · с, густина крові –  $\rho = 1,062 \cdot 10^3$  кг / м<sup>3</sup>, частота серцевих скорочень –  $f_{ЧСС} = 1$  Гц, значення систолічного тиску у лівому шлуночку серця –  $A_C = 18676$  Па [9]. За формулами (5) і (6) визначаємо розподіл значень кров'яного тиску  $\underline{U}_1(\omega)$  у частотній області, а за формулами (7) і (8) – у часовій області на вході лівої та правої середніх мозкових артерій  $U_1(t)$ .

Таблиця 1 – Результати обчислень основних еквівалентних параметрів ділянок довгих ліній (для лівої середньої мозкової артерії) [6, 10, 11]

Параметр	Кровоток у нормі		
	Ділянка аорти	Ліва загальна сонна артерія	Ліва внутрішня сонна артерія
$d_B, \text{ м}$	$11,3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$
$d_H, \text{ м}$	$15,3 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$
$r, \text{ м}$	$5,65 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$
$S, \text{ м}^2$	$1,003 \cdot 10^{-4}$	$7,069 \cdot 10^{-6}$	$3,142 \cdot 10^{-6}$
$h, \text{ м}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$
$l, \text{ м}$	0,08	0,11	0,11
$C, \text{ Па}$	$7,348 \cdot 10^4$	$5,003 \cdot 10^4$	$3,335 \cdot 10^4$
$R_0, \text{ кг/м}^3 \cdot \text{ с}$	$1,124 \cdot 10^7$	$2,264 \cdot 10^9$	$1,146 \cdot 10^{10}$
$L_0, \text{ кг/м}^2$	$1,057 \cdot 10^7$	$1,5 \cdot 10^8$	$3,374 \cdot 10^8$
$C_0, \text{ с}^2/\text{кг} \cdot \text{ м}$	$3,084 \cdot 10^{-8}$	$2,826 \cdot 10^{-10}$	$1,884 \cdot 10^{-10}$

Таблиця 2 – Результати обчислень основних еквівалентних параметрів ділянок довгих ліній (для правої середньої мозкової артерії) [6, 10, 11]

Параметр	Кровоток у нормі			
	Ділянка аорти	Безіменна артерія	Права загальна сонна артерія	Права внутрішня сонна артерія
$d_B, \text{ м}$	$11,3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$
$d_H, \text{ м}$	$15,3 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$
$r, \text{ м}$	$5,65 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$
$S, \text{ м}^2$	$1,003 \cdot 10^{-4}$	$7,069 \cdot 10^{-6}$	$7,069 \cdot 10^{-6}$	$3,142 \cdot 10^{-6}$
$h, \text{ м}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$
$l, \text{ м}$	0,08	0,03	0,09	0,09
$C, \text{ Па}$	$7,348 \cdot 10^4$	$8,489 \cdot 10^4$	$5,003 \cdot 10^4$	$3,335 \cdot 10^4$
$R_0, \text{ кг/м}^3 \cdot \text{ с}$	$1,124 \cdot 10^7$	$2,264 \cdot 10^9$	$2,264 \cdot 10^9$	$1,146 \cdot 10^{10}$
$L_0, \text{ кг/м}^2$	$1,057 \cdot 10^7$	$1,5 \cdot 10^8$	$1,5 \cdot 10^8$	$3,374 \cdot 10^8$
$C_0, \text{ с}^2/\text{кг} \cdot \text{ м}$	$3,084 \cdot 10^{-8}$	$1,249 \cdot 10^{-10}$	$2,826 \cdot 10^{-10}$	$1,884 \cdot 10^{-10}$

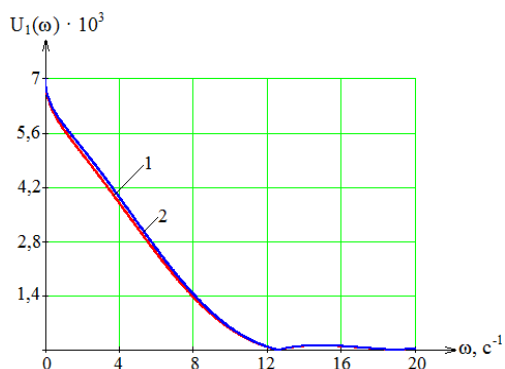


Рисунок 5 – Амплітудно-частотна характеристика спектра сигналу пульсової хвилі на вході лівої (1) і правої (2) середніх мозкових артеріях

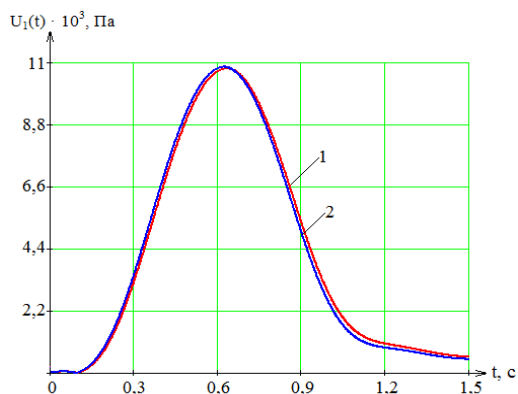


Рисунок 6 – Вид пульсової хвилі на вході лівої (1) і правої (2) середніх мозкових артеріях

Отже, оскільки за нормального кровотоку як на вході лівої, так і правої середніх мозкових артеріях спектральні характеристики сигналу пульсової хвилі, значення кров'яного тиску та форма пульсової хвилі однакові (рис. 5, 6), то можна зробити висновок, що побудована модель визначення сигналу пульсової хвилі на вході лівої та правої середніх мозкових артерій є адекватною, яку доцільно застосовувати для подальшого діагностування одного із можливих випадків ішемічного інсульту у басейні середньої мозкової артерії.

Однак, для застосування виразу (2), що описує розподіл значень кров'яного тиску на ділянці розгалуження середньої мозкової артерії, необхідно застосовувати формули (5) і (6), оскільки  $Z$ -параметри еквівалентного чотириполюсника мають залежність від частоти  $\omega$  і відносяться до частотної області.

Для дослідження процесу кровообігу у часовій області до виразу (2) необхідно застосувати зворотне перетворення Фур'є:

$$U_2(t) = \frac{I}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \underline{U}_1(\omega) \cdot \frac{Z_{2l}(\omega)}{Z_{1l}(\omega)} \cdot e^{j\omega t} d\omega. \quad (9)$$

Знайдемо розподіл значень кров'яного тиску на ділянці розгалуження  $A_1A_2$  лівої середньої мозкової артерії за нормального кровообігу і за наявності тромбоембола за формулою (9).

Таблиця 3 – Результати обчислень основних еквівалентних параметрів ділянки розгалуження  $A_1A_2$  лівої середньої мозкової артерії у вигляді довгої лінії [6, 10, 11]

Параметр	Ділянка $A_1A_2$ лівої середньої мозкової артерії	Параметри тромбоембола	
		$X_T, \%$	$R_T \cdot 10^{10}, \text{кг/м}^5 \cdot \text{с}$
$d_B, \text{м}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	1	$1,782 \cdot 10^{10}$
$d_H, \text{м}$	$3,2 \cdot 10^{-3}$	3	$1,856 \cdot 10^{10}$
$r, \text{м}$	$0,9 \cdot 10^{-3}$	5	$1,935 \cdot 10^{10}$
$S, \text{м}^2$	$2,545 \cdot 10^{-6}$	10	$2,156 \cdot 10^{10}$
$h, \text{м}$	$0,7 \cdot 10^{-3}$	15	$2,417 \cdot 10^{10}$
$l, \text{м}$	0,02	20	$2,729 \cdot 10^{10}$
$C, \text{Па}$	$3,705 \cdot 10^4$	30	$3,564 \cdot 10^{10}$
$R_0, \text{кг/м}^5 \cdot \text{с}$	$1,747 \cdot 10^{10}$	50	$6,986 \cdot 10^{10}$
$L_0, \text{кг/м}^5$	$4,166 \cdot 10^8$	60	$1,092 \cdot 10^{11}$
$C_0, \text{с}^2/\text{кг} \cdot \text{м}$	$1,766 \cdot 10^{-10}$	80	$4,366 \cdot 10^{11}$

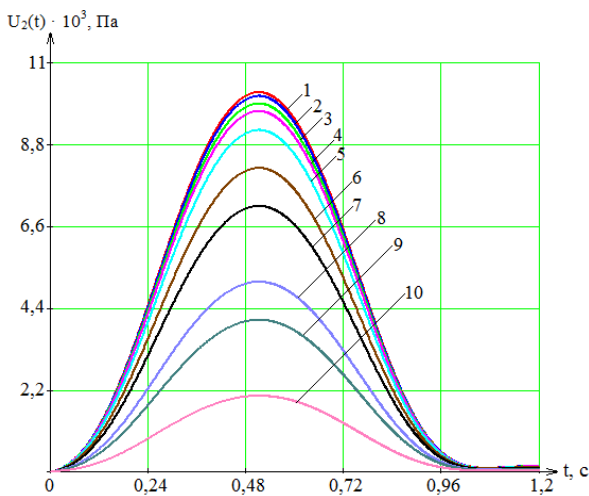


Рисунок 7 – Вид сигналу пульсової хвилі після проходження ділянки  $A_1A_2$  середньої мозкової артерії

На рис. 7 позначено: 1 – за нормального кровообігу; 2 – за наявності тромбоембола, який займає 1% площі поперечного перерізу судини; 3 – за наявності тромбоембола, який займає 3% площі поперечного перерізу судини; 4 – за наявності тромбоембола, який займає 5% площі поперечного перерізу судини; 5 – за наявності тромбоембола, який займає 10% площі поперечного перерізу судини; 6 – за наявності тромбоембола, який займає 20% площі поперечного перерізу судини; 7 – за наявності тромбоембола, який займає 30% площі поперечного перерізу судини; 8 – за наявності тромбоембола, який займає 50% площі поперечного перерізу судини; 9 – за наявності тромбоембола, який займає 60% площі поперечного перерізу судини; 10 – за наявності тромбоембола, який займає 80% площі поперечного перерізу судини.

Таким чином, у загальному випадку розподіл значень кров'яного тиску у часовій області на ділянці розгалуження  $nm$  (рис. 1) середньої мозкової артерії визначається за формулою:

$$U_2^{nm}(t) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} U_1(\omega) \cdot \frac{Z_{21}^{(1)}(\omega)}{Z_{11}^{(1)}(\omega)} \times \dots \times \frac{Z_{21}^{(n-1)(m-1)}(\omega)}{Z_{11}^{(n-1)(m-1)}(\omega)} \times \frac{Z_{21}^{(nm)}(\omega)}{Z_{11}^{(nm)}(\omega)} \cdot e^{j\omega t} d\omega. \quad (10)$$

**ВИСНОВКИ.** Таким чином, у даній роботі побудовано математичну модель, що описує топологію середньої мозкової артерії, за допомогою якої можна провести комплексне дослідження басейну усієї середньої мозкової артерії, що дає змогу визначити ступінь ураження ішемічним інсультом на будь-якій ділянці розгалуження середньої мозкової артерії.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Виничук С.М., Черенько Т.М. Ишемический инсульт: эволюция взглядов на стратегию лечения. – К.: Комполис, 2003. – 120 с.
2. Авакян А.Н. Геморрагический инсульт // Мистецтво лікування. – 2007. – № 3. – С. 12–13.
3. Бугрова С.Г. Проблемы ведения больных инсультом на дому // Русский медицинский журнал. – 2008. – № 25(16). – С. 1680–1682.
4. Клосовский Б.Н. Циркуляция крови в мозгу. – М., 1951. – С. 14–15.
5. Владов С.І., Мосьпан В.О., Юрко О.О. Побудова моделі сигналу пульсової хвилі як вхідного сигналу моделі системи кровообігу людини у вигляді узгодженої довгої лінії // Матеріали VIII Міжнародної науково-практичної конференції "Ключові аспекти наукової діяльності–2012", Пшемисль, 7–15 січня 2012 р. – Пшемисль.: Sp. z o.o. "Nauka i studia", 2012. – Т. 14. – С. 65–69.
6. Владов С.І., Мосьпан В.О. Модель системи кровообігу людини у вигляді неоднорідної узгодженої довгої лінії з розподіленими параметрами // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – 2012. – Вип. 2/2012 (73). – С. 41–45.
7. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи: учеб. для электротехн., энерг., приборостроит. спецвузов. – М.: Высшая школа, 1984. – С. 108–128.
8. Дослідження процесу проходження пульсової хвилі через кровеносну судину, поразену тромбом / С.І. Владов, В.О. Мосьпан, О.О. Юрко, М.М. Литвиненко // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – 2012. – Вип. 6/2012 (77). – С. 30–33.
9. Есаков С.А. Возрастная анатомия и физиология. – Ижевск: ГОУВПО "УдГУ", 2010. – 194 с.

10. Кузнецов С.Л., Мушкамбаров Н.Н., Горячкина В.Л. Руководство-атлас по гистологии, цитологии и эмбриологии. – М: Медицинское информационное агентство, 2002. – С. 152–161.

11. S. Vladov, V. Mospan, O. Yurko. Design of the deformed state of blood vessels // *Nauka i studia. – Przemysl: Sp. z o. o. "Nauka i studia"*, 2013. – № 7(75), 2013. – PP. 72–77.

### RESEARCH OF THE PROCESS OF BLOOD CIRCULATION IN THE MIDDLE CEREBRAL ARTERY SYSTEM IN THE CASE OF THE ISCHEMIC STROKE SYMPTOMS

**S. Vladov, V. Mospan, A. Yurko**

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University  
vul. Pershotravneva 20, Kremenchuk, Ukraine, 39600. E-mail: kafea@kdu.edu.ua

**O. Avrunin**

Kharkiv National University of Radio Electronics  
prosp. Lenina 14, Kharkiv, Ukraine, 61166. E-mail: gavrun@list.ru

This paper presents the mathematical model developed that describes the topology of the middle cerebral artery. Such a model allows conducting a comprehensive study of the blood circulation process in the middle cerebral artery system, which makes it possible to determine the extent of ischemic stroke damage in any part of the middle cerebral artery bifurcation. The developed model is based on the electric analogy between the blood flow through vessels and current flow in a circuit section. In the general case, the model of human blood circulation system represented as a heterogeneous non-resonant long line with distributed parameters has served as a basis that allowed us to apply the matrix method of calculation of quadripoles for the development of this model.

**Key words:** middle cerebral artery, quadripole, pulse wave, blood pressure, long line.

#### REFERENCES

1. Vinichuk, S.M. and Cherenko, T.M. (2003), *Ishemicheskii insult: evolutsiya vzglyadov na strategiu lecheniya* [Ischemic stroke: evolution of looks to strategy of treatment], Kompolis, Kiev, Ukraine.

2. Avakyan, A.N. (2007), "Hemorrhagic stroke", *Art of treatment*. vol. 3, pp 12–13.

3. Bugrova, S.G. (2008), "Problems of conduct of patients a stroke on to the home", *Russian medical journal*, vol. 25, pp. 1680–1682.

4. Klossovskiy, B.N. (1951), *Cirkulyatsiya krovi v mozgu* [Circulation of blood in to the brain], Moscow, Russia.

5. Vladov, S.I., Mospan, V.O., and Yurko, O.O. (2012), "Construction of model of signal of pulse wave as an entrance signal of model of the human blood circulation system as an adjusted long line", *Proceedings of the 8th International scientifically to the practical conference "Key aspects of scientific activity – 2012"*, Przemysl, Sp. z o.o. "Nauka i studia", January, 7–15, 2012, pp. 65–69.

6. Vladov, S.I., Mospan, V.O. (2012), "Model of the system circulation of blood of human as heterogeneous

concerted-noah to long line with the up-diffused parameters", *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, vol. 2, no. 73, pp. 41–45.

8. Vladov, S.I., Mospan, V.O., Yurko, O.O., and Lytvynenko, M.M. (2012), "Study of pulse wave passing through thrombus-affected blood vessel", *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, vol. 6, no. 77, pp. 30–33.

9. Esakov, S.A. (2010), *Vozrastnaya anatomiya i fiziologiya* [Age-related anatomy and physiology], GOUVPO "UdGU", Biological-chemical faculty, Department of anatomy and physiology of human and animals, Ishevsk, Russia.

10. Kuznetsov, S.L., Mushkambarov, N.N., and Goryachkina, V.L. (2002), *Rukovodstvo-atlas po gistologii, tsytologii i embriologii* [Guidance-atlas on histology, cytology and embryology], Medical news agency, Moscow, Russia.

11. Vladov, S., Mospan, V. and Yurko, O. (2013), "Design of the deformed state of blood vessels", *Nauka i studia*, Vol. 75, pp. 72–77.

Стаття надійшла 10.04.2014.