

УДК 519.63

В.П. ЛЯШЕНКО, В.П. ЧЕРНЕНКО, О.Б. КОБИЛЬСЬКА, А.В. АНІСКОВ

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ ПІД ЧАС ЕЛЕКТРОПЛАСТИЧНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

Розглядається математична модель температурного та напруженого стану рухомого ізотропного осесимметричного середовища з періодично діючим імпульсним джерелом тепла. Математична модель у вигляді системи крайових задач для диференціальних рівнянь теплопровідності і термопружності описує процеси, що відбуваються у тонкому рухомому дроті під час електропластичної деформації. Вивчаються особливості впливу імпульсних джерел тепла на температурний розподіл та розподіл напружень і переміщень. Досліджуються залежності між механічною напругою і нагрівом зразків при пропусканні імпульсів струму. Отримані чисельні розрахунки для цинку, міді та неметалевих сплавів, побудовані графіки температурних розподілів та розподілів напружень і переміщень під час електропластичної деформації. Показано, що під дією імпульсного струму пластичність збільшується до 40 %.

Ключові слова: математична модель, температура, напруження, електропластична деформація, тонкий стержень.

V.P. LYASHENKO, V.P. CHERNENKO, E.B. KOBILSKAYA, A.V. ANISKOV

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

MODELING OF THERMOELASTIC STATE DURING ELECTROPLASTIC DEFORMATION

Annotation

In the paper the processes that occur in a thin moving thermoelastic rod during electroplating deformation is described. The purpose of the study was to create the mathematical model of temperature and stress state in the mobile isotropic axisymmetric environment with periodically operating pulse sources of heat. The constructed mathematical model is a system of boundary value problems for differential equations of heat conduction and thermoelasticity. Features of action of pulse sources of heat on temperature distribution, stress and motion distribution are studied. The relationship between stress and heating of samples during the transmission of current pulses is investigated. Numerical calculations for materials zinc, copper and non-metallic alloys are received. Graphs of temperature distributions, stress and motion distribution during electroplastic deformation are built. The obtained numerical calculations have confirmed the fact that at one and the same current density more time pulse causes a decline in mechanical stress. It is shown that under pulsed current ductility increases to 40 %. The results can be used for the calculation of temperature field and stress field by passing current pulses during electroplastic deformation of thin rods. The results that are obtained in this paper can be used in the design of automatic control systems and control of temperature and stress distributions in the production of wire with a given physical and mechanical properties

Keywords: mathematical model, temperature field, stress, electroplastic deformation, thin rod.

Постановка проблеми. Для підвищення пластичності тугоплавких та важкодеформівних металів під час процесу волочіння дріт, як правило, підігрівається до температур 600^0 - 1000^0 С. Більш економічним, для досягнення цієї мети, є застосування електропластичного ефекту (ЕПЕ) одночасно з процесом пластичної деформації, який було виявлено при розтягуванні зі струмом монокристалів чистих металів. Тонкі дроти, стрижні та стрічки із металів і сплавів знаходять широке застосування у різних галузях промисловості і техніці. Відомо, що у багатьох металах і сплавах під дією температур відбувається структурна релаксація, яка в свою чергу призводить до зміни фізичних властивостей матеріалів і виробів із них, погіршуючи експлуатаційні характеристики. Найбільш інтенсивно структурна релаксація протікає при нагріванні аморфних сплавів, в тому числі, викликана проходженням електричного струму. У зв'язку із цим дослідження впливу імпульсних струмів на структурні зміни є актуальною задачею. При пропусканні імпульсів електричного струму відбувається збільшення температури за рахунок виділення джоулевого тепла. Важливим, з практичної точки зору, є урахування теплової дії імпульсного струму, яке включає в себе точне вимірювання або розрахунок нагріву зразків і оцінку впливу цього нагріву на їх деформацію.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Експерименти по дослідженню впливу імпульсів електричного струму були проведені у [1]. Лазерним вимірювачем температури проводилось вимірювання нагріву зразків протягом всього процесу деформації. Також проводились дослідження по вивченню впливу довжини імпульса електричного струму на характер спаду механічної напруги. За результатами проведених експериментів встановлено, що пропускання імпульсного струму викликає спад механічної напруги більший, ніж нагрів у печі. Встановлено, що пропускання імпульсів електричного струму високої щільності викликає спад механічної напруги на діаграмах навантаження,

пов'язане не лише із нагрівом зразків, але і зі структурними перетвореннями. Спостерігається лінійна залежність спаду напруги від температури, характерна для кожного сплаву. Для експериментальних досліджень впливів імпульсів електричного струму в [1] були обрані стрижні із аморфних металічних сплавів з різним елементним складом. Однак вимірювання і контроль температури напружень і деформацій може бути проведений і за допомогою математичної моделі процесу імпульсної обробки стрічок і стрижнів із металічних сплавів, - це дозволяє не лише прогнозувати хід проведення процесу пластичної деформації, але і керувати процесом пластичної деформації.

В роботах [2-4] побудована математична модель температурного поля рухомого надтонкого дроту, що піддається імпульсній дії електричного струму під час електропластичної деформації. Наведені результати теоретичних досліджень впливу термічної складової електропластичного ефекту на пластичні властивості дроту. Теоретичні дослідження напруженого стану і переміщень під час імпульсної дії струму не розглядалися, а в ряді робіт були отримані експериментально [2]. Тому актуальною є задача побудови математичної моделі термонапруженого стану під час електропластичної деформації зразків.

Мета роботи. Метою роботи є побудова математичної моделі термонапруженого стану у рухомому ізотропному осесиметричному середовищі із циклічно діючим імпульсним джерелом тепла. На основі побудованої математичної моделі - дослідити залежності між спадом механічної напруги і нагрівом зразків при пропусканні імпульсів струму та провести чисельні розрахунки із дослідження «напруги-переміщення» при впливі імпульсним струмом.

Матеріали і результати досліджень. У якості матеріалів для досліджень впливів імпульсів електричного струму були обрані аморфні металічні сплави, цинк та мідь. Струм, що проходить через дріт має щільність від 10^8 до 10^9 А/м². Довжина імпульсів складала $\tau \sim 0,625$ с. Математична модель процесу дозволяє розраховувати температуру і контролювати її протягом усього процесу.

Математична модель температурного стану ізотропного осесиметричного середовища з постійними теплофізичними характеристиками розглядається у вигляді крайової задачі для нестационарного рівняння теплопровідності в області $\Omega \times t = \{0 < z < l, 0 < r < r_0, 0 < t < t_0\}$ з границею $\partial\Omega$ [2, 3]

$$\lambda \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \nu c \rho_n \frac{\partial T}{\partial z} - c \rho_n \frac{\partial T}{\partial t} = -W(z, t, T), (r, z) \in \Omega, \quad (1)$$

$$T(r, z, 0) = T_0, \quad (2)$$

$$T(r, z, 0) = T_0, \quad T(r, z, l) = T_l, \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \left. \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0} = -\alpha(T - T_c) - \varepsilon \sigma (T^4 - T_c^4), \quad (4)$$

де λ, α – коефіцієнти теплопровідності та конвективної тепловіддачі з поверхні; ε, σ – ступінь чорноти та постійна Стефана-Больцмана; а r_0 – радіус; $W(z, t, T)$ – функція джерел тепла, яка має вигляд

$$W(z, t, T) = f_1^1(z) f_2(T), \quad (5)$$

$$W(z, t, T) = f_1^2(t) f_2(T), \quad (6)$$

де

$$f_2(T) = \frac{I^2 \rho_0 (1 + \beta T)}{\pi^2 r_0^4},$$

ρ_0, β – питомий опір і температурний коефіцієнт опору. У випадку математичної моделі з постійно діючими джерелами тепла у зоні нагрівання функції $f_1^1(z), f_1^2(t)$ приймаються рівними одиниці [4], а у випадку періодично діючих джерел тепла, що залежать від часу та координати, функції $f_1^1(z), f_1^2(t)$ мають вигляд [2-4]

$$f^1_1(z) = \begin{cases} m \frac{z}{l_0} - mn, nl_0 \leq z \leq \left(n + \frac{1}{m}\right) l_0 \\ 0, \left(n + \frac{1}{m}\right) l_0 \leq z \leq (n+1)l_0, z < 0 \end{cases},$$

$$f^2_1(t) = \begin{cases} m \frac{t}{t_0} - mn, nt_0 \leq t \leq \left(n + \frac{1}{m}\right) t_0 \\ 0, \left(n + \frac{1}{m}\right) t_0 \leq t \leq (n+1)t_0, t < 0 \end{cases}. \quad (7)$$

Тут параметри m, n визначають характер періодично діючих джерел тепла. У найпростішому випадку $f^1_1(z) = 1$.

Розглянемо задачу (1)–(4). Для термічно тонкого середовища можна провести усереднення температури уздовж радіуса, урахувавши при цьому умову (4). Задача (1)–(4) трансформується у наступну

$$\lambda \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \nu c \rho_n \frac{\partial u}{\partial z} - c \rho_n \frac{\partial u}{\partial t} = F_1(u, t), \quad 0 \leq z \leq l, \quad 0 \leq t \leq t_0, \quad (8)$$

$$u(z, 0) = T_0, \quad (9)$$

$$u(0, t) = T_l, \quad u(l, t) = T_l, \quad (10)$$

де

$$F_1(u, t) = -\left(\frac{I^2 \rho_0}{\pi^2 r_0^4} + \frac{2\alpha T_c}{r_0} + \frac{2\varepsilon \sigma}{r_0} (T_c^4 - u^4) + \left(\frac{I^2 \rho_0 \beta}{\pi^2 r_0^4} - \frac{2\alpha}{r_0}\right) u\right).$$

Розглянемо наближений розв'язок задачі (8)–(10) в області $0 \leq z \leq l, 0 \leq t \leq t_0$ [5]. Введемо рівномірну сітку для рівняння теплопроводності ω , таким чином, щоб точки розриву попадали у вузли сітки, сітковий оператор Лапласа відповідає апроксимації оператора теплопроводності, тобто

$$\Delta u = -y_{\bar{z}\bar{z}}.$$

Запишемо для рівняння і граничних умов різницеву схему з вагами. У внутрішніх вузлах сітки використовується різницеве рівняння з квазілінеаризованою правою частиною

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \nu (\sigma_1 y_{n+1} + (1 - \sigma_1) y_n) + \Lambda (\sigma_2 y_{n+1} + (1 - \sigma_2) y_n) = \varphi(z, t_{n+1}, y_{n+1}),$$

$$z \in \omega, n = 0, 1, \dots \quad y_0(z) = T_0.$$

При пропусканні імпульсу електричного струму відбувалось збільшення температури за рахунок виділення Джоулевого тепла.

Під дією тепла тверді тіла розширюються. Цей ефект термічного розширення враховується у рамках теорії пружності.

Згідно [6, 7], коли механічні властивості матеріалів залежать від температури, визначальні співвідношення можна записати у наступному вигляді, використовуючи температурно-часову аналогію:

$$\sigma(z, t) = E \left[\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} - \lambda u \right]. \quad (11)$$

Рівняння руху стрижня має вигляд:

$$\frac{\partial \sigma(z, t)}{\partial z} - \rho \frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (12)$$

Нестационарні термопружні деформації описуються рівнянням

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - E \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + E \lambda \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad 0 \leq z \leq l, \quad 0 \leq t \leq t_0. \quad (13)$$

Початковий стан визначається умовами

$$v(z, 0) = 0, \quad \frac{\partial v(z, 0)}{\partial t} = 0. \quad (14)$$

Граничні умови мають вигляд [8-9]

$$v(0, t) = 0, v(l, t) = kt. \quad (15)$$

у формулах (13)–(15) σ – напруга, v – переміщення, z – поздовжня координата, t – час, E – модуль Юнга, ρ – щільність матеріалу, λ – коефіцієнт теплопровідності, l – довжина стрижня.

Розглянемо задачу (13)–(15). Вважаючи температурний розподіл відомим, запишемо різницеву задачу для переміщень.

Задачу (13)–(15) будемо розв'язувати скінчено-різницеvim методом. Для цього вводиться рівномірна різницева сітка ω . Поставимо у відповідність рівнянню (13) із урахуванням граничних умов наступну систему, неоднорідні крайові умови включаються в праву частину

$$\rho \frac{d^2 v}{dt^2} + \Lambda v + Gu = F, \quad x \in \omega, \quad (16)$$

де $Gu = \{E\lambda u_z\}$, апроксимація початкових умов дає

$$v_0(z) = w^0(z).$$

На множині сіткових функцій для граничних умов маємо

$$v_1 = v_0 + \tau \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\tau^2}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + O(\tau^3).$$

На розв'язки рівняння (13) це дає

$$v_1 = w_0 + \tau w_1 + \frac{\tau^2}{2\rho} (\Lambda w_0 + Gu^0 - F(z, 0)).$$

Використовуючи розрахований вище температурний розподіл, розв'язуємо задачу (13)–(15) при відомій температурі за наступною різницевою схемою

$$\rho \frac{v_{n+1} - 2v_n + v_{n-1}}{\tau^2} + \Lambda (\sigma_1 v_{n+1} + (1 - \sigma_1 - \sigma_2) v_n + \sigma_2 v_{n-1}) = F_n + Gu_n,$$

$$z \in \omega, n = 1, 2, \dots$$

Чисельні розрахунки. На рис. 1 зображено залежність температури нагрівання зразка в часі. При пропусканні імпульсів електричного струму відбувалось підвищення температури за рахунок виділення джоулевого тепла.

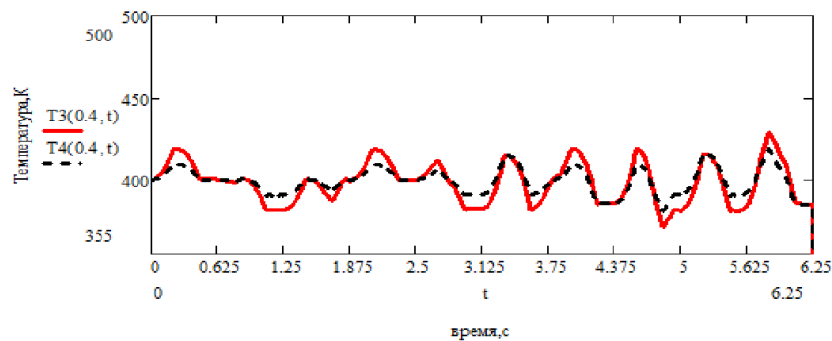


Рис. 1. Температурні розподіли при $j = 10^8 \text{ A} \cdot \text{m}^2$ – суцільна крива,
при $j = 0,5 \cdot 10^8 \text{ A} \cdot \text{m}^2$ – пунктирна крива

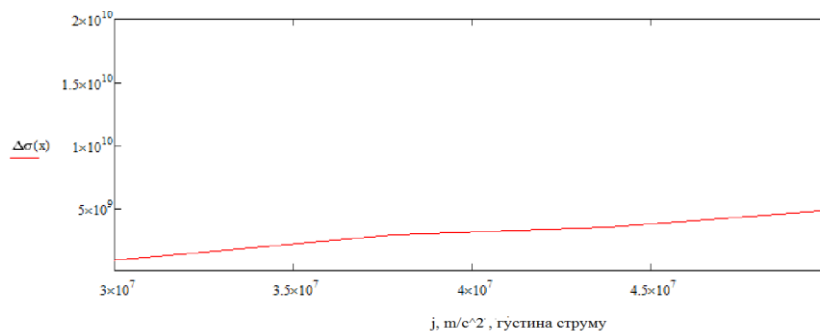


Рис. 2. Залежність спаду механічної напруги від густини струму

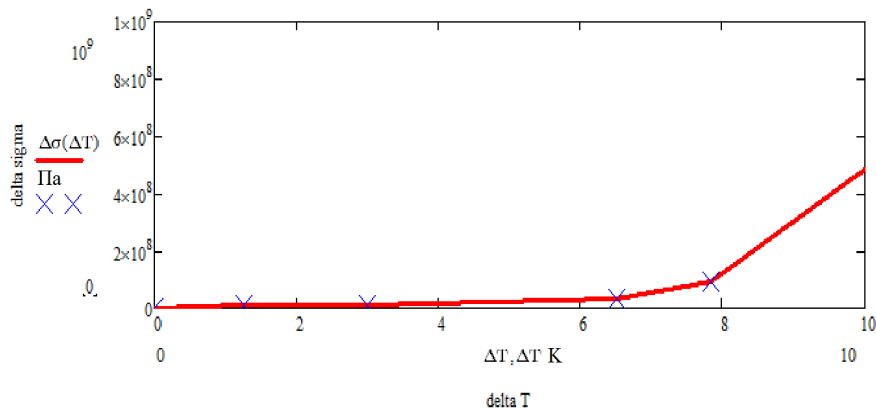


Рис. 3. Залежність спаду механічної напруги від зміни температури під час дії імпульсного струму на зразки

Рис. 3 показує майже лінійну залежність між спадом механічної напруги і нагрівом зразків при пропусканні імпульсів струму. Найбільш важливим є врахування теплової дії струму, що включає в себе точне вимірювання або розрахунок нагріву зразків і оцінку впливу цього нагріву на деформацію зразків. Результати чисельних розрахунків підтверджують експериментально встановлений факт, що при одній і тій самій щільності струму більший час імпульсу викликає більший спад механічної напруги.

Висновки

1. Побудована у роботі математична модель дозволяє розраховувати температурне поле, поле напруги і переміщень при пропусканні імпульсів струму під час електропластичної деформації тонких стрижнів.
2. Чисельні розрахунки показали, що в аморфних сплавах лінійні дефекти структури, аналогічні дислокаціям кристалічної решітки, які відповідають за процес пластичної деформації, або відсутні, або достатньо сильно закріплені внаслідок високої концентрації інших дефектів, що створюють більші внутрішні напруження.
3. Отримані чисельні розрахунки підтвердили той факт, що при одній і тій самій щільності струму більший час імпульсу викликає більший спад механічної напруги [9]. При пропусканні імпульсу електричного струму відбувається незначне збільшення температури за рахунок виділення джоулевого тепла.

Література

1. Федоров В.А. Изменение свойств и структуры аморфных металлических сплавов под действием импульсного электрического тока : коллективная монография «Влияние внешних энергетических воздействий на структуру, фазовый состав и свойства материалов» / В.А. Федоров, Т.Н. Плужникова, А.М. Кириллов, А.В. Яковлев, С.А. Сидоров / Под. ред. В.Е. Громова. – Новокузнецк : СибГИУ, 2012. – 320 с.
2. Троицкий О.А. Электропластическое волочение и новые технологии создания облегченных проводов / О.А. Троицкий, В. И. Сташенко, В.Г. Рыжков, В.П. Ляшенко, Е.Б. Кобыльская // Вопросы атомной науки и техники (ВАНТ). – Харьков, 2011. – Вып. 4/2011. – С. 111–117.
3. Ляшенко В.П. Электропластическое волочение и новые технологии создания облегченных проводов / В.П. Ляшенко, О.А. Троицкий, В.И. Сташенко, В.Г. Рыжков, Е.Б. Кобыльская // Вопросы атомной науки и техники (ВАНТ). – Харьков, 2011. – Вып. 4/2011. – С. 111–117.
4. Ляшенко В.П. Исследование влияния термической составляющей на свойства проволоки при электропластическом волочении / В.П. Ляшенко, Е. Б. Кобыльская, Т.А. Григорова, О.А. Троицкий // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук, 2011. – Вип. 4/2011 (69), част. 1. – С. 57–62.
5. Самарский А.А. Вычислительная теплопередача / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич – М. : Едиториал УРСС, 2003. – 782 с.
6. Гасанов А.Б. Распространение нестационарных волн в вязкоупругом полупространстве с учетом внутреннего теплообразования и зависимости свойств материала от температуры / А.Б. Гасанов, М.Х. Ильясов, И.А. Кийко // Известия АН СССР, Механика твердого тела, 1987. – № 1 – С. 124–130.
7. Ильясов М.Х. Нестационарные термовязкоупругие волны / М.Х. Ильясов, А.Б. Гасанов – М. : ВИНТИ, №199–82, Деп., 1982. – 31 с.
8. Коваленко А.Д. Основы термоупругости / А.Д. Коваленко – Киев : Наукова думка, 1970. – 309 с.
9. Боли Б. Теория температурных напряжений / Б. Боли, Дж. Уэйнер – М. : Мир, 1964. – 520 с.