

- залучення робітника у вирішення проблем;
- добрі взаємовідношення з споживачем.

Як інструмент щодо визначення проблем управління можуть бути застосовані: маршрутизація процесу вивчення та аналіз, стандартизовані проекти, статистичний контроль процесу, вартісний аналіз.

### Література

1. Всеобщее Управление Качеством. Под редакцией О.П.Глудкина. — М.: «Радио и связь», 1999. — 508 с.
2. ДСТУ ISO 9001-2008. Системи управління якістю. Вимоги. — К.: Держспоживстандарт України, 2007. — 34 с.
3. Семь инструментов качества в японской экономике. — М.: Издательство стандартов, 1990. — 88 с.

УДК 629.113

## ВПЛИВ СТАБІЛІЗУЮЧОГО МОМЕНТУ ШИН НА КУРСОВУ СТІЙКІСТЬ РУХУ АВТОМОБІЛЯ

Доктор технічних наук Сахно В.П.,  
доктор фізико-математичних наук Вербицький В.Г.,  
кандидат технічних наук Костенко А.В.,  
кандидат технічних наук Белевцова Н.Л.,  
Єфименко А.М.

*В статті розглянуто вплив стабілізуючого моменту на курсову стійкість руху автомобіля. Використано нелінійну модель взаємодії колеса та дороги, побудовано біфуркаційні множини двома методами: чисельним та з використанням допоміжної функції. Виявлено, що наявність стабілізуючого моменту збільшує критичну швидкість автомобіля, але звужує область стійких режимів.*

*In the article it is considered influence of tyre stabilizing moment on the course stability of the car motion. It is used nonlinear model of the wheel-rail interaction with roads, bifurcation sets are built using two methods: numerical and auxiliary function assisted. It is revealed that stabilizing moment availability increases the car critical speed, but it restricts the firm mode area.*

**Постановка проблеми.** Сучасний стан автомобілебудування та підвищення вимог щодо безпеки руху вимагають від дослідників більш точного врахування сил та моментів, що діють в контактні колеса з дорогою.

Вважається, що наявність стабілізуючого моменту шини сприяє покращенню курсової стійкості руху (КСР) [1]. Однак на сьогоднішній день питання щодо впливу стабілізуючого моменту досліджено не достатньо, тому в данній роботі пропонується дослідити вплив стабілізуючого моменту на такий показник КСР, як критична швидкість.

**Мета статті** — побудова біфуркаційних множин, що характеризують КСР та дозволяють дослідити вплив стабілізуючого моменту на критичну швидкість.

**Основна частина.** Для дослідження прийнято велосипедну схему автомобіля (рис.1) з наступними параметрами [2]: маса  $m = 1325$  кг; база  $l = 2,42$  м; відстань від передньої вісі до центру мас  $a = 1,2$  м.

Математичні рівняння руху велосипедної моделі легкового автомобіля мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} m(\ddot{u} + v\omega) = Y_1 + Y_2; \\ J\dot{\omega} = aY_1 - M_1 - bY_2 - M_2, \end{cases} \quad (1)$$

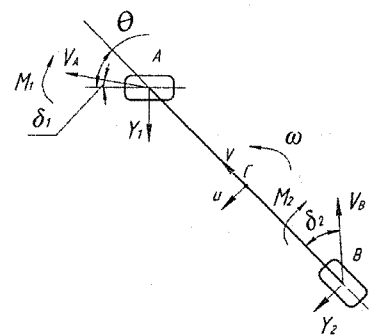


Рис. 1. Розрахункова велосипедна схема легкового автомобіля

де  $m$  — маса автомобіля;

$a, b$  — відстані, відповідно, від передньої і задньої вісей до центра мас автомобіля;

$Y_1, Y_2$  — бічні сили, що діють на передню та задню вісі;

$v, u$  — подовжня і поперечна проекції вектора швидкості центра мас автомобіля;

$\dot{u}$  — бічне прискорення автомобіля;

$M_1, M_2$  — стабілізуючі моменти,

$\omega, \dot{\omega}$  — кутова швидкість та кутове прискорення автомобіля відносно його центральної вертикальної вісі;

$J$  — момент інерції кузова автомобіля.

Якість дослідження буде залежати від прийнятого описання взаємодії шини та дороги, що характеризується залежністю бічної сили та стабілізуючого моменту шини від кута відведення. На рис. 1 представлено експериментально отримані залежності [3].

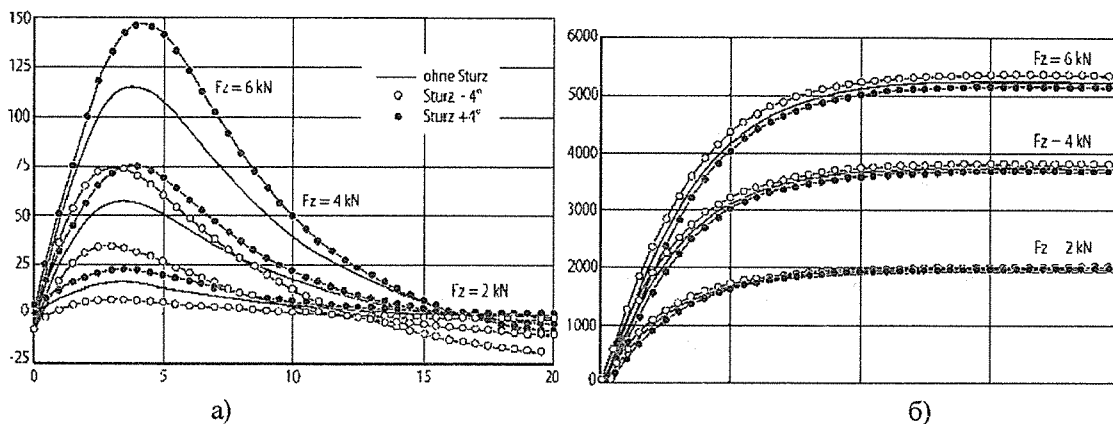


Рис. 2. Залежності бічної сили (а) та стабілізуючого моменту (б) від кута відведення

При дослідженні використовуються нелінійні залежності бічної сили (2) та стабілізуючого моменту (3):

$$\begin{aligned} Y_1 &= k_1 \delta_1 - \kappa_1 \delta_1^3; \\ Y_2 &= k_2 \delta_2 - \kappa_2 \delta_2^3, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} M_1 &= \mu_1 \delta_1 - \nu_1 \delta_1^3; \\ M_2 &= \mu_2 \delta_2 - \nu_2 \delta_2^3. \end{aligned} \quad (3)$$

Для застосування рівнянь (2) і (3) при математичному моделюванні за допомогою програмного забезпечення Maple було апроксимовано залежності, що представлені на рис.2:

$$\begin{aligned} Y_1 &= 67120 \delta_1 - 2778500 \delta_1^3; \\ M_1 &= 2544 \delta_1 - 166570 \delta_1^3; \end{aligned} \quad (4)$$

Аналогічним способом були отримані залежності:

$$\begin{aligned} Y_2 &= 65000 \delta_2 - 2998500 \delta_2^3; \\ M_2 &= 2301 \delta_2 - 186570 \delta_2^3; \end{aligned} \quad (5)$$

Для визначення впливу стабілізуючого моменту на КСР використовувалось два методи побудови графіків біфуркаційних множин.

Перший метод передбачає безпосередньо використання чисельного методу побудови біфуркаційної множини [1]. Для цього система (1) була представлена у безрозмірному вигляді:

$$\begin{aligned} -V^2 \frac{(\theta + \delta_2 - \delta_1)}{l} + \frac{Y_1 + Y_2}{m} &= 0; \\ aY_1 - bY_2 - M_1 - M_2 &= 0; \end{aligned} \quad (6)$$

Використовуючи рівняння (6) за допомогою Maple будуються відповідні біфуркаційні множини (див. нижче).

За другим методом, для побудови біфуркаційних множин використовується спеціальна допоміжна функція  $G$ , яка має вигляд:

$$\begin{aligned} G = & \frac{1}{V^2} \left( gl \left( \left( -\frac{\kappa_1 (\kappa_1 - \nu_1)^3 b}{(k_1 - \mu_1)^{12} l} - \frac{\kappa_2 (\kappa_2 + \nu_2)^3 a}{(k_2 + \mu_2)^{12} l} \right) Y^9 + \left( -\frac{3\kappa_2 (\kappa_2 + \nu_2)^2 a}{(k_2 + \mu_2)^9 l} - \frac{3\kappa_1 (\kappa_1 - \nu_1)^2 b}{(k_1 - \mu_1)^9 l} \right) Y^7 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left( -\frac{3\kappa_2 (\kappa_2 + \nu_2) a}{(k_2 + \mu_2)^6 l} - \frac{3\kappa_1 (\kappa_1 - \nu_1) b}{(k_1 - \mu_1)^6 l} \right) Y^5 + \left( -\frac{V^2 \left( \frac{\kappa_2 + \nu_2}{(k_2 + \mu_2)^4} - \frac{\kappa_1 - \nu_1}{(k_1 - \mu_1)^4} \right)}{gl} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\left( \frac{\kappa_2 (\kappa_2 + \nu_2)}{(k_2 + \mu_2)^4} - \frac{\kappa_2}{(k_2 + \mu_2)^3} \right) a}{l} + \frac{\left( \frac{\kappa_1 (\kappa_1 + \nu_1)}{(k_1 + \mu_1)^4} - \frac{\kappa_1}{(k_1 + \mu_1)^3} \right) b}{l} \right) Y^3 \right) + \left( \frac{1}{k_2 + \mu_2} - \frac{1}{k_1 - \mu_1} \right) Y. \end{aligned}$$

Використання цих двох методів дозволить перевірити достовірність отриманих результатів.

При дослідженні впливу стабілізуючих моментів на КСР, залежність бічної сили від кута відведення прийнято у вигляді кубічної апроксимації відповідно до рівняння (2).

На рис. 3 представлено результати дослідження у випадку коли стабілізуючий момент відсутній.

Лінія 1 на рис.3 побудована за допомогою першого методу, а лінія 2 за допомогою другого. Як видно з рисунку критична швидкість однакова і її лінії співпадають поблизу критичної швидкості. При збільшенні  $\epsilon$  розходження, яке пояснюється особливостями враховування залежності бічного відведення при побудові множин (при побудові функції  $G$  виконується перехід від функції  $Y=f(d)$  до функції  $d=f(Y)$ ).

На рис. 4 представлено результати дослідження у випадку, коли стабілізуючий момент описується лінійною залежністю  $M = \mu\delta$  (відсутній кубічний член).

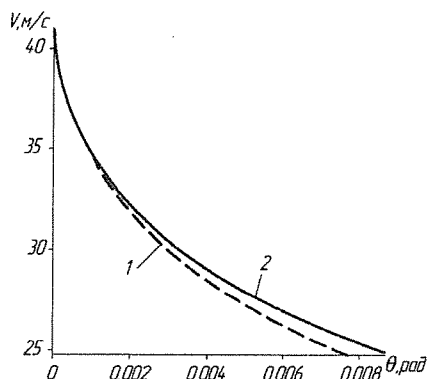


Рис. 3. Біфуркаційна множина при  $M = 0$

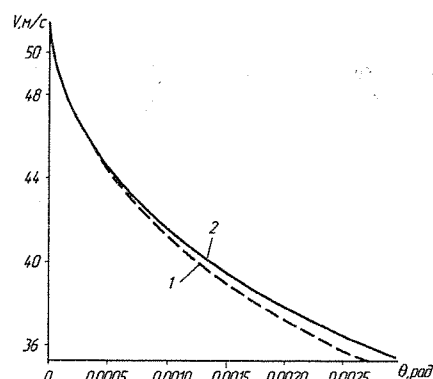


Рис. 4. Біфуркаційна множина при  $M = \mu\delta$

Як і в попередньому випадку критична швидкість і лінії графіків поблизу критичної швидкості співпадають, розходження пояснюються тимиж причинами, що і в попередньому випадку.

На рис. 5 представлено результати дослідження у випадку коли стабілізуючий момент описується нелінійною залежністю відповідно до рівняння (3).

Співпадання результатів, як і в перших двох випадках. Застосування другого методу незначно збільшує величину критичної швидкості при більших кутах  $\delta$ , але застосування другого методу може бути необхідним у випадку коли неможливий безпосередній чисельний метод побудови біфуркаційної множини, наприклад при більш складних рівняннях руху.

На рис. 6 наведено всі біфуркаційні множини для трьох, вище наведених, випадків дослідження впливу стабілізуючого моменту, побудованих за допомогою першого методу (чисельного).

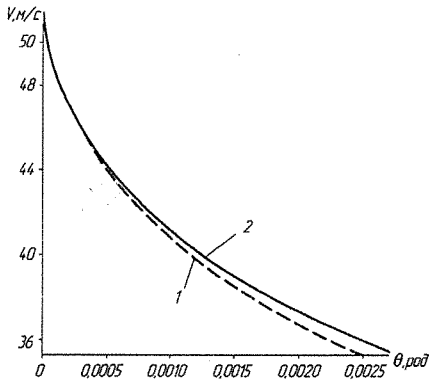


Рис. 5. Біфуркаційна множина при  $M = \mu\delta - \nu\delta$

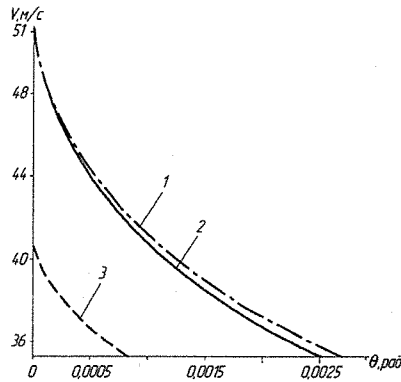


Рис. 6. Біфуркаційні множини: 1 –  $M = \mu\delta$ ;

2 –  $M = \mu\delta - \nu\delta$ ; 3 –  $M = 0$

Аналізуючи рис. 6 можна зробити висновок, що стабілізуючий момент шини сприяє збільшенню критичної швидкості: в нашому випадку швидкість збільшилась з 40,5 м/с до 51 м/с (на 20%), але при використанні нелінійної залежності стабілізуючий момент дещо звужує область стійких режимів.

**Висновки.** Аналізуючи вищенаписане можна зробити висновок що стабілізуючий момент позитивно впливає на критичну швидкість руху автомобіля, тобто збільшує її, але остаточний висновок, щодо позитивного (або негативного) впливу стабілізуючого моменту шини на КСР можна буде зробити після побудови фазових портретів, які дозволять оцінити величину області притягання стійких режимів.

### Література

1. Лобас Л.Г., Вербицкий В.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин / Л.Г. Лобас, В.Г. Вербицкий. — Киев: Наукова думка, 1990. — 232 с.
2. Костенко А.В. К вопросу об исследовании курсовой устойчивости движения легкового автомобиля с учетом пятночного момента шин / А.В. Костенко, А.Н. Ефименко // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. Володимира Даля — 2010. — № 6 (148) — С. 67-71.
3. Heibing B. Fahrwerkhandbuch: Grundlagen, Fahrdynamik, Komponenten, Systeme, Mechatronik, Perspektiven. / Bernd Heibing, Metin Ersoy (Hrsg). — Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn Verlag: GWV Fachverlage GmbH, 2007. — 591 S.

УДК 629.113

## ДО ПИТАННЯ ПРО МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ КУРСОВОЇ СТІЙКОСТІ ЛЕГКОВОГО АВТОМОБІЛЯ

Доктор технічних наук Сахно В.П.,  
доктор фізико-математичних наук Вербицький В.Г.,  
кандидат технічних наук Костенко А.В., Белевцова Н.Л.,  
кандидат технічних наук Яценко Д.М.

Описано метод дослідження курсової стійкості руху автомобіля, який передбачає сумісне використання біфуркаційної множини та графіка поворотності, що дозволяє уточнити параметри курсової стійкості. Наведені біфуркаційна множина та графік поворотності та етапи їх побудови.