

УДК 624.016

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.241120.156.711

МЕТОД ОЦІНЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ДЕРЕВОЗАЛІЗОБЕТОННОЇ КОНСТРУКЦІЇ СКЛАДЕНОГО ПЕРЕРІЗУ

ШЕХОРКІНА С. Є., канд. техн. наук, доц.

Кафедра залізобетонних та кам'яних конструкцій, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (095) 021-84-44, e-mail: S_VT@ukr.net, ORCID ID: 0000-0002-7799-2250

Анотація. Постановка проблеми. Застосування дерев'яних конструкцій часто обмежується розмірами пиломатеріалів, недостатньою несучою здатністю і жорсткістю елементів. Для подолання цих обмежень в сучасному будівництві застосовуються гібридні конструкції, в яких раціонально використовуються матеріали з різними характеристиками. На сьогоднішній день існуючі методики не враховують особливості діаграм деформування матеріалів конструкції (деревини та залізобетону). **Мета статті** – вдосконалення методів розрахунку деревозалізобетонних конструкцій з урахуванням залежностей «напруження – деформації» матеріалів та ступеня спільної роботи. **Висновки.** Запропоновано чисельно-аналітичний метод оцінки напружено-деформованого стану деревозалізобетонної конструкції складеного перерізу з урахуванням діаграм деформування матеріалів і з'єднань, а також ступеня спільної роботи. Розглядається конструкція, що складається з двох компонентів (залізобетонної плити та дерев'яної балки), з'єднаних між собою елементами, які працюють на зсув (нагельми, болтами, шурупами, цвяхами). Вважається, що для розглянутого елемента справедлива гіпотеза Бернуллі; деформації розподілені по висоті перерізу по лінійній залежності, при цьому по лінії між компонентами конструкції виникає розрив, обумовлений взаємним зсувом; компоненти конструкції під навантаженням мають рівні прогини і кривизну осей, а з'єднувальні елементи рівномірно розташовані по довжині конструкції. Визначення внутрішніх деформацій і напружень в перерізі конструкції базується на умові рівноваги зовнішніх і внутрішніх зусиль в перерізі. Виконується розв'язок рівнянь для «абсолютно» сумісної роботи, а для врахування перерозподілу зусиль в перерізі внаслідок податливості з'єднань вводиться коефіцієнт спільної роботи. За отриманими значеннями поздовжніх деформацій та кривизни обчислюються деформації бетонного та дерев'яного елементів. За діаграмами деформування матеріалів визначаються нормальні напруження, після чого виконуються перевірки міцності відповідно до чинних нормативних документів.

Ключові слова: деревозалізобетонна конструкція; напружено-деформований стан; деревина; бетон; діаграма деформування

МЕТОД ОЦЕНКИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ДЕРЕВОЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ КОНСТРУКЦИИ СОСТАВНОГО СЕЧЕНИЯ

ШЕХОРКИНА С. Е., канд. техн. наук, доц.

Кафедра железобетонных и каменных конструкций, Государственное высшее учебное заведение «Приднiproвская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днипро, Украина, тел. +38 (095) 021-84-44, e-mail: S_VT@ukr.net, ORCID ID: 0000-0002-7799-2250

Аннотация. Постановка проблемы. Применение деревянных конструкций часто ограничивается размерами пиломатериалов, недостаточной несущей способностью и жесткостью элементов. Для преодоления этих ограничений в современном строительстве применяются гибридные конструкции, в которых рационально используются материалы с различными характеристиками. На сегодняшний день существующие методики не учитывают особенности диаграм деформирования материалов конструкции (древесины и железобетона). **Цель статьи** – совершенствование методов расчета деревожелезобетонных конструкций с учетом зависимостей «напряжение – деформации» материалов и степени совместной работы. **Выводы.** Предложен численно-аналитический метод оценки напряженно-деформированного состояния деревожелезобетонной конструкции составного сечения с учетом диаграм деформирования материалов и соединений, а также степени совместной работы. Рассматривается конструкция, состоящая из двух компонентов (железобетонной плиты и деревянной балки), соединенных между собой элементами, которые работают на сдвиг (нагельми, болтами, шурупами, гвоздями). Считается, что для рассматриваемого элемента справедлива гипотеза Бернуллі; деформации распределены по высоте сечения по линейной зависимости, при этом по линии между компонентами конструкции

возникает разрыв, обусловленный взаимным смещением; компоненты конструкции под нагрузкой имеют равные прогибы и кривизну осей, а соединительные элементы равномерно расположены по длине конструкции. Определение внутренних деформаций и напряжений в сечении конструкции базируется на условии равновесия внешних и внутренних усилий в сечении. Выполняется решение уравнений для «абсолютно» совместной работы, а для учета перераспределения усилий в сечении вследствие податливости соединений вводится коэффициент совместной работы. По полученным значениям продольных деформаций и кривизны вычисляются деформации бетонного и деревянного элементов. По диаграммам деформирования материалов определяются нормальные напряжения, после чего выполняются проверки прочности в соответствии с действующими нормативными документами.

Ключевые слова: *деревожелезобетонная конструкция; напряженно-деформированное состояние; древесина; бетон; диаграмма деформирования*

METHOD OF ASSESSMENT OF STRESS-STRAIN STATE OF TIMBER-REINFORCED CONCRETE STRUCTURE WITH COMPLEX CROSS SECTION

SHEKHORKINA S.Yev., *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*

Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, State Higher Education Institution "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (095) 021-84-44, e-mail: S_VT@ukr.net, ORCID ID: 0000-0002-4377-3746

Abstract. Problem statement. The application of timber structures is often limited by the size of the lumber, insufficient load-bearing capacity and rigidity of the elements. To overcome these limitations hybrid designs which rationally use materials with different characteristics are used in modern construction. The existing techniques do not take into account the peculiarities of the diagrams of deformation of structural materials (wood and reinforced concrete). **The purpose of the article** is to improve of methods for calculating wood-reinforced concrete structures, taking into account the stress-strain relationships of materials and the degree of joint work. **Conclusion.** A numerical-analytical method is proposed for the assessment of the stress-strain state of a timber-reinforced concrete structure with complex section, taking into account the deformation diagrams of materials and joints, as well as the degree of joint work. A considered structure consists of two components (reinforced concrete slab and timber beam) connected by shear elements (pins, bolts, screws, nails). It is supposed that the Bernoulli hypothesis is valid for the considered element; the deformations are linearly distributed along the height of the cross section, while a gap arises along the line between the components of the structure due to mutual displacement; structural components under load have equal deflections and curvatures of the longitudinal axes, and the connecting elements are uniformly spaced along of the structure. Determination of the internal deformations and stresses in a section of a structure is based on the condition of equilibrium of the external and internal forces in the section. The solution of the equations for "absolutely" joint work is performed, and the coefficient of joint work is introduced to take into account the redistribution of forces in the section due to the ductility of the joints. The obtained values of longitudinal deformations and curvatures are used to calculate the deformations of concrete and timber elements. Normal stresses are determined using the deformation diagrams of materials, then the strength checks are performed in accordance with the current regulatory documents.

Keywords: *reinforced concrete structure; stress-strain state; wood; concrete; deformation diagram*

Постановка проблеми, мета і задачі дослідження. Застосування дерев'яних конструкцій часто обмежується розмірами пиломатеріалів, недостатньою несучою здатністю і жорсткістю елементів. Для подолання цих обмежень в сучасному будівництві застосовуються гібридні конструкції, в яких раціонально використовуються матеріали з різними характеристиками. До таких елементів відносяться деревозалізобетонні конструкції, які, як правило, складаються із залізобетонної або армованої ґрунтобетонної плити і

дерев'яної балки суцільного або складеного перерізу. Ефективність конструкції залежить від спільної роботи складових компонентів, яка забезпечується механічними зв'язками (нагелями, болтами, шурупами, цвяхами тощо). Особливістю з'єднань є їх податливість, що не дозволяє досягти жорсткого з'єднання.

Розробці методів розрахунку гібридних деревозалізобетонних перекриттів присвячені роботи вчених І. С. Абдрахманова, Ю. О. Мельникова, В. І. Ратнера [1–3], а також роботи закордонних вчених

S. C. Auclair, U. A. Girhammar, N. T. Mascia, P. Gelfi [4–7] та ін. Проте існуючі методики не враховують особливості діаграм деформування матеріалів конструкції (деревини та залізобетону), вимагають проведення додаткових експериментальних досліджень або створення складних скінченноелементних моделей.

Метою даної роботи є вдосконалення методів розрахунку деревозалізобетонних конструкцій з урахуванням залежностей «напруження – деформації» матеріалів та ступеня спільної роботи.

Викладення основного матеріалу. Відповідно до пропонованого методу характеристики напружено-деформованого стану деревозалізобетонної конструкції складеного перерізу визначаються шляхом розв'язання системи рівнянь рівноваги внутрішніх та зовнішніх зусиль.

Метод заснований на алгоритмі нелінійного розрахунку складених сталезалізобетонних конструкцій, викладеного в [8].

Теоретичні передумови:

- для розглянутого елемента справедлива гіпотеза Бернуллі, тобто перерізи, плоскі і нормальні до осі елемента до деформації, залишаються плоскими і нормальними до його осі після деформації;
- деформації розподілені по висоті перерізу по лінійній залежності, при цьому по лінії між компонентами конструкції виникає розрив, обумовлений взаємним зсувом;
- компоненти конструкції під навантаженням мають рівні прогини і кривизну осей;
- з'єднувальні елементи рівномірно розташовані по довжині конструкції;
- не враховується вплив сил тертя між дотичними поверхнями компонентів конструкції;
- конструкція закріплена від втрати стійкості із площини згину.

Розглянемо елемент, що складається з двох компонентів з різних матеріалів (1 — бетону, 2 — деревини), з'єднаних між собою елементами, які працюють на зсув (рис. 1). Поперечний переріз конструкції симетричний відносно вертикальної осі Y . Позначимо як A_1 і A_2 площі поперечних перерізів, y_1 і y_2 —

координати центрів ваги перетинів щодо загальної системи координат з центром, розташованому в центрі всього перерізу за умови абсолютно спільної роботи ($y = 0$).

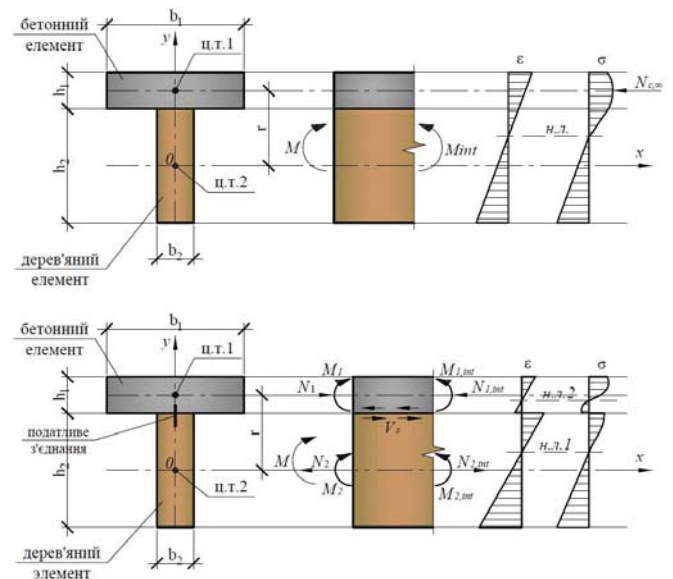


Рис. 1. Схеми внутрішніх напружень та деформацій в перерізі деревозалізобетонної конструкції складеного перерізу: а) за умови «абсолютно» спільної роботи; б) з урахуванням піддатливості з'єднання

Робота матеріалів конструкції описується залежностями, наведеними [9].

Визначення внутрішніх деформацій і напружень в перерізі конструкції базується на умові рівноваги зовнішніх і внутрішніх зусиль в перерізах. У разі «абсолютно» сумісної роботи компонентів конструкції під дією згинального моменту цю умову можна записати у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} \int_{A_1} \sigma_1 dA_1 + \int_{A_2} \sigma_2 dA_2 = 0 \\ \int_{A_1} \sigma_1 z dA_1 + \int_{A_2} \sigma_2 z dA_2 - M = 0 \end{cases}, \quad (1)$$

Напруження в елементах конструкції залежать від величини відносних деформацій, тобто $\sigma_1 = f_1(\varepsilon)$, $\sigma_2 = f_2(\varepsilon)$. Виходячи з гіпотези плоских перерізів, деформації по висоті перерізу розподіляються по лінійній залежності, яка має вигляд:

$$\varepsilon = u + \varphi y, \quad (2)$$

де u — поздовжня деформація внаслідок стиснення або розтягування; φ — кривизна елемента; y — координата висоти перерізу.

Розв'язуючи систему рівнянь (1) щодо невідомих u і φ , можна визначити значення поздовжньої сили в бетонному елементі:

$$N_{c,\infty} = \int_{A_1} \sigma_1(u_{solv}, \varphi_{solv}) dA_1, \quad (3)$$

де u_{solv}, φ_{solv} – розв'язок системи рівнянь.

Перерозподіл зусиль в перерізі внаслідок податливості з'єднань елементів перерізу при розрахунку враховується шляхом введення коефіцієнта спільної роботи. Тоді поздовжню силу в бетонному елементі, можна представити як частину поздовжньої сили, що визначається на основі умови спільної роботи перерізу:

$$N_1 = f(\gamma) N_{c,\infty}, \quad (4)$$

де $N_{c,\infty}$ – поздовжня сила, визначена з умови «абсолютно» спільної роботи перерізу; $f(\gamma)$ – коефіцієнт сумісної роботи.

Тоді поздовжня сила, що діє на дерев'яний елемент, буде дорівнює: $N_2 = -N_1$.

Деформації по висоті перерізу бетонного елемента ε_1 і дерев'яної балки ε_2 можна записати у вигляді:

$$\varepsilon_1 = u_1 + \varphi(y - r), \quad (5)$$

$$\varepsilon_2 = u_2 + \varphi y, \quad (6)$$

де u_1, u_2 – поздовжня деформація бетонного і дерев'яного елемента, відповідно; φ – кривизна елемента; y – координата висоти перерізу; r – відстань між центрами тяжіння бетонного і дерев'яного елементів.

При врахуванні впливу податливості на спільність роботи залежно напружень в елементах конструкції від величини відносних деформацій: $\sigma_1 = f_1(\varepsilon_1)$, $\sigma_2 = f_2(\varepsilon_2)$.

Система рівнянь рівноваги набуде вигляд:

$$\begin{cases} \int_{A_1} \sigma_1 dA_1 - N_1 = 0 \\ \int_{A_1} \sigma_1 dA_1 + N_2 = 0 \\ \int_{A_1} \sigma_1 z dA_1 + \int_{A_2} \sigma_2 z dA_2 - M = 0 \end{cases}, \quad (7)$$

В системі рівнянь (7) невідомими є поздовжні деформації u_1, u_2 та кривизна φ , а внутрішні зусилля дорівнюють:

$$N_{1,int} = \int_{A_1} \sigma_1 dA_1, \quad (8)$$

$$N_{2,int} = \int_{A_2} \sigma_2 dA_2, \quad (9)$$

$$M_{int} = M_{1,int} + M_{2,int} = \int_{A_1} \sigma_1 z dA_1 + \int_{A_2} \sigma_2 z dA_2. \quad (10)$$

У матричній формі система (7) буде мати вигляд:

$$F_{int}(X) - F_d = 0, \quad (11)$$

де X – вектор невідомих; F_{int} – вектор внутрішніх зусиль; F_d – вектор зовнішніх зусиль, які дорівнюють:

$$X = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \varphi \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$F_{int} = \begin{bmatrix} N_{c,int} \\ N_{w,int} \\ M_{int} = M_{c,int} + M_{w,int} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$F_d = \begin{bmatrix} N_c \\ N_w \\ M \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Для розв'язання отриманої системи рівнянь використовується метод Ньютона, формула для знаходження невідомих має вигляд:

$$X_{k+1} = X_k - W^{-1}(X_k) \cdot (F_{\text{int}}(X_k) - F_d), \quad (15)$$

де $W(X_k)$ - матриця Якобіана:

$$W(X_k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(X_k)}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1(X_k)}{\partial u_2} & \frac{\partial f_1(X_k)}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial f_2(X_k)}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2(X_k)}{\partial u_2} & \frac{\partial f_2(X_k)}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial f_3(X_k)}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3(X_k)}{\partial u_2} & \frac{\partial f_3(X_k)}{\partial \varphi} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$f_1(X_k) = N_{c,\text{int}} - N_c, \quad (17)$$

$$f_2(X_k) = N_{w,\text{int}} - N_w, \quad (18)$$

$$f_3(X_k) = M_{\text{int}} - M. \quad (19)$$

Алгоритм методу Ньютона полягає в наступному:

1) задається початкове наближення X_k за $u_1=0, u_2=0, \varphi=0$ та точність розрахунку ζ ;

2) визначається значення всіх функцій за X_k ;

3) визначається наступне наближення X_{k+1} ;

4) визначається точність розв'язку $\zeta = W^{-1}(X_k) \cdot (F_{\text{int}}(X_k) - F_d)$;

5) перевіряється умова $\varepsilon \leq 10^{-6}$ (якщо умова не виконується, виконується розрахунок для наступної ітерації).

Значення u_1, u_2 та φ , при яких $\zeta_k \leq \zeta$, є розв'язком системи рівнянь. За отриманими значеннями поздовжніх деформацій та кривизни, з використанням формул (5), (6) обчислюються деформації бетонного та дерев'яного елементів. За діаграмами деформування матеріалів визначаються нормальні напруження та виконуються перевірки міцності відповідно до чинних нормативних документів.

Висновки. Запропоновано чисельно-аналітичний метод оцінки напружено-деформованого стану деревозалізобетонної конструкції складеного перерізу з урахуванням діаграм деформування матеріалів і з'єднань, а також ступеня спільної роботи. Визначення внутрішніх деформацій і напружень в перерізі конструкції базується на умові рівноваги зовнішніх і внутрішніх зусиль в перерізі. При цьому спочатку виконується розв'язок рівнянь для «абсолютно» спільної роботи, а для врахування перерозподілу зусиль в перерізі внаслідок податливості з'єднань вводиться коефіцієнт спільної роботи.

Подальшим напрямком досліджень є аналіз впливу характеристик деформування матеріалів на міцність та деформативність конструкції деревозалізобетонного перекриття.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абдрахманов И. С. Прочность и деформативность деревожелезобетонных изгибаемых элементов при статических и повторных нагружениях : дис. д-ра техн. наук : 05.23.01. Москва, 2011. 419 с.
2. Ратнер В. И. Деревобетонное перекрытие. *Строительная промышленность*. 1930. № 5. С. 408–411.
3. Мельников Ю. О. Определение несущей способности объединенных деревобетонных балок. *Труды Сибирского АДИ*. 1968. № 1. С. 75–79.
4. Auclair S. C., Sorelli L., Salenikov A. Simplified nonlinear model for timber-concrete composite beams. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2016. Vol. 117, pp. 30–42. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.07.019> (дата звернення: 10.10.2020).
5. Girhammar U. A., Pan D. H. Exact static analysis of partially composite beams and beam-columns. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2007. Vol. 49 (2), pp. 239–255. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2006.07.005> (дата звернення: 10.10.2020).
6. Mascia N. T., Forti N. C. S., Soriano J., Nicolas E. A., Forti T. L. D. Study of concrete–timber composite beams using an analytical approach based on the principle of virtual work and experimental results. *Engineering Structures*. 2013. Vol. 46, pp. 302–310. URL: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.07.035> (дата звернення: 10.10.2020).
7. Gelfi P., Giuriani E., Marini A. Stud Shear Connection Design for Composite Concrete Slab and Wood Beams. *Journal of Structural Engineering*. 2002. Vol. 128 (12), pp. 1544–1550. URL: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2002\)128:12\(1544\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2002)128:12(1544)) (дата звернення: 10.10.2020).
8. Chiorean C. G. A computer method for nonlinear inelastic analysis of 3D composite steel–concrete frame structures. *Engineering Structures*. Vol. 57, pp. 125–152. URL: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.09.025> (дата звернення: 10.10.2020).

9. Шехоркіна С. Є., Буцька О. Л., Бордун М. В., Шляхов К. В. Напружено-деформований стан гібридних деревозалізобетонних багатоповерхових будівель з урахуванням деформацій повзучості. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2020. № 3. С. 100–108. URL: <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/208326> (дата звернення: 10.10.2020).

REFERENCES

1. Abdrakhmanov I.S. *Prochnost i deformativnost derevozhelezobetonnykh izgibaemykh elementov pri staticheskikh i povtornykh nagruzheniyakh: dis. doktora tekhn. nauk* [Strength and deformability of wood-reinforced concrete bending elements under static and repeated loading : Thesis of Doctor of Technical Sciences]: 05.23.01. Moscow, 2011, 419 p. (in Russian).
2. Ratner V.I. *Derevobetonnoe perekrytie* [Timber-concrete floor]. *Stroitel'naya promyshlennost* [Construction Industry]. 1930, no. 5, pp. 408–411 (in Russian).
3. Melnikov Yu.O. *Opredelenie nesushchei sposobnosti obedinennykh derevobetonnykh balok* [Determination of the load-bearing capacity of combined wood-concrete beams]. *Trudy Sibirskogo ADI* [Works of the Siberian ADI]. 1968, no. 1, pp. 75–79 (in Russian).
4. Auclair S.C., Sorelli L. and Salenikovich A. Simplified nonlinear model for timber-concrete composite beams. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2016, vol. 117, pp. 30–42. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.07.019> (Accessed on: 10.10.2020).
5. Girhammar U.A. and Pan D. H. Exact static analysis of partially composite beams and beam-columns. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2007, vol. 49 (2), pp. 239–255. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2006.07.005> (Accessed on: 10.10.2020).
6. Mascia N.T., Forti N.C.S., Soriano J., Nicolas E.A. and Forti T.L.D. Study of concrete–timber composite beams using an analytical approach based on the principle of virtual work and experimental results. *Engineering Structures*. 2013, vol. 46, pp. 302–310. URL: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.07.035> (Accessed on: 10.10.2020).
7. Gelfi P., Giuriani E. and Marini A. Stud Shear Connection Design for Composite Concrete Slab and Wood Beams. *Journal of Structural Engineering*. 2002, vol. 128 (12), pp. 1544–1550. URL: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2002\)128:12\(1544\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2002)128:12(1544)) (Accessed on: 10.10.2020).
8. Chiorean C.G. A computer method for nonlinear inelastic analysis of 3D composite steel–concrete frame structures. *Engineering Structures*. Vol. 57, pp. 125–152. URL: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.09.025> (Accessed on: 10.10.2020).
9. Shekhorkina S.Yev., Butska O.L., Bordun M.V. and Shliakhov K.V. *Napruzhenno-deformovanyi stan hibrydnykh derevo-zalizobetonnykh bahatopoverkhovykh budivel z urakhuvanniam deformatsii povzuchosti* [Stress-strain state of hybrid timber-reinforced concrete multi-storey buildings considering creep deformations]. *Visnyk Prydniprovskoi derzhavnoi akademii budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2020, no. 3, pp. 100–108. URL: <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/208326> (Accessed on: 10.10.2020) (in Ukrainian).

Надійшла до редакції 14.10.2020.