

Степан ПОПІНА

кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри економіко-математичних методів,
Тернопільський національний економічний університет

Олеся МАРТИНЮК

кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри економіко-математичних методів,
Тернопільський національний економічний університет

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЧАСУ РЕАЛІЗАЦІЇ ПРОДУКЦІЇ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ІМОВІРНІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

У якості ймовірнісних характеристик часу реалізації продукції використано відомі розподіли ймовірностей, а також запропоновано нові. Розглянуто ситуації збуту продукції на довготривалому та короткотривалому періодах часу. Визначено параметри використаних розподілів ймовірностей.

Ключові слова: реалізація продукції, густина розподілу ймовірностей, функція розподілу ймовірностей.

Однією із цілей господарської діяльності виробника є збут продукції посереднику або споживачу, що дозволяє повернути інвестовані у виробництво фінансові ресурси і одержати прибуток. Актуальність цієї проблеми пояснюється вагомістю реалізації продукції у функціонуванні економічної структури.

Для кількісної оцінки збуту продукції доцільно застосувати методи економіко-математичного аналізу. Оскільки часові параметри мають випадковий характер унаслідок непередбачуваності процесу збуту продукції, то важливим є застосування ймовірнісних підходів.

Питання збуту продукції розглядалось у підручнику [3, с. 40], посібнику [6, с. 65], наукових статтях [2, с. 84; 12, с. 39].

Проблемі застосування економіко-математичних методів присвячена робота В. В. Вітлінського [1, с. 40]. Економетричне моделювання обсягів реалізації продукції досліджувалось у публікаціях Г. М. Рижакової [7, с. 109; 8, с. 80; 9, с. 143; 10, с. 64; 11, с. 182].

У нашій статті досліджуються ймовірнісні характеристики часу реалізації продукції. Для застосування математичних формул використовуються такі підтверджені практикою припущення:

1) зі зростанням часу ймовірність реалізації продукції збільшується;

2) ймовірність збуту продукції за рівні проміжки часу зменшується при його зростанні (інтенсивність реалізації спадає).

На основі першого припущення одержуємо, що функція $F(t)$ ймовірності часу t реалізації продукції повинна бути зростаючою. Ця функція означає ймовірність збуту продукції за час, менший за t . Із другого припущення випливає, що густина розподілу $f(t)$ ймовірності є спадною функцією. Ця функція наближено дорівнює ймовірності реалізації продукції за малий проміжок часу.

Розглянемо ситуацію збуту продукції на

довготривалому періоді часу (теоретично нескінченному інтервалі часу). Найбільш поширеним є показниковий (експоненціальний) розподіл, який визначається такими формулами [4, с. 123]

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0, \lambda > 0. \end{cases}$$

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1 - e^{-\lambda t}, & t \geq 0. \end{cases}$$

Параметр λ можна визначити на основі інформації про ймовірність $F(t_0) = P_0$ реалізації продукції за час, менший від t_0 .

Відповідне рівняння має вигляд

$$1 - e^{-\lambda t_0} = P_0.$$

Звідси

$$\lambda = \frac{-1}{t_0} \ln(1 - P_0).$$

Пропонуємо густину розподілу ймовірності виду

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \frac{2\lambda t}{(\lambda + t^2)^2}, & t \geq 0, \lambda > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Тоді

$$F(t) = \begin{cases} 0, & 0, \\ \frac{t^2}{\lambda + t^2}, & t \geq 0. \end{cases}$$

Для обчислення параметра λ використовуємо співвідношення

$$\lambda = \frac{t_0^2(1 - P_0)}{P_0}.$$

Пропонуємо також таку залежність

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ (a+t)^{-\lambda}, & t \geq 0, \lambda > 1. \end{cases}$$

Параметр a визначаємо із умови

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1$$

Одержимо:

$$a = \left(\frac{1}{\lambda - 1} \right)^{\frac{1}{\lambda - 1}}$$

Тоді

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \frac{1}{\lambda - 1} \left(a^{-\lambda+1} - (a+t)^{-\lambda+1} \right), & t \geq 0. \end{cases}$$

Коефіцієнт l можна визначити як розв'язок рівняння

$$\lambda - 1 - \left(\left(\frac{1}{\lambda - 1} \right)^{\frac{1}{\lambda - 1}} + t_0 \right)^{1-\lambda} = P_0 (\lambda - 1)$$

Для моделювання часу реалізації продукції як випадкової величини можна застосувати гамма-розподіл ймовірностей [4, с.125]

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\lambda t}, & t \geq 0, 0 < \alpha \leq 1, \lambda > 0, \end{cases}$$

де $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} z^{\alpha-1} e^{-z} dz$ гамма-функція (інтеграл Ейлера).

При $\alpha=1$ одержуємо показниковий розподіл. Параметри α, l можна обчислити із співвідношення

$$M(t) = \bar{t}_e, D(t) = D_e.$$

Тут $M(t), D(t)$ — відповідно математичне сподівання і дисперсія випадкової величини t, \bar{t}_e, D_e — відповідно середнє вибіркоче та вибіркова дисперсія часу реалізації продукції. Величини \bar{t}_e, D_e визначаються за відомими формулами [5, с.23] на основі статистичної інформації про час реалізації продукції.

Враховуючи вирази для $M(t), D(t)$, одержимо рівняння

$$\frac{\alpha}{\lambda} = \bar{t}_e, \frac{\alpha}{\lambda^2} = D_e$$

Звідси

$$\alpha = \frac{(\bar{t}_e)^2}{D_e}, \lambda = \frac{\bar{t}_e}{D_e}$$

Нехай збут продукції здійснюється на короткотривалому проміжку часу T . Для показникового розподілу матимемо

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ a\lambda e^{-\lambda t}, & 0 \leq t \leq T, \lambda > 0, \\ 0, & t > T. \end{cases}$$

Із умови $\int_0^T f(t) dt = 1$ одержимо

$$a = \frac{1}{1 - e^{-\lambda T}}$$

Функція розподілу ймовірностей має вигляд:

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ a(1 - e^{-\lambda t}), & 0 \leq t \leq T, \\ 1, & t > T. \end{cases}$$

Аналогом для розподілу ймовірностей (1) є

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \frac{2b\lambda t}{(\lambda + t^2)^2}, & 0 \leq t \leq T, \lambda > 0, \\ 0, & t > T. \end{cases}$$

$$a = \frac{\lambda + T^2}{T^2}$$

Тоді

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \frac{bt^2}{\lambda + t^2}, & 0 \leq t \leq T, \\ 1, & t > T. \end{cases}$$

Розглянемо густину розподілу ймовірностей, яка має вигляд:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ c(T-t)^\lambda, & 0 \leq t \leq T, \lambda \geq 0, \\ 0, & t > T, \end{cases} \quad c = \frac{\lambda + 1}{T^{\lambda+1}}$$

Для функції розподілу ймовірностей одержимо

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \frac{c}{\lambda + 1} (T^{\lambda+1} - (T-t)^{\lambda+1}), & 0 \leq t \leq T, \\ 1, & t > T. \end{cases}$$

Визначити параметр l можна, розв'язавши рівняння

$$\frac{c}{\lambda + 1} (T^{\lambda+1} - (T-t_0)^{\lambda+1}) = P_0$$

Обчислимо математичне сподівання і дисперсію

$$M(t) = \int_0^T t f(t) dt = \frac{T}{\lambda + 2}$$

$$D(t) = M(t^2) - (M(t))^2 = \frac{(\lambda + 1)T^2}{(\lambda + 2)^2(\lambda + 3)}$$

При $l=0$ одержимо відомі [4, с.123] числові характеристики рівномірного розподілу ймовірностей.

Одержані математичні співвідношення можна застосувати для прогнозування ймовірнісних характеристик часу реалізації продукції.

Список літератури

1. Вітлінський, В. В. Моделювання економіки [Текст] : посібник. / В. В. Вітлінський. — К.: КНЕУ, 2005. — 408 с.
2. Гладун, П. П. Управління каналами розподілу продукції, як складова комерційного успіху підприємства [Текст] / П. П. Гладун // Актуальні проблеми економіки, — 2011, — №6. — С. 83–88.
3. Економіка підприємства [Текст] : підручник / за заг. ред. Й. М. Петрович. — Львів: Магнолія 2006, 2007. — 580 с.
4. Єрьоменко, В. О. Теорія ймовірностей [Текст] : навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей / В. О. Єрьоменко, М. І. Шинкарик. — Тернопіль: Економічна думка, 2000. — 176 с.

-
5. Ерьоменко, В. О. Математична статистика [Текст] : навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей / В. О. Ерьоменко, М. І. Шинкарик. — Тернопіль: Економічна думка, 2001. — 246 с.
 6. Мних, М. В. Організація маркетингової політики на підприємстві [Текст] : посібник для студентів вищих навчальних закладів / М. В. Мних. — К.: Знання України, 2004. — 263 с.
 7. Рижаківа, Г. М. Визначення впливу факторів на показник обсягу реалізації продукції (робіт, послуг) малих підприємств сільському, лісовому господарстві та мисливстві України [Текст] / Г. М. Рижаківа // Формування ринкових відносин в Україні. — 2010. — №7. — С. 108-112.
 8. Рижаківа, Г. М. Економічне моделювання формування обсягів реалізації продукції (робіт, послуг) малих підприємств за видом діяльності готелів та ресторанів [Текст] / Г. М. Рижаківа // Формування ринкових відносин в Україні. — 2010. — №8. — С. 79-82.
 9. Рижаківа, Г. М. Прогнозування обсягів реалізації продукції малих підприємств України [Текст] / Г. М. Рижаківа // Формування ринкових відносин в Україні. — 2010. — №6. — С. 143-145.
 10. Рижаківа, Г. М. Моделювання процесу формування обсягів реалізації продукції (робіт, послуг) малих підприємств у промисловості України [Текст] / Г. М. Рижаківа // Інвестиції: практика та досвід. — 2010. — грудень (№23). — С. 62-66.
 11. Рижаківа, Г. М. Економетричні залежності обсягів реалізації продукції малих підприємств у центральному регіоні України [Текст] / Г. М. Рижаківа // Формування ринкових відносин в Україні. — 2010. — №11. — С. 179-185.
 12. Чорна, Л. М. Місце системи реалізації продукції в маркетинговій діяльності підприємств [Текст] / Л. О. Чорна // Економіка та держава. — 2009. — №1. — С. 38-40.

РЕЗЮМЕ

Попина Степан, Мартинюк Олеся

Економико-математический анализ времени реализации продукции с использованием вероятностных характеристик

В качестве вероятностных характеристик времени реализации продукции используются известные распределения вероятностей, а также предложены новые. Рассмотрены ситуации сбыта продукции при длительном и краткосрочном периодах времени. Определены параметры использованных распределений вероятностей.

RESUME

Popina Stepan, Martynyuk Olesya

Economic-mathematical analysis of the time of production with the use of probabilistic characteristics

Well-known probability distributions are used as probabilistic characteristic of production distribution time as well as new ones are suggested. Production distribution situations of long-term and short-term time periods are reviewed. Parameters of used probability distributions are determined.

Стаття надійшла до редакції 10.04.2012 р.