

УДК 658:36.76

А.В. УСОВ<sup>1</sup>, Е.Н. ГОНЧАРЕНКО<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Одесский национальный политехнический университет*

<sup>2</sup>*Одесский государственный экономический университет*

## ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

*Определено понятие экономической устойчивости предприятия, рассмотрены виды устойчивости, факторы, влияющие на устойчивость предприятия. Предлагаются модели исследования траекторий финансового состояния предприятия и отыскания оптимальной постоянной нормы накопления по параметрам однопродуктовой нелинейной макромоделю экономического роста предприятия. Представленные модельные задачи и подходы позволяют определить область сочетания основных экономических параметров, обеспечивающих устойчивое развитие предприятий.*

**Ключевые слова:** *устойчивость предприятия, параметрическая неопределенность, устойчивость движения по Ляпунову.*

Преодоление кризисной ситуации в Украине, рыночная экономика и новые формы хозяйствования ставят ранее не возникавшие проблемы, одной из которых на сегодня является обеспечение экономической стабильности развития. Чтобы обеспечить выживание предприятия в условиях рынка и мирового кризиса, управленческому персоналу требуется оценивать возможные и целесообразные темпы его развития с позиции финансового обеспечения, выявлять доступные источники средств, способствуя тем самым устойчивому положению и развитию хозяйствующих субъектов [1].

Одно из основных препятствий на пути к стабильному экономическому росту – медленный процесс преобразований на уровне предприятий в

связи с неэффективностью системы их управления, низким уровнем ответственности руководителей за последствия принимаемых решений и результаты деятельности, а также в связи с отсутствием достоверной информации об экономическом состоянии предприятия, его финансовой устойчивости, которая является важнейшей характеристикой финансово-экономической деятельности в условиях рынка. Для устранения негативных тенденций экономического развития в целях повышения стабильности деятельности хозяйствующих субъектов необходимо сконцентрировать внимание на обеспечении устойчивого развития предприятия как основного структурного элемента экономической системы.

Устойчивость предприятия – это комплексное понятие, обладающее внешними формами проявления, формирующееся в процессе всей финансово-хозяйственной деятельности, находящееся под влиянием множества различных факторов.

Исследование устойчивости представляет собой целеполагающее свойство финансового анализа, а поиск внутрихозяйственных возможностей, средств и способов ее укрепления определяет характер проведения и содержания анализа. Оценка устойчивости позволяет внешним субъектам анализа определить финансовые возможности предприятия на длительную перспективу, которая связана с его общей финансовой структурой, степенью ее зависимости от кредиторов и инвесторов, а также с условиями, на которых привлечены и обслуживаются внешние источники средств.

Разнообразие факторов, влияющих на устойчивость предприятия, позволяет выделить виды устойчивости в экономическом аспекте (рис. 1).



Рис. 1. Виды устойчивости предприятия в экономическом аспекте

Внутренняя устойчивость предполагает такое состояние предприятия, т.е. состояние структуры производства и предоставления услуг, их

динамика, при котором обеспечивается стабильно высокий результат функционирования. В основе ее достижения лежит принцип активного реагирования на изменение среды хозяйствования.

Внешняя устойчивость обусловлена стабильностью экономической среды, в рамках которой действует предприятие, достигается соответствующей системой управления в масштабах всего государства, т. е. управлением извне.

Организационно-правовая устойчивость предприятия предполагает его функционирование в рамках законодательного и правового поля.

«Унаследованная» устойчивость является результатом наличия определенного запаса финансовой прочности организации, сформированного в течение ряда лет, защищающего ее от случайностей и резких изменений внешних неблагоприятных, дестабилизирующих факторов.

Технико-экономическая устойчивость отражает эффективность инвестиционных проектов, уровень материально-технической оснащенности, организации производства, труда, управления; предполагает движение денежных потоков, которые обеспечивают получение прибыли и позволяют эффективно развивать производство.

Основой финансовой стабильности экономики Украины является финансовая устойчивость предприятия, так как именно она служит залогом выживаемости и основой прочного положения организации.

Финансовая устойчивость – доминирующее свойство финансового анализа. Поиск внутрихозяйственных возможностей, средств и способов ее укрепления определяет характер проведения и содержания анализа. Оценка финансовой устойчивости позволяет внешним субъектам анализа определить финансовые возможности предприятия на длительную перспективу, которая связана с общей финансовой структурой предприятия, степенью ее зависимости от кредиторов и инвесторов, а также с условиями, на которых привлечены и обслуживаются внешние источники средств. Не менее важной является оценка финансовой устойчивости в краткосрочном плане, что связано с ликвидностью баланса и оборотных активов, а также с платежеспособностью предприятия.

Финансовая устойчивость предприятия отражает стабильное превышение доходов над расходами и состояние ресурсов, которое обеспечи-

вает свободное маневрирование денежными средствами предприятия и путем их эффективного использования способствует бесперебойному процессу производства и реализации, расширению и обновлению. Она отражает соотношение собственного и заемного капитала, темпы накопления собственного капитала в результате текущей, инвестиционной и финансовой деятельности, соотношение мобильных и иммобилизованных средств предприятия, достаточное обеспечение запасов собственными источниками.

Финансовая устойчивость – это главный компонент устойчивости предприятия, так как она является характерным индикатором стабильно образующегося превышения доходов над расходами. Определение ее границ относится к числу наиболее важных экономических проблем в условиях рыночной экономики, так как недостаточная финансовая устойчивость может привести к неплатежеспособности предприятия, а избыточная – будет препятствовать развитию, отягощая затраты излишними запасами и резервами. Следовательно, финансовая устойчивость должна характеризоваться таким состоянием финансовых ресурсов, которое, с одной стороны, соответствует требованиям рынка, а с другой стороны – отвечает потребностям развития предприятия. Отсюда сущность финансовой устойчивости определяется эффективным формированием, распределением, использованием финансовых ресурсов, и формы ее проявления могут быть различны.

В условиях параметрической неопределенности устойчивость предприятия можно структурировать в рамках пространства состояний (рис. 2).

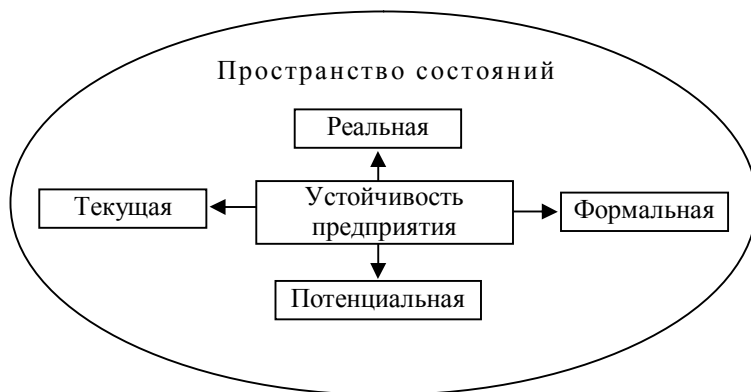


Рис. 2. Устойчивость предприятия в рамках пространства состояний

Текущая устойчивость предприятия определяется на конкретный момент времени, потенциальная – связана с преобразованиями с учетом изменяющихся внешних условий, формальная создается и поддерживается государством, извне, реальная – в условиях конкуренции с учетом возможностей осуществления расширенного воспроизводства.

Предприятие представляет собой сложную систему, состоящую из многих подсистем, поэтому и оценка его устойчивости должна характеризоваться комплексностью подхода, не только в реальном пространстве состояний, но и с использованием моделей экономической устойчивости.

При исследовании экономических систем с помощью моделей, изучение свойств сводится к анализу поведения траекторий модели, имитирующих реальные процессы, протекающие в данной системе. Один из наиболее существенных вопросов при таком анализе заключается в исследовании устойчивости функционирования предприятий.

Для определения большинства понятий устойчивости достаточно использовать евклидово пространство состояний, хотя не представляют труда обобщения на любые метрические пространства состояний. Сначала рассматривается конечномерное евклидово пространство  $R^n$ . Переход к бесконечномерному пространству сопряжен с довольно очевидной трансформацией понятий устойчивости [2].

Для общего определения понятия устойчивости в пространстве  $R^n$  и времени  $t$  назовем два множества: множество (область) начальных состояний  $G_0 \in R^n$  и множество конечных состояний или процессов  $G_k$ .

Множество  $G_k$  в общем случае задается в пространстве  $R^n$  и времени. Элементы множества  $G_k$  обычно удовлетворяют уравнению процесса (движения). Для детерминированных процессов с непрерывным временем это уравнение типа

$$\dot{x} = f(x, t), \quad (1)$$

где  $x$  – вектор экономического состояния предприятия,  $t$  – координаты времени.

При решении задач устойчивости развития предприятия может рассматриваться устойчивость по отношению к начальному функциональному состоянию.

Так, если уравнение (1) имеет решение  $\dot{x} = 0$  и рассматривается устойчивость этого состояния равновесия, то множество  $G_k$  состоит из одной единственной точки – начала координат. Здесь имеет место нулевая размерность области конечных состояний. На рис. 3, а множество  $G_k$ , состоящее из одной точки, находится внутри области  $G_0$ , что является наиболее характерным случаем. На рис. 3, б эта точка находится вне области  $G_0$ .

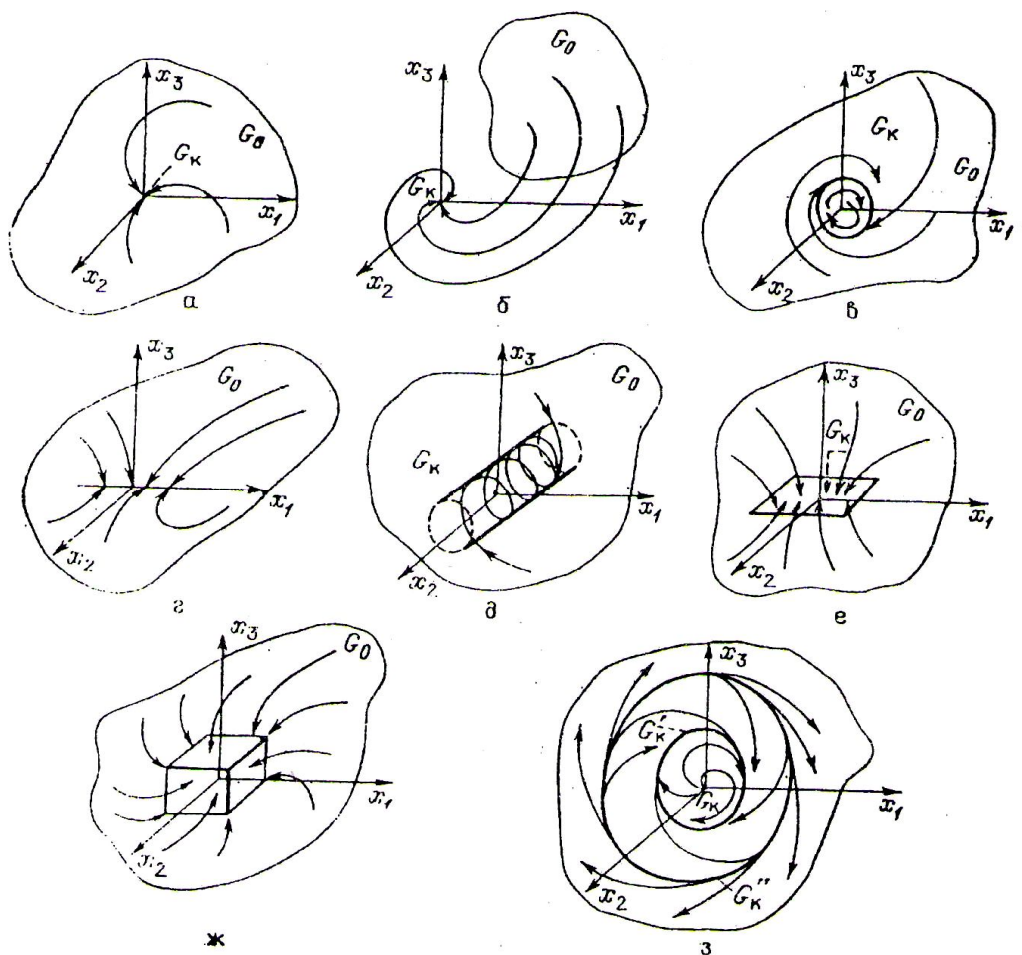


Рис. 3. Иллюстрация понятий устойчивости

Если множество  $G_k$  представляет собой одну из траекторий, удовлетворяющих уравнению системы (1) и имеющих параметрическое представление  $x(\theta)$  (параметром  $\theta$  может служить время  $t$ ), то размерность  $G_k$  равна единице. Этот случай, весьма распространенный, иллюстрирует-

ся рис. 3, в, г. Движение по указанной траектории называется невозмущенным движением. В предыдущем примере точку  $G_k$  можно рассматривать как частный случай невозмущенного движения. Рис. 3, в иллюстрирует случай, когда невозмущенным движением являются автоколебания, траектория которых именуется предельным циклом. Автоколебания, как известно, могут существовать в нелинейных системах, как с гладкими, так и с разрывными функциями  $f(x, t)$ .

На рис. 3, г представлен случай, когда множество  $G_k$  представляет собой отрезок прямой в пространстве состояний. Подобные случаи обычно не рассматриваются в классической качественной теории дифференциальных уравнений, так как здесь само уравнение (1) заведомо не удовлетворяет условию существования и единственности решения Липшица. Эти случаи, связанные, в частности, с так называемыми скользящими режимами, могут иметь место, когда функция  $f$  является разрывной или определена в соприкасающихся областях пространства состояний с доопределением поведения решений на границах областей.

В качестве множества  $G_k$  может фигурировать поверхность любой размерности  $p < n$ , на которой лежат траектории, соответствующие решениям исходного уравнения (1). Уравнение поверхности может иметь вид

$$F(x, t) = \text{const}, \quad (2)$$

где размерность векторной функции  $F$  меньше  $n$ . В качестве поверхностей (2) могут фигурировать цилиндры (рис. 3, д), торы и любые другие поверхности. Для разрывных и негладких функций  $f$  поверхность скользящих режимов (2) может иметь вид гиперплоскости или даже участка гиперплоскости (рис. 3, е). Наконец, для систем специального вида, в частности экономических систем, в которых функция  $f$  обращается в нуль в области  $G_k$  размерности  $n$ , множества  $G_k$  представляет поверхность полноразмерной области в пространстве состояний. Соответствующий случай иллюстрирует рис. 3, ж. Множество  $G_k$  будем называть множеством невозмущенных состояний или множеством невозмущенных движений (процессов), множество  $G_0$  – областью притяжения (при наличии устойчивости). Одна система может иметь несколько множеств невозмущенных движений и соответствующих областей притяжения. Классиче-

ским примером является автоколебательная система с несколькими предельными циклами. Так, на рис. 3, з одно невозмущенное состояние  $G_k$  представлено началом координат. Два других невозмущенных движения соответствуют предельным циклам  $G'_k$ ,  $G''_k$  (что характерно для систем, имеющих разветвленную сеть контрагентов).

Множество невозмущенных состояний (движений)  $G_k$  называется асимптотически устойчивым с областью притяжения  $G_0$ , если всякое движение, начавшееся в  $G_0$ , в силу уравнений (законов) динамической системы приходит в сколь угодно малую окрестность  $G_k$  с течением времени.

Сколь угодно малая окрестность области  $G_k$  понимается в смысле сколь угодно малого расстояния всех точек этой окрестности до границ области  $G_k$  в метрическом (евклидовом) пространстве состояний.

Если хотя бы одно движение, начавшееся в  $G_k$  или в его сколь угодно малой окрестности, с течением времени в силу уравнений (законов) динамической системы выходит за пределы некоторой окрестности множества  $G_k$ , то множество состояний (движений)  $G_k$  называется неустойчивым.

Как видно из предыдущего, обычно элементами множества  $G_k$  являются процессы, движения или состояния, удовлетворяющие уравнениям свободного движения системы. Поэтому можно говорить об устойчивости невозмущенного движения.

Предприятие как динамическая система (1), где обобщенная функция  $f$ , характеризующая экономическое состояние предприятия, явным образом зависит от времени  $t$ , в классической теории называется неавтономной, а в теории управления – нестационарной. Соответственно система  $\dot{x} = f(x)$  называется автономной или стационарной. Обозначим невозмущенное движение индексом "0" сверху. Для случая (1) по определению

$$\dot{x}^0 = f(x^0(t), t). \quad (3)$$

Вычитая (3) из (1) и вводя обозначение  $\Delta x(t) = x(t) - x^0(t)$ , получаем

$$\Delta \dot{x}^0 = f(x(t), t) - f(x^0(t), t) = f(x^0(t) + \Delta x, t) - f(x^0(t), t) = X(\Delta x, t). \quad (4)$$

Уравнение (4) называется уравнением в отклонениях или уравнением возмущенного движения.



## Уравнение

$$\Delta \dot{x} = X(\Delta x, t) \quad (5)$$

имеет нулевое решение  $\Delta x = 0$ . Путем введения уравнения в отклонения задача об устойчивости невозмущенного движения трансформируется в задачу об устойчивости состояния равновесия  $\Delta x = 0$  (устойчивости нулевого решения). Заметим, что, за исключением специальных случаев ( $x^0 = \text{const}$  или  $f$  – линейная, не зависящая явно от времени функция), уравнение в отклонениях (5) является нестационарным (неавтономным), даже если исходная система стационарна, т.е. имеет вид (4).

Обозначим норму вектора  $\Delta x$  через  $\|\Delta x\|$  и допустим, что в начальный фиксированный момент времени вектор  $\Delta x(t_0)$  принадлежит некоторой области  $G_{0\Delta x}$  пространства отклонений. Невозмущенное движение  $x^0(t)$  называется асимптотически протягивающим с областью притяжения в отклонениях  $G_{0\Delta x}$  если при любом  $\Delta x(t) \in G_{0\Delta x}$  в силу уравнения (5)  $\|\Delta x(t)\| \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ .

Определим устойчивость невозмущенного движения в смысле Ляпунова. Невозмущенное движение  $x^0(t)$  называется устойчивым по Ляпунову, если для любого положительного числа  $\varepsilon$ , как бы мало оно ни было, можно указать положительное число  $\delta$ , такое, что из неравенства  $\|\Delta x(t_0)\| \leq \delta$  следует при  $t > t_0$  неравенство  $\|\Delta x(t)\| \rightarrow \varepsilon$ . Здесь  $t_0$  – фиксированный начальный момент времени.

Устойчивость по Ляпунову является, вообще говоря, локальной устойчивостью, устойчивостью в малом. Этот вид устойчивости иллюстрирует рис. 4. На рис. 4, а изображена трубка траекторий в окрестности невозмущенного движения  $x^0(t)$  и сферические окрестности этого движения в отдельные моменты времени. Показана также область начальных отклонений с радиусом  $\delta$ . На рис. 4, а представлен случай, когда  $\delta < \varepsilon$ .

Устойчивость по Ляпунову здесь означает, что как бы ни были узки трубка и сферическая окрестность невозмущенного движения, возмущенное движение, начавшееся в окрестности  $\delta$ , равной или меньшей окрестности  $\varepsilon$ , будет оставаться в указанной трубке и окрестности  $\varepsilon$ .

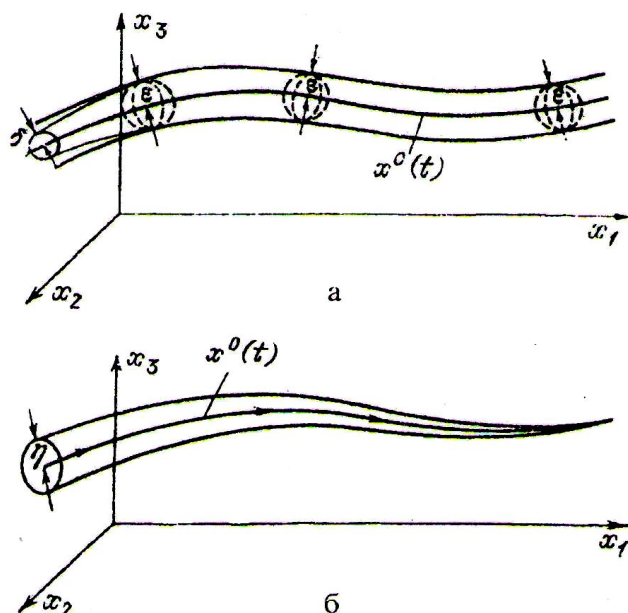


Рис. 4. Иллюстрации понятия устойчивости движения по Ляпунову

Понятию неасимптотической устойчивости в классической теории соответствует понятие нейтральности в инженерном представлении. Так, например, система  $\dot{x} = 0$ , явно нейтральная в инженерном понимании, является устойчивой неасимптотически в указанном выше смысле.

Определим понятие асимптотической устойчивости невозмущенного движения по Ляпунову. Движение  $x^0(t)$  называется асимптотически устойчивым в смысле Ляпунова, если оно устойчиво по Ляпунову и если существует такое положительное число  $\eta$ , что при  $\|\Delta x(t)\| < \eta$  имеет место  $\|\Delta x(t)\| \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . Понятие асимптотической устойчивости в смысле Ляпунова поясняет рис. 4, б. Здесь существует такая окрестность  $\eta$  начального состояния  $x^0(t)$  невозмущенного движения (вообще говоря, сколь угодно малая), что все движения, начавшиеся в этой окрестности, стремятся с течением времени к  $x^0(t)$ .

Известно, что стремление к пределу может быть равномерным и неравномерным по отношению к тому или иному параметру. Если равномерность стремления к пределу имеет место по отношению к  $t_0$ , то асим-

$$\begin{aligned} x_1 &= f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n); \\ x_2 &= f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n); \\ &\vdots \\ x_n &= f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n). \end{aligned} \quad (6)$$

Пусть  $\bar{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$  – изучаемая нами траектория системы (6), являющаяся ее решением с начальными условиями

$$x_1(0) = x_{01}, \dots, x_n(0) = x_{0n}. \quad (7)$$

Рассмотрим наряду с этой траекторией траекторию  $x_1(t), \dots, x_n(t)$ , определяемую начальными условиями

$$\bar{x}_1(0) = \bar{x}_{01}, \dots, \bar{x}_n(0) = \bar{x}_{0n}. \quad (8)$$

Будем называть траекторию  $\bar{x}(t)$  устойчивой, если для любого наперед заданного числа  $\varepsilon > 0$  можно по добрать такое число,  $\delta > 0$ , что из  $|x_{0i} - \bar{x}_{0i}| < \delta, i = \overline{1, n}$ , следует  $|x_i(t) - \bar{x}_i(t)| < \varepsilon, i = \overline{1, n}$ , при всех значениях  $t \in [0, \infty]$ .

Задача (6) – (8) позволяет провести исследование траектории развития предприятия и устойчивости его финансового состояния по параметрам, определяемым коэффициентами системы (6).

Представленные модельные задачи и подходы позволяют определить область сочетания основных экономических параметров, обеспечивающих устойчивое развитие предприятий.

## Литература

1. Грант Р.М. Современный стратегический анализ / Р.М. Грант. – Спб.: Питер, 2008. – 560 с.
2. Усов А.В. Моделирование систем с распределенными параметрами: моногр. / А.В. Усов, А.Н. Дубов, Д.В. Дмитришин. – Одесса: Астропринт, 2002. – 664 с.
3. Основы оптимального управления / В.Ф. Кротов, Б.А. Лагоша, С.М. Лобанов, Н.И. Данилина и др. – М.: Высш. шк., 1990. – 430 с.

**Рецензент:** д-р. эконом. наук, проф., директор А.Н. Кизим, Научно-исследовательский центр индустриальных проблем развития НАН Украины, Харьков.

## ДОСЛІДЖЕННЯ МОДЕЛЕЙ ЕКОНОМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВ В УМОВАХ ПАРАМЕТРИЧНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

*А.В. Усов, О.М. Гончаренко*

Визначено поняття економічної стійкості підприємства, розглянуті види стійкості, фактори, що впливають на стійкість підприємства. Пропонуються моделі дослідження траєкторій фінансового стану підприємства і пошуку оптимальної постійної норми накопичення за параметрами однопродуктової нелінійної макромоделі економічного зростання підприємства. Модельні завдання та підходи, які представлені, дозволяють визначити область поєднання основних економічних параметрів, що забезпечують стійкий розвиток підприємств.

**Ключові слова:** стійкість підприємства, параметрична невизначеність, стійкість руху по Ляпунову.

## THE RESEARCH OF ECONOMIC STABILITY MODELS OF COMPANIES FUNCTIONING UNDER PARAMETRIC UNCERTAINTY

*A.V. Usov, E.N. Goncharenko*

The concept of economic sustainability of the enterprise, types of sustainability, factors affecting the sustainability of the enterprise were determined. The models of study of the trajectories of the financial condition of the enterprise and finding the optimal constant accumulation rate according to the parameters of single-commodity nonlinear macromodel of economic growth of the enterprise were offered. The presented model problems and approaches can determine the area of combining the basic economic parameters providing the sustainable development of enterprises.

**Key words:** stability of the enterprise, parametric uncertainty, the stability of motion by Lyapunov.

**Усов Анатолий Васильевич** – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой высшей математики и моделирования систем Одесского национального политехнического университета, Лауреат государственной премии Украины в области науки и техники, Одесса, e-mail: usov-a-v@mbei.org.ua.

**Гончаренко Елена Николаевна** – канд. экон. наук, докторант Одесского национального экономического университета, кафедра менеджмента, Одесса.