

**Данные об авторе**

**Иванченко Денис Игоревич,**

аспирант, КНЭУ имени Вадима Гетьмана  
denys.ivanchenko93@gmail.com

**Data about the author**

**Denis Ivanchenko,**

Post-graduate student, KNEU named after V. Hetman  
denys.ivanchenko93@gmail.com

УДК 331.519.7

<http://doi.org/10.5281/zenodo.3526648>

ЧУБУКОВА О.Ю.

## **Економіко–математичне моделювання – інструмент формування сучасної економіки**

*У статті розглядаються питання розробки моделей соціально–економічних об'єктів і процесів на основі використання економіко–математичних методів. Розглянуто систему моделей, основні етапи моделювання економічних задач, наведено приклад оптимізаційної моделі, її виробничих функцій.*

**Ключові слова:** економіко–математичне моделювання, макроекономічні моделі, мікроекономічні моделі, оптимізаційні моделі, економічне зростання.

ЧУБУКОВА О.Ю.

## **Экономико–математическое моделирование – инструмент формирования современной экономики**

*В статье рассматриваются вопросы разработки моделей социально–экономических объектов и процессов на основе использования экономико–математических методов. Рассмотрено систему моделей, основные этапы моделирования экономических задач, приведен пример оптимизационной модели, ее производственных функций.*

**Ключевые слова:** экономико–математическое моделирование, макроэкономические модели, микроэкономические модели, оптимизационные модели, экономический рост.

CHUBUKOVA O.Yu.

## **Economic and mathematical modeling – a tool for the formation of a modern economy**

*The article deals with the development of models of socio–economic objects and processes based on the use of economic and mathematical methods. It is considered the system of models, the main stages of modeling economic tasks and is given the example of the optimization model, its production functions.*

**Key words:** economic and mathematical modeling, macroeconomic models, microeconomic models, optimization models, economic growth.

**Постановка проблеми.** Сучасна економіка невід'ємна від процесів планування, регулювання, управління і прогнозування виробничих і технологічних процесів.

У зв'язку з цим актуальні розробки і застосування економіко–математичних методів і моделей для вирішення виникаючих виробничо–господарських завдань, визначення та вибору варіантів економічного розвитку, забезпечення оптимального розподілу ресурсів для виконання окремих комплексів робіт.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Використання математичних методів в економіці отримало реальний розвиток вже в кінці XIV століття. Так, в 1494 році відомий італійський математик

Лука Пачолі запропонував науковий метод подвійного запису для реєстрації даних взаємних розрахунків між торговцями товарами, що стало прототипом сьогоденного бухгалтерського обліку[2].

Засновник класичної школи політекономії Вільям Петті в середині сімнадцятого століття в своєму науковому трактаті «Політична арифметика» висловлював думки на мові чисел, ваг, заходів.

У 1758 р французький вчений Ф. Кене в формі економіко–математичної моделі створив «Економічну таблицю» відображає процес відтворення суспільного продукту як єдине ціле.

Французький економіст–математик О. Курно в 1838 році в роботі «Дослідження математичних принципів багатства» застосував математич–

ні методи при дослідженні економічних процесів і, на основі кількісних вимірів, сформулював закон попиту.

Починаючи з 20-го століття методи математичного моделювання отримали ще більше застосування. З їх використанням пов'язані практично всі роботи, удостоєні Нобелівської премії з економіки (Д. Хікс, Р. Солоу, В. Леонтьєв, П. Самуельсон).

Одне з перших моделювань на комп'ютері, проведене в Массачусетському інституті, показало, що виснаження природних ресурсів викличе в першій половині 21 століття уповільнення зростання промисловості і сільського господарства, потім різке падіння чисельності населення і в кінцевому підсумку екологічну катастрофу. Але використання методу моделювання, дозволило і спрогнозувати певні тенденції соціально-економічного розвитку суспільства. Так, за умови, що суспільство зможе знайти варіант ефективної охорони природи, буде забезпечено зростання населення, промисловості та сільськогосподарської продукції. Такий процес буде розвиватися до тих пір, поки не вичерпаються резерви орної землі, що, в свою чергу, призведе до нової катастрофи [1].

Постановка завдання. Виходячи з отриманих знань автор пропонує розглянути варіант глобальної рівноваги на землі, пов'язаний зі стабілізацією чисельності населення планети і виробництва на сучасному рівні, розглядаючи методи оптимізації процесів виробництва, обміну, розподілу та споживання економічних благ.

Виклад основного матеріалу. Сучасна економічна теорія на мікро- і на макрорівні, включає як природний, необхідний елемент математичні моделі і методи. Так економістом Лі Якокка в науковій роботі «Кар'єра менеджера» пропонується модель бізнесу: люди – продукт – прибуток [5]. По-новому вчені і практики сприймають відому модель К. Маркса: гроші – товар – гроші, яка в сучасних умовах господарювання набула особливого значення.

Економіко-математичні методи дозволяють проводити експерименти з економікою. У сучасних умовах навіть досвідчений керівник не завжди виявляється в змозі виявити і об'єктивно зіставити переваги і недоліки різних варіантів рішень, тому управління з використанням моделей може знизити рівень негативних наслідків. Рішення задач на моделях дешевше, оскільки відносно невеликі витрати на моделювання дозволяють імітувати «економічні бурі» при явній економії коштів.

У найпростішому варіанті поняття «модель» можна пов'язати з поданням будь-якої копії, що повторює оригінал в зменшеному або збільшеному вигляді зі збереженням пропорцій, наприклад, будинки, мости, вежі, літака і т.д. Такі моделі називаються макетами.

Вся сукупність дій, пов'язаних з побудовою, аналізом та іншими операціями, проведеними за допомогою моделей називається моделюванням, а математичним моделюванням називається сукупність співвідношень – рівнянь, нерівностей, логічних умов, операторів, графіків, які визначають характеристики станів об'єкта моделювання [2].

Математичне моделювання, як правило, враховує лише ті властивості об'єкта, які відображають, визначають і становлять інтерес з точки зору цілей і завдань конкретного дослідження. Отже, в залежності від цілей моделювання, при розгляді одного й того ж об'єкта з різних точок зору і в різних аспектах, можна створити систему математичних моделей, що застосовуються для моніторингу, якісного дослідження соціотехнічного і економічного об'єкта на макро- і мікрорівні розвитку суспільства, а також прийняття управлінських рішень щодо його ефективного функціонування. Така система включає:

- макроекономічні моделі, які описують економіку країни як єдине ціле, пов'язуючи між собою укрупнені матеріальні і фінансові показники: ВВП, інвестиції, зайнятість, бюджет, інфляцію, ціноутворення;
- мікроекономічні моделі, які описують взаємодію структурних і функціональних складових економіки або їх автономна поведінка в ринковому середовищі;
- теоретичні моделі, що дозволяють вивчати загальні властивості економіки та її характерні елементи, в результаті чого можна отримати висновки з формальних передумов;
- прикладні моделі, що дають можливість оцінити параметри функціонування конкретного економічного об'єкта і сформулювати рекомендації для прийняття практичних рішень;
- оптимізаційні моделі, які в основному пов'язані з мікрорівнем (оптимізація при розподілі ресурсів, максимізація корисності споживачем або прибутку підприємством та т. д.);
- статичні моделі, які описують стан економічного об'єкта в конкретний поточний момент або період часу;

- детерміновані моделі, що досліджують жорсткі функціональні зв'язки між змінними моделі;
- стохастичні моделі, що допускають наявність випадкових впливів на досліджувані показники [2].

Використання системи названих моделей має свій особливий алгоритм економіко-математичного моделювання. Цей процес починається з першого етапу – з визначення основної стратегічної задачі (задуму), що дозволяє сформулювати цілі і завдання, провести кількісно-якісний опис стану об'єкта дослідження, визначити тенденції його ефективного розвитку з урахуванням можливих ризиків і соціально-економічних перешкод.

При постановці завдання враховуються тільки істотні фактори та оптимальні значення, яких необхідно визначити. Вони поділяються на некеровані (обмеження) і керовані. Тому на початку побудови моделі розвитку об'єкта дослідження необхідно встановити, значеннями яких характеристик або змінних можна варіювати, ігноруючи при цьому постійні фактори, оскільки без їх урахування рішення можуть бути помилковими.

За своїм контекстом економіко-математичні задачі діляться на такі класи:

- завдання мережевого планування і управління. Ці завдання включають дії по знаходженню мінімальної тривалості комплексу операцій, оптимального співвідношення величин вартості і строків їх виконання;
- задачі масового обслуговування. Визначають показники ефективності роботи систем, їх оптимальні характеристики, наприклад число каналів обслуговування або часу обслуговування і т.д.
- завдання управління запасами. Присвячені відшукуванню оптимальних значень рівня запасів (точки замовлення) і розміру замовлень. Особливість таких завдань полягає в тому, що зі збільшенням рівня запасів, з одного боку, збільшуються витрати на їх зберігання, але з іншого боку, зменшуються втрати внаслідок можливого дефіциту продукту, що запасується;
- завдання розподілу ресурсів. Розглядають оптимальний розподіл ресурсів між операціями або сукупністю операцій;
- завдання ремонту і заміни обладнання. Зводяться до визначення оптимальних термінів, числа профілактичних ремонтів і перевірок, а також часом модернізації обладнання;
- завдання складання розкладу (календарного планування) полягають у визначенні оптимальної черговості виконання операцій;

- завдання планування і розміщення полягають у визначенні оптимального числа місця розміщення нових об'єктів з урахуванням їх взаємодії з існуючими об'єктами та між собою;

- завдання вибору маршруту, полягають у визначенні найбільш економічно доцільних маршрутів;
- завдання прийняття оптимальних рішень в конфліктних ситуаціях [4].

На другому етапі визначаються методи рішення, будується математична модель досліджуваного об'єкта. Для вирішення поставлених завдань служать математичні методи диференціювання, інтегрування, теорії ігор і статистичних рішень, лінійного та нелінійного програмування, мережевого планування і управління, теорії ймовірностей, статистики, кореляційного аналізу, теорії масового обслуговування.

Далі перевіряється адекватність моделі на основі правильності отриманих результатів і оцінюється їх стійкість.

На третьому етапі економіко-математичного моделювання проводиться дослідження за моделлю, реалізованої у вигляді комп'ютерної програми. Тут проводяться розрахунки, обробляються і аналізуються отримані результати і, нарешті, приймається остаточне управлінське рішення.

Математичні моделі в економіці розробляються для кращого розуміння об'єктивної реальності, вироблення оптимального варіанта дій, вибору оптимального рішення в практичній діяльності.

На доказ викладеного пропонується розглянути реальну задачу.

Є підприємство, що випускає кілька видів продукції.

У процесі виробництва використовуються три види ресурсів: обладнання, робоча сила, сировина. Ці ресурси однорідні, кількість їх в заданому виробничому циклі постійна. Задані витрати кожного з ресурсів на виробництво одиниці продукції кожного виду. Задані ціни продуктів. Потрібно визначити обсяг виробництва з метою максимізації вартості виробленої продукції (або в припущенні, що вся вона знайде збут на ринку – максимізації загальної виручки від реалізації).

У задачі задані екзогенні змінні (ті, які задаються поза моделлю, тобто відомі заздалегідь):  $K$  – кількість обладнання;  $L$  – кількість робочої сили;  $R$  – кількість сировини [3].

Задані параметри-коефіцієнти витрати на одиницю  $i$ -ої продукції відповідно. Ціни продуктів – теж відомі.

Введемо ендogenous змінні – ті, які визначаються в ході розрахунків за моделлю і не задаються ззовні. У нашому прикладі це невідомі обсяги виробництва продукції кожного  $i$ -го виду.

Сукупність усіх варіантів виробництва забезпечених наявними ресурсами показана формулою 1:

$$\begin{aligned} k_1x_1 + k_2x_2 + \dots + k_nx_n &\leq K & \sum_i k_ix_i &\leq K \\ l_1x_1 + l_2x_2 + \dots + l_nx_n &\leq L & \text{або } \sum_i l_ix_i &\leq L \\ r_1x_1 + r_2x_2 + \dots + r_nx_n &\leq R & \sum_i r_ix_i &\leq R \end{aligned} \quad (1)$$

До цих обмежень по ресурсах додамо вимогу невід'ємності змінних, тобто  $x_i \geq 0$ .

Якби якийсь ресурс потрібно було витратити повністю (наприклад, повністю зайняти робочу силу), то відповідна нерівність перетворилася б у рівняння. Це звузило б допустиму множину рішень і можливо виключило б початкове найкраще рішення. Так як дана модель є оптимізаційною, то потрібна цільова функція (тобто величина, яка максимізується або мінімізується):

$$\begin{aligned} p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n &\rightarrow \max \\ \text{або } \sum_i p_ix_i &\rightarrow \max \end{aligned} \quad (2)$$

Отримані нерівності і цільова функція – сукупність, яка представляє собою економіко-математичну модель задачі, рішення якої здійснюється методами лінійного програмування.

Моделювання економічних процесів пов'язано з побудовою спеціальних моделей, так званих виробничих функцій і функцій споживання.

Мікроекономічні виробничі функції використовуються для опису взаємозв'язку між величиною витрачається або використовуваного ресурсу  $x$  протягом певного часу і випуском продукції  $y$ , які здійснюються конкретним суб'єктом господарювання:

$$y = f(x_1; x_2; \dots; x_n) \quad (3)$$

Макроекономічні виробничі функції можна використовувати для опису взаємозв'язків між річними витратами праці в масштабі регіону або країни і річним кінцевим випуском продукції (або доходу) цього регіону або країни в цілому, а також для вирішення завдань аналізу, планування і прогнозування [4].

Найбільш типовими виробничими функціями є статичні моделі, виду:

$$y = a_0 \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i} \quad (4)$$

Одним з варіантів цієї моделі є виробнича функція Кобба–Дугласа:

$$y = a_0 x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}, \quad (5)$$

де:  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  – параметри виробничої функції, які є додатними і постійними, причому  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ .

У практичних застосуваннях  $x_1$  зазвичай дорівнює обсягу використовуваного основного капіталу чи обсягу використовуваних основних фондів  $x_1 = K$ ;  $x_2 = L$  – це витрати живої праці:

$$y = \alpha_0 K^{\alpha_1} L^{\alpha_2} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{y}{L} &= \alpha_0 \frac{K^{\alpha_1} L^{\alpha_2}}{L} = \alpha_0 \frac{K^{\alpha_1}}{L^{1-\alpha_2}} = \\ &= \alpha_0 \frac{K^{\alpha_1}}{L^{\alpha_1}} = \alpha_0 \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha_1} \end{aligned} \quad \text{– продуктивність праці;}$$

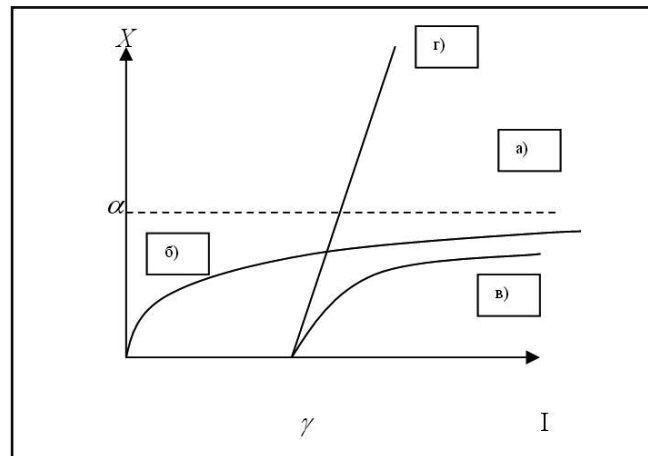
ці; (7)

$$\frac{y}{K} \quad \text{– продуктивність капіталу або капіталовіддача;}$$

$$\frac{K}{y} \quad \text{– капіталоемність;}$$

$$\frac{L}{y} \quad \text{– трудомісткість випуску продукції.}$$

Шведський економіст Л. Торнквіст запропонував чотири види однофакторних моделей зв'язку між величиною попиту споживачів  $X$  і величиною доходу  $I$  (див. рисунок):



**Графік залежності між величиною попиту споживачів і величиною доходу**

а) малоцінні товари:

$$x = \frac{\alpha I (1 + \beta)}{I^2 + \gamma} \quad (8)$$

б) товари першої необхідності:

$$x = \frac{\alpha I}{I + \beta} \quad (9)$$

в) товари другої необхідності (відносної розкоші):

$$x = \frac{\alpha (I - \gamma)}{I + \beta} \quad (10)$$

г) предмети розкоші:

$$x = \frac{\alpha(I - \gamma)}{I + \beta} \quad (11)$$

Таким чином, ця модель демонструє залежність між доходом споживачів та їх попитом на певні групи товарів.

Застосовування таких моделей комплексно може надати необхідну інформацію для оптимізації процесів управління як економікою в цілому, так і приватним бізнесом або підприємством. Єдине, що потрібно для застосування такого інструментарію – це джерело адекватної, повної і достовірної інформації для формування вхідних параметрів моделей.

### Висновки

Використання методу економіко-математичного моделювання дозволяє оцінити ситуацію поточної ситуації розвитку об'єкта дослідження, розробити наукові підходи подальшого ефективного розвитку як окремо взятого соціотехнічного або економічного об'єкту розвитку, так і економіки країни в цілому. Враховуючи основні фактори економічного зростання в економіко-математичних моделях, можливо сформулювати загальні принципи та важелі управління економічною системою та проаналізувати взаємозв'язки та взаємовпливи між структурними елементами економічних об'єктів та систем. Такий інструментарій дозволяє систематизувати та оцінити процес соціально-економічного розвитку як країни в цілому, так і окремих її об'єктів. Оцінка та аналіз процесів соціально-економічного розвитку за допомогою інструментарію моделювання може сприяти знаходженню превентивних заходів та механізмів боротьби із кризовими явищами, які супроводжують екстенсивний підхід до виробництва, та забезпечити підґрунтя для сталого розвитку глобальної економіки.

### Список використаних джерел

1. Арсеньев Ю. Н., Минаев В. С. Управление рисками. – М.: Высшая школа, 1997. – 388 с.
2. Крушевский А. В., Швецов К. И. Математическое программирование и моделирование в экономике – Киев.: Выща школа, 1979. – 158 с.

3. Первозванский А. А., Первозванская Т. Н. Финансовый рынок: расчеты и риск. – М.: Инфра, 1994. – 200 с.

4. Фомин Г. П. Методы и модели линейного программирования в коммерческой деятельности: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 356 с.

5. Якокка Лі. Кар'єра менеджера – Мінськ: Попурі, 2001. – 416 с.

### References

1. Arseniev U., Minaev V. (1997) Risk management. Vyschaja schkola, Moscow, Russia.
2. Krushevskii A., Shvetsov K. (1979) Mathematical programming and modeling in economics. Vyschaja schkola, Kyiv, Ukraine.
3. Pervozvanskii A., Pervozvanskaya T. (1994) Financial market: calculations and risk. Infra, Moscow, Russia.
4. Fomin G. (2000) Methods and models of linear programming in the commercial activity. Finansy i statistika: tutorial. Moscow, Russia.
5. Iacocca Lee (2001) The career of the manager. Popuri, Minsk, Belarus.

### Дані про автора

**Чубукова Ольга Юрївна,**

д.е.н., професор, завідувач кафедри економічної кібернетики та маркетингу, Київський національний університет технологій та дизайну  
email: eckib\_knutd@ukr.net

### Данные об авторе

**Чубукова Ольга Юрьевна,**

д.э.н., профессор, заведующая кафедры экономической кибернетики и маркетинга, Киевский национальный университет технологий и дизайна  
email: eckib\_knutd@ukr.net

### Data about the author

**Olga Chubukova,**

Doctor of Economics, Academician of the Academy of Economic Sciences of Ukraine, Professor, Head of Department of Economic Cybernetics and Marketing, Kyiv National University of Technologies and Design  
e-mail: eckib\_knutd@ukr.net