

УДК 539.424

DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/2521-1943.2018.82.127123>

Кинетика накопления повреждений и критерий предельного состояния конструкционных материалов

Д.К. Фам • А.Н. Бабак • В.В. Коваль

КПИ им. Игоря Сикорского, г. Киев, Украина

Received: 27 February 2018 /Accepted: 01 March 2018

Аннотация. В данной работе проанализированы современные методы оценки параметра поврежденности металлических конструкционных материалов представленного в виде скалярной величины. Разработаны модель для описания кинетики накопления рассеянных повреждений и критерий предельного состояния для случая простого растяжения, основанный на модернизированном подходе, предложенным Н. Вопога. На основании энергетических подходов и подходов, которые принимают во внимание уменьшение модуля упругости первого рода для конструкционных материалов Д16Т, ВТ22, Сталь 45, 30ХГСА, 12Х18Н10Т, 07Х16Н6, 15ХСНД, 18Х2Н4ВА, и АМз2 были получены кривые накопления повреждений в случае простого растяжения. Предложенная модель и критерий были экспериментально проверены, оценена погрешность полученных расчетных и экспериментальных данных.

Ключевые слова: повреждаемость, кинетика накопления повреждений, конструкционные материалы, испытание на растяжение, критерий предельного состояния.

Введение

Разработка обобщенных моделей теории пластичности и критериев разрушения на стадии зарождения макротрещины предусматривает учет основных термо-силовых параметров упруго-пластического нагружения (деформации) и формирование соответствующих гипотез, которые должны связывать кинетику процесса деформирования и накопления повреждений с типом разрушения, а также критериев разрушения, которые связывают на этой стадии параметры напряженно-деформированного состояния и степень повреждаемости.

Формирование соответствующих уравнений и критериев разрушения на стадий зарождения макротрещины должно опираться на современное представление физики твердого тела о микро- и субмикроскопические механизмы пластических деформаций и накопления повреждений в конструкционных материалах [1, 2].

Необходимость комплексного подхода к проблеме прочности вытекает из тесной взаимосвязи между процессами упруго-пластического деформирования и микроразрушения. Процесс накопления повреждений определяется историей термо-силового нагружения и проходит несколько стадий. Для инженерных расчетов наиболее практичным является феноменологическое описание названных процессов. Однако на сегодня пока остаются не конкретизированными основные параметры кинетических уравнений повреждаемости от вида напряженного состояния, характера разрушения и истории нагружения (деформирования). Базовым для этого является установление основных закономерностей накопления повреждений и разрушения конструкционных материалов для условий одноосного напряженного состояния.

Цель работы

Целью данной работы является анализ существующих современных подходов к определению кинетики накопления рассеянных повреждений, разработка новой феноменологической модели накопления повреждений и критерия предельного состояния для металлических конструкционных материалов.

Подходы к определению кинетики накопления повреждаемости и критериев предельного состояния

✉ Д.К. Фам
famquan1992@gmail.com

✉ А.Н. Бабак
sopromat_dpm@ukr.net

✉ В.В. Коваль
department_5@ukr.net

На основании гипотезы о эквивалентности деформаций [3] Ж. Леметром было предложено в качестве параметра поврежденности принять величину, которая определяется путем оценки изменения модуля упругости в процессе упруго-пластического деформирования металлического материала, в виде:

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E_0} \quad (1)$$

где E_0, \tilde{E} – начальный модуль упругости и текущий модуль упругости поврежденного конструкционного материала, соответственно.

В работе [4], используя постулат о эквивалентности прироста упругой энергии, была предложена зависимость (2), которая может быть применена для определения кинетики накопления повреждений. Данным постулатом утверждается, что прирост упругой энергии, полученный вследствие прироста условных напряжений σ и $\sigma + d\sigma$ эквивалентен приросту упругой энергии от действия действительных напряжений $\tilde{\sigma}$ и $\tilde{\sigma} + d\tilde{\sigma}$, что дает возможность для случая простого растяжения записать параметр поврежденности в виде:

$$D = -\frac{1}{2} \ln \frac{\tilde{E}}{E_0}, \quad (2)$$

Дальнейшее развитие теории эквивалентности энергий при упруго-пластическом деформировании материала нашло свое отображение в работе [5]. В данной работе автор использует гипотезу, аналогичную приведенной работе [2], однако вместо эквивалентности прироста упругой энергии, была рассмотрена эквивалентность полной упругой энергии материала. В этом случае параметр поврежденности может быть представлен в виде:

$$D = 1 - \sqrt{\frac{\tilde{E}}{E_0}} \quad (3)$$

В работе [6] отмечено, что при разрушении материала величина энтропии достигает своей максимальной величины. Исходя из этого было предложено определять параметр поврежденности как соотношение текущей величины энтропии S_i к максимальной величины S_R для заданного конструкционного материала:

$$D = \frac{S_i}{S_R}. \quad (4)$$

Для произвольного момента времени величина энтропии равна:

$$S_i = \frac{F_i}{T} \quad (5)$$

где F_i – механическая работа, необходимая для появления и накопления рассеянных повреждений, T – температура.

Так как во время экспериментов температура принимается постоянной $T = \text{const}$, то учитывая малую скорость деформирования, подставив выражение (5) в (4), получаем:

$$D = \frac{S_i}{S_R} = \frac{F_i}{T} \frac{T}{F_R} = \frac{F_i}{F_R}. \quad (6)$$

где F_R – механическая работа, затраченная на разрушение экспериментального образца при растяжении.

Графически (рис.1) величину текущей механической работы F_i , можно представить как площадь фигуры ($\triangle OABCO$) между диаграммой растяжения и секущим модулем, а механическая работа затраченная на разрушение F_R может быть выражена через полную площадь под диаграммой деформирования.

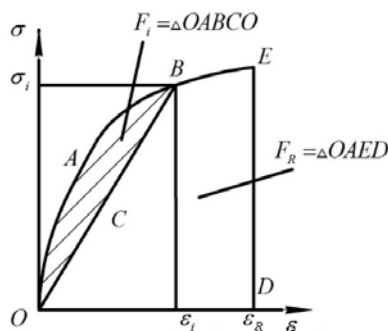


Рис. 1. Определение величины энтропии по диаграмме деформирования

Абу-Фарсахом в работе [7] было рассмотрено представление параметра поврежденности через отношение касательного E_{tg} и начального модулей упругости в следующем виде:

$$E_{tg} = E_0 (1 - D)^2 \quad (7)$$

В свою очередь, взаимосвязь касательного и секущего модулей упругости может быть записана как:

$$E_{tg} = E_c + \frac{dE_c}{d\varepsilon_1} \varepsilon_1 \quad (8)$$

где ε_1 - текущая величина деформации при растяжении.

Подставляя уравнение (8) в (7), получаем:

$$D_1 = 1 - \sqrt{\frac{E_c + \varepsilon_1 \cdot \frac{dE_c}{d\varepsilon_1}}{E_0}} \quad (9)$$

Связь секущего модуля и энергии деформирования, в соответствии с [7] определена зависимостью:

$$E_c = E_0 \left[1 - B(U_p)^C + D(U_p) \right] \quad (10)$$

Таким образом, уравнение (7) можно переписать следующим образом:

$$D_1 = 1 - \sqrt{\frac{U_e + \frac{2(K(U_p) - BC(U_p)^C)}{[1 + \frac{U_s}{U_e}(U_s - 2U_e)(BC(U_p)^{C-1} - K)]}}{U_s}} \quad (11)$$

где U_s, U_e, U_p, B, C, K - полная удельная энергия деформаций, энергия упругой составляющей, энергия пластической составляющей и параметры материала, которые определяются экспериментально, соответственно. Графическая интерпретация модели (11) представлена на рис.2.

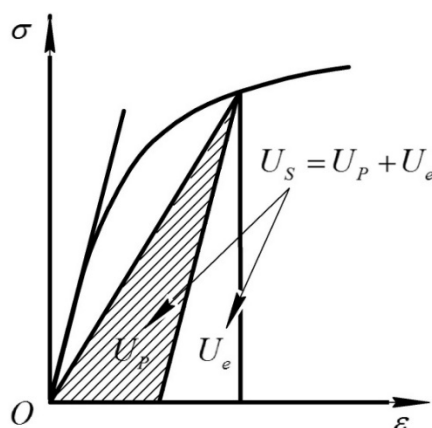


Рис. 2. Определение удельной плотностей энергии деформаций по диаграмме деформирования материала

Авторами [8] предложено определять величину поврежденности материала через изменение его удельного электросопротивления:

$$D = \frac{\rho_i - \rho_0}{\rho_0} \quad (12)$$

где ρ_i, ρ_0 - текущая и исходная величина удельного электросопротивления материала соответственно. Поскольку применение указанного метода позволяет наиболее точно учесть изменения в структуре материала, которые непосредственно происходят по всему его объему вследствие упруго-пластического деформирования, в представленной работе он был выбран в качестве наиболее достоверного экспериментального метода оценки параметра поврежденности.

В работе [9], автором на основании обработки экспериментальных данных, было отмечено, что величину критического значения параметра повреждаемости, который соответствует моменту разрушения, можно определить, как:

$$D_{1R} = 1 - \frac{\sigma_k}{\sigma_B} \quad (13)$$

где σ_k, σ_B - напряжение сопротивления разрыву и предел прочности на условной диаграмме растяжения, соответственно.

На основании рассмотренных выше подходов к определению параметра поврежденности были выполнены соответствующие расчеты, которые базируются на проведенных для алюминиевого сплава АМг2

экспериментальных исследованиях. Результаты этих расчетов представлены на рис. 3 в виде соответствующих кривых накопления повреждений в относительных координатах.

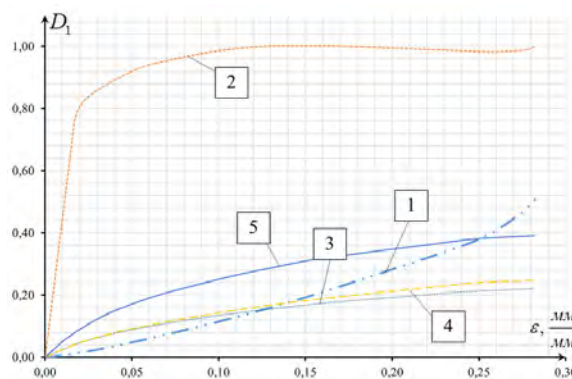
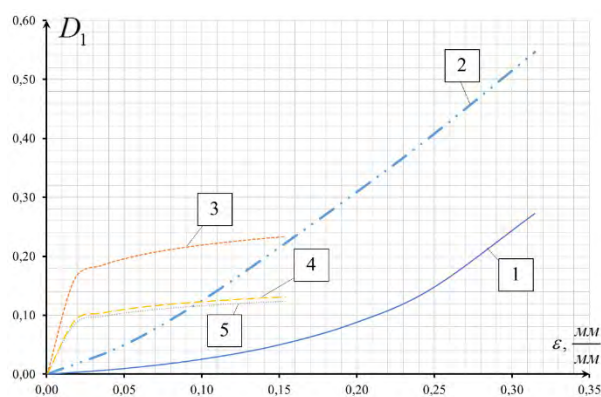


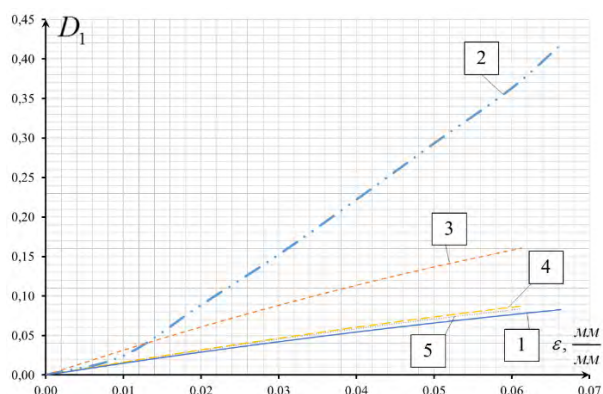
Рис. 3. Кинетика накопления повреждений для сплава АМг2: 1 – по формуле (6), 2 – по формуле (11), 3 – по формуле (3), 4 – по формуле (2), 5 – по формуле (1)

Из рис. 3 видно, что кривая кинетики накопления повреждений, построенная на основании подхода, предложенного Абу- Фарсахом [7], имеет наибольшее отклонение относительно остальных, рассмотренных в данной статье, методов. Поэтому далее в работе она не рассматривается из-за сложности ее реализации и сильно завышенных расчетных значений параметра поврежденности.

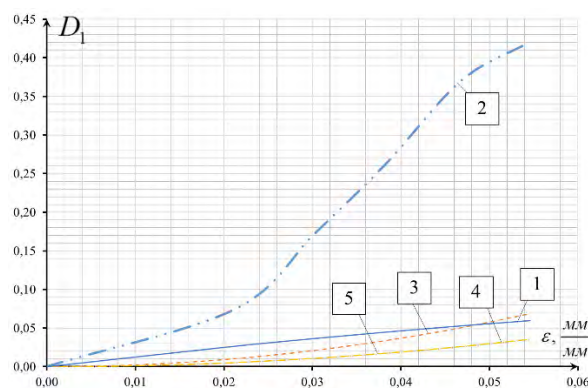
На рис.4. представлены кривые, описывающие кинетику накопления повреждений для разных конструкционных металлических материалов, полученные на основании расчетов с использованием зависимостей (1) – (3), (6), (8).



Сталь 45



Д16Т



BT22

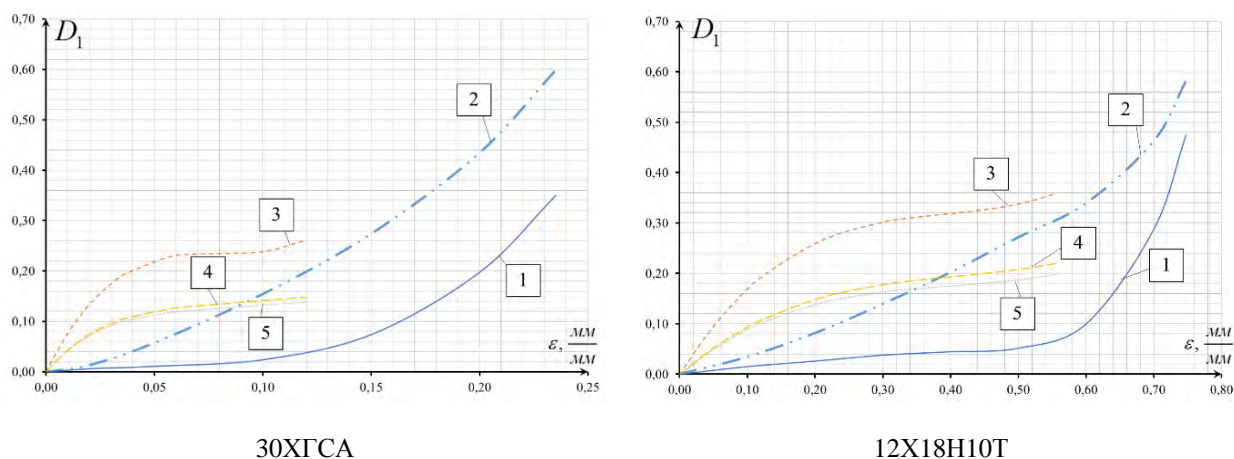


Рис. 4. Кинетика накопления повреждений: 1 – экспериментальная кривая по формуле (12), 2 – теоретическая кривая по формуле (6), 3 – теоретическая кривая по формуле (1), 4 – теоретическая кривая по формуле (2), 5 – теоретическая кривая по формуле (3)

Анализ результатов, представленных на рисунке 4, дает возможность сделать следующее заключение: в зависимости от конструкционного материала кривая кинетики накопления повреждений при растяжении может иметь линейный (в случае материалов, которые можно охарактеризовать как хрупкие – Д16Т, ВТ22) или нелинейный (для пластических материалов – 30ХГСА, 12Х18Н10Т, Сталь 45) характер, что в достаточной мере подтверждается выводами, приведенными в работах Л.М. Качанова и Ю.М. Работнова [12,13]. Кроме того, из рисунка 4 видно, что кривые накопления повреждений для рассмотренных в работе металлических материалов, полученные на основании зависимости (12), можно описать простым степенным уравнением. В работах [10,11], было предложено использовать для этого формулу:

$$\frac{D_1}{D_{1R}} = \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1R}} \right)^\alpha \right] \quad (14)$$

где D_{1R} , α , ε_1 , ε_{1R} – критическая величина параметра поврежденности материала, параметр кривизны кривой накопления повреждений, текущее и предельное значение деформации при растяжении, соответственно.

На рис.5.(а) представлена зависимость относительной величины параметра поврежденности D_1 / D_{1R} от величины параметра α . Как видно из рис.4, экспериментальная кривая, полученная в соответствии с (12), демонстрирует значительно меньшую скорость накопления повреждений на начальных этапах деформирования по сравнению с кривыми на рис.5.(а) по формуле (14). Поэтому, в данной статье было предложено изменить правую часть уравнения (14) переписав его в виде:

$$\frac{D_1}{D_{1R}} = \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1R}} \right)^\alpha \quad (15)$$

Результаты расчетов по формуле (15) представлены на рисунке 5 (б).

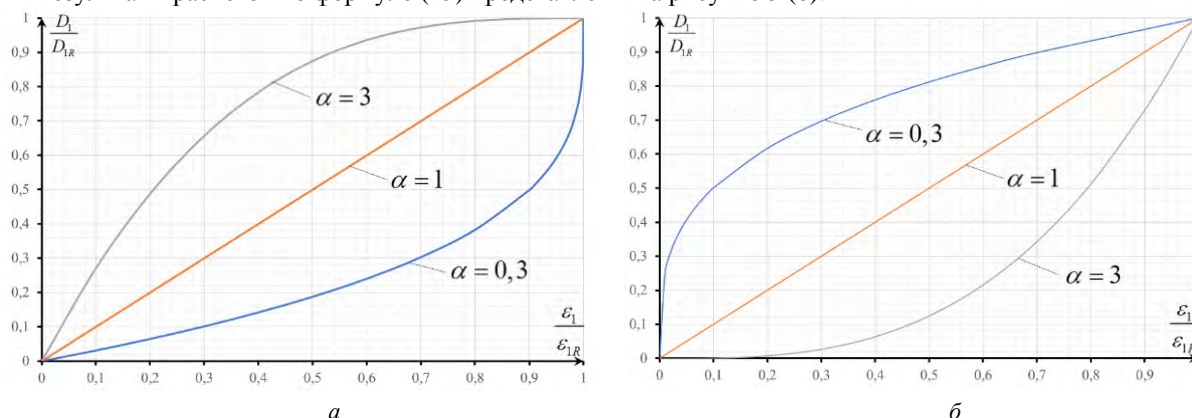


Рис. 5. Кривые кинетики накопления повреждений в зависимости от параметра α . а – по формуле (10), б – по формуле (11)

В уравнении (15) параметр α принимает значение, приближенное к 1 – для хрупких материалов и меньше 1 для случая более пластических материалов.

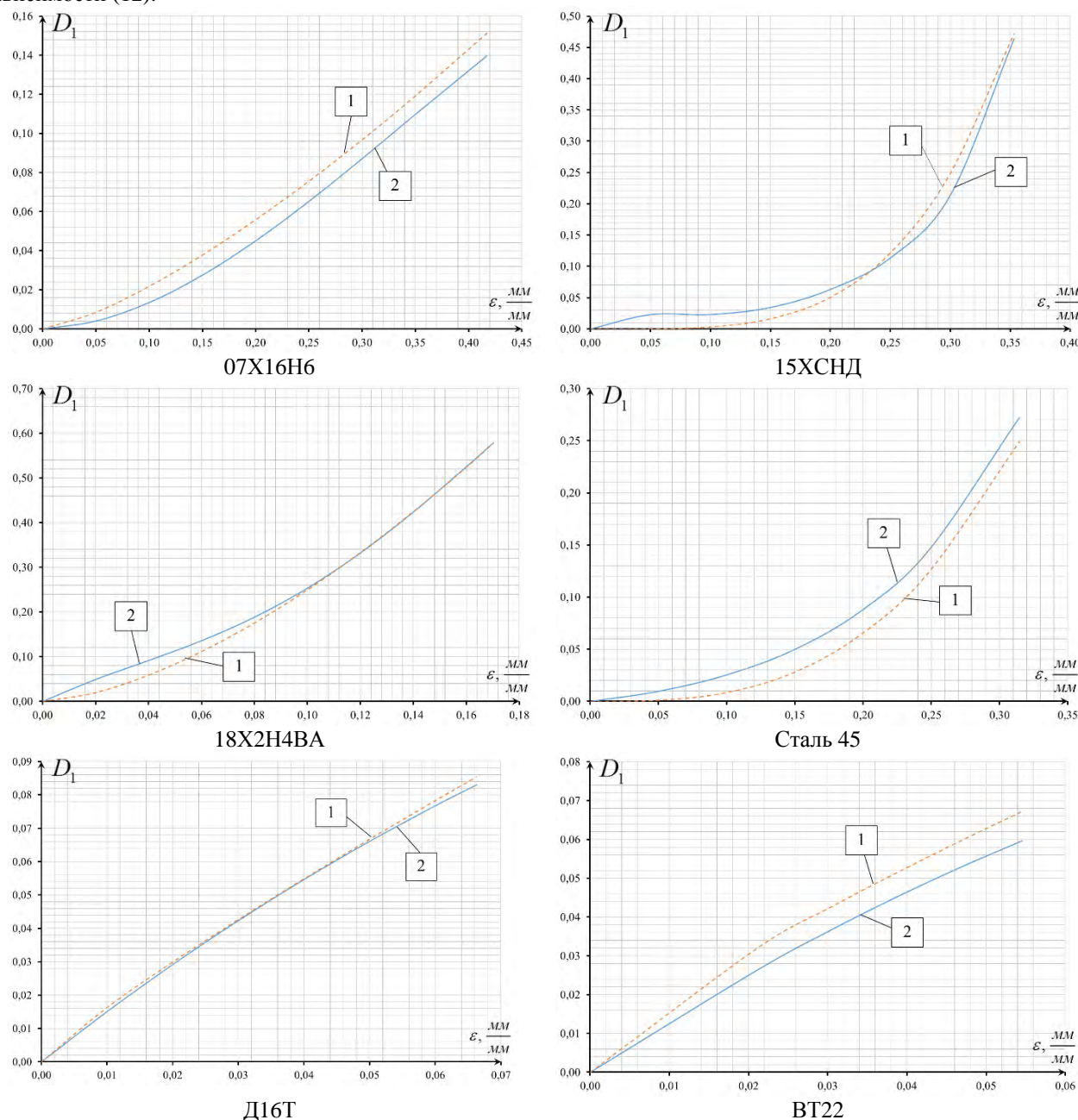
В результате проведенной статистической обработки экспериментальных данных, полученных в результате проведения экспериментов на одноосное растяжение для сплавов Д16Т, ВТ22 и сталей 30ХГСА, 12Х18Н10Т, Сталь 45 и последующего регрессионного анализа была получена аналитическая зависимость параметра α от механических свойств материала в виде:

$$\alpha = \frac{\sigma_B}{\sigma_k} \cdot \left[10,3 \cdot E_0 \cdot 10^{-5} \cdot \varepsilon_{1R} - 2,4 \cdot \frac{\sigma_B}{\sigma_k} + 4,3 \right] - \varepsilon_{1R} [9,1 \cdot \varepsilon_{1R} + 11,5] - E_0 \cdot 10^{-5} \quad (16)$$

Кроме того, на основании анализа экспериментальных данных было установлено, что величина критического значения параметра поврежденности, которая соответствует появлению первой макротрещины, также зависит от механических характеристик материала. Для определения значения данного параметра была получена следующая зависимость, которая аналогично выражению (16) была получена путем проведения статистического анализа результатов эксперимента:

$$D_{1R} = \frac{1}{100} \left\{ \frac{\sigma_B}{\sigma_k} \cdot \left[25 \cdot \frac{\sigma_B}{\sigma_k} - 2 \cdot E_0 \cdot 10^{-5} \cdot \varepsilon_{1R} - 7 \right] + E_0 \cdot 10^{-5} [9 \cdot E_0 \cdot 10^{-5} - 20] + \varepsilon_{1R} [43 \cdot \varepsilon_{1R} - 4] \right\} \quad (17)$$

На рис.6. представлено сравнение расчетной кривой кинетики накопления повреждений полученной по формуле (15) с экспериментальными значениями параметра поврежденности, полученными на основании зависимости (12).



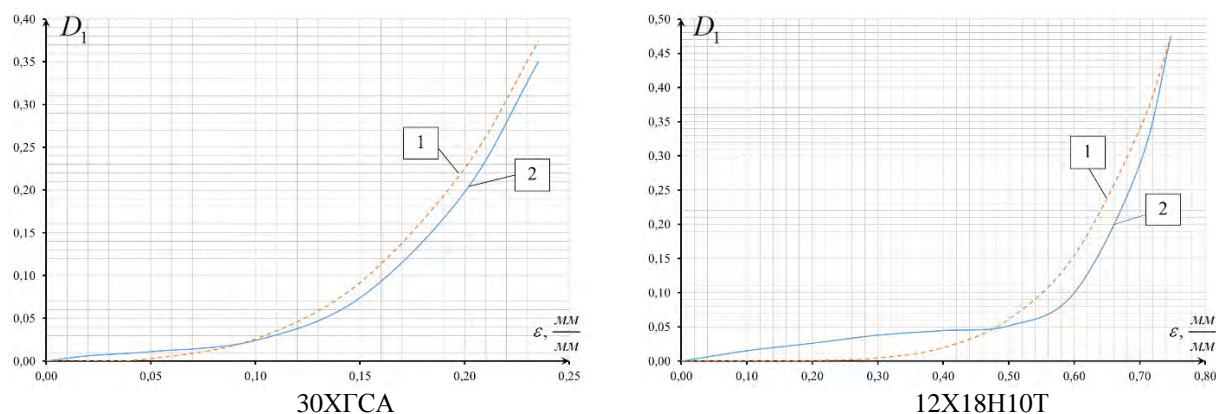


Рис. 6. Кривые кинетики накопления повреждаемости 1 – теоретическая кривая по формуле (11), 2 – экспериментальная кривая по формуле (8)

При этом была оценена погрешность расчетного значения параметра поврежденности, полученного на основании рассмотренных в работе подходов (6), (13) и (17) по отношению к экспериментальному. Величины погрешности для рассмотренных в работе конструкционных материалов представлены в таблице 1.

Таблица 1

Критическое значение повреждаемости определенные через разные подходы и величина погрешности относительно экспериментального значения по формуле (8)

Уравнение	(6)		(9)		(13)		(8)
Материал	D_{1R}	$\delta, \%$	D_{1R}	$\delta, \%$	D_{1R}	$\delta, \%$	D_{1R}
12Х18Н10Т	0,58	20,8	0,74	-45,40	0,47	-2,0	0,48
30ХГСА	0,60	71,4	0,71	-16,46	0,37	5,7	0,35
ВТ22	0,42	600,0	0,99	-99,09	0,07	16,7	0,06
Д16Т	0,42	425,0	0,99	-91,40	0,09	12,5	0,08
Сталь 45	0,55	103,7	0,83	-39,14	0,25	-7,4	0,27
18Х2Н4ВА	0,66	13,8	0,56	-25,17	0,58	0,0	0,58
15ХСНД	0,65	41,3	0,62	-18,54	0,47	2,2	0,46
07Х16Н6	0,43	207,1	0,99	-99,94	0,15	7,1	0,14

Выводы:

В работе предложена модель определения кинетики накопления повреждаемости и критерий предельного состояния. Представлено сравнение различных моделей кинетики накопления повреждений для металлических конструкционных материалов Д16Т, ВТ22, 30ХГСА, 12Х18Н10Т, Стали 45. Установлено, что применение подходов, предложенных в работах [3, 4, 5], приводит к получению преимущественно завышенных величин параметра поврежденности относительно его экспериментальных значений. При этом относительная погрешность указанных методов может составить порядка 200%. Кроме того, существенным недостатком является наличие предела их применимости по напряжениям, которые не должны превышать величины предела прочности материала. Формула определения кинетики накопления повреждаемости, предложенная в работе [6], имеет приемлемую точность для пластических материалов, но дает большие погрешности для хрупких материалов. Предложенная модель накопления повреждений и критерий предельного состояния дает хорошую сходимость с экспериментальными данными и имеет погрешность до 17% для рассмотренных в работе металлических материалов. Следует также отметить, что для применения разработанной модели необходимы только значения механических характеристик материала, которые могут быть получены из эксперимента на простое растяжение.

Кінетика накоплення пошкоджень та критерій граничного стану конструкційних матеріалів

Д.К. Фам, А.Н. Бабак, В.В. Коваль

Анотація. У даній роботі проаналізовані сучасні методи оцінки параметра пошкодження металевих конструкційних матеріалів представленого у вигляді скалярної величини. Розроблено модель для опису кінетики накоплення розсіяних пошкоджень і критерій граничного стану для випадку простого розтягу, який оснований на модернізованому підході, запропонованому N. Bonora. На підставі енергетичних підходів і підходів, які беруть до уваги зменшення модуля пружності

першого роду для конструкційних матеріалів Д16Т, ВТ22, Сталь 45, 30ХГСА, 12Х18Н10Т, 07Х16Н6, 15ХСНД, 18Х2Н4ВА, і АМг2 були отримані криві накопичення пошкодження при простому розтязі. Запропоновані модель і критерій були експериментально перевірені, оцінена похибка отриманих розрахункових і експериментальних даних.

Ключові слова: пошкоджуваність, кінетика накопичення пошкоджень, конструкційні матеріали, випробування на розтягнення, критерій граничного стану.

Kinetics of damages accumulation and criterion of the limit state of construction materials

D. Pham, A. Babak, V. Koval

Abstract. In this paper, modern methods for estimating the damage parameter of metal structural materials presented in the form of a scalar quantity are analyzed. A model is developed for describing the kinetics of accumulation of scattered lesions and the criterion of the limiting state for the case of simple stretching, based on the modernized approach proposed by N. Bonora. Based on the energy approaches and approaches that take into account the reduction in the elastic modulus of the first kind for structural materials D16T, VT22, Steel 45, 30HGSA, 12X18H10T, 07H16N6, 15HCND, 18X2N4VA, and AMg2, damage accumulation curves were obtained in the case of simple stretching. The proposed model and the criterion were experimentally verified, the error in the calculated and experimental data was estimated.

Keywords: damage, kinetics of damage accumulation, structural materials, tensile test, criterion of limiting state

References

1. Комплексная оценка повреждаемости материала при пластическом деформировании. // Проблемы прочности. / А.А.Лебедев, Н.Г. Чаусов, И.О. Богинич, С.А. Недосека. – 1996. – №5. – С. 23–30.
2. Леметр Ж. Континуальная модель повреждения, используемая для расчета разрушения пластических материалов. // Теоретические основы. – 1985. – Т.107., №1 – С.90-97
3. Lemaitre J. Damage measurements. Engineering Fracture Mechanics / J. Lemaitre, J. Dufailly., 1987. – 643 с. – (28).
4. Luo A.C. A large anisotropic damage theory based on an incremental complementary energy equivalence model / A. C. Luo, M. Yanghy, H. Ray. – 1994. – №70. – С. 19–34.
5. Chow C. An anisotropic theory of elasticity for continuum damage mechanics / C. Chow, J. Wang. // International Journal of Fracture. – 1987. – №33. – С. 3–16.
6. Дзюба В.С. Термодинамический подход к оценке повреждаемости армированных пластиков / В. С. Дзюба. // Институт проблем прочности АН УРСР. – 1984. – 56 с.
7. Abu-farsakh S.A. Macromechanical Damage Model of Fibrous Laminated Composites / S. A. Abu-farsakh, F. H. Abed. // Applied Composite Materials. – 1999. – №6. – С. 99–119.
8. Бобир М.І. Спосіб визначення кінетики руйнування матеріалів в процесі їх пружно-пластичного деформування / М.І. Бобир, А.П. Грабовський, О.В. Тимошенко, 15.03.2004 – (Бюл. №3).
9. Lemaitre J. Anisotropic damage law of evolution / J. Lemaitre, R. Desmorat, M. Sauzay. // Eur. J. Mech. A/Solids. – 2000. – №19. – С. 187–208.
10. Bonora N. A. Identification of the Parameters of a Non-Linear Continuum Damage Mechanics Model for ductile Failure in Metals / N. Bonora, D. Gentile, A. Pirondi. // J. Of Strain Analysis. – 2004. – №39. – С. 639–651.
11. Bonora N.A. Strain capacity assessment of API X65 steel using damage mechanics / N. Bonora, // J Frattura ed Integrita Strutturale. – 2017. – №11. – С. 315–327.
12. Kachanov L.M. On Creep Rupture Time / L. M. Kachanov. // Proc. Acad. Sci., USSR. – 1958. – №8. – С. 26–31.
13. Rabotnov Y.N. Creep in Structural Elements / Yu. N. Rabotnov. – Moscow: Nauka, 1966.