



Doi: <https://doi.org/10.33644/scienceandconstruction.v26i4.2>

УДК 624.012.045



ЯКОВЕНКО І.А.

Д-р техн. наук, доцент, професор кафедри будівництва Національного університету біоресурсів і природокористування України, м. Київ, Україна, e-mail: i2103@ukr.net
ORCID: 0000-0003-4256-9855



ДМИТРЕНКО Є.А.

Канд. техн. наук, старший викладач кафедри будівництва Національного університету біоресурсів і природокористування України, м. Київ, Україна, e-mail: zdmitrenko26@gmail.com
ORCID: 0000-0001-9737-943X



ФЕСЕНКО О.А.

Канд. техн. наук, зав. сектору Державного підприємства «Державний науково-дослідний інститут будівельних конструкцій», м. Київ, Україна, e-mail: fesenko@ndibk.gov.ua
тел. +38(044) 249-38-19
ORCID: 0000-0001-8154-2239

ОСОБЛИВОСТІ РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗІВ ПОЗАЦЕНТРОВО РОЗТЯГНУТИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ МАЛИМИ ЕКСЦЕНТРИСИТЕТАМИ

АНОТАЦІЯ

Реалізована методика розрахунку міцності нормальних перерізів прямокутних плитних (оболончастих) залізобетонних елементів при плоскому позацентровому розтягу за деформаційним методом.

Проаналізовані результати розрахунку прямокутного залізобетонного нормального перерізу фрагменту плити із симетричним подвійним армуванням для випадку позацентрового розтягу із малими ексцентриситетами із варіюванням висоти та коефіцієнта армування перерізу. Розглянуто дві можливі форми рівноваги залізобетонного перерізу при плоскому позацентровому розтягу: позацентровий розтяг із великими ексцентриситетами; позацентровий розтяг, із малими ексцентриситетами – лінія дії зовнішньої розтягувальної сили знаходиться між стрижнями поздовжньої арматури перерізу, переріз майже повністю розтягнутий із порівняно невеликою висотою стиснутої зони бетону.

Досліджено характер зміни діаграм стану

перерізу « $N-\varepsilon_{cl}$ » при поступовій зміні НДС із позацентрового до центрального розтягу; досліджено ефект зменшення висоти стиснутої зони прямокутного перерізу при поступовому зменшенні ексцентриситету зовнішніх зусиль. Програмування та налагодження розрахункового алгоритму, аналіз та отримання результатів розрахунку виконувався у програмному комплексі «MathCAD 15».

Виявлено, що при зменшенні ексцентриситету зовнішніх зусиль стиснута зона бетону зменшується аж до повного її зникнення і при достатньо малих значеннях ексцентриситетів прикладення зусилля, за допомогою методики норм, рівновагу між зовнішніми і внутрішніми зусиллями знайти не вдається. Рівновага між зовнішніми і внутрішніми зусиллями знаходиться за допомогою дволінійної діаграми розподілу відносних поздовжніх деформацій (у стиснутій зоні).

Запропоновані варіанти вирішення даної задачі, без значної втрати точності, із використанням чисельного моделювання, які базують-



ся на алгоритмі розрахунку за методом граничних зусиль. Результати чисельного моделювання у програмному комплексі Ліра-САПР і відповідного математичного моделювання підтвердили раціональність і достатню точність подальших розрахунків за запропонованою методикою.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: деформаційна модель, позацентровий розтяг із малими ексцентриситетами, дволінійна діаграма «напруження-деформації», нормальні перерізи, залізобетонні конструкції

DETAILS OF STRENGTH CALCULATION OF NORMAL CROSS SECTIONS OF EXCENTRICALLY TENSIONED REINFORCED CONCRETE STRUCTURES WITH SMALL ECCENTRICITIES

ABSTRACT

Procedure of strength calculation of normal cross sections of rectangular reinforced concrete slab elements is given under flat eccentric tensile strength with the use of deformation method. The results of calculation are analyzed for normal cross section of rectangular reinforced concrete slab elements having symmetrical double reinforcement in case of eccentric tension with small eccentricities and varying height and reinforcement coefficient of cross section. The two possible forms of equilibrium of cross section in two-dimensional eccentric tension are found. These are eccentric tension with large eccentricity and eccentric tension with small eccentricity meaning that a tensile line is between longitudinal bars and the cross section is almost fully tensed compared to minor height of tensile area of concrete.

The changes of diagrams of cross section $N-\varepsilon_{cl}$ are investigated at gradual change of the stress-strain state from eccentric to central tension. The effect of reducing the height of the compressed area of rectangular section with a gradual decrease in the eccentricity of external forces is investigated. The calculation algorithm was programmed, debugged, analyzed and interpreted using the software package "MathCAD 15".

It is outlined that in case the eccentricity of external forces decreases, the compressed zone of concrete reduces and disappears, and in case of sufficiently small values of eccentricities of load application, the balance between external and internal forces cannot be found using the method of norms. The equilibrium between external and internal forces is found by means of a two-line diagram of distribution of longitudinal deformations (in the compressed area).

The proposed solutions of this problem represent sufficiently high accuracy, use numerical modeling with calculation algorithm based on a method of boundary forces. The results of numerical modeling using Lira-SAPR software and the relevant mathematical modeling have confirmed efficiency and sufficient accuracy of next calculations according to the proposed method.

KEYWORDS: deformation model, eccentric tension with small eccentricities, two-line stress-strain diagram, normal cross sections, reinforced concrete structures.

ВСТУП

Теоретичні дослідження та вдосконалення теорії розрахунку залізобетонних конструкцій при дії різноманітних впливів є вельми актуальною задачею. Розробляються нові концепції з розрахунку [1], вдосконалюються існуючі методики [2], у тому числі, із залученням розрахункового апарату механіки руйнування [3]. Відповідно до діючих будівельних норм України у сфері проектування залізобетонних конструкцій [4], [5] нормальні перерізи елементів розраховуються за граничними станами першої і другої групи із застосуванням деформаційного методу.

Основною особливістю даного методу є розв'язок системи нелінійних рівнянь і, як наслідок, використання чисельних методів розрахунку і персональних комп'ютерів для їхнього впровадження. Характерною особливістю вищезазначених норм є те, що у них практично не розглянуті випадки напружено-деформованого стану (НДС) нормальних перерізів при позацентровому розтягу, зокрема, у випадку дії малих ексцентриситетів і відсутні рекомендації щодо використання деформаційного методу. У практичних посібниках до норм [6–8] це питання також є недостатньо висвітленим.

АКТУАЛЬНІСТЬ

Позацентрово розтягнуті елементи є достатньо розповсюдженими серед залізобетонних конструкцій. До таких типів відноситься досить широкий клас залізобетонних конструкцій – монолітні стіни резервуарів та прямокутних бункерів у плані, нижні пояси безрозкосних ферм покриття, конструкції трубопроводів, стінки циліндричних силосів, зерносховищ, зтяжки аркових конструкцій, тощо.

При визначенні НДС нормальних перерізів таких елементів, внаслідок меншої висоти стиснутої зони бетону, його міцність на стиск не використовується у повній мірі, як це відбувається при позацентровому стиску чи згині.

Виконання сучасних розрахунків залізобетонних конструкцій у системах автоматизованого проектування [2, 9] базується на побудові скінченно-елементних моделей стрижневих (які моделюють роботу балок, колон) та пластинчатих оболонкових скінченних елементів (які моделюють роботу плит, діафрагм, стін).

Тому пошук раціонального конструювання на основі реального дослідження та результатів розрахунку НДС нормальних перерізів позацентрово розтягнутих елементів залізобетонних конструкцій за деформаційним методом є актуальною задачею. Отримані результати [10 та ін.] мають практичне



значення при реалізації запропонованих алгоритмів впровадження розрахунків залізобетонних конструкцій у сучасних програмних комплексах, базуючись на деформаційній моделі залізобетону [8] та проведенні більш точного, достовірного аналізу роботи таких конструкцій [10].

ЗАГАЛЬНА ЧАСТИНА

Вихідні дані. Для проведення дослідження авторами обрано прямокутний залізобетонний нормальний переріз фрагменту плити із подвійним армуванням стрижневою арматурою (рис. 1). Клас важкого бетону – С16/20, клас поздовжньої арматури – А400С.

При цьому варіювалися наступні параметри: висота перерізу h і коефіцієнт прийнятого армування ρ . Такий тип перерізу обрано внаслідок широкого застосування при моделюванні як стрижневих так і плитних (оболончатих) типів скінченних елементів. Із таких типів скінченних елементів складаються розрахункові моделі будівель та споруд при виконанні їхнього розрахунку у сучасних програмних комплексах (наприклад сімейства ПК «ЛІРА-САПР»). Вихідні дані задачі представлені у табл. 1.

Армування перерізу прийняте симетричним для запобігання впливу на зовнішній ексцентриситет (від зовнішніх зусиль відносно геометричного центра ваги перерізу) додаткового ексцентриситету (від зміщення

центра ваги перерізу внаслідок несиметричного армування). Слід зауважити, що при малих зовнішніх ексцентриситетах такий вплив є достатньо істотним та може призвести у деяких випадках до змінення НДС перерізу.

Розрахункові діаграми для бетону (рис. 2, а) та арматури (рис. 2, б) прийняті білінійними із відповідними параметрами, вказаними у діючих нормах [4].

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ

Напружено-деформований стан залізобетонного прямокутного перерізу – плоский позacentровий розтяг. Цей тип НДС є достатньо поширеним при визначенні необхідної площі арматури в оболончатих залізобетонних елементах. При реалізації подібних розрахунків за методом Вуда-Армера [11] виникає проблема значної тривалості їхнього виконання внаслідок великої кількості розрахун-

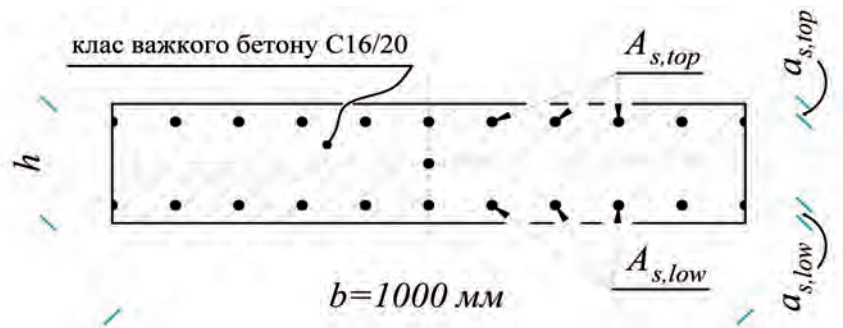


Рисунок 1 – Геометричні розміри та схема армування нормального перерізу залізобетонної плити

Таблиця 1 - Фізико-механічні характеристики та вихідні дані для розрахунку залізобетонного перерізу

Характеристики залізобетонного перерізу	Значення		
– висота перерізу – h , см	20	16	12
– ширина перерізу – b , см	100		
– площа поздовжньої арматури у верхній частині перерізу – $A_{s,top}$, см ²	11,31	6,5	2,25
– площа поздовжньої арматури у нижній частині перерізу – $A_{s,low}$, см ²	11,31	6,5	2,25
– відстань від верхньої грані плити до вісі арматури у верхній частині перерізу – $a_{s,top}$, см	3		
– відстань від нижньої грані плити до вісі арматури у нижній частині перерізу – $a_{s,low}$, см	3		
– коефіцієнт армування перерізу – ρ , %	1,33	1,0	0,5
– коефіцієнт приведення армування до бетону – α_s	7,407		

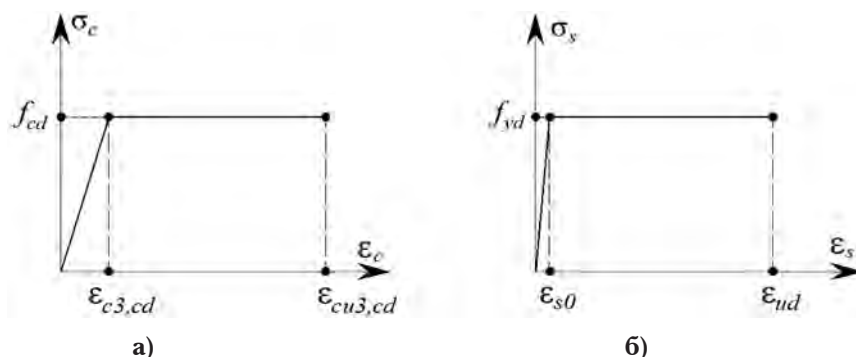


Рисунок 2 – Білінійні діаграми стану матеріалів « σ - ε » прийняті при моделюванні: а) – для бетону; б) – для арматури

сили відносно центра ваги перерізу, см; y – відстань від крайньої розтягнутої грані бетону до центра ваги перерізу, см; b – ширина перерізу, см; χ – кривизна вигнутої осі у перерізі, визначається за формулою:

$$\chi = \frac{1}{r} = \frac{(\varepsilon_{c(1)} - \varepsilon_{c(2)})}{h}, \quad (3)$$

У формулі (3) прийняті наступні позначення:

$\varepsilon_{c(1)}$ – деформації бетону стиснутої фібри; $\varepsilon_{c(2)}$ – усереднені деформації розтягнутої фібри бетону;

z_{si} – відстань i -го стрижня або прошарку арматури від найбільш стиснутої грані перерізу, см; A_{si} – площа i -го стрижня або прошарку арматури, см²; σ_{si} – напруження в i -ому стрижні або прошарку арматури, у МПа, визначаються за діаграмою деформування арматури (рис. 2, б) у залежності від відповідних деформацій ε_{si} , які визначаються за наступною залежністю:

$$\varepsilon_{si} = \chi \cdot (x_1 - z_{si}), \quad (4)$$

де x_1 – висота стиснутої зони бетону, см, яка визначається наступним чином:

$$x_1 = \frac{\varepsilon_{c(1)}}{\chi}. \quad (5)$$

У випадку трапецієвидної епюрі стиснутої зони бетону, система нелінійних рівнянь рівноваги перерізу (рис. 3, б) має наступний вигляд:

$$\begin{cases} \frac{b \cdot f_{cd}}{2 \cdot \chi} \cdot (2 \cdot \varepsilon_{c(1)} - \varepsilon_{c3,cd}) + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \sigma_{si} - N = 0, \\ \frac{b \cdot f_{cd}}{3 \cdot \chi^2} \cdot (3 \cdot \varepsilon_{c(1)} \cdot \varepsilon_{c3,cd} - 2 \cdot \varepsilon_{c3,cd}^2) + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \sigma_{si} \times \\ \times \frac{\varepsilon_{c(1)} - \chi \cdot z_{si}}{\chi} - M = 0. \end{cases} \quad (6)$$

кових комбінацій зусиль у порівнянні з методикою проф. Карпенка М. І. [12]. Саме тому для розробників комп'ютеризованих алгоритмів розрахунку залізобетонних конструкцій за методом Вуда-Армера також є актуальною задача зменшення терміну виконання розрахунків та їхня висока точність.

Система нелінійних рівнянь рівноваги (у загальному вигляді), яка описує роботу нормального залізобетонного перерізу при навантаженні (друга форма рівноваги), при трикутній епюрі стиснутої зони бетону (рис. 3, а), має наступний вигляд:

$$\begin{cases} \frac{b \cdot E_{cd} \cdot \varepsilon_{c(1)}^2}{2 \cdot \chi} + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \sigma_{si} - N = 0, \\ \frac{b \cdot E_{cd} \cdot \varepsilon_{c(1)}^3}{3 \cdot \chi^2} + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \sigma_{si} \cdot \frac{\varepsilon_{c(1)} - \chi \cdot z_{si}}{\chi} - M = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де M , N – зовнішній момент та поздовжня сила, які діють на переріз, що розглядається; E_{cd} – розрахунковий модуль пружності бетону на стиск, МПа.

Зовнішній момент знаходиться за залежністю:

$$M = N \cdot (y + e_0 - x_1), \quad (2)$$

де e_0 – ексцентриситет прикладання зовнішньої

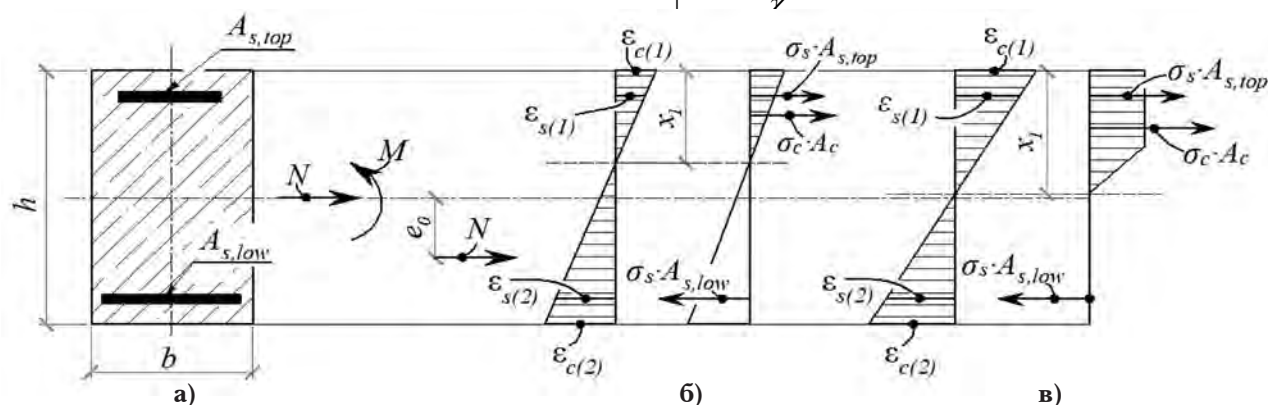


Рисунок 3 – Схема зусиль і розрахункові схеми напружень та деформацій при позацентровому розтягу залізобетонного стрижня: а) – поперечний переріз стрижня; б) – при трикутній епюрі стиснутої зони, в) – при трапецієвидній епюрі стиснутої зони



де f_{cd} – розрахунковий опір бетону на стиск, МПа; $\varepsilon_{c3,cd}$ – граничні пружні деформації стиску бетону (рис. 2, а)

Робота бетону на розтяг не враховувалась згідно із п. 4.1.1, ДСТУ [5].

Рішення системи рівнянь (6) виконувалось за методикою, представленою у Дод. А, ДСТУ [5] для одного перерізу багаторазово шляхом пошуку рівноваги між зовнішніми зусиллями M та N і зусиллями, що виникають у бетоні та арматурі. Реалізація наведеного алгоритму виконувалась шляхом підбору, до зафіксованого значення деформацій, більш стиснутої грані бетону $\varepsilon_{c(1)}$ відповідних деформацій розтягнутої грані $\varepsilon_{c(2)}$, при якому виникає рівновага. Підбір виконаний за допомогою комбінації чисельних методів – методів послідовних наближень, половинного ділення, січних. Крок підбору прийнятий $0,01 \cdot \varepsilon_{c(1)}$ (на відміну від рекомендованого у Дод. А, ДСТУ [5] кроку $0,1 \cdot \varepsilon_{c(1)}$). Для визначення міцності перерізу будувалась діаграма стану « N - $\varepsilon_{c(1)}$ » за характерними точками $\varepsilon_{c(1)}$, максимум якої дорівнював максимальному значенню поздовжньої сили N , яка сприймає переріз. Максимальне значення згинального моменту, який сприймає переріз при заданій комбінації зовнішніх зусиль визначається за формулою:

$$M = N \cdot e_0 \quad (7)$$

При вищевказаному значенні кроку деформацій $\varepsilon_{c(1)}$, діаграма « N - $\varepsilon_{c(1)}$ », повинна мати 100 точок. На кожному кроці $\varepsilon_{c(1)}$ при підборі деформацій $\varepsilon_{c(2)}$, розраховувалися всі інші параметри НДС перерізу – (χ , x_l , σ_{si}) і після цього підставлялися у перше рівняння системи – формулу (1) або (6), при цьому N приймалося рівним нулю. Далі отримане значення внутрішнього зусилля N , яке сприймає переріз, помножувалось на ексцентриситет зовнішніх зусиль e_0 . Отримане таким чином зусилля згинального моменту M підставлялося у друге рівняння системи – формули (1) або (6) і при розрахованих вищезазначених параметрах НДС перерізу перевірялася рівновага. Таким чином, при обраному підході критерієм знаходження рівноваги

системи рівнянь (1) та (6) є близькість до нуля результату другого рівняння (рівняння моментів), а саме умова:

$$\sum M \leq \Delta M \quad (8)$$

де ΔM – похибка вирішення системи рівнянь, кНм.

АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Авторами розглянуті дві можливі форми рівноваги залізобетонного перерізу при плоскому позацентровому розтягу:

- позацентровий розтяг із великими ексцентриситетами, епюра деформацій двозначна, робота перерізу подібна до такого, що зазнає згину (рис. 4, а);
- позацентровий розтяг із малими ексцентриситетами – лінія дії зовнішньої розтягуючої сили знаходиться між стрижнями поздовжньої арматури перерізу, переріз майже повністю розтягнутий із порівняно невеликою висотою стиснутої зони бетону (рис. 4, б).

Таким чином, досліджено ефект зменшення висоти стиснутої зони прямокутного перерізу при поступовому зменшенні ексцентриситету зовнішніх зусиль M, N і особливості використання запропонованого у Додатку А, ДСТУ [5] алгоритму вирішення системи нелінійних рівнянь рівноваги при вищезазначеному НДС.

Програмування та налагодження розрахунко-

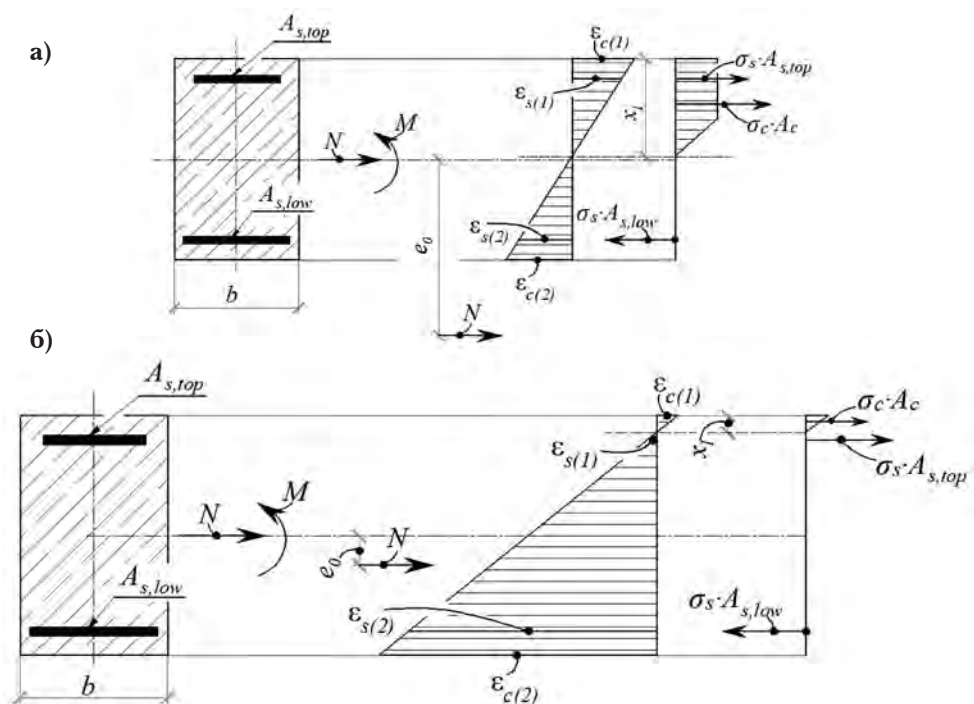


Рисунок 4 – Схема зусиль та форми рівноваги при позацентровому розтягу залізобетонного перерізу: а) із великими ексцентриситетами; б) із малими ексцентриситетами



вого алгоритму, аналіз та отримання результатів виконувався у програмному комплексі «MathCAD 15».

За першою формою рівноваги дослідного перерізу (рис. 4, а) – при дії зовнішніх зусиль $N = -2000 \text{ кН}$, $M = 600 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $e_0 = 30 \text{ см}$, $e_0/h = 1,5$ (лінія дії зовнішньої сили знаходиться за межами перерізу) рівновага знаходиться за характерними точками $\varepsilon_{c(1)}$ діаграми стану « $N - \varepsilon_{c(1)}$ », рис. 5. Несуча здатність залізобетонного перерізу при цьому становить – $N_{\max} = 169,5 \text{ кН}$; $M_{\max} = 50,03 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Якщо розглянути дію іншої комбінації зовнішніх зусиль $N = -2000 \text{ кН}$, $M = 120 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $e_0 = 6,0 \text{ см}$, $e_0/h = 0,3$, (при дії зменшеного у 5 разів M), у перерізі виникає друга форма рівноваги (рис. 4, б).

Для більш наочного відображення результатів розрахунків за допомогою алгоритму, що розглядається, побудовані графіки залежності ΣM від значень деформацій більш розтягнутої грані перерізу $\varepsilon_{c(2)}/\varepsilon_{c,\max}$, які відповідають значенням більш стиснутої грані перерізу $\varepsilon_{c(1)}$. Значення $\varepsilon_{c,\max}$ відповідають найбільшим значенням деформацій розтягу $\varepsilon_{c(2)}$, при яких виникає розрив арматури розтягнутої зони.

Згідно із отриманими даними при даній комбінації зусиль рівновага також встановлюється (графік залежності ΣM від $\varepsilon_{c(2)}/\varepsilon_{c,\max}$ перетинає вісь абсцис) на всіх 100 характерних точках діаграми стану « $N - \varepsilon_{c(1)}$ » (рис. 7), навіть при найбільших значеннях $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu,3d}$ (при значеннях $\varepsilon_{c(2)}$, близьких до максимальних $\varepsilon_{c,\max}$ – рис. 6, крива 1).

Несуча здатність перерізу при цьому становить – $N_{\max} = 484,3 \text{ кН}$; $M_{\max} = 29,06 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

При подальшому зменшенні значення зовнішнього моменту, при комбінації зовнішніх зусиль $N = -2000 \text{ кН}$, $M = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $e_0 = 1,5 \text{ см}$, $e_0/h = 0,075$, рівновага знаходиться вже не на всіх точках діаграми « $N - \varepsilon_{c(1)}$ ».

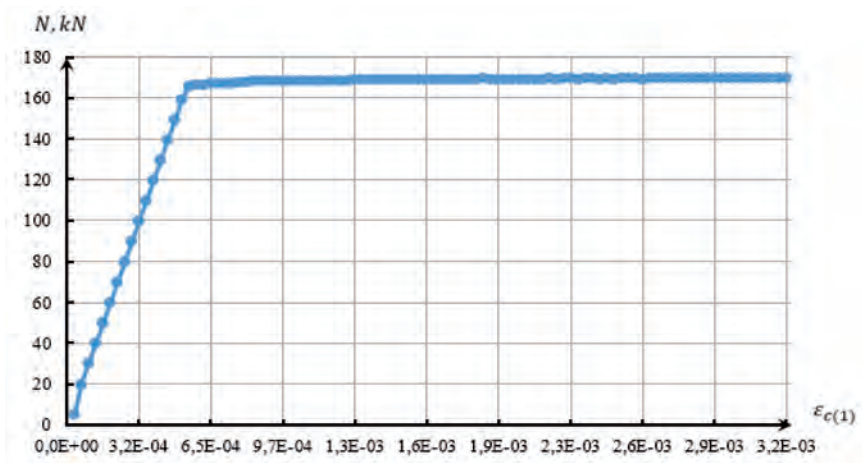


Рисунок 5 – Діаграма стану « $N - \varepsilon_{c(1)}$ » дослідного перерізу при $e_0 = 30 \text{ см}$

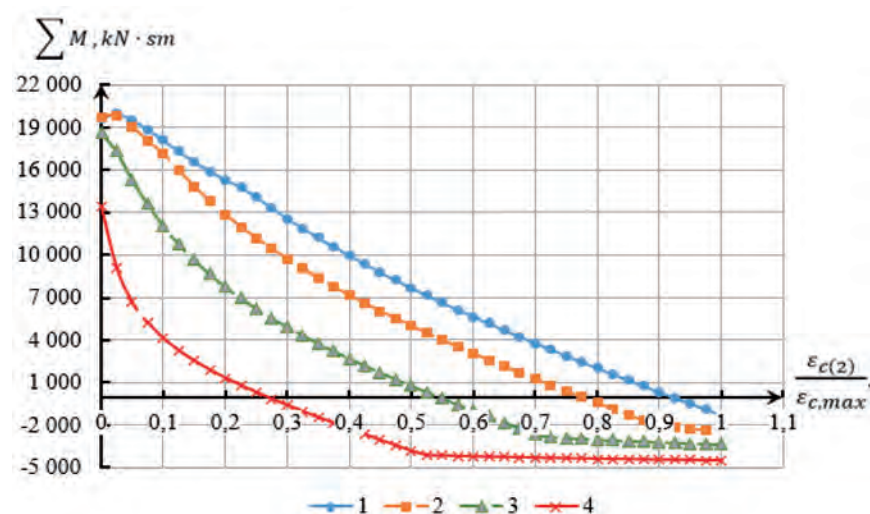


Рисунок 6 – Графіки залежності ΣM від значень $\varepsilon_{c(2)}/\varepsilon_{c,\max}$ при $e_0 = 6,0 \text{ см}$: 1 – при $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu,3d}$; 2 – при $\varepsilon_{c(1)} = 0,8 \cdot \varepsilon_{cu,3d}$; 3 – при $\varepsilon_{c(1)} = 0,5 \cdot \varepsilon_{cu,3d}$; 4 – при $\varepsilon_{c(1)} = 0,2 \cdot \varepsilon_{cu,3d}$

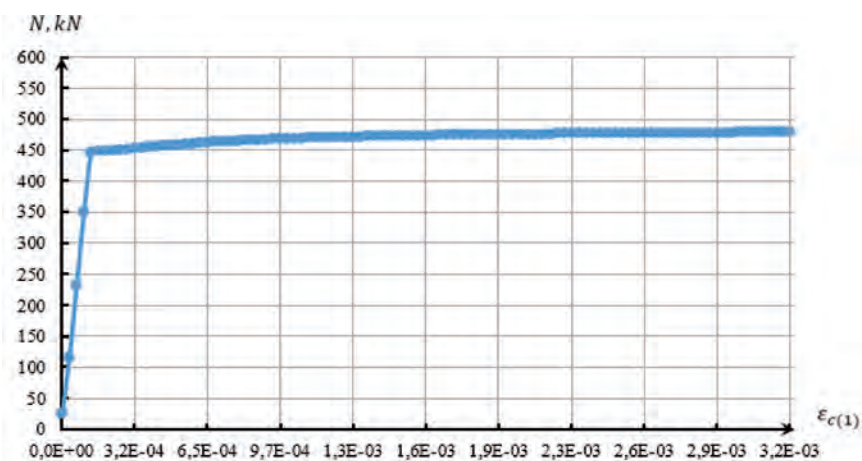


Рисунок 7 – Діаграма стану « $N - \varepsilon_{c(1)}$ » дослідного залізобетонного перерізу при $e_0 = 6,0 \text{ см}$

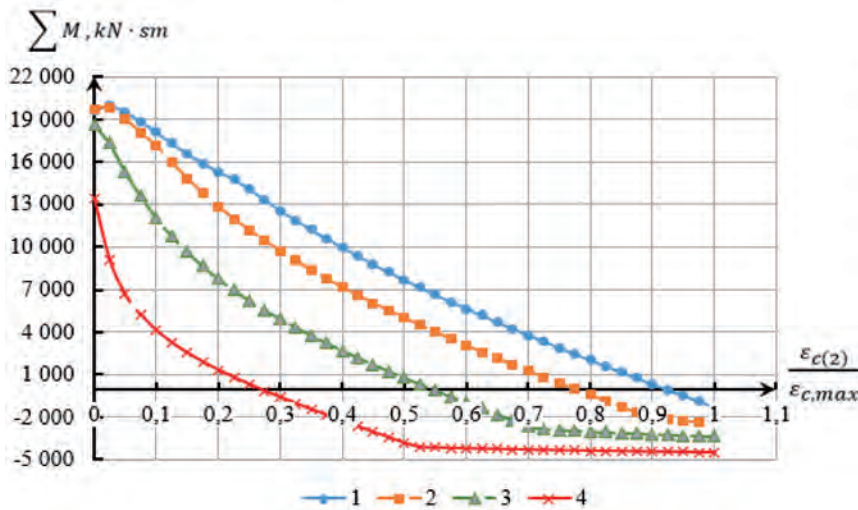


Рисунок 8 – Графіки залежності ΣM від значень $\varepsilon_{c(2)}/\varepsilon_{c,max}$ при $e_0 = 1,5 \text{ см}$: 1 – при $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu,3d}$; 2 – при $\varepsilon_{c(1)} = 0,8 \cdot \varepsilon_{cu,3d}$; 3 – при $\varepsilon_{c(1)} = 0,5 \cdot \varepsilon_{cu,3d}$; 4 – при $\varepsilon_{c(1)} = 0,2 \cdot \varepsilon_{cu,3d}$

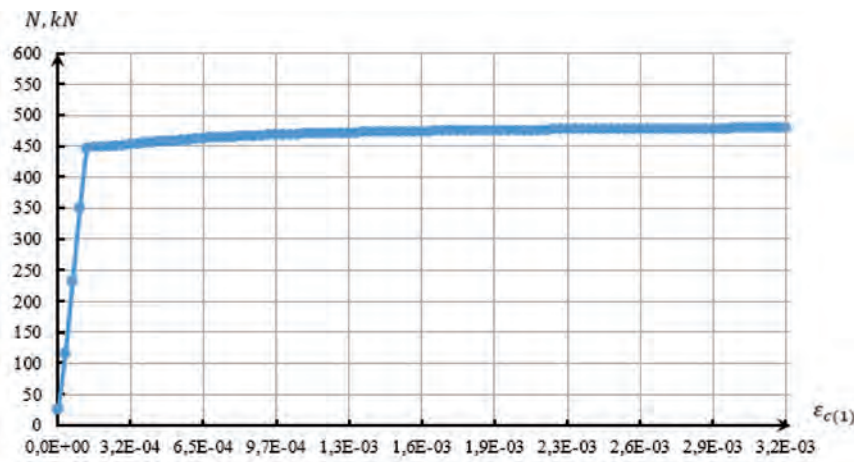


Рисунок 9 – Діаграма стану « $N - \varepsilon_{c(1)}$ » дослідного перерізу при $e_0 = 1,5 \text{ см}$

У цьому випадку при $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu,3d}$ та $\varepsilon_{c(1)} = 0,8 \cdot \varepsilon_{cu,3d}$ графік залежності ΣM від $\varepsilon_{c(2)}/\varepsilon_{c,max}$ не перетинає вісь абсцис (рис. 8, криві 1, 2). Рівновага знаходиться, починаючи з $\varepsilon_{c(1)} = 0,56 \cdot \varepsilon_{cu}$.

На рис. 9 ділянка нисхідної гілки діаграми при значеннях $\varepsilon_{c(1)} > 1,7 \cdot 10^{-3}$ відповідає значенням деформацій $\varepsilon_{c(1)}$, для яких при пошуку рівноваги між зовнішніми та внутрішніми зусиллями настає розрив арматури розтягнутої зони, тобто система рівнянь (1) чи (6) не має рішення.

Порівнюючи діаграми стану перерізу « $N - \varepsilon_{c(1)}$ » при різних ексцентриситетах e_0 прикладання зовнішнього навантаження N, M (рис. 5, 7, 9) слід відзначити, що при зменшенні ексцентриситету для дослідного залізобетонного перерізу відбувається зменшення довжини похилої ділянки аж до повного її зникнення. Так, при

ексцентриситеті $e_0 = 30 \text{ см}$ її довжина складає: від $\varepsilon_{c(1)} = 0$ до $\varepsilon_{c(1)} > 5,9 \cdot 10^{-4}$; при $e_0 = 6,0 \text{ см}$ – від $\varepsilon_{c(1)} = 0$ до $\varepsilon_{c(1)} > 1,029 \cdot 10^{-4}$. При ексцентриситеті $e_0 = 1,5 \text{ см}$ вона взагалі відсутня.

Також, при зменшенні зовнішнього ексцентриситету e_0 (зменшенні згинального моменту M при постійній поздовжній силі N) зменшується значення $\varepsilon_{c(1)}$, при якому обрана система рівнянь має рішення, тобто зменшуються максимальні відносні деформації стиснутого бетону $\varepsilon_{c(1)}$, зусиллями. Це цілком відповідає фізичній картині дослідного процесу – при збільшенні зовнішнього розтягуючого зусилля N , розтягнута зона перерізу зростає, вплив стиснутого бетону на загальну міцність перерізу зменшується.

Якщо продовжити поступово зменшувати ексцентриситет прикладання зовнішніх зусиль e_0 , буде зменшуватися кількість характерних точок $\varepsilon_{c(1)}$, при яких буде знаходитись рівновага у перерізі. Результати розрахунків дослідних перерізів представлені у табл. 2. Але навіть при достатньо малих значеннях e_0 , близьких до границі переходу НДС перерізу від позacentрового розтягу із малими ексцентриситетами, до центрального розтягу за допомогою методики, представленій у Додатку А, ДСТУ [5], можна знайти

рівновагу між зовнішніми і внутрішніми зусиллями і оцінити несучу здатність перерізу, яка повністю визначається площею та міцністю розтягнутої арматури на розтяг. Але для успішного пошуку рішення системи рівнянь (1) або (6) потрібно зменшувати крок підбору від рекомендованого $\varepsilon_{c(1)} = 0,1 \cdot \varepsilon_{cu}$ до меншого, наприклад, до $\varepsilon_{c(1)} = 0,01 \cdot \varepsilon_{cu}$.

Альтернативним варіантом у цьому випадку може бути виконання розрахунку несучої здатності залізобетонного перерізу за формулами алгоритму, представленими у попередніх будівельних нормах [13], в основі якого покладений метод граничних зусиль. Додатковим аргументом на користь розрахунку саме за цим варіантом є його більша швидкість у порівнянні із ітераційним алгоритмом деформаційного

Таблиця 2 - Результати чисельних розрахунків дослідних залізобетонних перерізів

Геометричні розміри перерізу, $b \times h$, см	Зовнішні зусилля			Кривизна χ , см^{-1}	Деформації $\varepsilon_{ct(l)}$ (рівновага)	Висота стиснутої зони перерізу, x , см	Верхнє армування, $\sigma_{s, \text{top}}$, МПа	Нижнє армування, $\sigma_{s, \text{low}}$, МПа	Несуча здатність перерізу		ρ , %
	M , кНм	N , кН	e_o , см						N_{int} , кН	M_{int} , кНм	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
20x100	600	-2000	30	1,15E-03	$1,0 \cdot \varepsilon_{cu}$	2,81	-45,8	-364,0	169,5	50,85	1,3
	300	-2000	15	1,27E-03	$1,0 \cdot \varepsilon_{cu}$	2,54	-122,5	-364,0	284,2	42,63	1,3
	150	-2000	7,5	1,43E-03	$1,0 \cdot \varepsilon_{cu}$	2,25	-224,4	-364,0	429,5	32,21	1,3
	75	-2000	3,75	1,60E-03	$1,0 \cdot \varepsilon_{cu}$	2,01	-332,5	-364,0	577,0	21,64	1,3
	50	-2000	2,5	1,40E-03	$0,86 \cdot \varepsilon_{cu}$	1,73	-364,0	-364,0	647,9	16,20	1,3
	40	-2000	2	1,59E-03	$0,7 \cdot \varepsilon_{cu}$	1,44	-364,0	-364,0	678,5	13,57	1,3
	30	-2000	1,5	1,56E-03	$0,56 \cdot \varepsilon_{cu}$	1,16	-364,0	-364,0	711,2	10,67	1,3
	20	-2000	1	1,54E-03	$0,41 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,86	-364,0	-364,0	746,1	7,46	1,3
	10	-2000	0,5	1,49E-03	$0,25 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,54	-364,0	-364,0	783,4	3,92	1,3
	5	-2000	0,25	1,47E-03	$0,17 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,37	-364,0	-364,0	803,0	2,01	1,3
16x100	1	-2000	0,05	1,23E-03	$0,07 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,18	-364,0	-364,0	819,2	0,41	1,3
	0,5	-2000	0,025	1,25E-03	$0,05 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,13	-364,0	-364,0	821,3	0,21	1,3
	600	-2000	30	1,32E-03	$1,0 \cdot \varepsilon_{cu}$	2,44	-154,8	-364,0	81,5	24,46	1,0
	300	-2000	15	1,42E-03	$1,0 \cdot \varepsilon_{cu}$	2,27	-219,0	-364,0	141,6	21,24	1,0
	150	-2000	7,5	1,57E-03	$1,0 \cdot \varepsilon_{cu}$	2,05	-312,5	-364,0	224,7	16,85	1,0
	75	-2000	3,75	2,11E-03	$1,0 \cdot \varepsilon_{cu}$	1,53	-364,0	-364,0	312,6	11,72	1,0
	50	-2000	2,5	2,10E-03	$0,76 \cdot \varepsilon_{cu}$	1,17	-364,0	-364,0	354,7	8,87	1,0
	40	-2000	2	2,03E-03	$0,63 \cdot \varepsilon_{cu}$	1,00	-364,0	-364,0	374,3	7,49	1,0

Продовження таблиці 2

Геометричні розміри перерізу, $b \times h$, см	Зовнішні зусилля			Кривизна χ , см^{-1}	Деформації ε_{cl} (рівновага)	Висота стиснутої, зони перерізу, x , см	Верхнє армування, $\sigma_{s, \text{top}}$, МПа	Нижнє армування, $\sigma_{s, \text{low}}$, МПа	Несуча здатність перерізу		ρ , %
	M , кНм	N , кН	e_0 , см						N_{int} , кН	M_{int} , кНм	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	30	-2000	1,5	2,01E-03	$0,51 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,82	-364,0	-364,0	395,7	5,94	1,0
	20	-2000	1	2,00E-03	$0,38 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,62	-364,0	-364,0	419,2	4,19	1,0
	10	-2000	0,5	1,97E-03	$0,24 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,393	-364,0	-364,0	444,9	2,22	1,0
	5	-2000	0,25	1,83E-03	$0,16 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,283	-364,0	-364,0	458,7	1,15	1,0
	1	-2000	0,05	1,72E-03	$0,07 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,13	-364,0	-364,0	470,2	0,24	1,0
	0,5	-2000	0,025	1,75E-03	$0,05 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,092	-364,0	-364,0	471,72	0,12	1,0
	600	-2000	30	2,44E-03	$1,0 \cdot \varepsilon_{cu}$	1,33	-364,0	-364,0	25,0	7,49	0,5
	300	-2000	15	2,82E-03	$1,0 \cdot \varepsilon_{cu}$	1,15	-364,0	-364,0	43,8	6,57	0,5
	150	-2000	7,5	3,05E-03	$0,86 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,91	-364,0	-364,0	70,0	5,25	0,5
12x100	75	-2000	3,75	2,98E-03	$0,61 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,66	-364,0	-364,0	98,9	3,71	0,5
	50	-2000	2,5	2,93E-03	$0,48 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,53	-364,0	-364,0	114,3	2,86	0,5
	40	-2000	2	2,84E-03	$0,41 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,47	-364,0	-364,0	121,9	2,44	0,5
	30	-2000	1,5	2,82E-03	$0,35 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,40	-364,0	-364,0	129,5	1,94	0,5
	20	-2000	1	2,82E-03	$0,27 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,31	-364,0	-364,0	140,0	1,40	0,5
	10	-2000	0,5	2,63E-03	$0,18 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,221	-364,0	-364,0	151,1	0,76	0,5
	5	-2000	0,25	2,65E-03	$0,13 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,159	-364,0	-364,0	157,2	0,39	0,5
	1	-2000	0,05	2,74E-03	$0,06 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,07	-364,0	-364,0	162,4	0,08	0,5
	0,5	-2000	0,025	2,43E-03	$0,04 \cdot \varepsilon_{cu}$	0,053	-364,0	-364,0	163,118	0,04	0,5



методу, що може стати у нагоді при виконанні розрахунків арматури прямокутних перерізів за методом Вуда-Армера [11].

ВИСНОВКИ

При виконанні розрахунків міцністю нормальних перерізів за деформаційним методом позацентрово-розтягнутих елементів залізобетонних конструкцій із малими ексцентриситетами знайдена рівновага між внутрішніми і зовнішніми зусиллями лише при двознаковій епюрі розподілу відносних поздовжніх деформацій (у випадку наявності стиснутої зони).

Встановлено, що при зменшенні ексцентриситету прикладання зусилля, стиснута зона бетону у перерізі зменшується аж до повного її зникнення – переріз стає повністю розтягнутим і за допомогою запропонованої у Додатку А, ДСТУ [5] методики реалізації деформаційного методу, рівновагу між зовнішніми і внутрішніми зусиллями знайти не вдається.

Запропоновані варіанти вирішення даної задачі без значної втрати точності розрахунків, найбільш доцільним із яких є перехід до методу граничних зусиль (який був прийнятий за основний у попередніх будівельних нормах [13]) і виконання подальшого розрахунку саме за цим методом.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Pavlikov A., Kochkarev D., Harkava O. Calculation of reinforced concrete members strength by new concept. Proceedings of the fib Symposium 2019: Concrete - Innovations in Materials, Design and Structures. Krakow, Poland, 2019.
2. Kolchunov V.I., Yakovenko I.A., Dmitrenko E.A. The analytical core model formation of the nonlinear problem bond armature with concrete. Collection of research papers. Industrial engineering and construction. Poltava: National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic", 2(47), 125–132.
3. Iakovenko I.A., Kolchunov V.I. The development of fracture mechanics hypotheses applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states. Journal of Applied Engineering Science. 2017. Vol. 15, Article 455, P. 366–375. DOI: <https://doi.org/10.5937/jaes15-14662>
4. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. [Чинний з 2011.07.01]. К.: Мінгеріонбуд України, Державне підприємство «Укрархбудінформ». 2011. 71 с.
5. ДСТУ Б.В.2.6-156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бето-

ну. Правила проектування. [Чинний з 2011.06.01]. К.: Мінгеріонбуд України, 2011. 118 с.

6. Бабаєв В.М., Бамбура А.М., Пустовойтова О.М. та ін. Практичний розрахунок елементів залізобетонних конструкцій за ДБН В.2.6-98:2009 у порівнянні з розрахунками за СНиП 2.03.01-84* і EN 1992-1-1 (Eurocode 2) /за заг. ред. В.С. Шмуклера. Харків: Золоті сторінки, 2015. 208 с.
7. Войцехівський О.В., Журавський О.Д., Байда Д.М. Розрахунок залізобетонних конструкцій з використанням спрощених діаграм деформування матеріалів (за ДСТУ Б.В.2.6-156:2010). Частина 1. Розрахунок за I групою граничних станів. К.: КНУБА, 2017. 168 с.
8. Бамбура А.М., Павліков А.М., Колчунов В.І. та ін. Практичний посібник із розрахунку залізобетонних конструкцій за діючими нормами України (ДБН В.2.6-98:2009) та новими моделями деформування, що розроблені на їхню заміну. К.: Толока, 2017. 627 с.
9. Яковенко И.А. Трансформационный элемент, связывающий зависимости механики разрушения с теорией железобетона. Наука та будівництво. 2018. №4 (18). С. 28–37.
10. Колчунов В.И., Демьянов А.И., Яковенко И.А., Гарба М.О. Приведение в соответствие опытных данных трещиностойкости железобетонных конструкций их теоретическим значениям. Наука та будівництво. 2018. №1 (15). С. 42–49.
11. Shin Myoungsu, Allan Bommer, James B. Deaton, Bulent N. Aledmar. Twisting moments in two-way slab. Concrete International. 2009. Vol. 78, P. 35-40.
12. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416с.
13. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. [Введены в действие с 1986-01-01]. М.: ЦТИП Госстроя СССР, 1989. 88 с.

REFERENCES

1. Pavlikov, A., Kochkarev, D., Harkava, O. (2019). Calculation of reinforced concrete members strength by new concept. Proceedings of the fib Symposium 2019. Kraków: CUT., 820-827.
2. Kolchunov, V.I., Yakovenko, I.A., Dmitrenko, E.A. (2016). The analytical core model formation of the nonlinear problem bond armature with concrete. Collection of research papers. Industrial engineering and construction. Poltava: National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic", 2(47), 125–132.
3. Iakovenko, I., Kolchunov, V.I. (2017). The development of fracture mechanics hypotheses



- applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states. *Journal of Applied Engineering Science*, 15, 455, 366–375. Retrieved from <https://doi.org/10.5937/jaes15-14662>
4. Structures of buildings and constructions. Concrete and reinforced concrete structures. General provisions. (2011). DBN V.2.6-98:2009. Kyiv: Minregionbud of Ukraine.
 5. Structures of buildings and constructions. Concrete and reinforced concrete structures of heavy-weight concrete. Design rules: DSTU B V.2.6-156:2010. (2011).
 6. Babaiev, V.M., Bambura, A.M., Pustovoi-tova, O.M. et al. (2015). Practical calculation of elements of reinforced concrete structures according to DBN V.2.6-98:2009 in comparison with calculations according to SNiP 2.03.01-84* and EN 1992-1-1 (Eurocode 2). Shmukler B.S.(Ed). Kharkiv: Zoloti storinky.
 7. Voitsekhivskiy, O.V., Zhuravskiy, O.D., Baida, D.M. (2017). Calculation of reinforced concrete structures using simplified diagrams of material deformation (according to DSTU B V.2.6-156:2010). Part 1. ULS calculation Kyiv: KNUBA.
 8. Bambura, A.M., Pavlikov, A.M., Kolchunov, V.I. et al. (2017). Practical reference guide for calculation of reinforced concrete structures according to acting regulation of Ukraine (DBN V. 2.6–98:2009) and new deformation models developed for supersession. Kyiv: Toloka.
 9. Yakovenko, I.A. (2018). Transformational element connecting dependencies of failure mechanics and reinforced concrete theory. *Science and Construction*, 4(18), 28–37.
 10. Kolchunov, V.I., Demianov, A.I., Yakovenko, I. A., Garba, M.O.(2018). Harmonization of experimental data and theoretical values of crack resistance of reinforced concrete structures. *Science and Construction*, 1 (15), 42–49.
 11. Myoungsu Shin, Allan Bommer, James B. Deaton, Bulent N. Alemdar. (2009) Twisting moments in two-way slab. *Concrete International*, 78, 35-40.
 12. Karpenko, N.I. (1996). General models of reinforced concrete mechanics. Moscow: Sroyizdat.
 13. Concrete and reinforced concrete structures. (1989). SNiP 2.03.01–84* from the 1st January 1986. Moscow: TSTIP Gosstroy USSR.

Стаття надійшла до редакції 28.08.2020 року