

ДЕМПФИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

*Полтавский национальный технический университет имени Юрия
Кондратюка*

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского (ХАИ)

Исследовано влияние отверстий в оболочке вращения на поведение купола части оболочки которая находится над поясом из отверстий при полигармоническом нагружении.

Постановка проблемы. Оболочки вращения находят широкое применение в строительстве, авиастроении, нефтяной промышленности, исследованиях подводных шельфов и т.д. Такой широкий интерес к оболочкам объясняется их эффективностью при работе в нагруженном состоянии [1].

Анализ последних исследований и публикаций. Исследуя несущую способность оболочки с отверстиями в инженерной практике наряду с задачами о напряженном состоянии [2,3,4] не менее важное значение имеют задачи по устойчивости и колебаниям. В работе исследовано влияние расположения системы отверстий на поверхности оболочек вращения на демпфирование колебаний оболочки и ее устойчивость.

Формирование целей статьи. Исследовать влияние расположения системы отверстий на поверхности оболочек вращения на поведение купола при полигармоническом нагружении.

Основная часть. Рассмотрим оболочку вращения (рис. 1)

$$Z = Z(\sqrt{x^2 + y^2}) = Z(\rho).$$

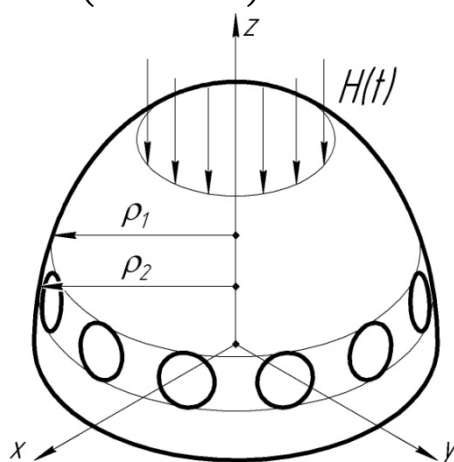


Рисунок 1 – Оболочка вращения

Эта оболочка ослаблена отверстиями (n, r_0) , где n – количество отверстий, r_0 – радиус отверстия.

Шаровой пояс – пояс, который образуют отверстия $Z(\rho)$, где ρ удовлетворяет неравенству $\rho_1 \leq \rho \leq \rho_2$.

На оболочку сверху действует полигармоническая нагрузка, которая описывается следующим аналитическим выражением

$$H(t) = \sum_{i=1}^{\infty} u_i \cos(\omega_i t + \varphi_i),$$

где u_i – амплитуда гармонии;

ω_i – частота;

φ_i – начальная фаза.

Рассмотрим поведение купола над шаровым поясом. Важными являются два аспекта которые влияют на несущую способность всей оболочки:

а) волны вызываемые периодическими составляющими полигармонического нагружения $H(t)$;

б) колебания всего купола, то есть колебательные движения центра системы координат, жестко связанной с куполом $x_0(t)\alpha(t)$, $y_0(t)\beta(t)$, $z_0(t)\gamma(t)$, где O' – начало координат осей x, y, z , связанных с куполом, α, β, γ – углы Эйлера (рис. 2).

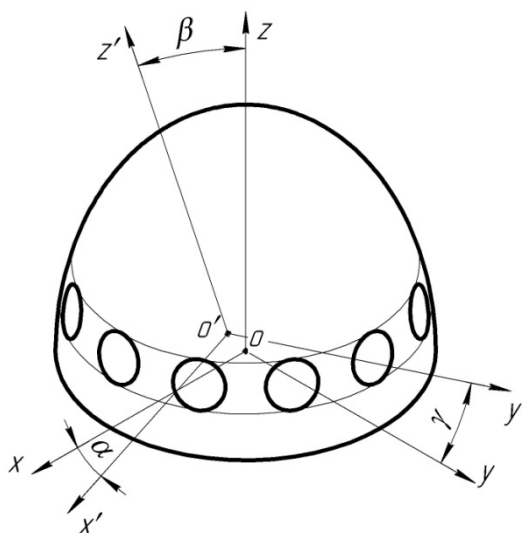


Рисунок 2 – Колебания купола

Шаровой пояс влияет на частоты волн, которые идут по куполу (демпфирует их).

Действие этого пояса заключается в том, чтобы волны от полигармонической нагрузки $H(t)$ не должны быть когерентны собственным волнам оболочки, что исключает явления местного резонанса с последующим образованием локальных трещин.

Кроме того шаровой пояс будет демпфировать колебания в целом всего купола.

Запишем уравнение для нахождения возмущенной формы оболочки

$$a\Delta^2 Z(\rho, \varphi) + b \frac{\partial^4 z}{\partial^2 x \partial^2 y} = \rho h \frac{\partial^2 y}{\partial^2 t}, \quad (1)$$

$$\text{где } a = \frac{h^3(\lambda^2 + \mu^2)}{3\lambda}; b = \frac{h^3}{b}(\mu - \lambda).$$

Для нагружения

$$\iint_{\Pi} D\Delta^2 Z(\rho, \varphi) \rho d\rho d\varphi = H(t).$$

После перехода в (1) к полярным координатам получим

$$\left[\left(a + \frac{b}{6} \right) (\Delta^2 \rho + \Delta^2 \varphi) + bD \right] z(\rho, \varphi) + \rho h z(\rho, \varphi) = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{где} \quad \Delta^2 \rho &= \frac{\partial^4}{\partial \rho^4} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial^3}{\partial \rho^3} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^3} \frac{\partial}{\partial \rho}, \\ \Delta^2 \varphi &= \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial^4}{\partial \rho^2 \partial \varphi^2} - \frac{2}{\rho^3} \frac{\partial^3}{\partial \rho \partial \varphi^2} + \frac{4}{\rho^4} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\rho^4} + \frac{\partial^4}{\partial \varphi^4}. \end{aligned}$$

Решение (2) будем искать в виде тригонометрического ряда Фурье

$$z(\rho, \varphi) = z_0(\rho) + \sum_{n=0}^{\infty} z'_n(\rho) \cos n\varphi + z''_n(\rho) \sin n\varphi$$

Для нахождения $z_0(\rho)$, $z'_n(\rho)$, $z''_n(\rho)$ запишем

$$\begin{cases} \frac{b}{2} D' z_{2k} + \left(a + \frac{b}{6} \right) \Delta^{\circ} z_{2k+4} + \frac{b}{2} D z_{2k+8} + \rho h z_{2k+4} = 0 \quad (k = 1, 2, \dots) \\ \frac{b}{2} D' z_{2k-1} + \left(a + \frac{b}{6} \right) \Delta^{\circ} z_{2k+3} + \frac{b}{2} D' z'_{2k+7} + \rho h z'_{2k+3} = 0 \quad (k = 1, 2, \dots) \\ -\frac{b}{2} D'' z''_{2k} + \left(a + \frac{b}{6} \right) \Delta^{\circ} z''_{2k+4} + \frac{b}{2} D'' z''_{2k+8} + \rho h z''_{2k+4} = 0 \quad (k = 1, 2, \dots) \\ \frac{b}{2} D'' z''_{2k-1} + \left(a + \frac{b}{6} \right) \Delta^{\circ} z''_{2k+3} + \frac{b}{2} D'' z''_{2k+7} + \rho h z''_{2k+3} = 0 \quad (k = 1, 2, \dots) \\ \left(a + \frac{b}{6} \right) \Delta^2_{\rho} z_0 + \frac{b}{2} D'' z'_4 + \rho h z_0 \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R \left(a + \frac{b}{6} \right) (\Delta^2 \rho + \Delta^2 \varphi + bD) z(\rho, \varphi) \rho d\rho d\varphi = H(t) \quad (3).$$

В (3) интегрирование идет по поверхности оболочки, но при прохождении шарового пояса меняются характеристики a , b , D , которые есть в свою очередь функции от $(n, \rho_0, \rho_1, \rho_2)$.

Геометрия пояса отверстий должна удовлетворять следующие условия:

1. В направлении осуществления демпфирования колебаний – неравенство на количество отверстий m

$$u_2 \leq \frac{6at}{\pi} \leq u_1.$$

2. В направлении ограничения потери прочности, h – высота оболочки

$$0,12h \leq \varphi(u_1) \leq 0,14h$$

$$0,15h \leq \varphi(u_2) - \varphi(u_1) \leq 0,26h$$

3. В направлении исключения резонанса при полигармонической нагрузке $|\alpha_{n_\Delta} - \alpha_{n_s}| \leq \delta_0$, где $\alpha_{n_\Delta}, \alpha_{n_s}$ числовые характеристики, которые определяются следующим образом

$$\alpha_{n_\Delta} = \arcsin \frac{\Delta_2}{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}};$$

$$\alpha_{n_s} = \arctg(\varphi'(r))^{-1}/r = \frac{u_1 + u_2}{2}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0; \varphi(u_2); 1 \\ u_1 \sin \frac{\pi u_1}{m}; \varphi(u_1); 1 \\ -u_1 \sin \frac{\pi u_1}{m}; \varphi(u_1); 1 \end{vmatrix}; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} u_2; 0; 1 \\ u_1 \cos \frac{\pi u_1}{m}; u_1 \sin \frac{\pi u_1}{m}; 1 \\ u_1 \cos \frac{\pi u_1}{m}; -u_1 \sin \frac{\pi u_1}{m}; 1 \end{vmatrix}$$

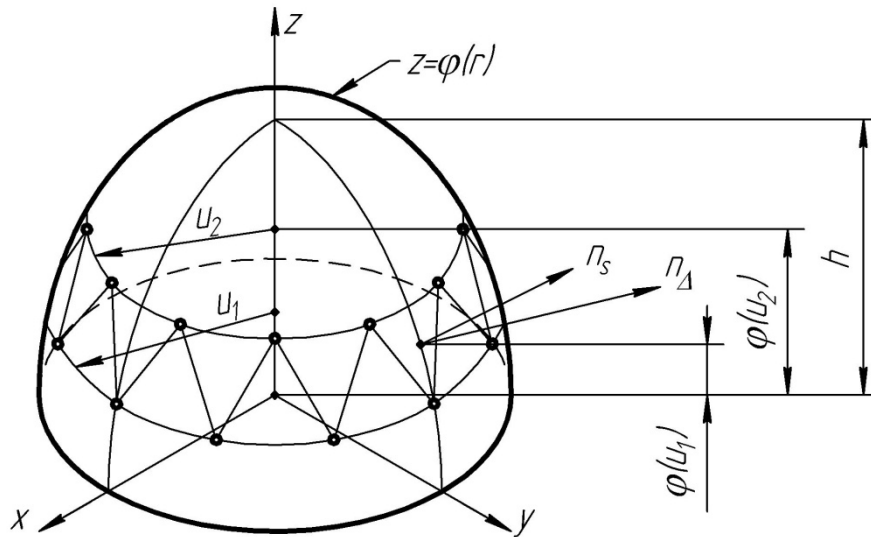


Рисунок 3 – Структурная схема положения шарового пояса.

n_s – вектор нормали к серединной линии пояса отверстий на поверхности S;

n_Δ – вектор нормали к плоскости треугольника образованного соседними отверстиями: одним на верхнем поясе и двумя на нижнем поясе.

Выводы

Рассматривается динамическое поведение купола – оболочка вращения. Показывается, что двойной пояс отверстий демпфирует волны от полигармонической нагрузки. Выбирая геометрические параметры этого пояса решается задача оптимизации и гашению местных резонансов.

Литература

1. Дихтярь А.С., Ядгаров Д.Я. Форма нисущая способность оболочек покрытий. Ташкент: “Уктивучи”, 1983.
2. Рассказов А.О., Дихтярь А.С. Предельное равновесие оболочек – К.: Вища школа, 1987. – 150 с.
3. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. Наука. 1966. 636 с.

4. Шишкин А.Г., Тertyшный Г.В. Свободные колебания цилиндрических панелей и оболочек с вырезами. В кн.: Точные науки, математика, механика. Казань: Изд-во Казанского ун-та. 1975. с. 160-163.

**ДЕМПФУВАННЯ КОЛИВАНЬ ОБОЛОНКИ ПРИ
ПОЛІГАРМОНІЙНОМУ НАВАНТАЖЕННІ**

Д.Ф. Погорілий, С.М. Малинський, А.Ю. Чернявський, В.А. Бойко

Розглянуто вплив розташування системи отворів на поверхні оболонок обертання при полігармонійному навантаженні. Показано можливість демпфування коливань полігармонійно навантаженої оболонки за допомогою кульового поясу. Наведено умови вибору геометричних параметрів даного поясу для розв'язання задачі оптимізації та гасінню місцевих резонансів.

**VIBRATION DAMPING OF POLYHARMONICALLY LOADED
SHELL**

D.F.Pogorilyi, S.M. Malinskyi, A.Y. Cherniavskiy, V.A. Boiko

The influence of the hole zone on the surface of polyharmonically loaded shells of revolution is examined. The ability of the hole belt to damp vibrations of polyharmonically loaded shell is exposed. Boundary conditions for geometric parameters of damping belt are determined to solve optimization problem and local resonance damping problem.