

УДК 624.012.35:620.173

**РОЗРАХУНОК МІЦНОСТІ ТА ЖОРСТКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ
СТАТИЧНО-НЕВИЗНАЧЕНИХ БАЛОК НА ОСНОВІ
ДЕФОРМАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ**

**РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ И ЖЕСТКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ
СТАТИЧЕСКИ-НЕОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК НА ОСНОВАНИИ
ДЕФОРМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ**

**CALCULATION OF STRENGTH AND STIFFNESS CONCRETE
STATICALLY INDETERMINATE BEAMS DEFORMATION BASED
MODEL**

Кочкарёв Д.В., к.т.н., доц. (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

Кочкарёв Д.В., к.т.н., доц. (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

Kochkarev D.V., candidate of technical sciences, associate professor (National university of water management and nature resources use, Rivne)

Приведено практичну методику розрахунку залізобетонних статично-невизначних балок за згину на основі класичного опору матеріалів.

Рассмотрена практическая методика расчёта статически-неопределимых железобетонных элементов при изгибе на основании классического сопротивления материалов.

We consider the practical methodology of calculation of statically indeterminate reinforced concrete elements in bending on the basis of the classical strength of materials.

Ключові слова:

залізобетон, згин, балка, опір.

железобетон, изгиб, балка, сопротивление.

reinforced concrete, bend, beam, resistance.

Стан питання та задачі дослідження. Останнім часом дуже великого поширення в будівництві набули статично невизначні залізобетонні конструкції, у тому числі і балки. Дослідженням роботи залізобетонних нерозрізних балок займалося чимало вчених [3, 4, 5, 6, 7, 8] та інші. Але,

серед усього різноманіття методик та пропозицій, розрахунків статично невизначених балок та конструктивних систем, і сьогодні викликає багато труднощів.

Започатковані силові моделі розрахунку статично-невизначених конструкцій [2, 3] в більшості випадків розглядали їх граничний стан, а тому при експлуатаційних навантаженнях дані методики спрацьовували задовільно. Запропоновані нелінійні деформаційні моделі сучасними вченими [4, 5, 6, 7, 8] дозволяють більш реально описати роботу статично невизначених конструкцій.

Розрахунок нерозрізних систем у нелінійній постановці також можна виконувати у сучасних програмних комплексах (Ліра, MicroFe і т.д.). Але проблеми пов'язані з обмеженістю функцій діаграм деформування, не врахуванням роботи розтягнутого бетону в блоці між тріщинами, проблеми ширини розкриття тріщин, ще потребують, ретельного дослідження.

Мета дослідження полягає у розгляді практичної методики розрахунку статично-невизначених балок на основі деформаційної моделі.

Методика досліджень. Розрахунок статично-невизначених балок можна виконувати різними способами. Найбільш прогресивними є методи пов'язані з використанням реальних діаграм деформування матеріалів з використанням сучасних деформаційних моделей.

Розрахунок залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі передбачає використання складного математичного апарату. Навіть, при розрахунку одно пролітної залізобетонної балки не обійтись без спеціальних комп'ютерних програм. З огляду на це будемо використовувати деформаційну методику, яка ґрунтується на розрахункових опорах залізобетону [9]. Суть її полягає у зведенні складних розрахункових формул до табульованих значень відповідних параметрів. Вона не використовує жодних емпіричних коефіцієнтів. З огляду на те, що кількість класів бетону та арматури обмежена, об'єми таблиць будуть незначними. Одна із найвагоміших переваг даної методики є повна відповідність розрахункових формул, формулам класичного опору матеріалів. Універсальність даної методики полягає у можливості уточнення значень розрахункових опорів композитних матеріалів, без зміни методики їх розрахунку.

Розрахунок зігнутих елементів за даною методикою [9] виконують таким чином:

- за міцністю

$$M_{ep} / W_c \leq f_M, \quad (1)$$

- на утворення тріщин

$$M_w / W_c \leq f_w, \quad (2)$$

- за деформаціями

$$\sigma_{zM} = \frac{M_e}{W_c} \rightarrow \sum \varepsilon \rightarrow \frac{1}{r} = \frac{\sum \varepsilon}{d}, \quad (3)$$

- за деформаціями

$$\sigma_{zM} = \frac{M_e}{W_c} \rightarrow \sum \varepsilon \rightarrow \frac{1}{r} = \frac{\sum \varepsilon}{d}, \quad (3)$$

- розрахунок обмеження розкриття тріщин

$$\sigma_{zM} = \frac{M_e}{W_c} \rightarrow \sigma_s \leq \sigma_{s, \text{табл.}} \quad (4)$$

де M_{ep} , M_e - відповідно моменти від граничних і експлуатаційних навантажень; f_M , f_W - розрахункові опори залізобетону на згин та на утворення тріщин, відповідно; M_W - момент утворення тріщин; W_c - пружний момент опору бетонного робочого перерізу, $W_c = bd^2/6$; σ_{zM} - напруження у залізобетоні.

Розглянемо застосування даної методики до розрахунку статично-невизначних балок. Проектування статично-невизначених залізобетонних балок виконують із зменшенням опорних моментів, на певну величину, яка визначається за умови не перевищення максимально допустимої ширини тріщин. Це виконують, як із технологічних, так і економічних міркувань. Із введенням нових норм проектування залізобетонних конструкцій [1, 2], постала необхідність в обмеженні напруг в арматурі (табл.5.2 [2]), а сам розрахунок ширини розкриття тріщин став більш вагомим, що значно обмежило можливість зменшення опорних моментів, особливо при близьких значеннях розрахункових та експлуатаційних навантажень. Тому будемо розглядати нерозрізні залізобетонні конструкції без зменшення опорних моментів.

Розрахунок статично невизначних балок пропонується проводити в такій послідовності:

1. Виконуємо компоновочне креслення, формуємо розрахункову схему, збираємо навантаження;
2. Виконуємо статичний розрахунок за пружної роботи балки, при розрахункових та експлуатаційних навантаженнях;
3. Виконуємо розрахунок міцності, нормальних перерізів та підбираємо поздовжню арматуру;
4. По значенням епюри моментів від експлуатаційних навантажень, визначаємо кривину, попередньо розбивши балку на певну кількість перерізів;
5. Перевіряємо правильність отриманої епюри моментів, перемноженням дійсної епюри кривини на одну із одиничних епюр, в напрямку реакції відкинutoї в'язі за виразом:

$$\int_0^l M_1 \left(\frac{1}{r} \right)_x dx = 0, \quad (5)$$

де M_1 - епюра моментів від одиничної сили прикладеної в напрямку реакції відкинутої в'язі; $(1/r)_x$ – епюра кривини балки.

Умову (5) можна записати через формулу Сімпсона, розбивши балку на певну кількість ділянок. Формулу Сімпсона можна умовно розкласти на від'ємні та додатні доданки. Тоді умова (5) запишеться в такому вигляді

$$\frac{\sum \left(+ M_i \left(\frac{1}{r} \right)_{xi} \right)}{\sum \left(- M_i \left(\frac{1}{r} \right)_{xi} \right)} = 1, \quad (6)$$

де $\sum \left(+ M_i \left(\frac{1}{r} \right)_{xi} \right)$, $\sum \left(- M_i \left(\frac{1}{r} \right)_{xi} \right)$ M_1 - сума доданків із знаком "+", та "-", відповідно.

Рівняння (6) дає змогу кількісно визначати невідповідність отриманої епюри моментів реальній.

6. Якщо відношення доданків умови (6) відрізняється більше ніж на 10% (0,9...1,1), проводять корегування епюри моментів, шляхом зменшення або збільшення відповідних моментів. Для не відповідальних конструкцій таку перевірку можна не виконувати. Переважна більшість методик, у тому числі норми проектування 84-року її, не передбачали.

7. Будуємо епюру від одиничної сили прикладеної в місці шуканого прогину. За формулою Сімпсона при відомій епюрі кривини знаходимо шуканий прогин.

8. Порівнюємо отриманий прогин із максимально допустимим. При не виконанні даної умови необхідно прийняти конструктивне рішення.

В методиці не розглядалося питання присвячені побудові обгинаючої епюри моментів, так як вони є загально відомими. При врахуванні тривалості дії навантаження, при визначенні кривини, просто використовують відповідні таблиці.

Проілюструємо наведену методику розрахунку на прикладі трьох пролітної балки, при цьому будемо використовувати таблиці побудовані на основі норм [1, 2], без врахування роботи розтягнутого бетону.

Результати досліджень. Приклад. Запроектувати залізобетонну балку $b \times d = 30 \times 47$ см. Прийняти клас бетону C20/25, арматуру A400C. Балка 3-х пролітна $l = 6$ м. На неї діє граничне розрахункове навантаження $q = 40$ кН/м, експлуатаційне $q_e = 30$ кН/м. Прийняти відносний граничний прогин $1/250$.

Розв'язок.

1. Розрахункова схема балки за граничного навантаження показана на рис.1.

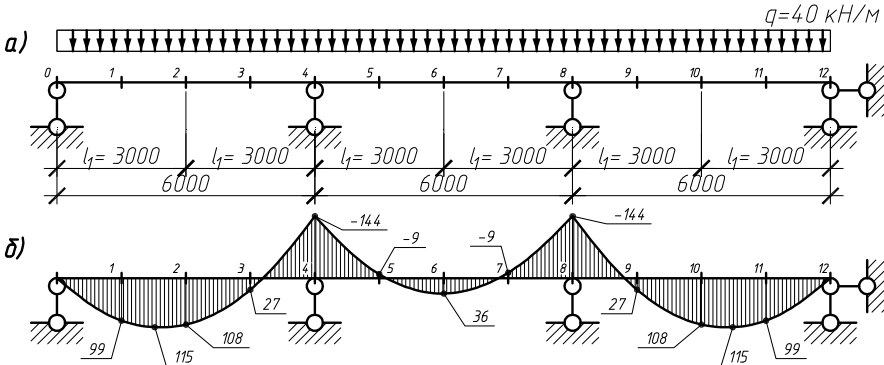


Рис.1. Розрахунок міцності нормальних перерізів балки:
 а) розрахункова схема при граничному навантаженні;
 б) епюра згинаючих моментів за пружної роботи матеріалів, кНм

Таблиця 1

Визначення площі арматури

№ перерізу	Згин. момент	Напруги у з/б	Визначене армування		Прийняте армування		
	$M_{p0}, \text{кНм}$	$\sigma_{zm}, \text{МПа}$	$\rho_{jp}, \%$	$A_s, \text{см}^2$	$A_{sp}, \text{см}^2$	Арматура	$\rho_f, \%$
4, 8	144	13.04	0.642	9.052	9.420	3Ø20	0.668
1-2,10-11	115	10.41	0.496	6.994	7.630	3Ø18	0.541
6	36	3.26	0.152	2.157	2.260	2Ø12	0.160

Таблиця 2

Розрахунковий опір залізобетону на згин f_M при одиничному армуванні, МПа

Клас бетону	Процент армування ρ_f							
	0.05	0.50	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	3.00
	$f_{yd}=375 \text{ МПа (A-400C)}$							
C8/10	1.10	9.44	14.68	15.12	15.43	15.67	15.86	16.32
C12/15	1.11	9.97	17.38	20.09	20.85	21.27	21.60	22.45
C16/20	1.11	10.30	18.70	22.19	25.20	27.38	27.90	28.71
C20/25	1.11	10.49	19.48	23.40	26.95	30.11	32.88	34.82
C25/30	1.11	10.60	19.91	24.08	27.93	31.46	34.66	39.64
C30/35	1.12	10.68	20.24	24.59	28.66	32.45	35.96	42.12
C32/40	1.12	10.75	20.49	24.98	29.23	33.22	36.96	43.69
C35/45	1.12	10.81	20.72	25.35	29.76	33.94	37.90	45.16
C40/50	1.12	10.84	20.88	25.60	30.11	34.42	38.53	46.14
C45/55	1.12	10.87	21.01	25.80	30.40	34.82	39.05	46.95
C50/60	1.12	10.90	21.14	26.00	30.69	35.21	39.56	47.75

2. Визначаємо необхідне армування для трьох перерізів. Розрахунок проводимо за виразом (1) та табл.2 у табличній формі. Для цього попередньо визначимо $W_c=30 \times 47^2/6=11045 \text{ см}^3$.

3. Розіб'ємо кожен проліт на чотири ділянки. Кінцями ділянок будуть слугувати перерізи, в яких і будемо визначати параметри напружено-деформованого стану (НДС) (рис.2, а).

4. Побудуємо епюру моментів, за умови пружної роботи матеріалів за дії експлуатаційного навантаження (рис.2, б).

5. За виразом (3) для кожного розрахункового перерізу знайдемо напруги у залізобетоні σ_{zM} , та сумарні деформації арматури і бетону $\Sigma \epsilon$, використовуючи табл.3. Розрахунок проведемо у табличній формі (табл.4).

6.Перевіримо відповідність епюри моментів. Формулу Сімпсона подамо у такому вигляді

$$\int_0^l M_1 \left(\frac{1}{r} \right)_x dx = \sum_{i=0}^n \frac{l_1}{6d} (M_i \Sigma \epsilon_i + 4M_{i+1} \Sigma \epsilon_{i+1} + M_{i+2} \Sigma \epsilon_{i+2}). \quad (7)$$

Таблиця 3

Дані для розрахунку за граничними станами другої групи
(короткочасне навантаження, арматура А400С)

Клас бетону	Рівень навантаження	Величина проценту армування, %							
		0,05		0,25		0,5		1	
		σ_{zM} , МПа	$\Sigma \epsilon$	σ_{zM} , МПа	$\Sigma \epsilon$	σ_{zM} , МПа	$\Sigma \epsilon$	σ_{zM} , МПа	$\Sigma \epsilon$
C16/20	M_{cre1}	2.14	2.01	2.39	3.65	3.09	3.30	3.86	3.48
	M_{cre2}	2.14	40.77	2.39	10.13	3.09	7.23	3.86	5.10
	0.4	4.05	77.95	7.41	33.64	9.19	23.49	11.01	16.40
	0.6	6.07	118.8	11.11	52.19	13.78	36.83	16.51	26.15
	0.8	8.09	162.4	14.82	72.94	18.38	52.15	22.02	37.67
	1.0	10.12	221.7	18.52	106.67	22.97	79.21	27.52	59.76
C20/25	M_{cre1}	2.56	2.19	2.76	3.66	3.47	3.29	4.29	3.74
	M_{cre2}	2.56	48.42	2.76	11.59	3.47	7.99	4.29	5.46
	0.4	4.53	86.42	8.45	37.59	10.59	26.34	12.84	18.41
	0.6	6.80	131.4	12.68	58.04	15.89	41.04	19.26	29.16
	0.8	9.07	178.9	16.91	80.61	21.19	57.68	25.68	41.64
	1.0	11.34	241.7	21.13	115.86	26.48	85.85	32.10	64.53
C25/30	M_{cre1}	2.96	2.20	3.35	2.53	3.62	2.53	4.14	2.62
	M_{cre2}	2.96	55.54	3.35	14.25	3.62	8.35	4.14	5.31
	0.4	4.99	94.33	9.45	41.45	11.93	29.11	14.59	20.55
	0.6	7.49	143.2	14.18	63.70	17.90	45.10	21.89	32.19
	0.8	9.98	194.5	18.90	88.08	23.87	63.03	29.18	45.58
	1.0	12.48	258.0	23.63	125.11	29.84	92.51	36.48	69.45

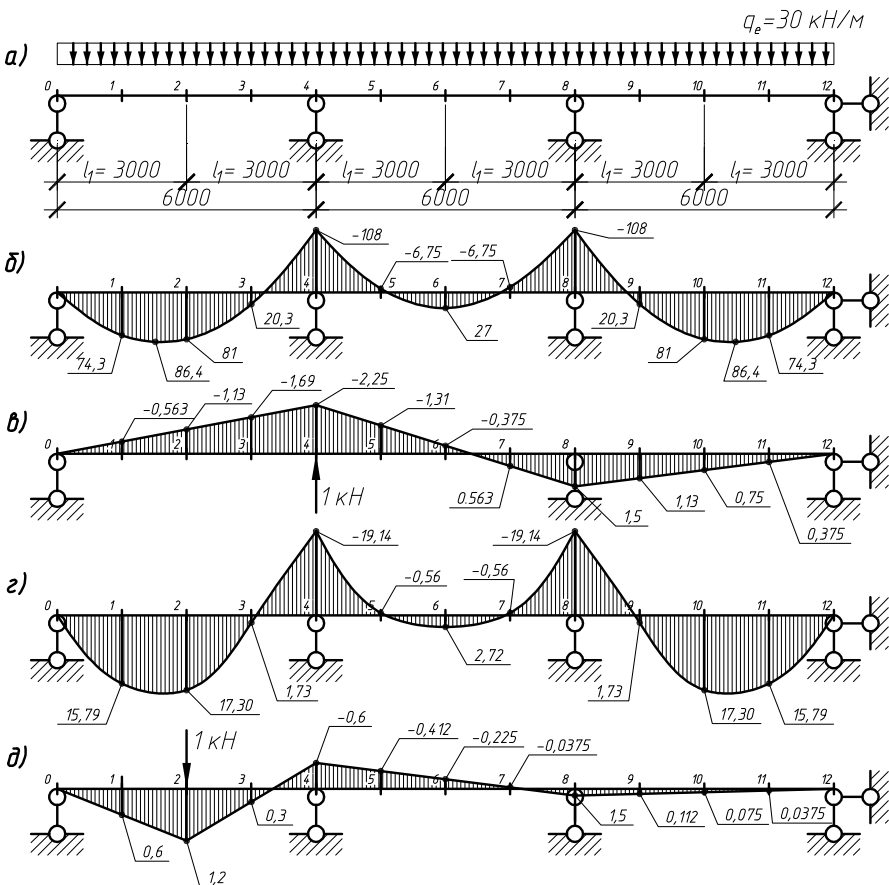


Рис.2. Розрахункова схема та епюри напружень і деформацій статично-невизначеної балки: а) розрахункова схема при дії експлуатаційного навантаження; б) епюра згинаючих моментів за пружної роботи матеріалів за дії експлуатаційного навантаження, кНм; в) епюра моментів від одиничної сили прикладеної в напрямку реакції відкинutoї в'язі, кНм; г) епюра сумарних деформацій арматури і бетону $\Sigma \epsilon \times 10^4 = 1/\gamma \times d$; д) епюра моментів від одиничної сили прикладеної в місці шуканого прогину, кНм

Тоді формулу (6) приведемо до виразу

$$\frac{\sum (+M_i \Sigma \epsilon_i)}{\sum (-M_i \Sigma \epsilon_i)} = 1. \quad (8)$$

Проведені у табличній формі розрахунки підтвердили правильність епюри моментів (похибка 0,36%).

Таблиця 4

Визначення епюри сумарних деформацій арматури і бетону

N_0 перерізу	M_0 , кНм	$\sigma_{z\text{м}}$, МПа	ρ_f , %	$\Sigma \varepsilon, 10^4$	M_b , кНм
0	0	0	0	0.00	0
1	74.3	6.727	0.541	15.79	-0.563
2	81	7.334	0.541	17.30	-1.13
3	20.3	1.838	0.541	1.73	-1.69
4	-108	-9.778	0.668	-19.14	-2.25
5	-6.75	-0.611	0.668	-0.56	-1.31
6	27	2.445	0.16	2.72	-0.375
7	-6.75	-0.611	0.668	-0.56	0.563
8	-108	-9.778	0.668	-19.14	1.5
9	20.3	1.838	0.541	1.73	1.13
10	81	7.334	0.541	17.30	0.75
11	74.3	6.727	0.541	15.79	0.375
12	0	0	0	0.00	0

Таблиця 5

Перевірка правильності епюри моментів

N_0 перерізу	Множник $\times 4$	Додавки формули (8) $M_{li} \times \Sigma \varepsilon, 10^4$					
0	1	0.00					
1	4	-35.56					
2	1	-19.55	-19.55				
3	4		-11.69				
4	1		43.07	43.07			
5	4			2.93			
6	1			-1.02	-1.02		
7	4				-1.26		
8	1				-28.71	-28.71	
9	4					7.82	
10	1					12.97	12.97
11	4						23.68
12	1						0.00
Сума +		0.00	43.07	46.00	0.00	20.79	36.66
		146.52					
Сума -		-55.11	-31.24	-1.02	-30.99	-28.71	0.00
		-147.07					
Сума +/ Сума -		-0.996					

7. Перемноженням епюр, які приведені на рис. 2, г та рис. 2, д, по формулі (7) визначаємо прогин балки, $f=11,088$ мм.

8. Виконуємо перевірку жорсткості балки: допустимий відносний прогин $[f]=l/250=6000/250=24 \text{ мм} > f=11,088 \text{ мм}$, умова задовольняється.

Прийняте армування відповідає умовам міцності та жорсткості балки. Величина прогину, яка визначена в ПК Ліра 9.6 за умови пружної роботи балки складає $f=3,38 \text{ мм}$. За нелінійного розрахунку, при описанні параметрів експонентним законом для бетону та арматури, величина прогину становить $f=11,98 \text{ мм}$ (похибка 7,45 %). При цьому максимальне значення опорного моменту дорівнює $M_{оп}=105 \text{ кНм}$ (похибка 2,78%), а у прольотах, відповідно, $M_{пр}=87,5 \text{ кНм}$ (похибка 1,26%), $M_{пр}=29,7 \text{ кНм}$ (похибка 8,42%).

Результати розрахунку близькі, що підтверджує надійність запропонованої методики та можливість застосування її у практичних розрахунках.

Висновок. Запропоновані основні положення методики розрахунку залізобетонних статично невизначних балок з урахуванням реальних діаграм деформування матеріалів. Методика розрахунку з використанням розрахункових опорів залізобетону, в котрий раз, довела свою практичну простоту та наочність, при проектуванні статично-невизначних конструкцій з урахуванням дійсної роботи матеріалів на основі деформаційної моделі.

1. ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – К.:Мінрегіонбуд України, 2011.– 71 с. 2. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. – К.: Мін-во регіонального розвитку та будівництва України, 2010.– 166 с. 3. Крылов С.М. Перераспределение усилий в статически неопределимых железобетонных конструкциях, армированных стальными без площадки текучести / С.М. Крылов, Ю.П.Гуща, М.С.Абаканов // Прочность, жесткость и трещиностойкость железобетонных конструкций.– М.: НИИЖБ, 1979.– С. 171-186. 4. Крылов С.М. Перераспределение усилий в статически неопределимых железобетонных конструкциях /С.М. Крылов.- М: Гостройиздат, 1964.- 121 с. 5. Голишев О.Б. Курс лекцій з основ розрахунку будівельних конструкцій і з опору залізобетону/ О.Б. Голишев, А.М. Бамбура.- К.: Логос, 2004.- 340 с. 6. Дорофеев В.С. Расчет прогибов неразрезных железобетонных балок / В.С. Дорофеев, В.М. Карпюк, Е.Н. Крантовская // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2010.- Вип.20.- С.193-204. 7. Шкурупій О.А. Розрахунок міцності статично невизначуваних залізобетонних конструкцій/ О.А. Шкурупій, О.М. Лазарева // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2011.– Вип. 22.– С. 518-525. 8. Бабич В.Є. Напружено-деформований стан нерозрізних залізобетонних балок з урахуванням повної діаграми деформування бетону / В.Є.Бабич // Науковий вісник будівництва. – Харків: ХТУБА, 1999.- Вип.7.- С.101-107. 9.Кочкаръов Д.В. Теорія та практика розрахунку залізобетонних згинальних елементів за граничними станами першої та другої груп на основі загальної деформаційної моделі / Д.В. Кочкаръов, В.І. Бабич // Бетон и железобетон в Украине. - 2012.- №3.- С.7-13.