

**ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРОЕКТУВАННЯ ТА ЗАПРОВАДЖЕННЯ  
РЕСУРСЕКОНОМНИХ КОНСТРУКЦІЙ, БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД**

**УДК 624.012.45**

**РАСЧЕТ КОМБИНИРОВАННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ  
НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ**

**РОЗРАХУНОК КОМБІНОВАНИХ КОНСТРУКЦІЙ З ВРАХУВАННЯМ  
НЕЛІНІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛІВ**

**CALCULATION OF THE COMBINED CONSTRUCTIONS TAKING  
INTO ACCOUNT NONLINEAR PROPERTIES OF MATERIALS**

**Азизов Т.Н., д.т.н., проф.** (Уманский государственный педагогический университет)

**Азізов Т.Н., д.т.н., проф.** (Уманський державний педагогічний університет)

**Azizov T.N., Doctor of Engineering, Profesor** (Uman State Pedagogical University)

Предложенная методика расчета основана на определении касательных напряжений кручения и крутильной жесткости железобетонного элемента любого сечения делением сечения на простые прямоугольники и рассмотрением совместных перемещений узлов таких элементарных стержней от кручения и местной деформации.

Пропонована методика розрахунку ґрунтується на визначенні дотичних напружень кручення та крутильної жорсткості залізобетонного елементу будь-якого профілю поділом перерізу на прості прямокутники та розгляданням сумісних переміщень вузлів цих стрижнів від кручення та місцевої деформації.

The proposed method of calculation is based on the definition of torsion shear stresses and torsional stiffness of the reinforced concrete element of any section by dividing the section into simple rectangles and the consideration of joint movements such elementary units rods torsion and local deformation.

**Постановка и задачи исследований.** В литературе [3, 5, 7, 8] предлагаются различные способы устройства обойм для усиления. Однако практически не встречаются работы, в которых рассматривались бы

изгибаемые каменные конструкции, усиленные односторонней железобетонной обоймой.

Вопрос о возможности использования односторонних и двусторонних железобетонных обоек для усиления изгибаемых каменных конструкций, в том числе конструкций из легкогобетонных блоков сдерживается отсутствием методики расчета таких конструкций. В [1] приведена методика расчета совместной работы обоймы с каменной кладкой в изгибаемых комбинированных конструкциях. Однако, приведенная там методика не предусматривает расчета с учетом трещинообразования и нелинейных свойств материалов.

В связи с этим **целью настоящей статьи** является разработка методики расчета изгибаемых элементов, усиленных односторонней железобетонной обоймой с учетом трещинообразования и нелинейных свойств материалов.

#### **Изложение основного материала.**

Рассмотрим поперечное сечение комбинированного изгибаемого элемента (рис. 1). Каменный элемент с шириной сечения  $b_1$  имеет модуль упругости  $E_1$ , бетонный элемент с шириной сечения  $b_2$  имеет модуль упругости  $E_2$ .

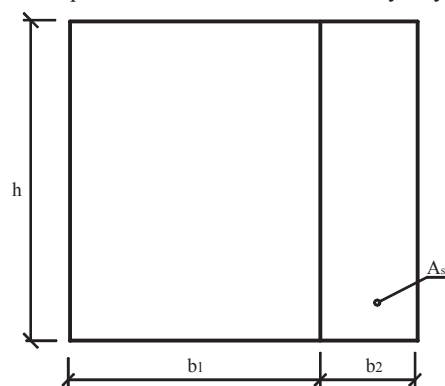


Рис. 1. Поперечное сечение каменной балки, усиленной односторонней железобетонной обоймой

Расчет такой конструкции по методике норм [4, 6] с делением высоты сечения элемента на полосы не может быть использован, т.к. в этой методике предполагается, что каждый слой по всей ширине имеет одинаковые физико-механические характеристики, а в конструкции, сечение которой показано на рис. 1, физико-механические характеристики по ширине сечения не одинаковы. Кроме того, т.к. армирование такой балки выполнено только в наружном слое усиления, после образования трещин конструкция будет подвержена косому изгибу с кручением за счет несимметричного расположения арматуры.

Для расчета воспользуемся методикой, предложенной А.Ф. Яременко [10], но уточненной с точки зрения определения напряжений от кручения и

крутильной жесткости. Для этого рассмотрим прямоугольное сечение элемента (рис. 2).

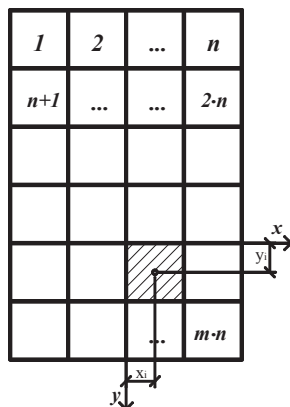


Рис. 2. Схема разбивки поперечного сечения на прямоугольные элементы

Разобьем сечение в направлении оси  $X$  на  $n$  частей, в направлении оси  $Y$  — на  $m$  частей. Всего получится  $m \cdot n$  элементарных прямоугольников (см. рис. 2). В каждом из этих прямоугольников физико-механические характеристики бетона будут иметь свои значения. Координаты  $i$ -того элемента  $x_i$  и  $y_i$ .

В [10] описана методика определения деформаций и напряжений в каждом элементе при изгибе с использованием диаграмм деформирования бетона. Однако методика определения касательных напряжений кручения в элементах не может быть использована в предложенном в [10] виде. Дело в том, что касательные напряжения на каждой стадии итерации согласно этой методике определяются как для сплошного изотропного тела по формулам теории упругости. Однако, уже на втором шаге итераций деформационные характеристики элементов будут отличаться друг от друга. На этапах больших нагрузок эти различия будут особенно существенными.

Рассмотрим способ определения напряжений в элементе прямоугольного сечения, свободный от вышеприведенного недостатка. Представим сечение элемента состоящим из отдельных стерженьков прямоугольного сечения, связанных между собой в угловых точках. Пусть их длина равна единице. На первом этапе не будем учитывать стеснение при кручении. В каждом элементе действует свой внешний крутящий момент  $M_i$  (рис. 3).

Для определения узловых усилий в местах соприкосновения отдельных элементов следует рассмотреть условия совместности деформаций (перемещений)  $i$ -того элемента со всеми смежными. Так, для примера, на рис. 3 у элемента с номером 5 смежными будут элементы с номерами 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 и 9.

Рассмотрим отдельно  $i$ -тый элемент (рис. 4). Узлы, принадлежащие этому элементу обозначим (см. рис. 4) как верхний левый, верхний правый, нижний левый, нижний правый. Перемещения узловых точек складываются из двух составляющих: от кручения стержня и от местной деформации в результате действия узловых усилий.

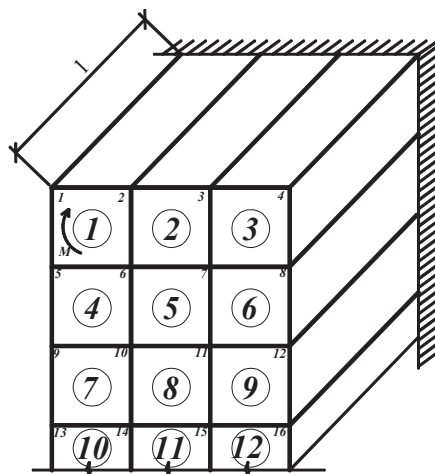


Рис. 3. Схема деления элемента на стержни прямоугольного сечения с единичной длиной

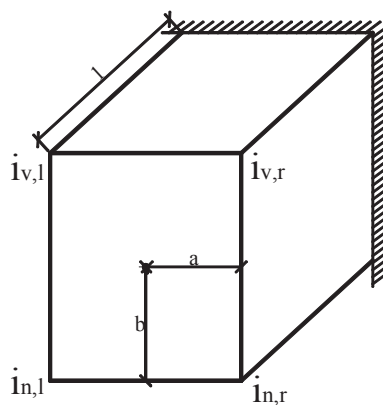


Рис. 4.  $i$ -тый элемент единичной длины и схема обозначения его узлов

Перемещения от кручения складываются из перемещений от кручения внешним моментом  $M_i$  и от кручения узловыми силами (рис. 5). Так, например, горизонтальное перемещение  $\Delta_x$  и вертикальное перемещение  $\Delta_y$

от кручения правого верхнего узла на рис. 5 будут равны (с учетом направлений усилий по рис. 5):

$$\Delta_x = [M_i + a(s_i^{n,l} - s_i^{v,l} + s_i^{n,r} - s_i^{v,r}) + b(H_i^{n,l} - H_i^{n,r} + H_i^{v,l} - H_i^{v,r})] \frac{a}{GJ_i} \quad (1)$$

$$\Delta_y = [M_i + a(s_i^{n,l} - s_i^{v,l} + s_i^{n,r} - s_i^{v,r}) - b(H_i^{n,l} - H_i^{n,r} + H_i^{v,l} - H_i^{v,r})] \frac{b}{GJ_i} \quad (2)$$

Где  $GJ_i$  – крутильная жесткость  $i$ -того элемента; остальные обозначения – по рис. 5.

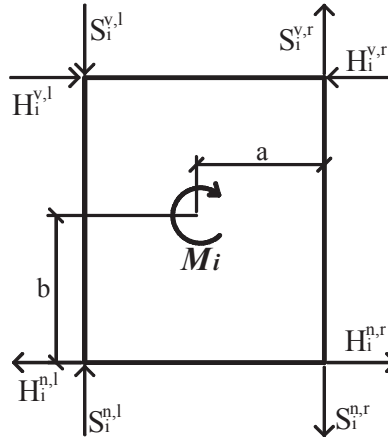


Рис. 5. Схема узловых сил, приложенных к  $i$ -тому элементу

Положительными считаются перемещения узла слева направо и сверху вниз.

Перемещения от местной деформации узловыми силами определяются как перемещения пластины, толщиной в единицу, три узла которой оперты, а на четвертый (рассматриваемый) действуют неизвестные силы (рис. 6).

Для определения этих перемещений воспользуемся методом аппроксимационных конечных элементов, предложенных в [2]. Суть этого метода заключается в том, что в любом известном программном комплексе (Лира, Ansys, и т.п.) производится достаточное количество однотипных расчетов по схеме рис. 6 при действии одной из показанных сил (вертикальной или горизонтальной). Определяются перемещения узла для различных размеров ширины  $b$  и высоты  $h$  пластины. Таким образом набирается массив данных перемещений. После этого с помощью аппроксимации табличных данных (например, в программе Mathcad) получаются функции

$$\delta_x = f_1(b, h); \quad \delta_y = f_2(b, h) \quad (3)$$

Суммарные перемещения узлов от кручения стержней  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$  и местных деформаций  $\delta_x$ ,  $\delta_y$  в каждом узле определяются для каждого  $i$ -того элемента и они приравняются суммарным перемещениям в этом же узле, принадлежащем смежным элементам, для которых рассматриваемый узел является общим.

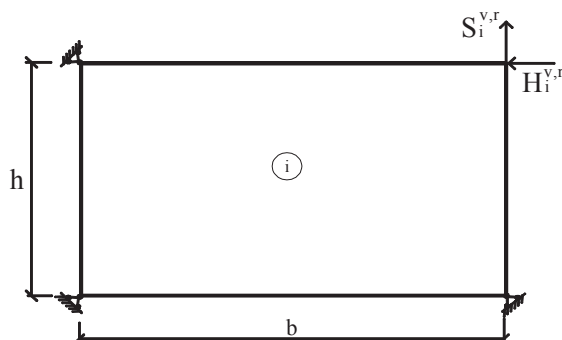


Рис. 6. Схема для определения местных узловых перемещений

В итоге получим систему  $k$  уравнений с  $k$  неизвестными, где  $k=2 \cdot n \cdot m$  – удвоенное количество узлов (считаются только узлы в месте стыковки смежных элементов). Здесь множитель 2 обусловлен тем, что в каждом узле рассматриваются перемещения как по оси  $X$ , так и по оси  $Y$ , а также тем, что в каждом узле действуют горизонтальные  $H$  и вертикальные  $S$  неизвестные усилия (см. рис. 5). При этом коэффициенты  $a_{ij}$ , относящиеся к неизвестным усилиям в узлах, усилия в которых не влияют на деформации в рассматриваемом узле, равны нулю. А свободные члены, по сути, являются перемещениями от внешнего крутящего момента, возникающими в рассматриваемом узле.

Т.к. при определении перемещений нам следует оперировать обозначениями узлов с индексами, обозначающими левую, правую, верхнюю и нижнюю стороны элемента (см. рис. 4), а каждый узел должен иметь свой номер, то первоначально следует упорядочить номера узлов и элементов. Если номер элемента  $i$  (см. рис. 3 и 4), то соответствие его узлов общей их нумерации определяется по следующему правилу, которое достаточно просто реализуется в такой системе, как Mathcad:

1. Номер элемента  $i$  определяется по формуле:

$$i = a_c \cdot n + k \quad (4)$$

где  $a_c$  – количество полных горизонтальных рядов элементов;  $n$  – число элементов в горизонтальном ряду (см. рис. 2);  $k$  – номер рассматриваемого элемента в ряду, где он находится;

2. Номера узлов рассматриваемого элемента определяются по формулам:

$$\begin{aligned} i_{n,l} &= a_c(n+1) + k; & i_{n,r} &= a_c(n+1) + k + 1; \\ i_{n,l} &= (a_c + 1)(n+1) + k; & i_{n,r} &= (a_c + 1)(n+1) + k + 1 \end{aligned} \quad (5)$$

При итерационном расчете первоначально крутящий момент распределяется по сечению на основании упругого расчета по теории упругости. Известно, что по принципу Сен-Венана при рассмотрении сечения, находящегося от опоры на расстоянии, равном большему размеру поперечного сечения, касательные напряжения не зависят от способа передачи крутящего момента на торец элемента. Т.к. мы рассматриваем сечения вдали от опоры, то на основании вышесказанного при рассмотрении вопроса распределения напряжений в сечении мы можем распределить внешние крутящие моменты в элементах, на которые разделено поперечное сечение, по тому же закону, по которому распределяются касательные напряжения. Но сумма моментов в отдельных элементах должна быть равна внешнему моменту, действующему на балку. Можно также (т.к. используется принцип Сен-Венана) приложить внешний момент к центральному стержню.

Учет работы арматуры, а также учет коэффициента стеснения при стесненном кручении не отличается от предложенного в [10].

Рассмотрим преимущества предложенного метода расчета по сравнению с существующими распространенными методами нелинейного расчета, а также по сравнению с методом А.Ф. Яременко, развитием которого является предложенный.

Как было сказано выше, в комбинированных элементах (рис. 1) по ширине сечения имеются слои с разными физико-механическими характеристиками материалов. Поэтому в элементе, работающем на прямой изгиб, возникают как моменты в перпендикулярном внешней нагрузке направлении, так и крутящие моменты, что практически невозможно учесть при использовании методики норм [4, 6]. Методика расчета косоизгибаемых элементов [9] также вряд ли может быть применена в этом случае, т.к. определение наклонной к оси симметрии поперечного сечения нейтральной линии также предполагает однородность материала.

В этом смысле расчет таких конструкций по методике [10], которая по непонятным причинам забыта научной общественностью, выгодно отличается от вышеописанных методик. Однако, определение крутильной жесткости по [10] как суммы жесткостей отдельных элементов, на которые делится нормальное сечение, не верно, что легко проверить, вычислив крутильную жесткость прямоугольного элемента по формулам теории упругости, а затем разбить сечение на некоторое количество прямоугольников и определить крутильную жесткость сечения по методике [10]. Кроме того, определение касательных напряжений в элементах, на которые делится сечение рассчитываемой балки, по формулам теории упругости как для сплошного изотропного тела, также является неправомерным. Методика расчета на кручение, предложенная в настоящей

стаття свободна від цих недоліків, т.к. і касательні напруження в кожному елементі, і крутильна жорсткість всього сечення визначається з урахуванням взаємодії окремих елементів один з одним, але в той же час враховується жорсткість кожного елемента самостійно.

Ще одним перевагою запропонованого методу є факт можливості розрахунку на кручення елемента будь-якого поперечного сечення (таврового, двутаврового, коробчатого і т.д.). Відмінність в такому випадку полягає в тому, що все складне сечення, в т.ч. ребра і полки розбивається на елементарні прямокутники. Розрахунок проводиться аналогічним описаному вище способом.

#### **Висновки і перспективи досліджень.**

Розрахунок касательних напружень кручення і крутильної жорсткості залізобетонного елемента будь-якого сечення проводиться діленням сечення на прості прямокутники і розглядом сумісних переміщень вузлів таких елементарних стержнів від кручення і місцевої деформації. Методика дозволяє враховувати нелінійні властивості матеріалів залізобетонної балки, які можуть бути різними для окремих елементів, на які ділиться сечення балки.

В перспективі передбачається розробка програми на ЕВМ для розрахунку за запропонованою методикою і її експериментальна перевірка.

1. Азізов Т.Н. К розрахунку каменних елементів, усилюваних одностороннім залізобетонною обоймою / Т.Н. Азізов // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. 61 – Одеса: ОДАБА, 2016. – С. 3-8. 2. Азізов Т.Н. Використання апроксимаційних кінцевих елементів в розрахунках конструкцій / Т.Н. Азізов // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. 39, частина 1. – Одеса: Зовнішнєрекламсервіс, 2010. – С. 4-9. 3. Бліхарський З.Я. Реконструкція та підсилення будинків та споруд: Навчальний посібник. – Львів: НУ "Львівська політехніка", 2008. – 108 с. 4. ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – Київ: Мінрегіонбуд, 2011. – 71 с. 5. ДБН В.2.6-162:2010. Кам'яні та армокам'яні конструкції. Основні положення: – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 97 с. 6. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. – Київ: Мінрегіонбуд, 2011. – 110 с. 7. Мальганов А.И. Восстановление и усиление строительных конструкций аварийных и реконструируемых зданий / А.И. Мальганов, В.С. Плевков, А.И. Полищук. – Томск: Из-во Томского ун-та, 1992. – 456 с. 8. СНиП II-22-81. Каменные и армокаменные конструкции: – М.: Стройиздат, 1983. – 40 с. 9. Павліков А.М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косоштанованих залізобетонних елементів у критичній стадії: монографія / А.М. Павліков. – Полтава, 2007. – 320 с. 10. Яременко О.Ф. Несуча здатність та деформативність залізобетонних стержневих елементів в складному напруженому стані / О.Ф. Яременко, Ю.О. Школа. – Одеса: Евен, 2010. – 136 с.