

*Володимир Іванович Мірненко (д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри)*

*Микола Федорович Полторак (канд. військ. наук, доцент, ст. наук. співр.)*

*Дмитро Іванович Дуленко (ад'юнкт)*

*Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського, Київ, Україна*

## МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОГНОЗУВАННЯ СТАНУ ЖОРСТКИХ АЕРОДРОМНИХ ПОКРИТТІВ

*Прогнозування стану жорстких аеродромних покриттів в ході їх експлуатації при впливі комбінованих навантажень залишається дуже складним. Загальне рішення цієї задачі на сьогоднішній день залишається не вирішеним в повному обсязі. В результаті експлуатації понад встановлених нормативними документами строків, жорсткі аеродромні покриття в майбутньому можуть досягнути стану повної непридатності до експлуатації. В роботі розкрито підхід щодо розробки методики математичного моделювання прогнозування стану жорстких аеродромних покриттів. Викладено зміст основних етапів методики математичного моделювання прогнозування стану жорстких аеродромних покриттів. Запропоновано пакет прикладних програм “Планування, регресія й аналіз моделей” для вирішення питань на етапах побудови плану розрахункового експерименту та визначення оптимальних параметрів експлуатації жорстких аеродромних покриттів.*

**Ключові слова:** жорсткі аеродромні покриття, методика математичного моделювання, прогнозування стану ЖАП.

**Постановка проблеми.** В процесі експлуатації жорстких аеродромних покриттів (ЖАП) вони досягають граничного стану, який призводить до їх деформування та руйнування. Це відбувається не з однієї, а з цілого ряду причин. В таких випадках важливо виявити шляхи вирішення проблемної ситуації, що дозволить прийняти ефективні заходи з усунення пошкоджень та попередження їх виникнення в майбутньому. Одним із основних шляхів вирішення проблемного питання є математичне моделювання прогнозування стану ЖАП.

Враховуючи це **метою статті** є розробка методики математичного моделювання прогнозування стану ЖАП з використанням теорії планування експерименту.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Для ефективного аналізу процесу прогнозування стану ЖАП (об'єкту дослідження) необхідно виявити взаємозв'язок факторів, що визначають хід процесу, і представити їх у кількісній формі – в вигляді математичної моделі. Модель дозволить отримати інформацію про процес прогнозування, який протікає в об'єкті; характеристики об'єкту; отримати інформацію про об'єкт, що моделюється.

Побудова математичної моделі прогнозування стану жорстких аеродромних покриттів на основі теорії планування експерименту є необхідним елементом експериментального дослідження. Але на цьому дослідження не закінчується. Подальшим важливим кроком є використання математичної моделі для отримання загальних закономірностей, що пов'язані з прогнозуванням ЖАП, який вивчається, або конкретних числових залежностей між величинами, що розглядаються.

Вирішення задачі щодо побудови математичної моделі прогнозування стану ЖАП проводилось за наступними етапами [1]: формалізація задачі, конструювання плану експерименту зміни напружено-деформованого стану ЖАП з використанням кінцево-елементного аналізу, проведення експерименту зміни напружено-деформованого стану ЖАП на основі кінцево-елементного аналізу, попередній статистичний аналіз результатів експерименту, побудова математичних моделей за результатами експерименту, аналіз якості отриманої моделі, визначення оптимальних параметрів експлуатації ЖАП на основі побудованих математичних моделей, формування висновків та рекомендацій.

На рис.1 наведено структуру методики математичного моделювання прогнозування стану жорстких аеродромних покриттів.

Розкриємо більш детально етапи методики математичного моделювання прогнозування стану ЖАП.

Формалізація задачі включає наступну послідовність дій: визначення прикладної мети дослідження, аналіз і структуризація об'єкту дослідження, вибір засобів і методів рішення, визначення необхідних ресурсів.

Визначення прикладної мети дослідження, тобто, чим повинен закінчитися процес прогнозування стану ЖАП. У даному випадку потрібно одержати математичну модель і за допомогою розрахункового експерименту визначити межу, за якою неминуче руйнування ЖАП, що вплине на зниження рівня бойової готовності літальних апаратів військового призначення.

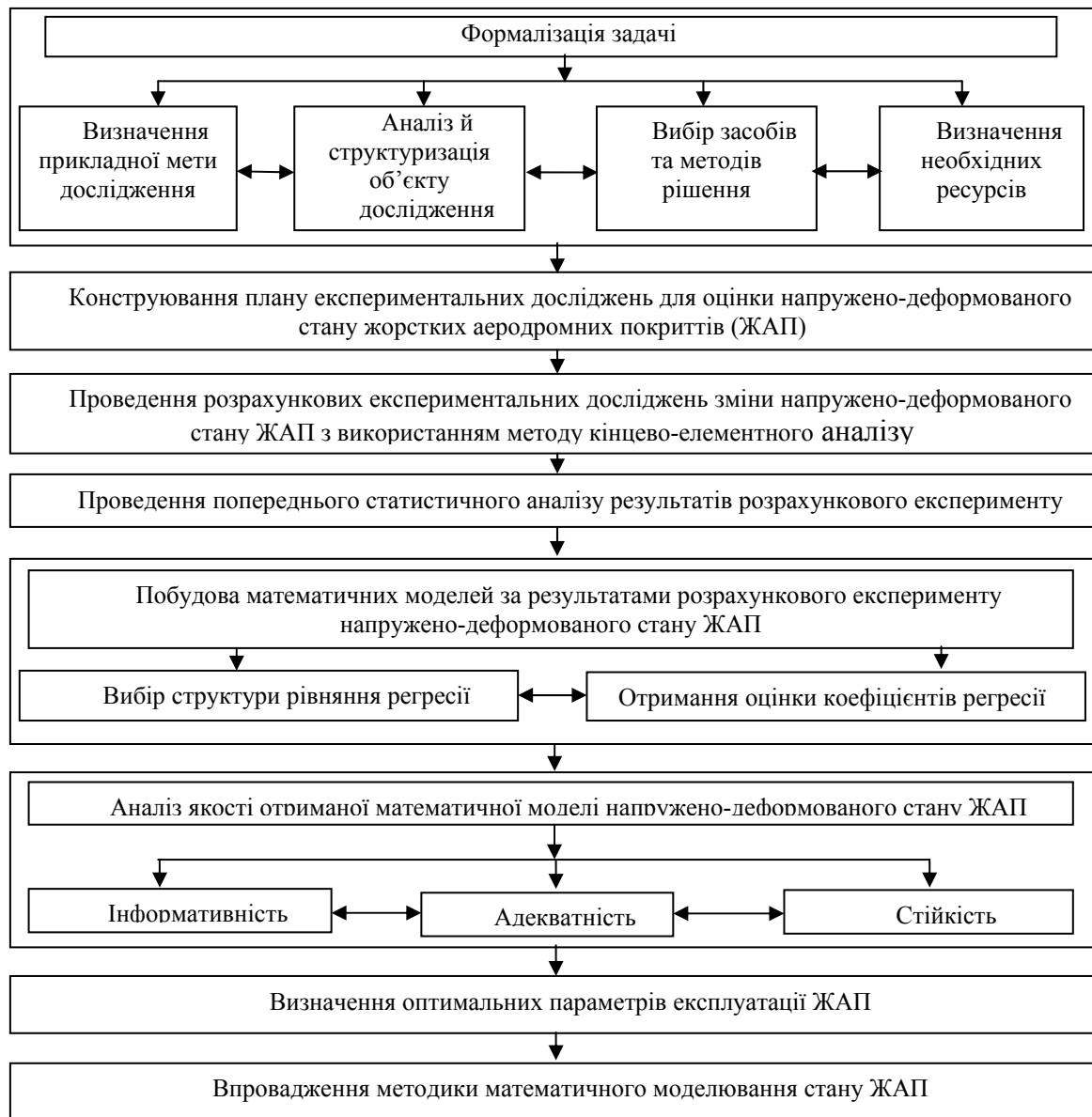


Рис. 1. Структура методики математичного моделювання прогнозування стану жорстких аеродромних покриттів.

Аналіз й структуризація об'єкту дослідження полягає у виборі залежних змінних (критеріїв оптимізації), що характеризують стан ЖАП. Складанні переліку незалежних змінних (факторів), що характеризують експлуатаційний вплив на стан ЖАП оточуючого середовища і визначенні складу некерованих і керованих змінних, рівнів варіювання для керованих і рівнів фіксації для некерованих змінних. В роботі оптимізація процесу прогнозування стану ЖАП проводилася за результатами розрахункового експерименту дослідження композиції "армуючий матеріал - бетон"[2], де критерії оптимізації, межа витривалості та тріщиностійкість є максимальною. Крім того, накладено обмеження, щоб одержані результати не виходили за межі фізичного існування цих критеріїв.

Необхідні ресурси в значній мірі залежать від

числа дослідів. Метою дослідження є одночасне одержання математичної моделі прогнозування стану ЖАП та пошуку оптимальних умов експлуатації ЖАП під впливом літальних апаратів військового призначення. При такому підході в задачах із значним числом факторів вдається отримати результат при менших затратах на експеримент.

При виконанні робіт досягається компроміс між метою та виділеними ресурсами. Результатом роботи є остаточний вибір рівнів варіювання незалежних змінних і видача завдання на генерацію плану експериментальних досліджень.

Після проведення формалізації виконується етап конструювання плану експериментальних досліджень оцінки впливу експлуатаційних факторів на значення критерію, що характеризує стан ЖАП. Питаннями конструювання експерименту займається теорія планування

експерименту [3]. Від плану експерименту залежить об'єм інформації, яку отримаємо, її якість та надійність, а також зусилля, які необхідно затратити на її отримання. Необхідні такі плани, які для будь-якої (невідомої раніше) структури рівняння регресії будуть забезпечувати отримання стійкої, інформативної і адекватної математичної моделі. Цим вимогам задовольняють робастні плани експерименту.

У даній роботі пропонується використовувати план розрахункового експерименту оцінки стану ЖАП, що згенерований на основі ЛПГ – чисел (рівномірно розподілених випадкових чисел), через те, що такі плани мають ряд переваг [1,4,5]:

- ці плани одночасно є і планами пошуку оптимальних умов і дозволяють більш глибоко аналізувати область, що досліджується;
- плани можуть бути використані як послідовні, тобто затрати можуть збільшуватися поступово і попередні результати поєднуються з наступними;
- при “випаданні” одного з експериментів властивості плану погіршуються в межах, що дозволяють його використовувати.

Після проведення розрахункового експерименту проводиться попередній статистичний аналіз або попередня обробка результатів, що дозволить оцінити рівень “шуму” та відкинути грубі помилки. На цьому етапі розраховується середнє значення відгуку та дисперсії за кожним дослідом. Після цього, використовуючи критерій Кохрена, перевіряємо однорідність дисперсій та розраховуємо дисперсію відтворюваності.

Якщо дисперсія дослідів неоднорідна, то розрахунковий експеримент необхідно повторити для отримання нормального результату.

Перед тим як почати роботу по побудові моделі прогнозування стану ЖАП, бажано визначити, чи можливо з отриманих даних визначити будь-яку закономірність. Це можна формально визначити, перевіряючи, чи належить до однієї генеральної сукупності дисперсія відносно загального середнього і дисперсії відтворюваності.

Позитивна відповідь на це питання означає, що із заданою ймовірністю в наших даних не міститься ніякої закономірності. При такій ситуації хорошу математичну модель прогнозування стану ЖАП, за об'єктивними причинами отримати не вдасться. Тому необхідно знову проаналізувати умови проведення розрахункового експерименту і саму формалізацію прогнозування стану ЖАП, а після цього, або провести нові дослідження в змінених умовах, або прийняти цей результат для врахування фактору відсутності статистично значимого зв'язку між незалежними змінними і відгуком для використання в подальших практичних значеннях.

Побудова математичної моделі прогнозування стану ЖАП за результатами розрахункового експерименту проходить у два етапи: вибір

структури рівняння регресії та отримання оцінки коефіцієнтів регресії і їх статистичних характеристики. Під побудовою математичної моделі прогнозування ЖАП розуміється побудова лінійної за параметрами регресійної моделі за результатами експериментальних даних. Математична модель повинна бути такою, щоб її дійсно можна було використати для прогнозування стану ЖАП. Тобто вона повинна відповідати об'єкту не тільки за точністю передбачення результату, а і структура її повинна відображати дійсну структуру зв'язків між факторами та критеріями.

В пакеті прикладних програм “Планування, регресія й аналіз моделей” (ППП ПРИАМ) реалізована спеціально розроблена адаптивна процедура визначення структури, що є частиною технології і має високу ефективність [6]. Отримання моделі і її характеристик в ППП ПРИАМ представляє собою двоетапну процедуру. На першому етапі з початкової безлічі регресорів, що включають всі головні ефекти і всі взаємодії заданих типів, вибирається деяка кількість, яка повинна включати пошукову структуру моделі. Ця кількість вибирається так, щоб регресори, що входять до неї, мали як можна менший статистичний зв'язок один з одним і як можна більший з – відгуком. На другому етапі за допомогою процедури покрокового регресійного аналізу визначається кінцева структура математичної моделі прогнозування ЖАП. Якщо статистичні показники якості отриманої моделі не задовольняють поставленим вимогам, то обидва етапи повторюються до тих пір, поки не будуть досягнуті необхідні показники або виявлена неможливість їх задоволення.

Аналіз якості отриманої моделі проводиться з метою визначення придатності її для прогнозування стану ЖАП. Обов'язково необхідно перевірити такі властивості як інформативність, адекватність та стійкість математичної моделі прогнозування стану ЖАП.

Найбільш часто оцінкою інформативності є величина множинного коефіцієнта кореляції R (коефіцієнт кореляції між експериментальним значенням відгуку й значенням відгуку, що розрахований за моделлю). Чим ближче він до одиниці, тим інформативність моделі вища. Емпірично встановлено [7], що для активного експерименту величина R повинна бути не менше 0,96...0,97. Але це не є необхідною і достатньою умовою. Достатньою умовою є перевірка значимості коефіцієнту множинної кореляції за критерієм Фішера. Якщо розрахункове значення більше табличного із заданим рівнем значимості, то модель інформативна. Така перевірка інформативності є якісною. Для того щоб оцінити рівень інформативності кількісно використовувався критерій Бокса-Веца.

Перевірка адекватності одержаної моделі

зводиться до перевірки за критерієм Фішера. При цьому порівнюються дисперсії адекватності й відтвореності. Якщо  $F_{\text{роз}} \leq F_{\text{табл}}$ , то можна з вибраною довірчою ймовірністю вважати, що модель адекватно описує процес, що досліджується. У протилежному випадку – модель неадекватна й потрібні неформальні дії для одержання адекватної моделі. Для цього необхідно перейти від лінійної моделі до моделі, в якій враховується не лінійність у вигляді добутку факторів. Якщо і цього не досить, то можна змінити шкалу вихідної величини критерію, або збільшити ступінь поліному за допомогою ортогональних поліномів Чебишева та за допомогою плану третього порядку. Можна також провести новий розрахунковий експеримент, змінивши діапазони варіювання факторів, тобто область допустимих значень вхідних параметрів.

Стійкість в ППП ПРИАМ не перевіряється, тому, що це вимагає проведення розрахункового експерименту, який вимагає часу на порядок більше, ніж сама побудова моделі. Разом із тим, виконується розрахунок ряду непрямих критеріїв, які дозволяють із великою впевненістю міркувати про стійкість структури та оцінку коефіцієнтів. При аналізі стійкості математичної моделі прогнозування стану ЖАП розглядається таблиця мультиколінеарності та число обумовленості. Вона складається з: імен регресорів, що входять у модель; максимальний за абсолютною величиною коефіцієнт парної кореляції, який даний регресор (його стовпчик) має з іншими регресорами, що входять у модель; ім'я цього регресора; коефіцієнт кореляції з відгуком. Таблиця мультиколінеарності дозволяє проаналізувати стійкість структури рівняння регресії. Для цього бажано, щоб виконувалися наступні умови:

- максимальний коефіцієнт парної кореляції між регресорами не перевищував би за абсолютною величиною 0,3...0,4;
- коефіцієнт парної кореляції з відгуком за абсолютною величиною повинен бути істотно більшим, ніж максимальний коефіцієнт кореляції з іншим регресором.

Визначення оптимальних значень параметрів експлуатації ЖАП представляє собою вже безпосереднє використання математичної моделі для прогнозування стану ЖАП. При цьому фізичний об'єкт замінюється побудованою моделлю. Тобто, для пошуку найоптимальнішого значення критерію на основі експериментальних даних за отриманими математичними моделями критеріїв якості проводиться багатопараметрична компромісна оптимізація. Під час розв'язання реальних задач багатопараметричної оптимізації

постає проблема вибору важливості критеріїв оптимізації (межі витривалості та тріщиностійкості ЖАП) і призначення їм рангів та вагових коефіцієнтів. Це пов'язано з тим, що деякі критерії оптимізації можуть бути більш важливими, а деякі менш. Крім того, величина вагових коефіцієнтів значно впливає на результати багатокритеріальної оптимізації.

Процедура визначення рангів та вагових коефіцієнтів полягає в використанні методу експертних оцінок. Після визначення вагових коефіцієнтів проводиться обробка одержаних результатів на предмет їх узгодженості

Для перевірки узгодженості висновків експертів розроблено спеціальну методику, яка використовує для цієї мети коефіцієнт конкордації, запропонований свого часу Кендалом.

В роботі визначено два критерії оптимізації і їх спільні значення вибирають використовуючи принцип компромісу за Парето [8]

При оптимізації за моделями в роботі використано метод випадкового пошуку на основі ЛПГ – чисел. Причинами такого вибору є:

- метод випадкового пошуку дозволяє знайти глобальний екстремум, а не локальний, як усі інші методи;
- із зростанням числа ітерацій він сходиться, що в інших методах не гарантовано;
- його ефективність не залежить від форми поверхні відгуку;
- на функцію не накладаються ніякі обмеження, крім можливості обчислювати її.

На останньому етапі проводиться узагальнення досліджень, формулюються висновки та рекомендації щодо впровадження методики математичного моделювання прогнозування стану ЖАП.

**Висновки й перспективи подальших досліджень.** Запропонована методика математичного моделювання прогнозування стану ЖАП надасть можливість розробки в подальшому прогнозування напружено-деформованого стану та момент руйнування ЖАП. Підсумовуючи слід сказати, що особливістю описаної методики отримання інформації щодо стану ЖАП є те, що в ній вдалося позбавитися в значній мірі від двох основних недоліків класичної теорії планування експерименту та регресивного аналізу, які обмежують використання вказаних засобів – планування та обробки моделей заздалегідь заданої структури і обов'язкового використання стандартної області планування.

## Література

1. Радченко С.Г., Лапач С.Н. Методология создания новой техники и технологий // Технологические системы. – 2003. – №1. – С. 41–44. 2. Ляшенко Б.А., Мирненко В.И., Соловьев Е.К., Рутковский А.В., Черновол М.И. Оптимизация технологии нанесения покрытий по критериям прочности и износостойкости. // Под ред. В.В. Харченко/ Киев: Институт проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины, 2010. – 193 с. 3. Адлер Ю.П. Введение в планирование эксперимента. – М.: Металлургия, 1969. – 158 с. 4. Радченко С.Г. Математичне моделювання та оптимізація технологічних систем: Навчальний посібник. – К.: ІВЦ “Політехніка”, 2001. – 88 с. 5. Бабак В. П., Щепетов

В.В., Мирненко В.И., Недайборщ С. Д. Математичне моделювання формування детонаційних покриттів // Технологические системы. – 2016. – №2(75). – С. 82–88. 6. Каталог. Программные продукты Украины. Планирование, регрессия и анализ модели ПРИАМ / НТУ КПИ; Под ред. С.Н. Лапач, С.Г. Радченко, П.Н. Бабич. – К.: СП «Текпор», 1993. – С. 24–27. 7. Иванов Г.А., Турбан А.Ф. Статистические методы восстановления истинной зависимости по экспериментальным данным. – К.: Знание, 1986. – 22 с. 8. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 111 с.

## МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СОСТОЯНИЯ ЖЕСТКИХ АЭРОДРОМНЫХ ПОКРЫТИЙ

Владимир Иванович Мирненко (д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой)  
Николай Федорович Полторак (канд. воен. наук, доцент, ст. науч. сотр.)  
Дмитрий Иванович Дуленко (адъюнкт)

Национальный университет обороны Украины имени Ивана Черняховского, Киев, Украина

Прогнозирование состояния аэродромных покрытий в ходе их эксплуатации при воздействии комбинированных нагрузок остается очень сложным. Общее решение этой задачи на сегодняшний день остается не решенным в полном объеме. В результате эксплуатации сверх установленных нормативными документами сроков, жесткие аэродромные покрытия в будущем могут достигнуть состояния полной непригодности к эксплуатации. В работе раскрыт подход к разработке методики математического моделирования прогнозирования состояния жестких аэродромных покрытий. Изложено содержание основных этапов методики математического моделирования прогнозирования состояния жестких аэродромных покрытий. Предложен пакет прикладных программ “Планирование, регрессия и анализ моделей” для решения вопросов на этапах построения плана расчетного эксперимента и определение оптимальных параметров эксплуатации жестких аэродромных покрытий.

**Ключевые слова:** жесткие аэродромные покрытия, методика математического моделирования, прогнозирование состояния ЖАП.

## MATHEMATICAL SIMULATION METHODOLOGY FOR PREDICTION OF THE AIRFIELD HARD SURFACE CONDITION

Volodymyr I. Mirnenko, (Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the chair)  
Mikola F. Poltorak, (candidate of soldiery sciences, associate professor, senior staff scientist)  
Dmytro I. Dulenko

The National Defence University of Ukraine named after Ivan Chernyakhovsky

**Abstract:** Prediction of the airfield surface condition during operation under combined load impacts is very difficult process. This task does not have final decision. As a result of airfield overrunning operation, airfield hard surfaces can attain the condition of complete unavailability. Article shows the approach to development of mathematical simulation methodology for prediction of the airfield surface condition. Content of the basic stages of mathematical simulation methodology for prediction of the airfield surface condition is unfolded. The research offers simulation software “Planning, regression and analysis of models” for the decision-making on the stages of computing experiment plan design and optimal parameters evaluation for airfield surface operation.

**Keywords:** airfield hard surfaces, mathematical simulation methodology for prediction of the airfield surface condition.

## References

1. Radchenko S.G., Lapach S.N. Metodologiya sozdaniya novoy tehniki i tehnologiy // Tehnologicheskie sistemyi. – 2003. – #1. – S. 41–44. 2. Lyashenko B.A., Mirnenko V.I., Soloviy E.K., Rutkovskiy A.V., Chernovol M.I. Optimizatsiya tehnologii naneseniya pokrytiy po kriteriyam prochnosti i iznosostoykosti. // Pod red. V.V. Harchenko/ Kiev: Institut problem prochnosti im. G.S. Pisarenko NAN Ukrainyi, 2010. – 193 s. 3. Adler Yu.P. Vvedenie v planirovanie eksperimenta. – M.: Metallurgiya, 1969. – 158 s. 4. Radchenko S.G. Matematichne modelyuvannya ta optimizatsiya tehnologichnih sistem: Navchalnyi posibnik. – K.: IVTs “Politehnika”, 2001. – 88 s.

5. Babak V. P., Schepetov V.V., Mirnenko V.I., Nedayborsch S. D. Matematichne modelyuvannya formuvannya detonatsylnih pokryttiv // Tehnologicheskie sistemyi. – 2016. – #2(75). – S. 82–88. 6. Katalog. Programmnye produkty Ukrainyi. Planirovanie, regressiya i analiz modeli PRIAM / NTU KPI; Pod red. S.N. Lapach, S.G. Radchenko, P.N. Babich. – K.: SP «Tekpor», 1993. – S. 24–27. 7. Ivanov G.A., Turban A.F. Statisticheskie metody vosstanovleniya istinnoy zavisimosti po eksperimentalnyim dannym. – K.: Znanie, 1986. – 22 s. 8. Sobol I.M., Statnikov R.B. Vyibor optimalnyih parametrov v zadachah so mnogimi kriteriyami. – M.: Nauka, 1981. – 111 s.