**К расчету проточных частей высоконапорных радиально-осевых обратимых гидромашин / В. Э. Дранковский, М. Ю. Хавренко, А. Л. Шудрик** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 16 (1188). – С. 31 – 36. Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2222-0631.

**On calculating flowing parts of high-pressure reversible Francis pump-turbine / V. E. Drankovskij, M. Ju. Khavrenko, A. L. Shudrik** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv : NTU «KhPI», 2016. – № 16 (1188). – pp. 31 – 36. Bibliog.: 11 titles. – ISSN 2222-0631.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

***Дранковський Віктор Едуардович*** – кандидат технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (050) 651-48-84; e-mail: drankovskiy@rambler.ru.

***Дранковский Виктор Эдуардович*** – кандидат технических наук, профессор, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков; тел.: (050) 651-48-84; e-mail: drankovskiy@rambler.ru.

***Drankovskij Viktor Eduardovich*** – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Professor, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkov; tel.: (050) 651-48-84; e-mail: drankovskiy@rambler.ru.

***Хавренко Михайло Юрійович*** – аспірант, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; тел.: (050) 056-67-94; e-mail: khavrenkom@mail.ru.

***Хавренко Михаил Юрьевич*** – аспирант, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»; тел.: (050) 056-67-94; e-mail: khavrenkom@mail.ru.

***Khavrenko Mihail Juryevich*** – Graduate student, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»; tel.: (050) 056-67-94; e-mail: khavrenkom@.mail.ru.

***Шудрик Олександр Леонідович*** – аспірант, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (095) 454-03-87; e-mail: sasha.okht.ua@mail.ru.

***Шудрик Александр Леонидович*** – аспирант, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков; тел.: (095) 454-03-87; e-mail: sasha.okht.ua@mail.ru.

***Shudrik Aleksandr Leonidovich*** – Graduate student, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»; Kharkov; tel.: (095) 454-03-87; e-mail: sasha.okht.ua@mail.ru.

УДК 519.6 + 624.01

***Д. Г. ЗЕЛЕНЦОВ, О. Р. ДЕНИСЮК***

# АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, МОДЕЛИРУЮЩИХ КОРРОЗИОННЫЙ ПРОЦЕСС В ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Запропоновано алгоритм розв'язання систем диференціальних рівнянь, які модулюють процес зміни у часі напружено-деформованого стану статично невизначених шарнірно-стержневих конструкцій під впливом агресивних середовищ. Алгоритм заснований на декомпозиції системи – перетворенні вихідних рівнянь шляхом введення в них функцій, що описують вплив окремих рівнянь, та подальшому розв'язанні одного з них. Результатом є визначення довговічності кородуючих конструкцій. Результати чисельних експериментів підтверджують ефективність і точність алгоритму.

**Ключові слова:** агресивне середовище, процес корозійного деформування, система диференціальних рівнянь, декомпозиційний метод.

Предлагается алгоритм решения систем дифференциальных уравнений, моделирующих процесс изменения во времени напряжённо-деформированного состояния статически неопределимых шарнирно-стержневых конструкций вследствие воздействия агрессивных сред. Алгоритм основан на декомпозиции системы – преобразовании исходных уравнений путём введения в них функций, описывающих влияние остальных уравнений, и последующем решении одного из этих уравнений. Результатом является определение долговечности корродирующих конструкций. Результаты численных экспериментов подтверждают эффективность и точность алгоритма.

**Ключевые слова:** агрессивная среда, процесс коррозионного деформирования, система дифференциальных уравнений, декомпозиционный метод.

The paper proposes an algorithm for solving systems of differential equations that model the process of change in time of stress-strain state of statically indeterminate hinged-rod structures due to exposure to aggressive media. The algorithm is based on decomposing the system of the differential equations namely transforming the original equations by introducing into them the functions describing the influence of the remaining equations and subsequent solving one of these equations. The result is determination of the durability of corroding structures which is the time of work until the exhaustion of bearing capacity. The results of numerical experiments confirm the efficiency and accuracy of the algorithm.

**Key words:** aggressive environment, process of corrosive deformation, system of differential equations, decomposition method.

**Введение.** При решении практических задач, связанных с моделированием процесса коррозионного деформирования и прогнозированием долговечности металлических конструкций, функционирующих в агрессивных средах (АС), особое значение приобретает проблема точности и эффективности вычислительных методов и алгоритмов. В общем случае моделирование процесса изменения напряжённо-деформированного состояния конструкции во времени вследствие происходящих в её элементах физико-химических процессов предполагает численное решение *задачи Коши* для систем дифференциальных уравнений (СДУ), описывающих процесс накопления геометрических повреждений. Повышение точности за счёт увеличения количества узлов временной сетки приводит к резкому увеличению вычислительных затрат. В настоящей работе предлагается и обосновывается алгоритм решения СДУ, основанный на декомпозиции системы и позволяющий достигнуть высокой точности численного решения при минимальных вычислительных затратах.

**Анализ последних исследований.** На начальном этапе развития механики корродирующих конструкций, как самостоятельного направления строительной механики, проблеме анализа точности получаемых результатов в большинстве работ внимания практически не уделялось. В лучшем случае, указывался лишь метод решения СДУ. В частности, в монографии [1] в разделе, посвящённом решению задачи долговечности стержневых элементов при одноосном напряженном состоянии, указывается, что «для решения применяются или *метод Эйлера* с итерациями, или методы Рунге-Кутта, или Кутта-Мерсона». Там же, при решении задачи изгиба балки с учётом воздействия АС: «для решения используется численный подход». Такое пренебрежение к численным методам, и, тем более, оценке их точности, объясняется, видимо, тем, что авторов интересовали лишь качественные оценки.

Одной из первых работ, в которой приводятся рекомендации по выбору параметров численного решения СДУ при исследовании корродирующих пластин, следует считать [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]. В ней предлагалось принимать длину шага интегрирования по времени не более 1/200 отношения толщины пластины к скорости коррозии при отсутствии напряжений. Обобщить эти рекомендации на случай стержневых конструкций не представляется возможным, поскольку они не учитывают такие важные факторы, влияющие на погрешность численного решения, как периметр сечения стержня и значение напряжения в начальный момент времени. Кроме того, следование указанным рекомендациям может приводить к чрезмерным вычислительным затратам при исследовании многоэлементных конструкций, особенно при решении оптимизационных задач.

В более поздних работах повышение эффективности и точности вычислительных алгоритмов осуществлялось посредством их модификации, в том числе – с использованием аналитических зависимостей между параметрами сечения и агрессивной среды, напряжением, предельным значениям глубины коррозии и временем [3 – 5]. Однако количественных оценок погрешностей решения в этих работах приведено не было.

Очевидно, одной из первых работ, посвящённой повышению эффективности численного интегрирования систем дифференциальных уравнений, следует считать [6]. В данной работе применялся *метод динамического программирования* к задаче минимизации числа арифметических операций при интегрировании системы обыкновенных дифференциальных уравнений $n$ – го порядка за счёт регулирования длины шага интегрирования.

Более перспективным представляется подход, основанный на формализации информации о влиянии на погрешность решения (помимо величины шага интегрирования) таких факторов, как начальные значения напряжений в элементе, для стержневых конструкций – характеристики его сечений (формы, площади, периметра) и параметров агрессивной среды. Такая формализация была осуществлена с помощью *искусственных нейронных сетей* (ИНС) [7, 8] при исследовании шарнирно-стержневых конструкций (ШСК).

При очевидных преимуществах данного подхода остался открытым вопрос о влиянии изменения во времени внутренних усилий в стержневых элементах на точность получаемого решения.

**Обоснование и описание алгоритма.** Математические модели поведения многоэлементных металлических конструкций, эксплуатирующихся в агрессивных средах и подвергающихся коррозионному разрушению, включают в себя две связанные между собой группы уравнений. Первая представляет собой уравнения механики деформированного твёрдого тела – *уравнения равновесия* и *совместности деформаций*, *соотношения Коши* и физические соотношения (для упругих тел – *закон Гука*).

Для шарнирно-стержневых конструкций матрица жесткости конечного элемента имеет вид [9]:

$$K=\frac{EA}{L}\begin{bmatrix}\cos^2\alpha & \cos\alpha\sin\alpha & -\cos^2\alpha & -\cos\alpha\sin\alpha\\ \cos\alpha\sin\alpha & \sin^2\alpha & -\cos\alpha\sin\alpha & -\sin^2\alpha\\ -\cos^2\alpha & -\cos\alpha\sin\alpha & \cos^2\alpha & \cos\alpha\sin\alpha\\ -\cos\alpha\sin\alpha & -\sin^2\alpha & \cos\alpha\sin\alpha & \sin^2\alpha\end{bmatrix}, \qquad (1)$$

где $E$, $A$, $L$ $\alpha$ – модуль упругости, площадь сечения, длина и угол наклона стержневого элемента.

Элементы матрицы жесткости конструкции определяются путем суммирования соответствующих элементов матриц жесткостей элементов по алгоритму, представленному в [9].

Узловые перемещения определяются из уравнения:

$$\overline{R}=K^{-1}\cdot\overline{u}\ , \qquad (2)$$

где $\overline{R}, \overline{u}$ – векторы узловых нагрузок и перемещений. Напряжения в стержневых элементах определяются через удлинения стержней, которые, в свою очередь вычисляются с учётом перемещений их узлов.

Поскольку площади сечений элементов изменяются в процессе коррозионного износа, то элементы матрицы жесткости конструкции, а, следовательно, и напряжения в элементах, являются переменными во времени.

Площади элементов являются функциями глубин коррозионного поражения $\delta$. Определение этих параметров предполагает решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = v_0 \cdot \Phi\left(\sigma_i\left(\overline{\delta}\right)\right);\ \delta_i\Big|_{t=0} = 0;\ i = \overline{1, N}. \tag{3}$$

Здесь $\delta_i$ – глубина коррозионного поражения (параметр повреждённости); $t$ – время; $v_0$ – скорость коррозии при отсутствии напряжений; $N$ – количество стержневых элементов.

Функции правых частей СДУ $\Phi(\sigma)$ зависят от уровня механических напряжений. Поскольку процедура определения напряжений в элементах является вычислительным алгоритмом, система (3) может быть решена только численно, причём вычисление напряжений осуществляется в каждом узле временной сетки. Именно это определяет уровень вычислительных затрат, который нелинейно возрастает при увеличении размерности задачи и, как следствие, размерности СДУ.

Некоторые наиболее распространённые модели коррозионного разрушения приведены, например, в [1]. Большое количество таких моделей делает проблематичным создание единого подхода к решению задачи определения долговечности корродирующих конструкций. В [5] приводится обоснование возможности использования для исследований модели, предложенной в [10] и имеющей вид:

$$\frac{d\delta}{dt} = v_0 \cdot (1 + k\sigma), \tag{4}$$

где $k$ – коэффициент влияния напряжения на скорость коррозионного процесса.

В данной работе будет использована эта модель.

Очевидно, на изменения напряжений в стержневых элементах будут влиять два фактора: изменение площади сечений и изменение внутренних усилий. Первый фактор учесть относительно несложно, поскольку величина коррозионного поражения в элементе, от которого и зависит площадь сечения, определяется величиной напряжения только в этом элементе. При постоянном значении усилий СДУ вида (3) при этом вырождается в простую совокупность несвязанных дифференциальных уравнений, отличающихся лишь параметрами:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = v_0 \cdot \left[1 + k\sigma_i\left(A_i\left(\delta_i\right), Q_i\right)\right];\ \delta_i\Big|_{t=0} = 0;\ i = \overline{1, N}. \tag{5}$$

Долговечность любого конструкционного элемента может быть определена аналитически, то есть точно (в рамках принятой модели коррозионного износа). Таким образом, решение задачи прогноза долговечности статически определимых шарнирно-стержневых конструкций сводится к решению независимых дифференциальных уравнений. Это решение может также служить приближённой оценкой долговечности статически неопределимых конструкций. Его погрешность будет определяться степенью изменения усилий в стержневых элементах.

В статически неопределимых конструкциях усилие в данном элементе зависит от изменяющихся во времени жесткостных характеристик всех элементов. Именно это определяет связь между уравнениями системы (3):

$$\frac{d\delta_i}{dt} = v_0 \cdot \left[1 + k\sigma_i\left(A_i\left(\delta_i\right), Q_i\left(\overline{\delta}\right)\right)\right];\ \delta_i\Big|_{t=0} = 0;\ i = \overline{1, N}. \tag{6}$$

На характер изменения усилий во времени кроме параметров коррозионного износа оказывает влияние большое количество факторов, в том числе топология конструкции и её начальные геометрические параметры, граничные условия и условия нагружения, количество элементов системы. Идея предлагаемого авторами алгоритма заключается в построении функции изменения усилия во времени, что позволит рассмотреть вместо СДУ (6) отдельное дифференциальное уравнение, поскольку эта функция даст возможность учесть влияние остальных уравнений.

Если зависимость усилия в элементе, который определяет долговечность конструкции в целом, от времени будет формализована, то вместо системы уравнений (3) достаточно получить численное решение единственного уравнения, причём, с любой степенью точности, поскольку для вычисления напряжений уже не требуется решать задачу определения напряжённого состояния для всей конструкции. Это позволит многократно снизить вычислительные затраты, а расхождение между гипотетическим точным решением СДУ (3) и решением одного уравнения будет определяться только погрешностью аппроксимации зависимости усилия от времени. С другой стороны, функция, аппроксимирующая зависимость внутреннего усилия в стержне от времени, может быть построена только в результате решения СДУ вида (3).

Исходя из этого, решение задачи предлагается проводить в два этапа.

Первый этап предполагает численное решение СДУ с минимальным количеством узловых точек для определения номера элемента, определяющего долговечность конструкции, и построения для него аппроксимирую-

щей функции изменения усилия во времени. В результате реализации первого этапа определяется приближённое значение долговечности конструкции $\tilde{t}$ .

Результаты численных экспериментов позволили сделать вывод о том, что полином третьей степени весьма точно аппроксимирует закон изменения внутреннего усилия. Следовательно, на временном интервале $[0;\tilde{t}]$ достаточно четырёх узловых точек. Таким образом, на первом этапе задача определения напряжённого состояния решается только четыре раза.

На втором этапе происходит преобразование дифференциального уравнения, описывающего коррозионный процесс в элементе с наименьшей долговечностью, путём ввода в его правую часть полученной аппроксимирующей функции $Q = Q(t)$ и его численное решение с необходимой точностью. Его решением будет уточнённое значение долговечности конструкции.

Остановимся на алгоритме численного решения задачи Коши для СДУ вида (3).

В большинстве известных работ для решения СДУ использовались одношаговые *численные методы типа Рунге-Кутты*, чаще всего – *метод Эйлера*. Недостатки этих методов, помимо низкой эффективности, достаточно полно изложены в [5].

Главным неудобством используемых методов является то, что абсцисса точки пересечения графика функции $\sigma = \sigma(t)$ с линией $\sigma^* = \sigma^*(t)$ неизвестна; её определение является результатом решения задачи прогноза долговечности. Произвольное назначение длины шага интегрирования (расстояния между узлами временной сетки) не только не позволяет контролировать точность численного решения, но и не всегда обеспечивает выполнение условия его существования для всех возможных параметров СДУ.

В настоящей статье для численного решения СДУ (3) предлагается использовать *модифицированный алгоритм метода Эйлера* с переменным шагом интегрирования по аргументу (рис. 1). Предлагается задавать приращение функции $\Delta\sigma_S = const$ , а соответствующее значение приращения аргумента $\Delta t_S$ определять по формуле, вывод которой приведен в [5]:

$$\Delta t_S = \frac{\Delta\delta_S}{v_0} - \frac{2kQ}{v_0 d}\ln\left\{\frac{(2a\cdot\Delta\delta_S + b - d)(b+d)}{(2a\cdot\Delta\delta_S + b + d)(b-d)}\right\}. \quad (7)$$

В (7) приняты следующие обозначения: $a$ – коэффициент формы сечения; $s$ – номер временного интервала; $Q$ – величина осевого усилия; $k$ – коэффициент влияния напряжения на скорость коррозии; $b = -P_{S-1}$; $c = A_{S-1} + kQ$; $d = \sqrt{b^2 - 4ac}$ ; $A_{S-1}$, $P_{S-1}$ – площадь и периметр сечения в $(s-1)$-й момент времени. Приращение параметра повреждённости $\Delta\delta_S$ , соответствующее приращению напряжения $\Delta\sigma_S$ , определяется как решение уравнения:

$$A_{S-1} - P_{S-1}\cdot\Delta\delta_S + a\cdot\Delta\delta_S^2 = \frac{Q}{\sigma_{S-1} + \Delta\sigma_S}. \quad (8)$$

В качестве параметра вычислительной процедуры выступает количество равноотстоящих узловых точек интервала $[\sigma_0;\sigma^*]$ . В этом случае условие существования численного решения выполняется для всей области определения параметров СДУ.

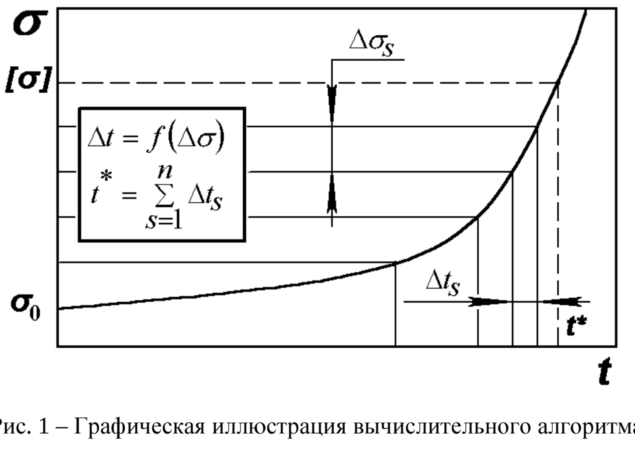


Рис. 1 – Графическая иллюстрация вычислительного алгоритма.

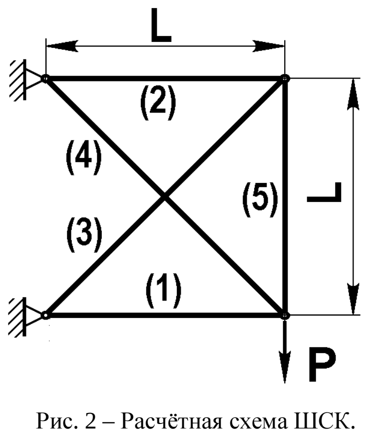


Рис. 2 – Расчётная схема ШСК.

**Численная иллюстрация.** Для иллюстрации предложенного метода в качестве модельной конструкции рассмотрим статически неопределимую 5-стержневую ферму (рис. 2). Параметры конструкции и агрессивной

среды принимались следующие: $L = 100$ см; $P = 200$ кН; $[\sigma] = 240$ МПа; $v_0 = 0{,}1$ см/год; $k = 0{,}003$ МПа$^{-1}$. Сечения элементов соответствуют стандартным уголковым профилям: (1) – 160×100×10; (2) и (3) – 100×63×8; (4) – 110×110×8 и (5) – 180×110×12.

Для получения эталонного решения использовался метод Эйлера с пересчётом. Расстояние между узлами временной сетки принималось равным $\Delta t = 0{,}005 \cdot \tilde{t}$, где $\tilde{t} = \min(\tilde{t}_1; \tilde{t}_2; ...; \tilde{t}_5)$ – приближённое значение долговечности конструкции; $\tilde{t}_1; \tilde{t}_2; ...; \tilde{t}_5$ – значения долговечности стержневых элементов, найденные с использованием формул (7) и (8) при $\Delta\sigma = [\sigma] - \sigma_0$ и постоянном значении внутренних усилий. Найденное таким образом значение определялось долговечностью четвёртого элемента и составило $\tilde{t} = 2{,}512$ года, расстояние между узлами $\Delta t = 0{,}0125$ года.

Абсолютные значения усилий и напряжений (в скобках) в элементах фермы в различные моменты времени представлены в табл. 1.

Таблица 1 – Результаты решения методом Эйлера с постоянным шагом по времени

| $t$, *лет* | $Q_i$, кН ($\sigma_i$, МПа) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) |
| 0,0 | 144,69 (57,88) | 55,16 (44,49) | 55,14 (44,47) | 77,90 (45,94) | 205,01 (61,46) |
| 0,5 | 146,44 (66,83) | 53,40 (50,66) | 53,37 (50,64) | 75,39 (52,23) | 207,54 (69,74) |
| 1,0 | 148,71 (79,24) | 51,10 (58,96) | 51,07 (58,93) | 72,13 (60,69) | 210,82 (79,98) |
| 1,5 | 151,83 (97,76) | 47,93 (70,82) | 47,90 (70,78) | 67,63 (72,79) | 215,35 (94,66) |
| 2,0 | 156,52 (128,93) | 43,18 (89,52) | 43,14 (89,45) | 60,89 (91,90) | 222,17 (116,84) |
| 2,5 | 164,77 (195,15) | 34,80 (124,93) | 34,77 (124,78) | 49,03 (128,30) | 234,19 (155,47) |
| 2.66 | 168,79 (233,86) | 30,71 (143,44) | 30,69 (143,23) | 43,24 (147,65) | 240,08 (173,85) |

Как следует из приведенных данных, в элементах (2), (3) и (4) происходит уменьшение внутренних усилий, а в элементах (1) и (5) – их увеличение. Поэтому в действительности долговечность конструкции будет определять первый элемент.

Эталонное значение долговечности составило $t_{et} = 2{,}67596$ года. Уточнение решения для трёх последних узлов временной сетки осуществлялось методом парабол. Для получения эталонного решения задача расчёта напряжённого состояния конструкции решалась 214 раз.

В табл. 2 приведены абсолютные значения усилий и напряжений (в скобках) в элементах конструкции, полученные при реализации первого этапа декомпозиционного алгоритма.

Изменение усилий в первом элементе конструкции аппроксимировалось полиномом третьей степени, при этом использовались данные первых четырёх строк таблицы.

Таблица 2 – Результаты решения методом Эйлера с переменным шагом по времени

| $t$, *лет* | $Q_i$, кН ($\sigma_i$, МПа) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) |
| 0,0 | 144,69 (57,88) | 55,16 (44,49) | 55,14 (44,47) | 77,90 (45,94) | 205,01 (61,46) |
| 1,685 | 153,00 (103,09) | 46,75 (74,34) | 46,72 (74,29) | 65,96 (76,34) | 217,76 (99,05) |
| 2,339 | 160,37 (152,48) | 39,27 (103,41) | 39,24 (103,31) | 55,35 (106,02) | 227,76 (133,03) |
| 2,681 | 167,38 (208,77) | 32,15 (133,05) | 32,12 (132,88) | 45,28 (136,49) | 237,98 (164,89) |
| 2,904 | 174,93 (281,64) | 24,48 (167,60) | 25,45 (166,88) | 34,43 (172,16) | 249,04 (198,09) |

На втором этапе численно решалось дифференциальное уравнение, описывающее процесс коррозионного разрушения в первом элементе, при формализованной зависимости внутреннего усилия от времени:

$$\frac{d\delta}{dt} = v_0 \cdot \left(1 + k\frac{Q_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3}{A_0 - P_0\delta + a\delta^2}\right), \qquad (9)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – коэффициенты полинома; $A_0$, $P_0$ – площадь и периметр сечения при $t = 0{,}0$.

Численное решение уравнения (9) было получено при использовании метода Эйлера с пересчётом при $\Delta t = 0,0125$ года. Полученное значение долговечности составило $t^* = 2,69374$ года. Погрешность решения задачи относительно эталонного решения составила 0,66 %. При этом задача расчёта напряжённого состояния решалась пять раз, то есть вычислительные затраты уменьшились более чем в 40 раз.

В табл. 3 приведены результаты решения задачи прогноза долговечности для пятистержневой фермы с элементами одинакового сечения.

Таблица 3 – Результаты решения задачи прогноза долговечности

| Профиль | $t_{et}$, лет | $n$ | $t^*$, лет | $\varepsilon$ % |
|---|---|---|---|---|
| Уголок 125×125×9 | 2,32173 | 206 | 2,30548 | 0,70 |
| Уголок 140×90×10 | 2,59140 | 206 | 2,57318 | 0,70 |
| Двутавр 160×81 | 1,57270 | 207 | 1,56206 | 0,68 |
| Швеллер 180×70 | 1,66593 | 206 | 1,65450 | 0,69 |
| Швеллер 200×76 | 1,83823 | 205 | 1,82510 | 0,71 |

В столбцах таблицы указаны профили стержней, эталонное значение долговечности, количество шагов интегрирования СДУ при получении эталонных решений, значение долговечности, полученное с помощью декомпозиционного алгоритма, и погрешность этого решения относительно эталона. Из приведенных данных следует, что показатель эффективности алгоритма не зависит от формы и размеров сечений стержневых элементов.

**Выводы и перспективы.** Приведенный в статье декомпозиционный алгоритм решения систем дифференциальных уравнений, моделирующих процесс коррозионного деформирования шарнирно-стержневых конструкций, может быть обобщён на другие классы конструкций. Наиболее перспективным использование данного алгоритма, по мнению авторов, представляется при решении задач оптимального проектирования конструкций при ограничениях по долговечности. В этом случае задача определения долговечности решается на каждой итерации поиска оптимального проекта, что приводит к большим вычислительным затратам. Применение декомпозиционного алгоритма позволит решить задачу с минимальными вычислительными затратами и высокой точностью.

**Список литературы**

1. *Петров В. В., Овчинников И. Г., Шихов Ю. М.* Расчёт элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой. – Саратов : Сарат. ун-т, 1987. – 288 с.
2. *Карпунин В. Г., Клещев С. И., Корнишин М. С.* К расчёту пластин и оболочек с учетом общей коррозии // Труды X Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. – Тбилиси : Мецниереба, 1975. – Т. 1. – С. 166 – 174.
3. *Зеленцов Д. Г.* Об одном алгоритме решения некоторых классов систем дифференциальных уравнений. – Придніпровський науковий вісник. Фізико-математичні науки. – 1998. – № 112 (179). – С. 31 – 37.
4. *Zelentsov D. G., Pochtman Yu. M.* Use of the analytical formulas of longevity in problems of optimal design of multielements structures under corrosion wear // Lightweight Structures in Civil Engineering. – Warsaw – Cracow, 2000. – P. 156 – 157.
5. *Зеленцов Д. Г., Ляшенко О. А., Науменко Н. Ю.* Информационное обеспечение расчётов корродирующих объектов. Математические модели и концепция проектирования систем. – Днепропетровск : УГХТУ, 2012. – 264 с.
6. *Коротченко А. Т.* О применении метода динамического программирования к оптимальному интегрированию системы дифференциальных уравнений // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Всесоюзн. межвуз. сб. – Горький : ГГУ, 1976. – Вып. 4. – С.95 – 97.
7. *Зеленцов Д. Г., Короткая Л. И.* Использование нейронных сетей при решении задач долговечности корродирующих конструкций // Вісник Кременчуцького національного університету ім. М.Остроградського. – Кременчук : КрНУ, 2011. – Вип. 3 (68), част. 1. – С. 24 – 27.
8. *Зеленцов Д. Г., Науменко Н. Ю., Новикова Л. В.* Алгоритм управления точностью численного решения некоторых классов систем дифференциальных уравнений // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Дніпропетровськ, 2012. – Вип. 5 (82). — С. 71 – 79.
9. *Горбачев К. П.* Метод конечных элементов в расчетах прочности. – Л. : Судостроение, 1985. – 156 с.
10. *Долинский В. М.* Изгиб тонких пластин, подверженных коррозионному износу // Динамика и прочность машин. – Харьков, 1975. – Вып. 21. – С.16 –19.

**References (transliterated)**

1. Petrov V. V., Ovchinnikov I. G., Shikhov Yu. M. *Raschyot ehlementov konstruktsiyi, vzaimodeystvuyushhikh s agressivnoy sredoy* [Computing structure elements interacting with aggressive medium]. Saratov, Sarat. un-t Publ., 1987. 288 p.
2. Karpunin V. G., Kleshhyov S. I., Kornishin M. S. K raschyotu plastin i obolochek s uchetom obshhey korrozii [On computing plates and shells considering general corrosion]. *Trudy X Vsesoyuznoy konferentsii po teorii obolochek i plastin* [Proceedings of the X-th all-union conference on

shells and plates]. Tbilisi, Metsniereba Publ., 1975, pp. 166–174.

3. Zelentsov D. G. Ob odnom algoritme resheniya nekotorykh klassov sistem differentsial'nykh uravneniy [On an algorithm for solving several classes of systems of differential equations]. *Pridniprovs'kiy naukovyy visnyk. Fizyko-matematychni nauky* [Pridneprovsky scientific bulletin. Physical and mathematical sciences]. No. 112 (179), 1998, pp. 31–37.
4. Zelentsov D. G., Pochtman Yu. M. Use of the analytical formulas of longevity in problems of optimal design of multielements structures under corrosion wear. *Lightweight Structures in Civil Engineering*. Warsaw – Cracow, 2000, pp. 156–157.
5. Zelentsov D. G., Lyashenko O. A., Naumenko N. Yu. *Informatsionnoe obespechenie raschyotov korrodiruyushhikh ob"ektov. Matematicheskie modeli i koncepciya proektirovaniya system* [Information support for computing corroding objects. Mathematical models and system design concept]. Dnepropetrovsk, UGXTU Publ., 2012. 264 p.
6. Korotchenko A. T. O primenenii metoda dinamicheskogo programmirovaniya k optimal'nomu integrirovaniyu sistemy differencial'nykh uravneniy [On applying dynamical programming method for optimal integrating systems of differential equations]. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Vsesoyuzn. mezhvuz. sb.* [Applied problems of durability and elasticity. All-union interuniversity collection of works]. Gorky, GGU Publ., vol. 4, 1976, pp. 95–97.
7. Zelentsov D. G., Korotkaya L. I. Ispol'zovanie neyronnykh setey pri reshenii zadach dolgovechnosti korrodiruyushhikh konstrukciy [Using neuron networks for solving corroding structure durability problem]. *Visnyk Kremenchuc'kogo natsional'nogo universytetu im. M.Ostrograds'kogo* [Bulletin of the M. Ostrogradsky Kremenchug National University]. Kremenchuk, KrNU Publ., 2011, vol. 3 (68), part. 1, pp. 24–27.
8. Zelentsov D. G., Naumenko N. Yu., Novikova L. V. Algoritm upravleniya tochnost'yu chislennogo resheniya nekotorykh klassov sistem differencial'nykh uravneniy [Algorithm for controlling accuracy of numerical solution for some classes of systems of differential equations]. *Systemni tekhnologiyi. Regional'nyy mizhvuzivs'kyy zbirnyk naukovykh prats'* [System Technologies. Regional interuniversity collection of scientific papers]. Dnipropetrovsk, 2012, vol. 5 (82), pp. 71–79.
9. Gorbachev K. P. *Metod konechnykh ehlementov v raschetakh prochnosti* [Finite element method in durability calculations]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1985. 156 p.
10. Dolinskiy V. M. Izgib tonkikh plastin, podverzhennykh korrozionnomu iznosu [Bending of thin plates subjected to corrosive wear]. *Dinamika i prochnost' mashin* [Dynamics and durability of machines]. Kharkov, 1975, vol. 21, pp. 16–19.

*Поступила (received) 26.06.2016*

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

**Алгоритм розв’язання систем диференціальних рівнянь, що моделюють корозійний процес у шарнірно-стержневих конструкціях / Д. Г. Зеленцов, О. Р. Денисюк** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 16 (1188). – С. 36 – 42. Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2222-0631.

**Алгоритм решения систем дифференциальных уравнений, моделирующих коррозионный процесс в шарнирно-стержневых конструкциях / Д. Г. Зеленцов, О. Р. Денисюк** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 16 (1188). – С. 36 – 42. Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2222-0631.

**Algorithm for solving systems of differential equations modeling corrosion process in hinged-rod structures / D. G. Zelentsov, O. R. Denysiuk** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv : NTU «KhPI», 2016. – № 16 (1188). – pp. 36 – 42. Bibliog.: 10 titles. – ISSN 2222-0631.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

***Зеленцов Дмитро Гегемонович*** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інформаційних систем Українського державного хіміко-технологічного університету, м. Дніпро; тел.: (066) 797-52-77; e-mail: dmyt_zel@mail.ru.

***Зеленцов Дмитрий Гегемонович*** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных систем Украинского государственного химико-технологического университета, г. Днепр; тел.: (066) 797-52-77; e-mail: dmyt_zel@mail.ru.

***Zelentsov Dmytriy Gegemonovich*** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Informational Systems Department, Ukrainian State University of Chemical Technology, Dnipro; tel.: (066) 797-52-77; e-mail: dmyt_zel@mail.ru.

***Денисюк Ольга Ростиславівна*** – аспірант, Український державний хіміко-технологічний університет, м. Дніпро; тел.: (095) 941-32-75, e-mail: denolga91@rambler.ru.

***Денисюк Ольга Ростиславовна*** – аспирант, Украинский государственный химико-технологический университет, г. Днепр; тел.: (095) 941-32-75, e-mail: denolga91@rambler.ru.

***Denysiuk Olga Rostyslavivna*** – PhD student, Ukrainian State University of Chemical Technology, Dnipro; tel.: (095) 941-32-75, e-mail: denolga91@rambler.ru.