

**В.В. СТАВИЦЬКИЙ**, к.т.н., доцент каф. ДВЗ і машинознавства  
 СХУ ім. В. Даля, Северодонецьк;  
**П.Л. НОСКО**, д.т.н., проф., завідувач каф. ДВЗ і машинознавства  
 СХУ ім. В. Даля;  
**Д.М. МАРЧЕНКО**, д.т.н., проф., завідувач каф. кібернетики  
 та комп'ютерних систем СХУ ім. В. Даля;  
**П.В. ФІЛЬ**, к.т.н., доцент каф. ДВЗ і машинознавства СХУ ім. В. Даля;  
**В.М. КРАВЧЕНКО**, аспірант каф. ДВЗ і машинознавства СХУ ім. В. Даля

### АНАЛІЗ ОСНОВНИХ ФАКТОРІВ, ЩО ВИЗНАЧАЮТЬ АЕРОГІДРОДИНАМІЧНИЙ ОПІР У ВИСОКОШВИДКІСНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧАХ

У статті виявлено природу аерогідродинамічного опору обертанню зубчастих коліс та запропоновано прості аналітичні вирази, які надають можливість визначати енергетичну ефективність високошвидкісних зубчастих передач. На підставі рівняння масового балансу визначена щільність оливоповітряної суміші в западинах зубчастого колеса та встановлено число Ейлера, що визначає досягнення її критичного значення. Визначено меж впливу торцевих зазорів на втрати потужності та ефективності застосування змащування зануренням.

**Ключові слова:** високошвидкісні зубчасті передачі, зубчасте колесо, втрати потужності, аерогідродинамічний опір, оливоповітряна суміш, торцевий зазор, ширина зубчастого вінця.

**Вступ.** Розвиток сучасного машинобудування ґрунтується на пошуках нових технічних рішень, що передбачають підвищення надійності, коефіцієнта корисної дії (ККД), навантажувальної здатності та кінематичної точності за умови одночасного зменшення маси й габаритів. Важливо дотримуватися цих вимог при розробленні високошвидкісних (колова швидкість понад 150 м/с) і важконавантажених (потужність понад 100 МВт) зубчастих передач.

**Актуальність задачі.** Експлуатація високошвидкісних зубчастих передач пов'язана з втратами потужності внаслідок аерогідродинамічного опору. За даними наявних наукових досліджень [1] при коловій швидкості 80 м/с аерогідродинамічні втрати складають 70% від загальних втрат при повному навантаженні і 86% при 25% навантаженні. Намагання врахувати такі значні втрати дотепер спиралися на експериментальні результати, які є різними в різних наукових дослідженнях для однакових передач. Такі похибки зменшують ступінь достовірності при визначенні енергетичної ефективності експлуатації високошвидкісних зубчастих передач.

З огляду на вищевикладене є потреба досконалого вивчення впливу геометричних, конструктивних, кінематичних та силових параметрів зубчастих передач на показники дисипації енергії в них з метою розроблення нових методів оцінювання втрат потужності при експлуатації високошвидкісних зубчастих передач та вибору їх оптимальних параметрів при проектуванні енергонасичених й одночасно ресурсо- та енергоощадних зубчастих передач трансмісій енергетичних машин із заданими техніко-експлуатаційними характеристиками.

**Аналіз останніх досліджень та літератури.** В умовах занурення зубчастих коліс в оливну ванну частина потужності витрачається на подолання аерогідродинамічного опору їх обертанню. Першими дослідженнями аерогідродинамічного опору є праці N.E. Anderson и S.H. Loewenthal [2, 3]. Ними розроблено емпіричну

модель, що оцінює втрати потужності в залежності від радіуса діляльного кола ( $r_l$ ), ширини зубчастого вінця ( $b$ ), модуля зубчастого колеса ( $m$ ), торцевого зазору між колесом, що обертається, та нерухомою стінкою картеру передачі ( $y$ ), швидкості обертання зубчастого колеса ( $\omega_l$ ) та кінематичної в'язкості оливоповітряної суміші ( $\nu$ ) у картері зубчастої передачі. Найбільш системними та прискіпливими є дослідження Р.Н. Dawson [4, 5]. Було досліджено 37 зубчастих коліс з діаметрами западин 300-1160 мм, шириною зубчастого вінця 32-187 мм та модулями 2-24 мм. Ці експерименти надали першу інформацію про аеродинаміку зубчастих коліс та заклали підвалини для подібних подальших досліджень. Наприклад, J.P. Barnes [6] застосував результати Dawson, намагаючись розширити діапазон їх використання за допомогою розмірного аналізу. Barnes запропонував наступне рівняння, в якому відображено експоненціальний вплив основних параметрів зубчастих коліс на втрати потужності внаслідок аерогідродинамічного опору:

$$\Delta P_{A_i} = C \cdot \mu^f \cdot \rho \cdot \omega_l^n \cdot r_l^k \cdot m_l^l \cdot b^s \cdot y^x. \quad (1)$$

У подальшому дослідники уточнювали показники ступенів та коефіцієнти пропорційності. Наприклад, А.А. Lord [7] запропонував наступні показники:  $n=3$ ;  $k=3,42-3,61$ ;  $f=0$ ;  $l=0,96-1,16$ ;  $s=0,42$ . У Н. Mizutani [8]  $n=2,8$ . Експерименти Y. Diab [9, 10] дали наступні показники:  $n=2,75$ ;  $k=4,5$ ;  $f=0,75$ ;  $l=0$ ;  $s=0,8$ ;  $x=0,56$ . S. Seetharaman [11] отримав значення ( $n=2,86$ ;  $k=4,72$ ;  $f=0,14$ ;  $l=0$ ;  $s=0$ ;  $x=0$ ) дуже близькі до аналогічних даних Dawson ( $n=2,85$ ;  $k=4,7$ ;  $f=0,15$ ;  $l=0$ ;  $s=0$ ;  $x=0$ ). R.F. Handschuh и C.J. Kilmain [12] також підтвердили значення показників ступенів, отриманих Р.Н. Dawson.

При дослідженні гідродинамічного опору обертанню зубчастих коліс при зануренні останніх в оливну ванну більшість авторів уточнювали показники ступенів та пропорційні коефіцієнти у рівнянні, запропонованому А.С. Тереховим [13] подібному рівнянню (1), але з урахуванням глибини занурення ( $h_i$ ) у ступені  $p$ .

У А.С. Терехова ці показники складали: для ламінарного режиму течії:  $n=1,9$ ;  $k=1,45$ ;  $s=0,6$ ;  $p=1,5$ ; для перехідного та турбулентного режимів течії –  $n=2,2$ ;  $k=1,774$ ;  $s=0,876$ ;  $p=1,5$ . Е. Lauster, M. Boos [14] надали єдине рівняння для усіх режимів з показниками:  $n=1,45$ ;  $k=2,3$ ;  $s=0,6$ ;  $p=1,5$ .

R.J. Boness [15] експериментально дослідив гідродинамічний опір як гладких дисків, так і зубчастих коліс. В результаті він отримав наступні коефіцієнти:  $n=2$ ;  $k=4$ ;  $s=0$ ;  $p=1$  – для ламінарного режиму течії та  $n=1$ ;  $k=4$ ;  $s=0$ ;  $p=1$  – для турбулентного режиму течії.

Результати своїх експериментів С. Changenet и Р. Velez [16] звели до аналогічного рівняння, але з іншими показниками ступенів:  $n=1,59$ ;  $k=1,23$ ;  $s=0$ ;  $p=0,45$  – для ламінарного режиму течії та  $n=1,24$ ;  $k=2,22$ ;  $s=0,85$ ;  $p=0,45$  – для турбулентного режиму течії.

Необхідно підкреслити також, що практично всі дослідники згодні, що зменшення радіального та торцевого зазорів між зубчастим колесом та корпусом передачі знижує втрати потужності внаслідок аерогідродинамічного опору, але тільки в експериментах Y. Diab [10] та С. Changenet и Р. Velez [16] досліджена їх чисельна залежність.

Більш детальніший огляд досліджень аерогідродинамічного опору обертанню зубчастих коліс наведений у [17], але навіть з такого скороченого аналізу емпіричних залежностей зрозуміло, що оцінка впливу того чи іншого параметру на втрати потужності суттєво відрізняється у різних авторів. Спроба ж застосувати ці залежності для розрахунку втрат потужності для зубчастих коліс з однаковими параметрами по-

казала, що результати відрізняються на 25%...400%. Такі розбіжності на наш погляд не можуть бути пояснені різними умовами та методиками проведення експерименту. Тобто необхідні теоретичні дослідження, що дозволять зрозуміти природу аерогідродинамічного опору обертанню зубчастих коліс за різних умов змащування. Результати таких досліджень можуть стати підвалинами інженерних методів розрахунку втрат потужності внаслідок аерогідродинамічного опору, які не можуть бути не враховані при розробці високошвидкісних енергоощадних зубчастих передач.

**Ціль статті.** Теоретично обґрунтувати функціональні залежності впливу конструктивних та експлуатаційних факторів на втрати потужності внаслідок аерогідродинамічного опору в високошвидкісних енергоощадних зубчастих передачах.

**Постановка задачі.** З метою вивчення закономірностей руху оливоповітряної суміші в просторі між зубцями колеса використані інструменти технології обчислювальної гідродинаміки із застосуванням програмного продукту FLUENT. Чисельно вирішувалися рівняння нерозривності і осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса. У результаті числового експерименту отримано розподіл швидкостей і тиску оливоповітряної суміші в западинах зубчастого колеса, що швидко обертається. Встановлено, що а) при обертанні зубчастого колеса значна частина оливоповітряної суміші рухається разом із западиною; б) у западинах виникає циркуляційний рух оливоповітряної суміші з невеликою відносною швидкістю; в) тиск у западинах зменшується в радіальному напрямку (від кола голівок до кола ніжок зубців); г) у западинах утворюється осьовий потік оливоповітряної суміші в напрямку "торцевої поверхні зубчастого колеса – серединна частина зубчастого вінця", а потім у радіальному напрямку.

З метою визначення в аналітичному вигляді інтегральних характеристик дисипації енергії внаслідок аерогідродинамічного опору запропоновано спрощену математичну модель, яка базується на таких припущеннях: а) аеродинамічний опір у западинах визначається силою Коріоліса, що спричинена радіальною швидкістю витікання оливоповітряної суміші при її обертанні разом із зубчастим колесом; б) додатковими видами дисипації енергії є в'язкісне тертя оливоповітряної суміші на робочих поверхнях і головках зубців, торцевих поверхнях зубчастого колеса та гальмування потоку суміші в зазорі між зубчастим колесом і картером зубчастої передачі; в) радіальна швидкість оливоповітряної суміші в западинах і швидкість обертання зубчастого колеса є сталими величинами; г) перехідні режими відносної течії оливоповітряної суміші відсутні (режим або ламінарний, або турбулентний).

**Результати досліджень.** Отримано аналітичну залежність для розрахунку втрат потужності внаслідок аерогідродинамічного опору обертанню  $i$ -го зубчастого колеса:

$$\Delta P_{A_i} = \rho \cdot \omega_i^3 \cdot r_i^5 \cdot \left[ (C_{K_i}^A + C_{K_i}^\Gamma) + (C_{M_i}^A + C_{M_i}^\Gamma) + (C_{R_i}^A + C_{R_i}^\Gamma) \right], \quad (2)$$

де безрозмірний момент аеродинамічного опору:

$$C_{K_i}^A = \bar{b}_i \cdot (A_i^2 - B_i^2) \cdot \bar{\rho}_{a_i} \cdot (\pi - 4x_i \cdot \operatorname{tg} \alpha) \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin 2\alpha / 2;$$

безрозмірний момент гідродинамічного опору при зануренні зубчастого колеса в оливну ванну:

$$C_{K_i}^\Gamma = (A_i^2 - B_i^2) \cdot \sum_{i=1}^2 y_i \cdot \bar{V}_3 \cdot \arccos^2(1 - \bar{h}_i) \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \beta;$$

відносна швидкість заповнення оливою западин через торцеві перетини останніх:

$$\bar{V}_3 = k_s \cdot \sqrt{(A_i^2 - B_i^2) + (2/Fr)(\bar{h}_i - A_i - B_i) + (2\Phi_i / \sqrt{\operatorname{Re}_a}) + (k_o \sin \alpha \cdot \cos \beta)^2};$$

коефіцієнт, що залежить від геометричних параметрів зубчастого колеса

$$\Phi_i = (\sin \alpha \cdot \cos \beta / \varphi_i)^{1.5} (\operatorname{tg}^2 \alpha_a - \operatorname{tg}^2 \alpha_f) \cdot \cos \alpha / (A_i \sqrt{3});$$

$g$  – прискорення земного тяжіння, м/с<sup>2</sup>;  $k_0$  – швидкісний коефіцієнт, що залежить від форми отвору витікання оливи із западини зубчастого колеса;  $\alpha_a, \alpha_f, \alpha$  – кути профілю евольвенти на колах западин та вершин і верстатного зачеплення відповідно, рад;  $\beta$  – кут нахилу лінії зубців, рад;  $A_i = r_{ai}/r_i$  – відносний радіус кола вершин;  $\bar{b}_i = b_i/r_i$  – відносна ширина зубчастого вінця;  $B_i = r_{bi}/r_i$  – відносний радіус кола западин;  $r_a, r_i$  – радіуси кіл вершин і западин відповідно, м;  $\bar{\rho}_{a_i} = \rho_{a_i}/\rho$  – відносна щільність суміші в западинах;  $x_i$  – коефіцієнт зсуву ріжучого інструменту.

Аналіз розрахунків за рівнянням (2) показав, що принциповим чинником, який визначає аерогідродинамічний опір, є сили Коріоліса – 75-80% від усіх втрат. Моменти сил в'язкісного тертя торцевих поверхонь зубчастих коліс ( $C_{M_i}$ ) і в радіальному зазорі між голівками зубців та корпусом передачі ( $C_{R_i}$ ) складають відповідно 15-17% та 3-10%.

Встановлено, що оливоповітряна суміш викидається з западин відцентровими силами та засмоктується через торцеві перетини міжзубцевого простору. На підставі рівняння масового балансу визначена щільність оливоповітряної суміші в западинах зубчастого колеса:

$$\bar{\rho}_a = \left[ 1 - \frac{(f_i \cdot \bar{b})^2}{2Eu} \cdot \gamma_k \right]^{1/(k-1)}, \quad (3)$$

де  $f_i = 4 \cdot A_i / [(A_i^2 - B_i^2) \cdot k_s \cdot (\bar{y}_1 + \bar{y}_2)]$ ;  $k_s$  – швидкісний коефіцієнт торцевого перетину западини;  $\bar{y}_{1,2} = 4 \cdot B_i \cdot \bar{\delta}_{1,2} / (A_i^2 - B_i^2)$  – коефіцієнт торцевого зазору  $\bar{\delta}_{1,2} = \delta_{1,2}/r_i$  – відповідні відносні торцеві зазори;  $Eu = p_a / (\rho \cdot V_{\text{кол}}^2)$  – критерій Ейлера;  $p_a$  – атмосферний тиск, МПа;  $k$  – показник адіабати оливо-повітряної суміші;  $\gamma_k = (k-1)/k$ ;  $V_{\text{кол}} = \omega_i \cdot r_i$  – колова швидкість, м/с.

За умови значних колових швидкостей обертання і відсутності торцевих зазорів у западинах визначено критичну щільність –  $\bar{\rho}_a^{kp} = [2/(k+1)]^{1/(k-1)}$ .

Теоретично встановлено граничне значення числа Ейлера, що визначає досягнення критичної щільності оливоповітряної суміші в западинах зубчастого колеса:

$$Eu_{kp} = 4 \cdot \bar{b} \cdot A_i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta / \left( k \cdot \sqrt{\frac{2}{k+1}} \cdot (A_i^2 - B_i^2) \sum_{i=1}^2 (y_i \cdot k_s \cdot t_s) \right), \quad (4)$$

де  $t_s = 1 + \Delta p_t / p_a$  – локальне відносне підвищення тиску за умови повного гальмування потоку у торцевому зазорі.

Проведений аналіз сил, що діють на змащувальну рідину між зубцями, засвідчує наявність двох режимів руху оливи в западинах колеса при його зануренні в оливну ванну, які характеризуються співвідношенням відцентрових, гравітаційних, гідростатичних сил і сил в'язкості та Коріоліса. Межа цих режимів визначається критичним значенням числа Рейнольдса  $\operatorname{Re}_a^*$ . За умови  $\operatorname{Re}_a \leq \operatorname{Re}_a^*$  сили в'язкості перевищують відцентрові та гравітаційні сили, й олива утримується в западинах. В ін-

шому випадку западина залишається частково заповненою. Досліджено залежність  $Re_a^*$  від геометричних параметрів зубчастого колеса та глибини занурення останнього в оливу ванну. Виявлено, що кількість оливи в западинах залежить не лише від частоти обертання колеса, але й від площі торцевого перетину западини, що визначається геометричними параметрами колеса та величиною торцевих зазорів. При зменшенні торцевих зазорів за критичні значення  $\delta_{1,2} \leq \delta_{1,2}^{kp}$  ( $y_{1,2} \leq 1$ ) визначальною стає площа торцевого зазору. Критичне значення торцевого зазору запропоновано розраховувати так:  $\bar{\delta}_i^{kp} = (A_i^2 - B_i^2) / (2 \cdot B_i)$ . При перевищенні критичних значень зміна торцевого зазору не впливає на втрати потужності внаслідок аерогідродинамічного опору.

## Висновки.

1. Запропоновано прості аналітичні вирази, які надають можливість з мінімальними витратами обчислювальних зусиль визначати енергетичну ефективність високошвидкісних зубчастих передач.
2. Виявлено природу аерогідродинамічного опору обертанню зубчастих коліс: а) основним фактором є сили Коріоліса; б) нелінійність впливу на втрати потужності ширини зубчастого вінця обумовлена протиріччю зростанням сили Коріоліса та зменшенням щільності оливоповітряної суміші між зубцями при збільшенні ширини зубчастого вінця.
3. Отримано залежності, що визначають межі: а) впливу торцевих зазорів на втрати потужності внаслідок аерогідродинамічного опору; б) застосування змашування зануренням; с) розрідженості суміші в просторі між зубцями.
4. Отримані залежності стали основою інженерних методів аналізу енергоефективності високошвидкісних зубчастих передач, які дозволяють оптимізувати їх геометричні параметри за умови максимального ККД.

**Список літератури:** 1. *Heingartner P.* Determination power losses in the helical gear mesh / *P. Heingartner, D. Mba* // Gear technology. – 2005. – P. 32-37. 2. *Anderson N.E.* Effect of geometry and operating conditions on spur gear system power loss / *N.E. Anderson, S.H. Loewenthal* // ASME Journal of mechanical design. – 1981. – Vol. 103. – P. 151-159. 3. *Anderson N.E.* Design of spur gears for improved efficiency / *N.E. Anderson, S.H. Loewenthal* // ASME Journal of mechanical design, № 104. – 1982. – P. 767-774. 4. *Dawson P.H.* High speed gear windage. // GEC Review. – 1988. – № 4(3). – P. 164-167. 5. *Dawson P.H.* Windage loss in larger high-speed gears. // Proc. Inst. Mech. Eng. – 1984. Part A: Power and process engineering, № 198(1). – P. 51-59. 6. *Barnes J.P.* Non-dimensional characterization of gear geometry / Mesh loss and windage. Fall AGMA/ASME Meeting, San Diego, CA. – 1997. 97FTM11, p. 12. 7. *Lord A.A.* An experimental investigation of geometric and oil flow effects on gear windage and meshing losses: Ph.D. thesis / *A.A. Lord*. – University of Wales, Swansea, 1998. 8. *Mizutani H.* Power loss of long addendum spur gears with large chamfer on tooth tip-ends / *H. Mizutani* // Fourth World congress on gearing and power transmission, Paris, France, 1999. 9. *Diab Y.* Windage losses in high speed gears – Preliminary experimental and theoretical results. / *Y. Diab, F. Ville, C. Changenet, P. Velex* // ASME Journal of mechanical design. – 2004. – № 126(5). – P. 903-908. 10. *Diab Y.* Simulations and experimental investigations on windage losses in high-speed gears. / *Y. Diab, F. Ville, P. Velex, M. Wendling* // VDI-Berichte. – 2005. – № 1904. – P. 143-145. 11. *Seetharaman S.* An investigation of load-independent power losses of gear systems: PhD Dissertation / *S. Seetharaman*. – The Ohio State University, 2009. 12. *Handschuh R.F.* Preliminary comparison of experimental and analytical efficiency results of high-speed helical gear trains / *R.F. Handschuh, C.J. Kilmain* // DETC'03: ASME 2003 Design engineering technical conferences and computers and information in engineering conference. – 2003. – Vol. 4B. – P. 949-955. 13. *Terekhov A.S.* Basic problems of heat calculation of gear reducers / *A.S. Terekhov* // JSME International conference on motion and power transmissions, Hiroshima, Japan, 1991. – P. 490-495. 14. *Lauster E.* Zum Wärmehaushalt mechanischer Schaltgetriebe für Nutzfahrzeuge / *E. Lauster, M. Boos* // VDI – Berichte. – 1983. – № 488. – P. 45-55. 15. *Boness R.J.* Churning losses of discs and gear running partially submerged in oil. // Proceedings of the ASME international power transmission and gearing conference, Chicago. – 1989. – Vol. 1. – P. 355-359. 16. *Changenet C.* A Model for the prediction of churning losses in geared transmissions – preliminary results. / *C. Changenet, P. Velex* // ASME Journal of mechanical design. – 2007. – № 129. – P. 128-133. 17. *Stavitsky V.* Load-independent power losses of gear systems: a review / *Stavitsky V., Nosko P., Fil P., Karpov O., Velichko M.* // TEKA. Commission of motorization and power industry in agriculture. – 2010. – Vol. XB, P. 205-259.

Поступила (received) 31.03.2015