

**Национальная академия наук Украины  
Институт геофизики им. С.И. Субботина**

**В.П. Нагорный, И.И. Денисюк**

**Спектры  
и их приложения  
к задачам взрывного дела**

**Под общей редакцией  
докт. техн. наук, проф. В.П. Нагорного**

**Киев – 2010**

**Спектры и их приложения к задачам взрывного дела / В.П. Нагорный, И.И. Денисюк:** под редакцией В.П. Нагорного; НАН Украины, Институт геофизики им. С.И. Субботина. – Киев, 2010. – С. 184, ил. 61, табл. 20, библи. 135.

ISBN 978-966-02-5675-0

Изложены основные сведения о теории спектров. Проведены исследования влияния параметров импульсных нагружений на их спектральные характеристики. Разработаны теоретические основы управления импульсным нагружением с использованием теории спектров. Приведены результаты исследований и разработки технологических элементов проведения взрывных работ с учетом спектральных характеристик импульсного нагружения.

На основе исследований амплитудно-частотных спектров разработаны импульсные технологии, применяемые для дробления горных пород, прогнозирования и уменьшения сейсмического действия взрывов, повышения дебита добывающих скважин. Приведены описание конструкции взрывного устройства и эффективность применения в промышленных условиях.

Для научных и инженерно-технических работников, преподавателей и аспирантов, занимающихся вопросами использования теории спектров при решении различных технических задач.

**Спектри і їх застосування в задачах вибухової справи / В.П. Нагорний, І.І. Денисюк:** за редакцією В.П. Нагорного; НАН України, Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна. – Київ, 2010. – С. 184, іл. 61, табл. 20, біблі. 135.

Викладені основні відомості про теорію спектрів. Проведені дослідження впливу параметрів імпульсних навантажень на їх спектральні характеристики. Розроблені теоретичні основи керування імпульсним навантаженням з використанням теорії спектрів. Приведені результати досліджень і розробки технологічних елементів проведення вибухових робіт з урахуванням спектральних характеристик імпульсного навантаження.

На основі досліджень амплітудно-частотних спектрів розроблені імпульсні технології, що застосовуються для дробіння гірських порід, прогнозування та зменшення сейсмічної дії вибухів, підвищення дебіту видобувних свердловин. Приведені опис конструкції вибухового пристрою і ефективність застосування в промислових умовах.

Для наукових і інженерно-технічних працівників, викладачів та аспірантів, які займаються питаннями використання теорії спектрів в процесі розв'язку різних технічних задач.

Рекомендовано до друку Робочою секцією геодинаміки вибуху Вченої ради Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України (протокол № 3 від 30.03.2010 р.).

ISBN 978-966-02-5675-0

© Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна  
НАН України, 2010

© В.П. Нагорний, І.І. Денисюк, 2010

# Содержание

<b>Введение</b> . . . . .	5
<b>Раздел 1. Исследование влияния параметров импульсных нагружений на их спектральные характеристики</b> . . . . .	6
1.1. Основные сведения о теории спектров . . . . .	6
1.2. Амплитудно-частотный спектр при различных режимах взаимодействия волн напряжений . . . . .	10
1.3. Динамика формирования амплитудно-частотного спектра . . . . .	18
1.4. Частотное распределение энергии импульсного действия в горном массиве при его нагружении . . . . .	24
1.5. Влияние импульсного циклического действия на эффективность передачи энергии горному массиву . . . . .	30
1.6. Влияние параметров импульсного нагружения на перенос энергии . . . . .	35
1.7. Выбор частотного диапазона измерительного канала при регистрации взрывных волн . . . . .	41
1.8. Оценка погрешностей измерений взрывных нагружений . . . . .	43
<b>Раздел 2. Разработка теоретических основ управления импульсным нагружением с использованием теории спектров</b> . . . . .	46
2.1. Частотный спектр волн, излучаемых при взрыве сферического заряда . . . . .	46
2.2. Амплитудно-частотный спектр при взрыве цилиндрического заряда . . . . .	54
2.3. Исследование частотной характеристики излучателя $M(\omega)$ в различных горных породах . . . . .	61
2.4. Влияние короткозамедленного взрывания на формирование частотного спектра . . . . .	65
2.5. Влияние поперечных волн на эффективность импульсной обработки массива в призабойной зоне продуктивного пласта . . . . .	70
2.6. Влияние неравномерности динамического нагружения на амплитудно-частотный спектр . . . . .	78
2.7. Исследование динамических свойств просадочных пород на основе теории спектров . . . . .	87
2.7.1. Влияние сейсмического воздействия на фундамент, расположенный в уплотненном верхнем слое грунта . . . . .	87
2.7.2. Амплитудно-частотные характеристики сейсмических колебаний грунтовых оснований . . . . .	95

2.7.3.	Спектральные характеристики колебаний фундаментов на разных основаниях . . . . .	98
2.8.	Регулирование интенсивности действия сейсмозрывных волн с помощью искусственных преград . . . . .	102
<b>Раздел 3.</b>	<b>Исследование и разработка технологических элементов ведения взрывных работ на основе теории спектров . . .</b>	<b>108</b>
3.1.	Определение зоны разрушения горных пород при камуфлетном взрыве . . . . .	108
3.1.1.	Модельные представления затухания волнового возмущения . . . . .	109
3.1.2.	Зона образования трещин . . . . .	112
3.1.3.	Энергия и область трещинообразования . . . . .	115
3.1.4.	Сопоставление с экспериментом . . . . .	116
3.2.	Определение частоты собственных колебаний разрушаемого блока горного массива . . . . .	119
3.3.	Исследование коэффициента затухания волн давления в вязкоупругих системах . . . . .	123
3.4.	Влияние частоты воздействия на изменение коэффициента вязкости жидкости . . . . .	136
3.5.	Исследование спектральных характеристик импульсного воздействия на вязкоупругие системы . . . . .	138
3.6.	Исследование амплитудно-частотного спектра волнового поля, излучаемого газовым пузырем . . . . .	148
3.7.	Нелинейные волны в вязкоупругих системах . . . . .	159
<b>Раздел 4.</b>	<b>Разработка импульсных технологий на основе исследований амплитудно-частотных спектров . . . . .</b>	<b>164</b>
4.1.	Некоторые пути управления взрывом при дроблении горных пород . . . . .	164
4.2.	Импульсные технологии для повышения дебита геотехнологических скважин различного назначения . . . . .	166
4.3.	Прогнозирование сейсмического действия взрывов . . . . .	169
4.4.	Конструкция взрывного устройства, условия применения и эффективность внедрения . . . . .	173
	<b>Список используемой литературы . . . . .</b>	<b>177</b>

## Введение

Известные достоинства технологических процессов, основанных на использовании энергии взрыва, такие как малая трудоемкость и высокая производительность, возможность концентрированного и направленного приложения больших энергий, способствовали значительному расширению сферы их применения. Если сравнительно недавно взрывные технологии применялись лишь для дробления или добычи скальных горных пород, то ныне большое значение приобретают взрывные методы при добыче природных углеводородов, строительстве инженерных сооружений в горных породах, уплотнении грунтов, упрочнении, штамповке и сварке металлов и т. п. Разнообразии технологических операций, выполняемых с использованием энергии взрыва, определяется как возможностью создания больших давлений, так и скоростью протекания рабочих процессов. Однако, наряду с преимуществами, взрывные работы имеют существенный недостаток – низкий коэффициент полезного действия взрыва (при дроблении горной породы он не превышает 10 %, при штамповке – 15...18 %).

Обобщение и критический анализ исследований в области разрушения горных пород, собственный опыт работы в данном направлении дает основание утверждать, что односторонний подход к изучению этой проблемы не позволяет достигнуть существенных успехов на пути ее решения. Для повышения эффективности взрывных работ необходим комплексный подход при изучении действия взрыва в среде. Такой подход должен предусматривать как изучение физико-механических свойств и предельных состояний горного массива, так и параметров взрывного воздействия, в том числе, амплитудно-частотного спектра волнового поля, как одной из важнейших характеристик импульсного процесса.

Привлечение теории спектров к исследованию волновых процессов в задачах взрывного дела позволит глубже изучить динамические явления в горном массиве и разработать эффективные технологии, применяемые в различных отраслях народного хозяйства.

В книге обобщены и проанализированы материалы по использованию энергии импульсного нагружения при решении различных задач взрывного дела с привлечением теории спектров.

Авторы признательны Я.А. Рудюк за подготовку компьютерной верстки книги.

## Раздел 1

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЖЕНИЙ НА ИХ СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

### 1.1. Основные сведения о теории спектров

Основными параметрами взрывного импульса в горном деле принято считать максимальное значение напряжения и длительность действия импульса. Изменяя тем или иным способом эти параметры, осуществляют управление взрывным импульсом. Хотя эти характеристики представляют собой полезную информацию, практически невозможно, пользуясь ими с достаточной точностью, предсказать действие взрыва в горном массиве. Знание этих двух параметров взрывного импульса есть неполным для оценки действия взрывных волн, для раскрытия физической сущности управления их параметрами, для обоснованной разработки взрывных технологий, используемых в различных отраслях народного хозяйства. Наибольшую информацию дают спектральные характеристики взрывных процессов [1]. Привлечение теории спектров для исследования взрывных явлений – достаточно эффективный метод изучения действия взрыва в различных средах. Этому вопросу посвящены некоторые работы, относящиеся к дроблению горных пород [2–5], уплотнению грунтовых массивов [6–9], разработке импульсных технологий в интересах нефтегазовой отрасли [10–13]. Систематизированные данные по указанной проблеме отсутствуют.

В этом подразделе предлагаются характеристики, более полно отражающие взрывной процесс и, тем самым, позволяющие точнее оценить его эффективность.

Пусть на некотором расстоянии  $r$  от источника взрыва волна напряжений описывается аналитической функцией

$$\sigma(t) = f(t). \quad (1.1)$$

Введем спектральную плотность взрывного воздействия [14]

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt, \quad (1.2)$$

где  $j = \sqrt{-1}$  – мнимая единица.

Из теории спектров известно, что между соотношениями (1.1) и (1.2) существует связь

$$\sigma(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (1.3)$$

Формулы (1.2) и (1.3) являются основными в теории спектров. Они представляют собой пару преобразований Фурье, связывающих между собой вещественную функцию времени  $f(t)$  и комплексную функцию частоты  $S(j\omega)$ .

Формула (1.3) представляет собой интеграл Фурье в комплексной форме. Ее смысл состоит в том, что функция  $f(t)$  представлена суммой синусоидальных составляющих, поэтому она может быть представлена только суммой бесконечно большого числа бесконечно малых колебаний, бесконечно близких по частоте. Комплексная амплитуда каждого отдельного колебания бесконечно мала и равна

$$dC = \frac{1}{\pi} S(j\omega) d\omega.$$

Формулу (1.3) можно записать в вещественной форме и тогда интегрирование будет производиться только по положительным частотам. Введя обозначение  $S(j\omega) = A(\omega) + jB(\omega)$  и учитывая, что  $A(\omega)$  – четная, а  $B(\omega)$  – нечетная функции, получим

$$\sigma(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A(\omega) \cos \omega t - B(\omega) \sin \omega t] d\omega. \quad (1.4)$$

Можно получить еще одну запись формулы (1.4)

$$\sigma(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} [S(j\omega) e^{j\omega t} + S(-j\omega) e^{-j\omega t}] d\omega.$$

В квадратных скобках стоит сумма сопряженных величин, равная удвоенной вещественной части. Поэтому

$$\sigma(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(j\omega) e^{j\omega t} d\omega.$$

Введем еще одно уточнение. Подынтегральная функция в

формуле (1.3) выражает отдельное бесконечно малое слагаемое, т. е. колебание с бесконечно малой амплитудой  $dC$ :

$$\frac{1}{\pi} S(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = dC e^{j\omega t}.$$

Отсюда находим

$$S(j\omega) = \pi \frac{dC}{d\omega}.$$

Таким образом, величина  $S(j\omega)$  представляет непосредственно не амплитуду, а так называемую спектральную плотность. Однако обычно эту деталь опускают и называют  $S(j\omega)$  комплексным спектром неперiodической функции, а абсолютное значение (модуль) этой величины  $|S(j\omega)| = S(\omega)$  просто спектром.

Кроме спектральной функции, предлагаются следующие характеристики, которые глубже отражают взрывной процесс:

а) энергия спектра

$$W_S = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S^2(j\omega) d\omega; \quad (1.5)$$

б) действующая длительность импульса  $\Delta t$ , под которой понимается промежуток времени, где сосредоточена подавляющая часть энергии импульса, и которая находится из выражения

$$\int_{t_0 - \Delta t/2}^{t_0 + \Delta t/2} \sigma^2(t) dt = m_u \int_{-\infty}^{\infty} y^2(t) dt = m_u A_t, \quad (1.6)$$

где  $m_u$  – доля полной энергии импульса, приходящаяся на промежуток времени  $\Delta t$  (обычно принимают  $m_u = 0,9$ );

$A_t = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^2(t) dt$  – величина, пропорциональная полной энергии импульса;

в) действующая ширина спектра  $\Delta f$  находится из выражения

$$\int_0^{2\pi\Delta f} S^2(j\omega) d\omega = \mu_u \int_0^{\infty} S^2(j\omega) d\omega; \quad (1.7)$$



г) коэффициент формы взрывного импульса  $\eta_u = \Delta f \Delta t$ , характеризующий не только форму импульса, но и ее искажения при прохождении через измерительный тракт с ограниченной полосой рабочих частот;

д) частоты существенных гармонических составляющих, определяемых на кривой спектра  $S(\omega)$ .

Спектральная характеристика взрывного импульса, определяемая по формуле (1.2), позволяет оценить изменение его параметров на различных расстояниях от центра взрыва с учетом диссипативных потерь.

При распространении импульса в горном массиве составляющие спектра поглощаются неодинаково на разных частотах, в результате чего изменяется не только величина, но и форма импульса [15]. Если принять спектральную плотность импульса около стенки скважины  $S_0(\omega)$ , тогда в результате поглощения спектральная плотность в исследуемой точке массива, расположенной на расстоянии  $r$  от центра взрыва, изменится до величины  $S_r(\omega)$ .

Значение  $S_r(\omega)$  можно определить из соотношения

$$S_r(\omega) = S_0(\omega)\eta_n(\omega)\eta_z, \quad (1.8)$$

где  $\eta_n(\omega)$  – коэффициент пропускания среды;  $\eta_z$  – коэффициент геометрического расхождения волны (для плоской симметрии равен 1, осевой – 2 и центральной – 3).

Решая уравнение (1.8) относительно  $S_0(\omega)$ , находим

$$S_0(\omega) = \frac{S_r(\omega)}{\eta_n(\omega)\eta_z}.$$

Согласно соотношению (1.3) напряжение около стенки скважины определяется формулой

$$\sigma_0(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_r(\omega)}{\eta_n(\omega)\eta_z} e^{j\omega t} d\omega. \quad (1.9)$$

Интеграл вида (1.9) определяют с помощью теоремы о вычетах [16].

Таким образом, определив экспериментально спектральную плотность взрывного импульса на определенном расстоянии от

источника возмущений, по формуле (1.9) можно найти напряжение около стенки скважины.

## 1.2. Амплитудно-частотный спектр при различных режимах взаимодействия волн напряжений

Из литературных источников и практики ведения работ по интенсификации добычи углеводородов известно, что одним из эффективных методов в этом направлении является применение энергии взрыва. С целью усовершенствования технологических процессов интенсификации добычи нефти и газа исследовалось влияние нестационарных нагрузений на горный массив с применением теории спектров.

Рассмотрим прохождение взрывных волн в зависимости от длительности их действия. Исследованы два случая взрывного нагружения с разной продолжительностью действия на горный массив.

Рассмотрим действие на горный массив импульсных нагружений, моделируемых зависимостями

$$P_1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ P_m, & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t > \tau, \end{cases} \quad (1.10)$$

$$P_2(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ P_m, & 0 \leq t \leq 2\tau, \\ 0, & t > 2\tau, \end{cases} \quad (1.11)$$

где  $P_m$ ,  $\tau$  – максимальное значение и длительность импульсного нагружения, соответственно.

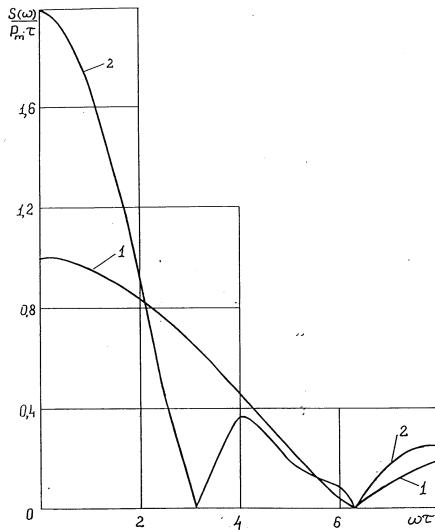
Определим для каждого из этих случаев амплитудно-частотные спектры. Для случая (1.10) имеем

$$S_1(\omega) = P_m \tau \frac{\sin 0,5\omega\tau}{0,5\omega\tau}. \quad (1.12)$$

Для случая, когда длительность импульсного нагружения составляет  $2\tau$ , амплитудно-частотный спектр имеет вид

$$S_2(\omega) = 2P_m \tau \frac{\sin \omega\tau}{\omega\tau}. \quad (1.13)$$

На рис. 1.1 построены амплитудно-частотные спектры (спектральные плотности) этих нагружений в зависимости от безразмерного параметра  $\omega\tau$  (где  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота). Кривая 1 соответствует спектру  $S_1(\omega)$ , кривая 2 –  $S_2(\omega)$ .



**Рис. 1.1. Амплитудно-частотные спектры взрывных нагружений разной длительности вблизи источника взрыва:  
1 –  $t_1 = \tau$ ; 2 –  $t_2 = 2\tau$**

Для более полного изучения преимуществ или недостатков того или иного способа нагружения на горный массив определим действующую длительность нагружения  $\Delta t$  и действующую ширину спектра  $\Delta\omega$ .

Для этого воспользуемся известными формулами теории спектров [14]

$$\Delta t^2 = \frac{I_t}{A_t} - \frac{M_t^2}{A_t^2}; \quad (1.14)$$

$$\Delta\omega^2 = \frac{I_\omega}{A_\omega} - \frac{M_\omega^2}{A_\omega^2}, \quad (1.15)$$

где

$$\begin{aligned}
 A_t &= \int_{-\infty}^{\infty} P^2(t) dt; & A_\omega &= \int_0^{\infty} S^2(\omega) d\omega; \\
 M_t &= \int_{-\infty}^{\infty} t P^2(t) dt; & M_\omega &= \int_0^{\infty} \omega S^2(\omega) d\omega; \\
 I_t &= \int_{-\infty}^{\infty} t^2 P^2(t) dt; & I_\omega &= \int_0^{\infty} \omega^2 S^2(\omega) d\omega.
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

В случае, когда импульсное нагружение описывается зависимостью (1.10), с использованием формул (1.16) находим

$$\begin{aligned}
 A_{1t} &= \int_0^{\tau} P_m^2 dt = P_m^2 \tau; & M_{1t} &= \int_0^{\tau} t P_m^2 dt = \frac{P_m^2 \tau^2}{2}; & I_{1t} &= \int_0^{\tau} t^2 P_m^2 dt = \frac{P_m^2 \tau^3}{3}; \\
 \Delta t_1^2 &= \frac{P_m^2 \tau^3}{3 P_m^2 \tau} - \frac{P_m^4 \tau^4}{4 P_m^4 \tau^2} = \frac{\tau^2}{3} - \frac{\tau^2}{4} = \frac{\tau^2}{12}; & \Delta t_1 &= \frac{\tau}{\sqrt{12}} - \frac{\tau}{3,464} = 0,288\tau.
 \end{aligned}$$

В случае нагружения, описываемого зависимостью (1.11)

$$\begin{aligned}
 A_{2t} &= \int_0^{2\tau} P_m^2 dt = 2\tau P_m^2; & M_{2t} &= \int_0^{2\tau} t P_m^2 dt = 2 P_m^2 \tau^2; \\
 I_{2t} &= \int_0^{2\tau} t^2 P_m^2 dt = \frac{8\tau^3}{3} P_m^2; \\
 \Delta t_2^2 &= \frac{8\tau^3 P_m^2}{3 \cdot 2\tau P_m^2} - \frac{16 P_m^4 \tau^4}{4 \cdot 4\tau^2 P_m^4} = \frac{\tau^2}{3}; & \Delta t_2 &= \sqrt{\frac{\tau^2}{3}} = \frac{\tau}{\sqrt{3}} = 0,577\tau.
 \end{aligned}$$

Следовательно,  $\Delta t_2 = 2\Delta t_1$ .

Аналогично, когда провести вычисления  $\Delta\omega_1$  и  $\Delta\omega_2$  для каждого случая, получим

$$\Delta\omega_1 = \frac{\pi}{2\sqrt{3}\tau}; \quad \Delta\omega_2 = \frac{\pi}{4\sqrt{3}\tau}; \quad \Delta\omega_1 = 2\Delta\omega_2.$$

Таким образом, для взрывного нагружения, длительность

которого в 2 раза больше, ширина амплитудно-частотного спектра в два раза меньше.

Поскольку составляющие низкочастотного спектра при прохождении волн напряжений в горном массиве затухают медленней, чем составляющие спектра, насыщенного высокочастотными гармониками [15], то применение более длительных взрывных нагружений дает некоторые преимущества с точки зрения достижения более глубокой области разрушений в горном массиве.

Этот вывод подтверждается дополнительными исследованиями. Известно [3], что амплитудно-частотный спектр на некотором расстоянии  $R$  от источника взрыва описывается зависимостью

$$S_R(\omega) = S_0(\omega)e^{-\alpha R\omega}, \quad (1.17)$$

где  $\alpha$  – коэффициент, характеризующий поглощающие свойства горного массива;  $S_0(\omega)$  – спектр непосредственно у источника взрыва.

Рассмотрим пример:  $\alpha=0,2 \cdot 10^{-4}$  с/м;  $R=4,5$  м;  $\tau_1=100$  мкс;  $\tau_2=200$  мкс.

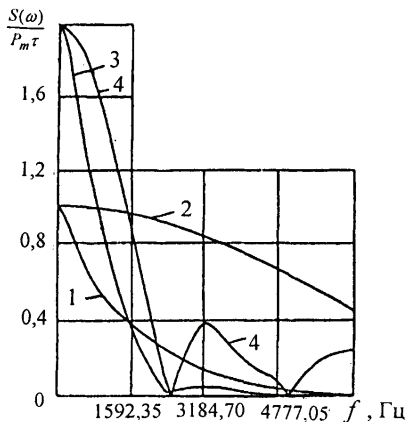
Для случаев (1.10), (1.11) на расстоянии  $R$

$$\begin{aligned} S_{1R}(\omega) &= S_{01}(\omega)e^{-\alpha R\omega} = P_m \tau \frac{\sin 0,5\omega\tau}{\omega\tau} e^{-\alpha R\omega} = \\ &= P_m \tau \frac{\sin \pi f \cdot 10^{-4}}{2\pi f \cdot 10^{-4}} e^{-5,652 \cdot 10^{-4} f}; \end{aligned} \quad (1.18)$$

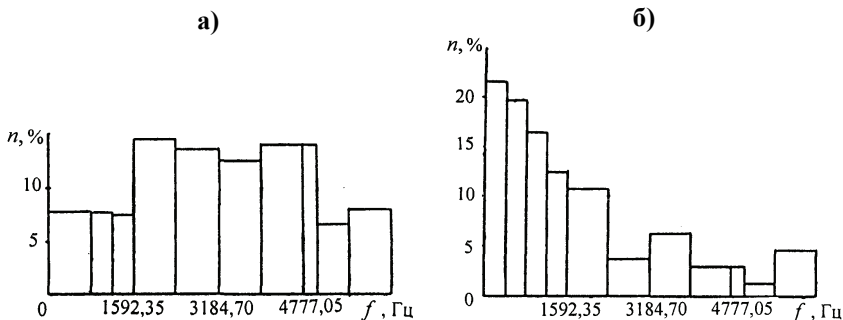
$$\begin{aligned} S_{2R}(\omega) &= S_{02}(\omega)e^{-\alpha R\omega} = 2P_m \tau \frac{\sin \omega\tau}{\omega\tau} e^{-\alpha R\omega} = \\ &= 2P_m \tau \frac{\sin(4\pi f \cdot 10^{-4})}{4\pi f \cdot 10^{-4}} e^{-5,652 \cdot 10^{-4} f}. \end{aligned}$$

С использованием зависимостей (1.18) на рис. 1.2 построены амплитудно-частотные спектры взрывных нагружений.

На основании обработки результатов, представленных на рис. 1.2, построены диаграммы распределения спектральных плотностей взрывных нагружений (1.10) и (1.11) в зависимости от разных диапазонов частот (рис. 1.3).



**Рис. 1.2. Амплитудно-частотные спектры взрывных нагрузений:**  
 при  $\tau_1 = 100$  мкс: 1 – на расстоянии  $R = 4,5$  м; 2 – вблизи источника взрыва;  
 при  $\tau_1 = 200$  мкс: 3 – на расстоянии  $R = 4,5$  м; 4 – вблизи источника взрыва



**Рис. 1.3. Диаграммы распределения спектральных плотностей взрывных нагрузений вблизи источника взрыва для разных длительностей действия взрывных нагрузений:**  
 а) –  $t_1 = \tau$ ; б) –  $t_2 = 2\tau$

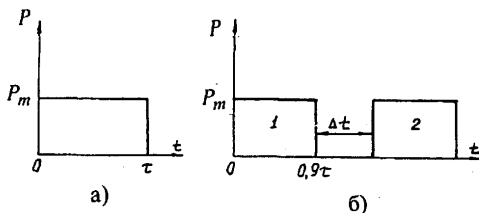
Из анализа диаграмм следует, что для более длительного взрывного нагружения спектральная плотность в диапазоне частот от 0 до 1592,35 Гц составляет 70%; для более короткого – 30,8%. В диапазоне частот 1592,35 – 5000,0 Гц распределение спектральных плотностей составляет для длительного нагружения – 23,9%; для более короткого – 54,6%. Эти данные свидетельствуют о существенном влиянии длительности взрывного нагружения на

характер распределения спектральной плотности по частотам, а следовательно и на распределение энергии спектра.

Из сравнения кривых 3 и 4 и 1 и 2 (рис. 1.2) можно сделать вывод, что в рассматриваемом случае при распространении более длительного взрывного импульса по горному массиву на поглощение идет 44,8% от начальной энергии, при распространении более короткого импульса – 69,25%.

Рассмотрим некоторые технологические схемы взаимодействия зарядов, базируясь на исследованиях их амплитудно-частотных спектров.

Первая схема: в скважине подрывается один заряд массой 5 кг. При этом на горный массив действует взрывное нагружение, изображенное на рис. 1.4, а. Длительность действия  $\tau$  этого нагружения в гранитном массиве согласно [17] составляет 875 мкс.



**Рис. 1.4. Схемы взаимодействия зарядов:**  
а – подрыв одного заряда; б – подрыв двух зарядов

Вторая схема: в скважине расположены два заряда массой по 2,5 кг каждый. Эти заряды могут подрываться одновременно, или с коротким замедлением  $\Delta t$  во времени (рис. 1.4, б). Продолжительность действия нагружения, генерируемого каждым из этих зарядов, составляет  $\tau_1 = \tau_2 = 0,9\tau = 809$  мкс [17].

Определим для каждой схемы амплитудно-частотные спектры взрывных нагружений.

Для первой схемы

$$S_1(\omega) = P_m \tau \cdot \frac{\sin 0,5\omega\tau}{0,5\omega\tau}. \quad (1.19)$$

Для второй схемы, согласно [14], суммарный комплексный амплитудно-частотный спектр имеет вид

$$S_2(j\omega) = S_0(\omega) + S_0(\omega)e^{j\omega\Delta t},$$

где  $S_0(\omega)$  – амплитудно-частотный спектр одиночного взрывного нагружения длительностью  $0,9 \tau$

$$S_0(\omega) = 0,9P_m \tau \frac{\sin 0,5\omega\tau}{0,45\omega\tau}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} S_2(j\omega) &= S_0(\omega) + S_0(\omega)e^{j\omega\Delta t} = S_0(\omega)(1 + e^{j\omega\Delta t}) = \\ &= S_0(\omega)(1 + \cos \omega\Delta t + j \sin \omega\Delta t). \end{aligned} \quad (1.20)$$

Амплитудно-частотный спектр суммарного взрывного нагружения при взаимодействии двух зарядов массой по 2,5 кг определяется как модуль комплексной величины (1.20)

$$\begin{aligned} S_2(\omega) &= |S_2(j\omega)| = |S_0(\omega)|(1 + \cos \omega\Delta t + j \sin \omega\Delta t)| = \\ &= S_0(\omega)\sqrt{(1 + \cos \omega\Delta t)^2 + \sin^2 \omega\Delta t} = S_0(\omega)\sqrt{2(1 + \cos \omega\Delta t)} = \\ &= S_0(\omega)2 \cos \frac{\omega\Delta t}{2}. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$S_2(\omega) = 0,9P_m \tau \frac{\sin 0,45\omega\tau}{0,45\omega\tau} 2 \cos \frac{\omega\Delta t}{2}. \quad (1.21)$$

Для случая, когда заряды подрываются одновременно ( $\Delta t=0$ ), амплитудно-частотный спектр имеет вид:

$$S_2(\omega) = 1,404P_m \tau \frac{\sin 0,45\omega\tau}{0,45\omega\tau}. \quad (1.22)$$

С использованием зависимостей (1.21) и (1.22) построены амплитудно-частотные спектры на расстоянии  $R=4,5$  м ( $50 r_z$ ) с учетом поглощающих свойств гранитного массива ( $\alpha=0,2 \cdot 10^{-4}$ с/м), представленные на (рис. 1.5).

Анализ кривых рис. 1.5 показывает, что короткозамедленное взрывание двух зарядов в скважине существенно влияет на формирование амплитудно-частотного спектра. Для случаев, когда  $\Delta t$  составляет величину 405 и 607 мкс, количество энергии, пришедшей на расстояние  $R=4,5$  м и сосредоточенной в диапазоне частот 0–750 Гц, составляет, соответственно, 95,4 и 93,0 % от энергии начального нагружения. Таким образом, наиболее целесообразные



интервалы взрывания находятся в пределах  $\Delta t = (0,5 - 0,75) \tau_1$ , где  $\tau_1$  – продолжительность действия одиночного заряда массой 2,5 кг.

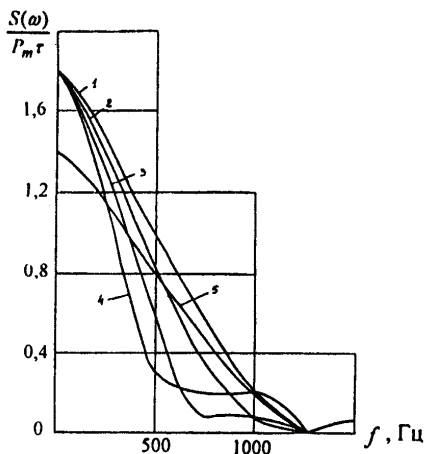


Рис. 1.5. Амплитудно-частотные спектры на расстоянии  $R = 4,5$  м:  
1-5 –  $\Delta t = 185; 405; 607; 809; 0, 0$  мкс, соответственно

На рис. 1.6 представлены диаграммы распределения спектральных плотностей взрывных нагружений на расстоянии  $R = 4,5$  м в зависимости от диапазонов частот для различных интервалов замедления  $\Delta t$ .

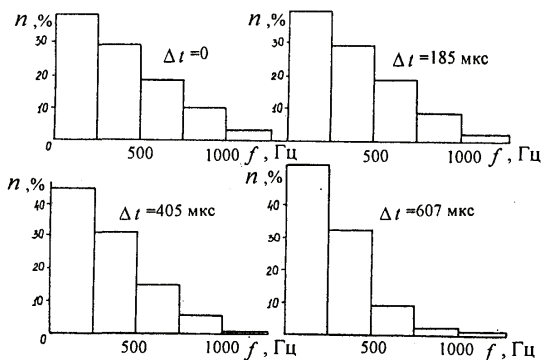


Рис. 1.6. Диаграммы распределения спектральных плотностей взрывных нагружений на расстоянии  $R = 4,5$  м для разных интервалов замедления  $\Delta t$

### 1.3. Динамика формирования амплитудно-частотного спектра

Для разработки эффективных методов управления взрывным импульсом рассмотрим динамику формирования амплитудно-частотного спектра.

Пусть эпюра волн напряжений для радиальной составляющей описывается выражением [6, 18]

$$\sigma_r(r, t) = \sigma_r^m(r) \exp[-\theta(t - t_m)] \frac{\sin \beta(t - t_0)}{\sin \beta(t_m - t_0)}. \quad (1.23)$$

Представление волны напряжений формулой (1.23) соответствует реальной эпюре (рис. 1.7). В формуле (1.23) приняты следующие обозначения:  $\sigma_r^m$  – коэффициент, обозначающий максимальную амплитуду волны напряжений, изменяется с расстоянием согласно выражению

$$\sigma_r^m = k_\sigma r_0^{-\mu_\sigma}, \quad (1.24)$$

где  $k_\sigma$ ,  $\mu_\sigma$  – экспериментальные коэффициенты;  $r_0 = r/r_3$  ( $r_3$  – радиус заряда взрывчатого вещества);  $\theta$  – коэффициент, характеризующий крутизну нарастания и спада амплитуды напряжений во времени

$$\theta r_3 = a_1 + a_2 r_0. \quad (1.25)$$

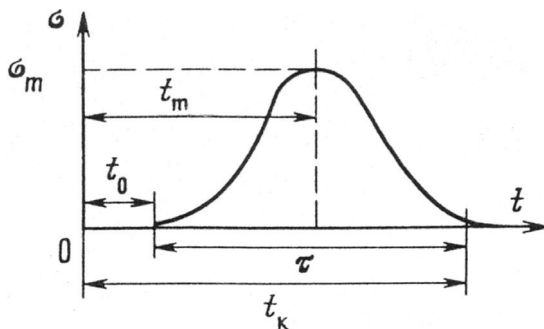


Рис. 1.7. Эпюра волны напряжений

Время прихода начала возмущений в данную точку составляет

$$t_0 / r_3 = b_1 + b_2 r_0 . \quad (1.26)$$

Время нарастания амплитуды напряжений до ее максимального значения

$$t_m / r_3 = d_1 + d_2 r_0 . \quad (1.27)$$

Коэффициент  $\beta = \pi / \tau$  характеризует продолжительность положительной фазы напряжений ( $\tau$  – длительность положительной фазы взрывного импульса, изменяется по закону  $\tau / r_3 = c_1 + c_2 r_0$ )

$$\beta r_3 = f_1 + f_2 r_0 . \quad (1.28)$$

Комплексный спектр волны напряжений, заданной выражением (1.23), имеет вид

$$S(j\omega) = \int_{t_0}^{t_k} \sigma_r^m e^{-\theta(t-t_m)} \frac{\sin \beta(t-t_0)}{\sin \beta(t_m-t_0)} e^{-j\omega t} dt , \quad (1.29)$$

где  $t_0$ ,  $t_k$  – соответственно начальное и конечное время действия взрывного возмущения.

Представим выражение (1.29) в виде

$$S(j\omega) = \frac{\sigma_r^m e^{\theta t_m}}{\sin \beta(t_m-t_0)} \int_{t_0}^{t_k} e^{-Kt} \sin \beta(t-t_0) dt ,$$

где  $K = \theta + j\omega$ .

Принимаем

$$I = \int_{t_0}^{t_k} e^{-Kt} \sin \beta(t-t_0) dt .$$

Тогда в развернутом виде

$$I = \frac{-K \sin \beta(t-t_0) e^{-Kt} - \beta e^{-Kt} \cos \beta(t-t_0)}{K^2 + \beta^2} .$$

$$\begin{aligned}
S(j\omega) &= \frac{\sigma_r^m e^{\theta t_m}}{\sin \beta(t_m - t_0)} \left[ \frac{-Ke^{-Kt}}{K^2 + \beta^2} \sin \beta(t - t_0) - \frac{\beta e^{-Kt}}{K^2 + \beta^2} \cos \beta(t - t_0) \right]_{t_0}^{t_k} = \\
&= \frac{\sigma_r^m e^{\theta t_m}}{\sin \beta(t_m - t_0)} \left( \frac{\beta e^{-Kt_0} + \beta e^{-Kt_k}}{K^2 + \beta^2} \right).
\end{aligned}$$

Учитывая обозначение для  $K$ , получаем

$$S(j\omega) = \left[ \frac{\beta \sigma_r^m e^{\theta t_m}}{(\theta + j\omega)^2 + \beta^2} \sin \beta(t_m - t_0) \right] \left[ e^{-(\theta + j\omega)t_0} + e^{-(\theta + j\omega)t_k} \right]. \quad (1.30)$$

Поскольку амплитудно-частотный спектр не зависит от выбора начала отсчета времени [14], в формуле (1.30) для простоты исследований положим  $t_0=0$  для каждого из расстояний. Другими словами, приведем импульсы напряжений на каждом расстоянии к начальному времени отсчета  $t_0=0$ . В этом случае амплитудно-частотный спектр находим как модуль комплексного спектра  $S(j\omega)$

$$F(\omega) = |S(j\omega)| = \frac{\beta \sigma_r^m e^{-\theta(\tau - t_m)}}{\sin \beta t_m} \sqrt{\frac{1 + e^{2\theta\tau} + 2e^{\theta\tau} \cos \omega\tau}{(\theta^2 + \beta^2 - \omega^2)^2 + 4\theta^2\omega^2}}. \quad (1.31)$$

Это выражение получено при условии, что  $\theta$  не зависит от времени. В действительности же коэффициент  $\theta$  изменяется с течением времени и определяется формулой

$$\theta(t) = Y / \lg e(t_m - t), \quad (1.32)$$

где

$$Y = \lg \sigma_r - \lg \sigma_r^m - \lg \frac{\sin \beta t}{\sin \beta t_m}.$$

Амплитудно-частотный спектр (1.31) получен при условии, что верхний предел интегрирования в выражении (1.29) равен  $t = t_k$ . В случае, когда этот предел переменный, выражение для амплитудно-частотного спектра представляется в виде

$$\begin{aligned}
F(\omega, t) &= \frac{\sigma_r^m e^{-\theta(t - t_m)}}{\sin \beta t_m} \times \\
&\times \sqrt{\frac{(\beta e^{\theta t} \cos \omega t - \beta \cos \beta t - \theta \sin \beta t)^2 + (\beta e^{\theta t} \sin \omega t - \omega \sin \beta t)^2}{(\theta^2 + \beta^2 - \omega^2)^2 + 4\theta^2\omega^2}}. \quad (1.33)
\end{aligned}$$

Выражение (1.33) позволяет исследовать динамику и характер формирования амплитудно-частотного спектра во времени. Из этого выражения при  $t = t_k$  получаем соотношение (1.31).

Таким образом, амплитудно-частотный спектр зависит от параметров волны напряжений, которые функционально определяются зависимостями (1.24)–(1.28).

С целью нахождения зависимостей (1.24)–(1.28) в мягких горных породах (лессовидные супеси) проведены опыты по изучению действия взрыва одиночного цилиндрического заряда детонирующего шнура марки ДШ-А массой  $Q_i = 0,05$  кг на 1 м его длины ( $r_3 = 0,003$  м). В результате экспериментальных исследований для расстояний (60–140)  $r_3$  получены следующие значения коэффициентов, входящих в формулы (1.24)–(1.28):  $a_1 = 5,75$  м/с;  $a_2 = -0,036$  м/с;  $b_1 = -0,3$  с/м;  $b_2 = -0,8 \cdot 10^{-3}$  с/м;  $d_1 = 2,2 \cdot 10^{-4}$  с/м;  $d_2 = 1,81$ ;  $f_1 = 1,53$  м/с;  $f_2 = -6,4 \cdot 10^{-3}$  м/с;  $c_1 = 1$  м/с;  $c_2 = 0,028$  м/с;  $k_\sigma = 10$  ГПа;  $\mu_\sigma = 2,17$  [19].

Исходные данные для расчета амплитудно-частотного спектра волны напряжений вида (1.23) при  $r_3 = 0,003$  м приведены в табл. 1.1.

**Таблица 1.1. Исходные данные для расчета амплитудно-частотного спектра волны напряжений**

$r_0$	$\sigma_r^m \cdot 10^4, \text{Па}$	$\beta, \text{с}^{-1}$	$\theta, \text{с}^{-1}$	$t_0, \text{с}$	$t_m, \text{с}$	$\tau, \text{с}$
60	138	382	1196,6	0,00054	0,00108	0,0081
80	74	339,3	956,6	0,0010	0,0018	0,0098
100	46	296,6	716,6	0,0015	0,0027	0,0105
120	31	254	476,6	0,0020	0,0038	0,0132
140	22	211,3	236,6	0,0025	0,0051	0,0149

На рис. 1.8 показаны эпюры волн напряжений на разных расстояниях от источника взрыва.

На рис. 1.9 показаны кривые амплитудно-частотного спектра в зависимости от времени. Видно, что в начальный момент времени ( $t=0,3$  мс) составляющие спектра в диапазоне частот 0–400 Гц по амплитуде практически не изменяются. С течением времени амплитуда высокочастотных составляющих 100–400 Гц резко

уменьшается. В диапазоне частот 0–50 Гц амплитудно-частотный спектр изменяется незначительно.

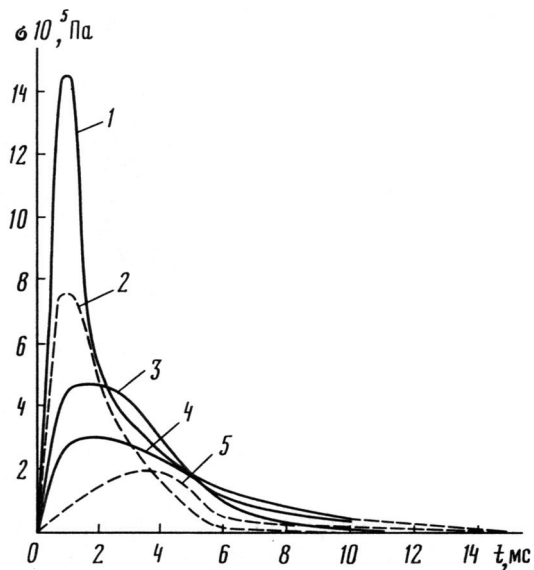


Рис. 1.8. Эпюры волны напряжений на разных расстояниях от источника взрыва:  
1 –  $60 r_3$ ; 2 –  $80 r_3$ ; 3 –  $100 r_3$ ; 4 –  $120 r_3$ ; 5 –  $140 r_3$

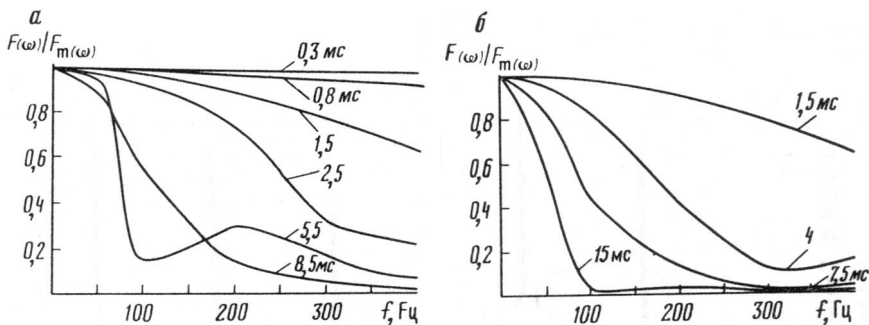


Рис. 1.9. Кривые амплитудно-частотного спектра в разные моменты времени на относительных расстояниях  $r = 60 r_3$  (а) и  $r = 40 r_3$  (б)

На рис. 1.10 показано изменение амплитудно-частотного спектра на разных расстояниях. Характер кривых подтверждает вывод о затухании спектра с увеличением расстояния.

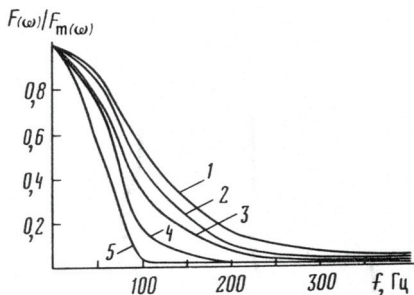


Рис. 1.10. Кривые амплитудно-частотного спектра на разных расстояниях:

1 – 60  $r_3$ ; 2 – 80  $r_3$ ; 3 – 100  $r_3$ ;

4 – 120  $r_3$ ; 5 – 140  $r_3$

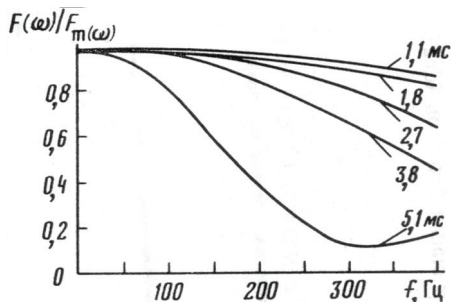


Рис. 1.11. Кривые амплитудно-частотного спектра в зависимости от времени  $t_m$

Рис. 1.11 иллюстрирует зависимость амплитудно-частотного спектра от времени  $t_m$ , при котором достигается максимальное значение волны напряжений. С увеличением времени  $t_m$  амплитуда частотного спектра уменьшается. В диапазоне частот 0–50 Гц наблюдается слабое затухание амплитуды спектра, что свидетельствует о незначительных потерях энергии взрывного импульса на этих частотах. На частоте свыше 50 Гц происходит более сильное снижение амплитуды спектра по сравнению с амплитудой в интервале 0–50 Гц.

На рис 1.12 показано изменение некоторых составляющих спектра с течением времени. Эти графики иллюстрируют динамику формирования амплитудного спектра.

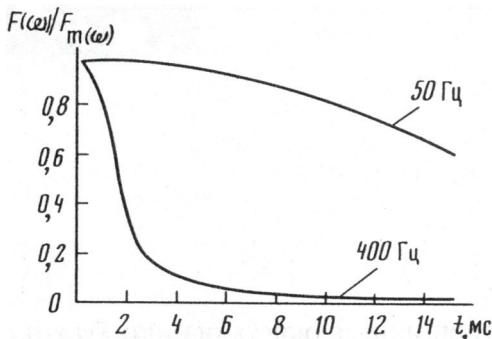


Рис. 1.12. Изменение составляющих амплитудно-частотного спектра во времени

На рис. 1.13, а показаны зависимости амплитуд составляющих частотного спектра от продолжительности действия положительной фазы взрывного импульса  $\beta$ .

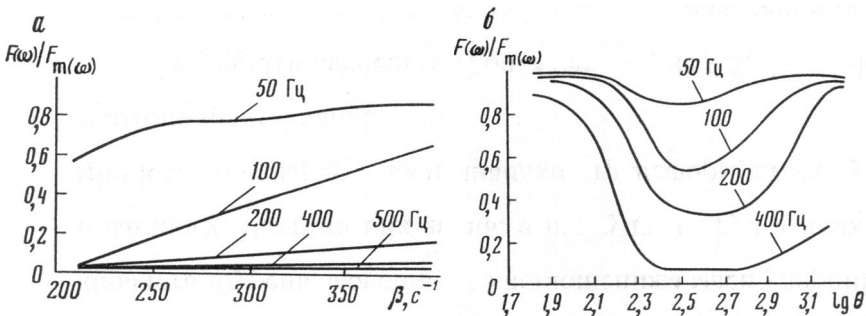


Рис. 1.13. Зависимость составляющих амплитудно-частотного спектра от параметров  $\beta$  и  $\theta$

С увеличением параметра  $\beta$  наблюдается увеличение амплитуды всех составляющих частотного спектра. Для составляющих 50 и 100 Гц перепад амплитуд больше, чем для составляющих 300 и 400 Гц. Для составляющей спектра 50 Гц при значениях  $\lg \theta$ , равных 2,15–2,9, наблюдается снижение амплитуды (рис. 1.13, б). Для составляющей 100 Гц диапазон значений  $\lg \theta$ , при которых заметно уменьшение амплитуды спектра, расширяется от 2,15 до 3,1. Наибольшее снижение амплитуды спектра достигается для составляющей 400 Гц.

Таким образом, амплитуда частотного спектра существенно зависит от значений коэффициента  $\theta$ . Имеется определенный интервал изменений этого коэффициента, при которых интенсивно снижается амплитуда спектра, причем для составляющих спектра до 50 Гц этот интервал меньше, чем для составляющих свыше 50 Гц.

Полученные данные могут быть использованы для создания взрывного импульса с заданными параметрами, обеспечивающими решение определенных технологических задач.

#### 1.4. Частотное распределение энергии импульсного действия в горном массиве при его нагружении

При проведении взрывной обработки массива с целью улучшения фильтрационных возможностей пород важное значение



имеет режим нагружения, а именно распределение энергии этого нагружения по диапазонам частот. Для расширения области взрывной обработки массива необходимо стремиться к формированию такого нагружения, чтобы основная часть энергии распределялась в низком диапазоне частот, поскольку низкие частоты с удалением от источника нагружения затухают в меньшей мере по сравнению с более высокими частотами.

Для выбора наиболее оптимального режима взрывного нагружения на массив исследуем распределение энергии по различным диапазонам частот [20]. Пусть импульсное воздействие, генерируемое взрывом ВВ, описывается функцией

$$\sigma(t) = \sigma_m f(t). \quad (1.34)$$

Согласно работе [14], спектральная плотность взрывного воздействия (1.34) вычисляется по формуле

$$S(\omega) = |S(j\omega)|,$$

$$\text{где } S(j\omega) = \sigma_m \int_0^{\infty} f(t) \exp(-j\omega t) dt.$$

Энергию взрывного воздействия, описываемого зависимостью (1.34), представим в виде [14]

$$W(\omega) = \pi^{-1} \int_0^{\infty} S^2(\omega) d\omega. \quad (1.35)$$

Доля энергии взрывного воздействия  $n$ , припадающей на определенный интервал частот  $\omega_1 - \omega_2$ , определяется как отношение определенных интегралов

$$n = \int_{\omega_1}^{\omega_2} S^2(\omega) d\omega \bigg/ \int_0^{\infty} S^2(\omega) d\omega.$$

Рассмотрим распределение энергии импульсного воздействия по различным диапазонам частот на примере, когда воздействие описывается зависимостью

$$\sigma(t) = \sigma_m \exp(-t/\theta), \quad (1.36)$$

где  $\theta$  – постоянная времени, зависящая от физико-механических свойств горной породы,  $c$ .

С учетом выражения (1.36), определим спектральную плотность

$$\begin{aligned} S(j\omega) &= \sigma_m \int_0^{\infty} \exp(-t/\theta) \exp(-j\omega t) dt = \sigma_m \int_0^{\infty} \exp[-(1/\theta + j\omega)t] dt = \\ &= \sigma_m \frac{\exp[-(1/\theta + j\omega)t]}{-(1/\theta + j\omega)} \Big|_0^{\infty} = \frac{\sigma_m}{1/\theta + j\omega}; \end{aligned}$$

$$S(\omega) = |S(j\omega)| = \frac{\sigma_m}{(1/\theta^2 + \omega^2)^{1/2}}.$$

В соответствии с выражением (1.35), энергия импульсного воздействия (1.36) представляется в виде

$$W(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sigma_m^2}{1/\theta^2 + \omega^2} d\omega.$$

Доля энергии, припадающей на определенный диапазон частот, определяется выражением

$$n = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{d\omega}{1/\theta^2 + \omega^2} \Big/ \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{1/\theta^2 + \omega^2} = \frac{2}{\pi} [\arctg(\theta\omega_2) - \arctg(\theta\omega_1)]. \quad (1.37)$$

Постоянная времени  $\theta$  по мере распространения импульсного воздействия от источника взрыва определяется зависимостью [21,22]

$$\theta = B \left( \frac{r}{r_3} \right)^{\mu} \rho c, \quad (1.38)$$

где  $\rho$  – плотность горной породы;  $c$  – скорость распространения продольных волн;  $B, \mu$  – параметры, зависящие от типа горной породы.

В качестве примера значения  $\theta$  согласно (1.38) для известняка ( $\rho = 2390 \text{ кг/м}^3$ ;  $c = 3680 \text{ м/с}$ ) на разных расстояниях от источника взрыва приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2. Значения  $\theta$  на разных расстояниях от источника взрыва

$r/r_3$	50	40	30	20	10	1
$\theta, \text{с}$	$13,64 \cdot 10^{-3}$	$10,6 \cdot 10^{-3}$	$7,04 \cdot 10^{-3}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$	$0,88 \cdot 10^{-3}$	$0,62 \cdot 10^{-3}$

$r/r_3$  – относительное расстояние;  $r_3$  – радиус заряда.

Результаты расчетов частотного распределения долей  $n$  энергии взрывного нагружения на разных расстояниях от источника взрыва по формуле (1.37), с учетом данных табл. 1.2, сведены в табл. 1.3.

Таблица 1.3. Частотное распределение долей  $n$  энергии взрывного нагружения на разных расстояниях от источника взрыва

$r/r_3$	Доля энергии $n$ в диапазоне частот, Гц				
	0–50	50–100	100–150	150–300	300–500
1	0,120	0,114	0,100	0,210	0,150
10	0,170	0,150	0,120	0,210	0,120
20	0,600	0,180	0,070	0,074	0,030
40	0,813	0,091	0,031	0,032	0,013
50	0,850	0,070	0,025	0,025	0,010

По данным табл. 1.3 построены графики распределения долей  $n$  энергии импульсного воздействия в зависимости от частоты  $f$  (рис. 1.14) и постоянной времени  $\theta$  (рис. 1.15).

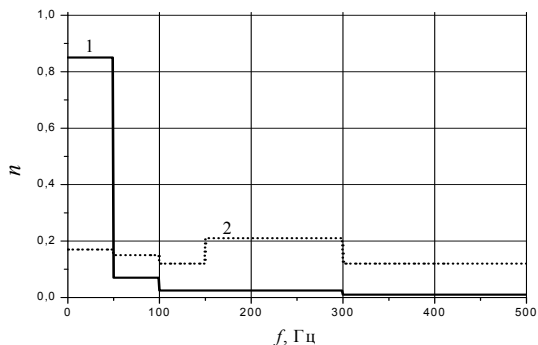
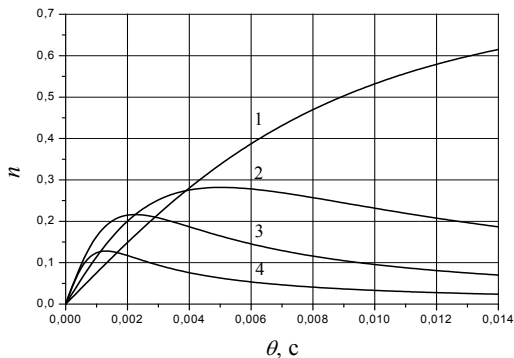


Рис. 1.14. Распределение долей  $n$  энергии импульсного воздействия в зависимости от частоты  $f$ : 1 –  $r = 50 r_3$ ; 2 –  $r = 10 r_3$



**Рис. 1.15.** Распределение долей  $n$  энергии импульсного воздействия в зависимости от  $\theta$ : 1–4 – в диапазоне частот 1–20; 20–50; 50–100; 100–150 Гц, соответственно

Графики рис. 1.15 показывают, что для каждого из диапазонов частот  $f_1 - f_2$  существует оптимальное значение параметра  $\theta_{\text{опт}}$ , при котором  $n$  достигает максимального значения. Определим это значение аналитически. Для этого находим производную выражения (1.37) по параметру  $\theta$  и приравниваем ее к нулю

$$\frac{\omega_2}{1 + (\theta \omega_2)^2} - \frac{\omega_1}{1 + (\theta \omega_1)^2} = 0. \quad (1.39)$$

Из соотношения (1.39) определяем

$$\theta_{\text{опт}} = \frac{1}{(\omega_1 \omega_2)^{1/2}} = \frac{1}{2\pi(f_1 f_2)^{1/2}}. \quad (1.40)$$

С использованием выражения (1.40) определяем значение  $\theta_{\text{опт}}$  для разных диапазонов частот (табл. 1.4).

**Таблица 1.4.** Значения  $\theta_{\text{опт}}$  для разных диапазонов частот

$f_1 - f_2$ , Гц	1□20	20□50	50 □100	100□150
$\theta_{\text{опт}}$ , с	$3,56 \cdot 10^{-3}$	$5,03 \cdot 10^{-3}$	$2,25 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$

Итак, на частотное распределение энергии взрывного воздействия в горном массиве существенно влияет длительность взрывного нагружения, характеризуемая параметром  $\theta$ . Этот параметр изменяется в зависимости от расстояния до источника

взрыва (табл. 1.2). На малых расстояниях от источника взрыва  $(1-10)r_3$  в спектре присутствуют более высокие частоты (до 500 Гц). На больших расстояниях  $(40-50)r_3$  основная часть энергии сосредоточена на частотах 0–50 Гц (табл. 1.3).

Рассмотрим более сложный вид взрывного нагружения. В работе [23] представлена математическая модель взрывного импульса, действующего на стенки полости и описываемого функцией вида

$$\sigma(t) = \sigma_m k_1 [\exp(-\alpha t/t_r) - \exp(-m\alpha t/t_r)], \quad (1.41)$$

где  $t_r$  – время нарастания импульса, с;  $k_1 = [\exp(-\alpha) - \exp(-m\alpha)]^{-1}$ ;  $\alpha = \ln m / (m - 1)$ ,  $m > 1$ ;  $m$  – параметр, регулирующий длительность импульса.

Используя приведенный алгоритм расчета, получена зависимость для определения долей  $n$  энергии при таком нагружении

$$n = \frac{2}{\pi} \frac{m}{m-1} \left[ \left( \arctg \frac{\omega_2 t_r}{\alpha} - \arctg \frac{\omega_1 t_r}{\alpha} \right) - \frac{1}{m} \left( \arctg \frac{\omega_2 t_r}{m\alpha} - \arctg \frac{\omega_1 t_r}{m\alpha} \right) \right]. \quad (1.42)$$

В работе [24] приведена зависимость для определения параметра  $t_r$  для разных горных пород:  $t_r = aQ^{1/3} + br$ , где  $a, b$  – экспериментальные коэффициенты, зависящие от типа горных пород;  $Q$  – масса заряда ВВ, кг;  $r$  – расстояние, м. Эта зависимость для мрамора имеет вид

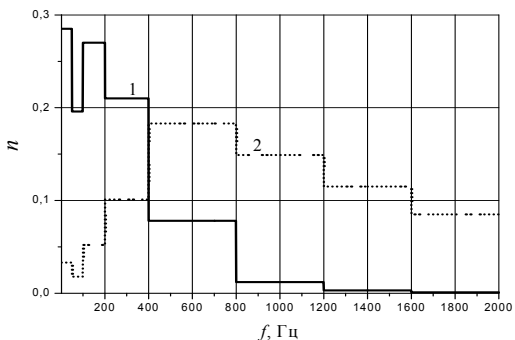
$$t_r = 0,8 \cdot 10^{-5} Q^{1/3} + 0,0973 \cdot 10^{-3} r.$$

Расчетные данные частотного распределения взрывного нагружения вида (1.41) в мраморе на расстояниях  $10r_3$  и  $100r_3$  при  $m = 2$  и  $Q = 1,0$  кг ( $r_3 = 0,054$  м) с использованием зависимости (1.42) приведены в табл. 1.5.

**Таблица 1.5. Частотное распределение долей  $n$  энергии взрывного нагружения в мраморе на разных расстояниях от источника взрыва**

$r/r_3$	Доля энергии $n$ в диапазоне частот, Гц							
	0□50	50□100	100□200	200□400	400□800	800□1200	1200□1600	1600□1800
10	0,033	0,018	0,052	0,101	0,183	0,149	0,115	0,085
100	0,285	0,196	0,270	0,210	0,078	0,012	0,003	0,001

По данным табл. 1.5 построены графики распределения долей  $n$  энергии в зависимости от частоты  $f$  (рис. 1.16).



**Рис. 1.16.** Распределение долей  $n$  энергии импульсного воздействия в зависимости от частоты  $f$ : 1 – на расстоянии  $r = 100 r_3$ ; 2 – на расстоянии  $r = 10 r_3$

Таким образом, полученные аналитические зависимости (1.37) и (1.42), позволяют прогнозировать частотное распределение энергии взрывного нагружения в горном массиве, что дает возможность активно управлять процессом импульсного нагружения пород.

### 1.5. Влияние импульсного циклического действия на эффективность передачи энергии горному массиву

При проведении взрывных работ широко применяют системы групповых зарядов [23, 25–27]. Это позволяет повысить эффективность работ и уменьшить сейсмический эффект. При интенсификации добычи жидких и газообразных углеводородов для улучшения фильтрационных характеристик пород в призабойной зоне продуктивных пластов подрывают 2 и более зарядов небольших масс. Ниже с применением теории спектров приведены результаты теоретических исследований использования групповых зарядов циклического действия.

Положим, что в скважине расположена система  $k$  одинаковых по массе зарядов ВВ, взрываемых с интервалом замедления  $\Delta\tau$ . Для упрощения математических выкладок рассмотрим случай, когда при взрыве каждого из зарядов генерируются возмущения, моделируемые импульсом прямоугольной формы. При действии  $k$  зарядов с периодом их повторения  $T = \tau + \Delta\tau$  ( $\tau$  – длительность действия

одного импульса) в горном массиве формируется суммарное возмущение, амплитудно-частотный спектр которого имеет вид [12, 28]

$$F(\omega) = |S_0(j\omega)| \frac{\sin(\omega kT/2)}{\sin(\omega T/2)}, \quad (1.43)$$

где  $|S_0(j\omega)| = P_m \tau \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2}$  – амплитудно-частотный спектр одиночного возмущения, моделируемого импульсом прямоугольной формы;  $P_m$  – максимальное значение возмущения.

Рассмотрим циклическое действие на горную породу 2, 3, 4, 5 и 6 одинаковых сферических зарядов общей массой ВВ 6,0 кг.

С использованием зависимости (1.43) определим амплитудно-частотные характеристики для разных схем взаимодействия зарядов ВВ в скважине. Исходные данные для расчетов амплитудно-частотных спектров приведены в табл. 1.6.

**Таблица 1.6. Исходные данные для расчета амплитудно-частотных спектров (на расстоянии  $r = 1,0$  м от источника импульсного воздействия)**

Количество зарядов в группе	Масса одного сферического заряда, кг	Радиус заряда, $r_3$ , м	Максимальное значение импульсного воздействия $P_m$ , Н/м <sup>2</sup>	Длительность импульсного воздействия, $\tau$ , с	Величина импульсного воздействия $q = P_m \cdot \tau$ , (Н/м <sup>2</sup> )·с
1	6	0,098	$2,2588 \cdot 10^8$	$84 \cdot 10^{-6}$	$189,74 \cdot 10^2$
2	3	0,078	$1,4977 \cdot 10^8$	$70,3 \cdot 10^{-6}$	$105,28 \cdot 10^2$
3	2	0,068	$1,17 \cdot 10^8$	$63,75 \cdot 10^{-6}$	$74,58 \cdot 10^2$
4	1,5	0,0618	$9,85 \cdot 10^7$	$59,6 \cdot 10^{-6}$	$58,71 \cdot 10^2$
5	1,2	0,057	$8,516 \cdot 10^7$	$56,65 \cdot 10^{-6}$	$48,24 \cdot 10^2$
6	1	0,054	$7,72 \cdot 10^7$	$54,40 \cdot 10^{-6}$	$42,0 \cdot 10^2$

На рис. 1.17 изображены амплитудно-частотные спектры при действии 1, 2, 3, 4, 5 и 6 зарядов с периодом повторения импульсов  $T = 2\tau$ .

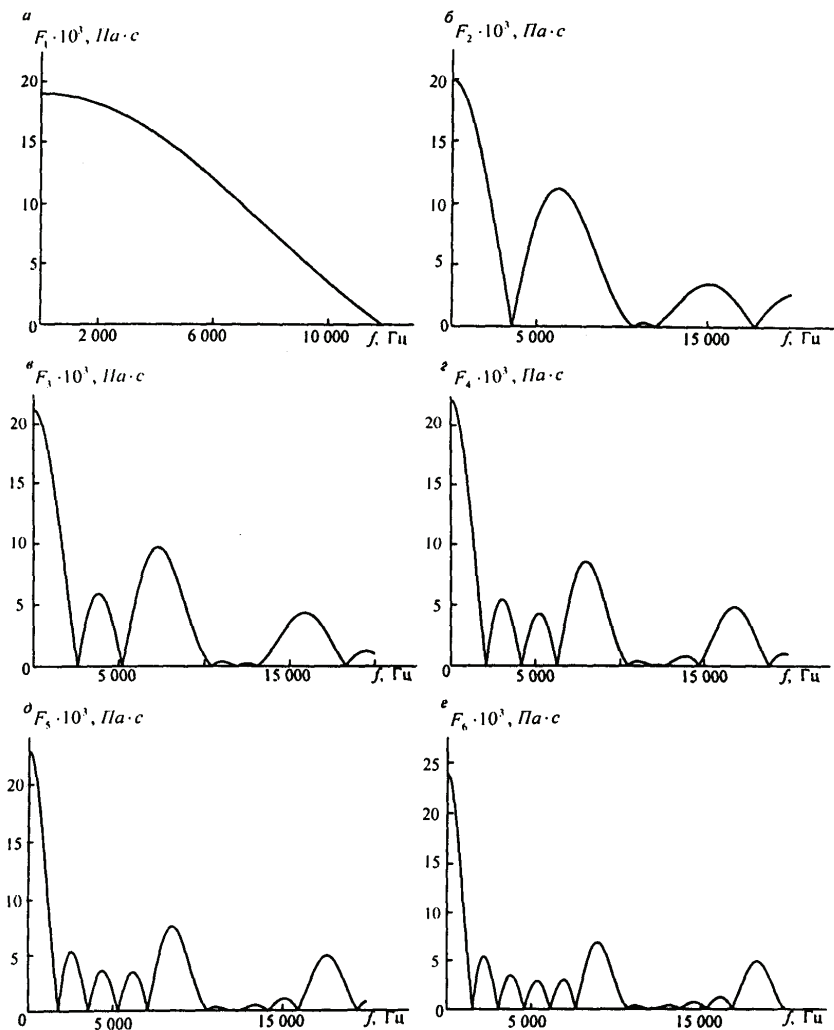


Рис. 1.17. Амплитудно-частотные спектры при действии групповых зарядов:  
а, б, в, г, д, е – соответственно, 1, 2, 3, 4, 5, 6 зарядов

Анализ рис. 1.17 показывает, что кривые амплитудно-частотных спектров имеют максимальные значения, повторяющиеся с определенной цикличностью в зависимости от количества  $k$  зарядов и периода повторения  $T$  взрывного нагружения.



Рассмотрим функцию  $\sin(0,5\omega k T)$ , входящую в выражение (1.43). Эта функция принимает максимальные значения в точках

$$0,5\omega k T = \frac{\pi}{2}(2m - 1), \quad (1.44)$$

где  $m = 1, 2, 3, \dots$

Из выражения (1.44) находим резонансные частоты

$$f_{mk} = \frac{2m - 1}{2kT}, \quad (1.45)$$

на которых амплитудно-частотные спектры достигают максимальных значений. Значения этих частот зависят от количества  $k$  зарядов и периода  $T$  повторения взрывных нагружений. Путем изменения параметров  $k$  и  $T$  можно регулировать частоту  $f_{mk}$ .

Например, при  $k=4$  торпеда состоит из 4-х зарядов, масса каждого из которых равняется 1,5 кг. Период повторения взрывных нагружений  $T = 2\tau = 2 \cdot 59,6 \cdot 10^{-6} \text{ с} = 119,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ . В этом случае получаем следующие резонансные частоты:  $f_{14} = 1048,65 \text{ Гц}$ ;

$$f_{24} = 3145,97 \text{ Гц}; \quad f_{34} = 5243,28 \text{ Гц}; \quad \bar{f}_{44} = \frac{f_{44} + f_{54}}{2} = 8389,2 \text{ Гц};$$

$$f_{64} = 11535,23 \text{ Гц}; \quad f_{74} = 13632,5 \text{ Гц}.$$

Диаграммы частотного распределения долей  $n$  энергии взрывного нагружения в зависимости от количества зарядов, взрываемых в группе (при  $T = 2\tau$ ), приведены на рис. 1.18.

Анализ диаграмм показывает, что применяя схемы взрывания зарядов с различным количеством зарядов в группе и периодическим повторением нагружений, можно достигать перераспределения энергии импульсного воздействия на горный массив по частотам. Причем, как видно из рис. 1.17, 1.18, максимальное значение энергии, передаваемой горному массиву, реализуется на частоте повторения импульса и тем отчетливее, чем больше зарядов в группе, что согласуется с данными работы [15].

Кроме того, с увеличением количества зарядов в группе происходит сдвиг резонансной частоты максимума передаваемой энергии горному массиву в сторону увеличения частоты. Установленная закономерность наблюдается и на других расстояниях от источника импульсного воздействия, отличных от 1,0 м.

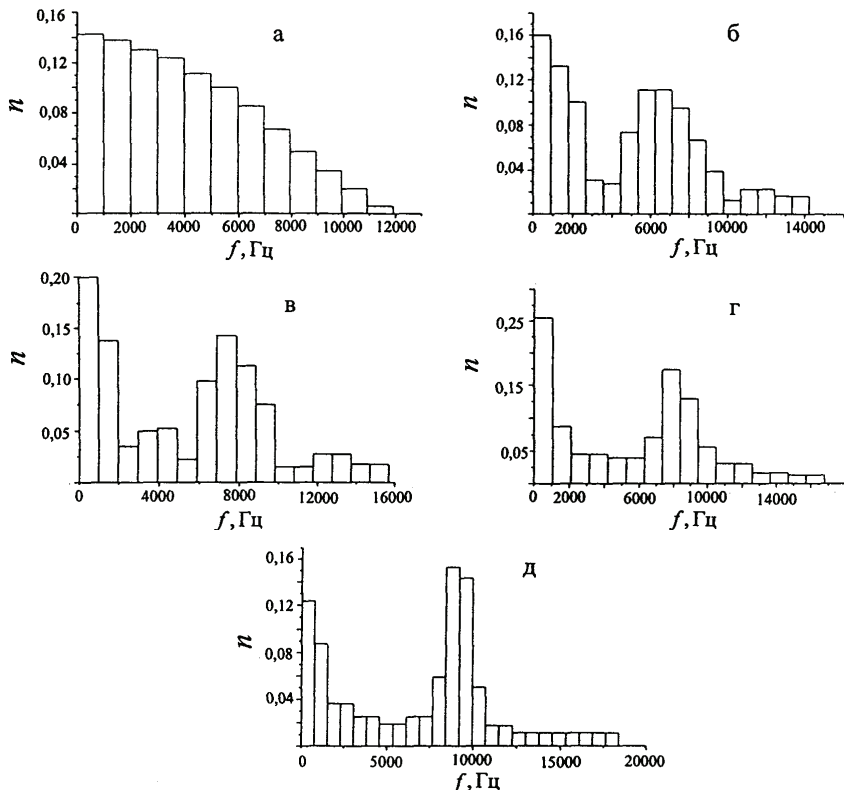


Рис. 1.18. Диаграммы частотного распределения долей  $N$  энергии взрывного нагружения при действии групповых зарядов: а, б, в, г, д – соответственно, 1, 2, 3, 4, 6 зарядов

Цикличность повторения взрывных импульсов необходимо выбирать такой, чтобы она обеспечивала максимальную передачу энергии породе призабойной зоне продуктивного пласта и достаточную интенсивность напряжений в отдельных точках. Выше в подразделе 1.2 был установлен наиболее оптимальный период повторения нагружений  $T = \tau + \Delta\tau$ , где  $\Delta\tau = (0,7...0,9)\tau$ .

Полученный результат согласуется с данными работы [15], в которой отмечается, что мощным средством перераспределения энергии импульсного нагружения по частотам является его периодическое повторение. Однако, теоретического обоснования указанного результата в работе [15] не имеется.

Характерная особенность метода повторения импульсных нагрузений состоит в том, что последовательные возмущения должны исходить из одной скважины. Именно это требование отличает этот метод от метода короткозамедленного взрывания между соседними скважинами.

Таким образом, одним из способов перераспределения по частотам максимума энергии импульсного воздействия, передаваемой горному массиву, является соответствующий выбор количества зарядов и периода повторения взрывания их в группе. Отмеченное обстоятельство может быть использовано для усиления импульсного воздействия на горный массив на определенных частотах.

### 1.6. Влияние параметров импульсного нагружения на перенос энергии

Вопросу изменения параметров импульсного нагружения при его распространении в горном массиве посвящены работы [29–31]. Установлено, что низкоамплитудный импульс большой длительности способствует более равномерному распределению энергии в горном массиве и более равномерному дроблению [32]. Известно также, что форма импульса искажается в процессе его распространения по горному массиву, поскольку различные частотные составляющие импульсного нагружения распространяются по горному массиву с разной скоростью [15].

Рассмотрим влияние скорости импульсного нагружения и продолжительности разгрузки на спектральные характеристики, принимая, что импульсное нагружение моделируется импульсом треугольной формы (рис. 1.19) [33, 34], описываемом зависимостью

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_m \frac{v}{\tau} t, & 0 \leq t \leq \frac{\tau}{v} \\ \sigma_m \frac{v}{(v-1)} \left(1 - \frac{t}{\tau}\right), & \frac{\tau}{v} \leq t \leq \tau \\ 0, & t < 0; t > \tau \end{cases}, \quad (1.46)$$

где  $\sigma_m$  – максимальное значение импульсного нагружения;  $\tau$  – продолжительность импульсного нагружения;  $\tau/v$  – время нарастания импульсного нагружения до максимального значения;  $v$  – произвольное число больше единицы.

Для построения амплитудно-частотного спектра функции (1.46) найдем ее изображение по Лапласу, в дальнейшем от найденного изображения перейдем к амплитудно-частотному спектру.

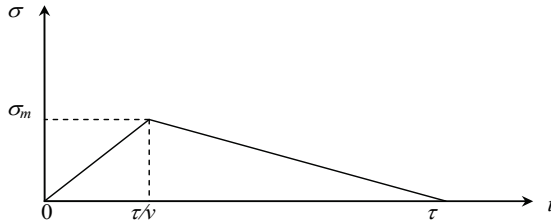


Рис. 1.19. Импульс треугольной формы с продолжительностью действия  $\tau$

Воспользовавшись обобщенной единичной функцией, оригинал  $\sigma(t)$  можно представить в виде

$$\sigma(t) = \sigma_m \left[ \frac{v}{\tau} t \eta(t) - \frac{v^2}{(v-1)\tau} \left( t - \frac{\tau}{v} \right) \eta \left( t - \frac{\tau}{v} \right) + \frac{v}{(v-1)\tau} (t - \tau) \eta(t - \tau) \right], \quad (1.47)$$

где  $\eta(t - t_0)$  – обобщенная единичная функция

$$\eta(t - t_0) = \begin{cases} 1, & t > t_0 \\ 0, & t < t_0. \end{cases}$$

Изображение Лапласа функции (1.47) с учетом [35] имеет вид

$$\bar{\sigma}(s) = \sigma_m \left[ \frac{v}{\tau} \frac{1}{s^2} - \frac{v^2}{(v-1)\tau} \frac{1}{s^2} e^{-\frac{\tau}{v}s} + \frac{v}{(v-1)\tau} \frac{1}{s^2} e^{-\tau s} \right]. \quad (1.48)$$

После упрощений выражение (1.48) принимает вид

$$\bar{\sigma}(s) = \sigma_m \frac{(v-1)v + ve^{-\tau s} - v^2 e^{-\frac{\tau s}{v}}}{(v-1)\tau s^2}, \quad (1.49)$$

где  $s$  – комплексный параметр.

Для нахождения амплитудно-частотного спектра (1.49) положим  $s = j\omega$  и найдем модуль комплексной величины  $\bar{\sigma}(j\omega)$

$$S_{\sigma}(\omega) = |\bar{\sigma}(j\omega)| = \sigma_m \operatorname{mod} \frac{(v-1)v + ve^{-\tau j\omega} - v^2 e^{-\frac{\tau j\omega}{v}}}{(v-1)\tau (j\omega)^2}. \quad (1.50)$$

В выражении (1.50) введем безразмерную круговую частоту  $\bar{\omega} = \omega\tau$ , в результате получим

$$\begin{aligned}
S_{\sigma}(\bar{\omega}) &= \frac{\sigma_m \tau}{(v-1)\bar{\omega}^2} \operatorname{mod} \left[ v^2 e^{-j\frac{\tau\omega}{v}} v e^{-j\bar{\omega}} - (v-1)v \right] = \\
&= \frac{\sigma_m \tau}{(v-1)\bar{\omega}^2} \operatorname{mod} \left[ v^2 \left( \cos \frac{\bar{\omega}}{v} - j \sin \frac{\bar{\omega}}{v} \right) - v(\cos \bar{\omega} - j \sin \bar{\omega}) - v(v-1) \right] = \\
&= \frac{\sigma_m \tau}{(v-1)\bar{\omega}^2} \operatorname{mod} \left[ \left( v^2 \cos \frac{\bar{\omega}}{v} - v \cos \bar{\omega} - (v-1)v \right) + j \left( v \sin \bar{\omega} - v^2 \sin \frac{\bar{\omega}}{v} \right) \right] = \\
&= \frac{\sigma_m \tau}{(v-1)\bar{\omega}^2} \left\{ \left[ v^2 \cos \frac{\bar{\omega}}{v} - v \cos \bar{\omega} - (v-1)v \right]^2 + \left( v \sin \bar{\omega} - v^2 \sin \frac{\bar{\omega}}{v} \right)^2 \right\}^{1/2}.
\end{aligned} \tag{1.51}$$

После алгебраических преобразований выражение (1.51) принимает вид

$$\begin{aligned}
S_{\sigma}(\bar{\omega}) &= \frac{\sigma_m \tau}{\bar{\omega}^2} \left( \frac{v}{v-1} \right) \left[ 2 \left( v^2 - v + 1 \right) - 2v \cos \left( \frac{v-1}{v} \right) \bar{\omega} - \right. \\
&\quad \left. - 2v(v-1) \cos \frac{\bar{\omega}}{v} + 2(v-1) \cos \bar{\omega} \right]^{1/2}.
\end{aligned} \tag{1.52}$$

При  $v = 2$  (импульс имеет форму равнобедренного треугольника) из (1.52) после упрощений получим

$$\begin{aligned}
S_{\sigma}(\bar{\omega}) &= \frac{2\sigma_m \tau}{\bar{\omega}^2} [2(3 - 2 \cos 0,5\bar{\omega} - 2 \cos 0,5\bar{\omega} + \cos \bar{\omega})]^{1/2} = \\
&= \frac{2\sigma_m \tau}{\bar{\omega}^2} [2(3 - 4 \cos 0,5\bar{\omega} + \cos \bar{\omega})]^{1/2} = \frac{4\sigma_m \tau}{\bar{\omega}^2} (1 - \cos 0,5\bar{\omega}).
\end{aligned} \tag{1.53}$$

Выражение (1.53) совпадает с полученным в работе [14] амплитудно-частотным спектром для импульса в форме равнобедренного треугольника.

С использованием выражения (1.52) исследуем амплитудно-частотный спектр импульса треугольной формы в зависимости от параметра  $v$ , характеризующего скорость импульсного нагружения. Результаты исследований приведены на рис. 1.20 и в табл. 1.7.

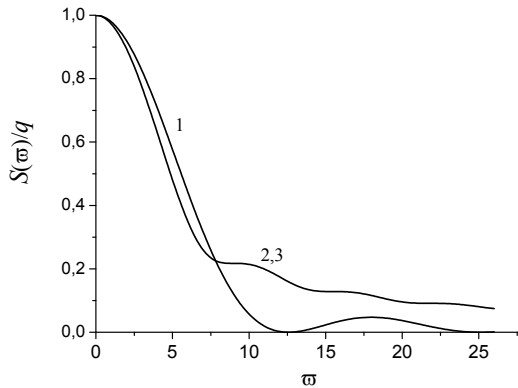


Рис. 1.20. Спектры импульсов при разных значениях параметра  $\nu$  :  
1-3 –  $\nu$  – 2; 100; 500, соответственно

Таблица 1.7. Результаты расчетов амплитудно-частотного спектра при изменении скорости импульсного нагружения

Безразмерная частота $\bar{\omega}$	Амплитуда частотного спектра $\frac{S(\bar{\omega})}{q}$ при разных значениях параметра $\nu$		
	$\nu = 2$	$\nu = 100$	$\nu = 500$
0	1	1	1
1	0,980	0,968	0,943
2	0,920	0,894	0,891
3	0,826	0,776	0,773
4	0,708	0,632	0,629
5	0,576	0,484	0,480
6	0,442	0,352	0,349
8	0,206	0,222	0,222
10	0,057	0,214	0,214
12	0,002	0,175	0,174
14	0,010	0,133	0,133
16	0,036	0,128	0,128
18	0,047	0,116	0,116
20	0,036	0,096	0,095
22	0,016	0,091	0,091
24	0,002	0,087	0,086
26	0,001	0,075	0,074

Расчеты проводились по формулам

при  $\nu = 2$

$$\frac{S(\bar{\omega})}{q} = \frac{1 - \cos 0,5\bar{\omega}}{0,5(0,5\bar{\omega})^2};$$

при  $\nu = 100$

$$\frac{S(\bar{\omega})}{q} = \frac{2,857}{\bar{\omega}^2} (9901 - 100 \cos 0,99\bar{\omega} - 9900 \cos 0,01\bar{\omega} + 99 \cos \bar{\omega})^{1/2};$$

при  $\nu = 500$

$$\frac{S(\bar{\omega})}{q} = \frac{2,834}{\bar{\omega}^2} (249501 - 500 \cos 0,998\bar{\omega} - 249500 \cos 0,002\bar{\omega} + 499 \cos \bar{\omega})^{1/2},$$

где  $q = \frac{\sigma_m \tau}{2}$  – величина импульса треугольной формы.

Анализ данных табл. 1.7 и рис. 1.20 показывает, что при малом времени нарастания максимального значения импульса, спектр сдвигается в область более высоких частот. Поскольку высокие частоты при прохождении по горной породе затухают значительно сильнее, чем низкие [15], то для переноса энергии импульсного нагружения в удаленные от источника нагружения точки необходимо, чтобы начальный импульс имел в своем составе больше низких частот, что достигается уменьшением крутизны нарастания начального импульса. Отмеченное обстоятельство может быть использовано для получения более глубокого взрывного воздействия на горные породы, что позволит повысить эффективность взрывного разрушения пород.

Рассмотрим влияние составляющей разгрузки в процессе импульсного воздействия на горный массив с постоянной скоростью нагружения на амплитудно-частотный спектр (время нарастания импульсного воздействия до максимума такое же, как на рис. 1.19). На рис. 1.21 изображен импульс, продолжительность действия которого  $\tau_1$ , превышает продолжительность  $\tau$  импульса, представленного на рис. 1.19. Из выражения  $\frac{\tau}{\nu} = \frac{\tau_1}{\nu_1}$  находим

параметр  $\nu_1 = \frac{\tau_1 \nu}{\tau}$  (при условии, что  $\tau, \tau_1, \nu$  – заданы).

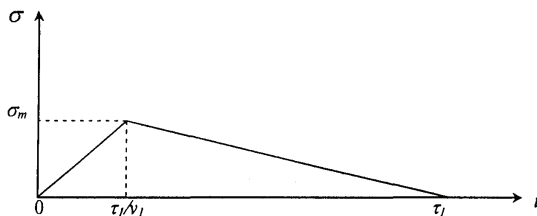


Рис. 1.21. Импульс треугольной формы с продолжительностью действия  $\tau_1$

В табл. 1.8 приведены результаты расчетов амплитудно-частотных спектров для импульсов с разными временами процесса разгрузки: для первого импульса  $\tau_1 = 100$  мс;  $\nu = 500$ ; второго –  $\tau_1 = 160$  мс;  $\nu = 800$ .

Таблица 1.8. Результаты расчетов амплитудно-частотных спектров при изменении продолжительности процесса разгрузки и неизменной скорости нагружения

Безразмерная частота $\bar{\omega}$	Амплитуда частотного спектра $\frac{S(\bar{\omega})}{q}$ при разных значениях параметров $\tau_1$ и $\nu$	
	$\tau_1 = 100$ мс; $\nu = 500$	$\tau_1 = 160$ мс; $\nu = 800$
0	1	1
1	0,943	0,987
2	0,891	0,895
3	0,773	0,774
4	0,629	0,629
5	0,480	0,480
6	0,349	0,348
8	0,222	0,222
10	0,214	0,214
12	0,174	0,174
14	0,133	0,133
16	0,128	0,128
18	0,116	0,116
20	0,095	0,095
22	0,091	0,091
24	0,086	0,086
26	0,075	0,075



Анализ данных табл. 1.8 показывает, что время процесса разгрузки в малой степени влияет на частотный состав импульсов. Разница заметна лишь на частотах  $\bar{\omega} = 1 - 3$ .

Таким образом, ответственным за передачу энергии импульсного воздействия в удаленные от очага нагружения точки горного массива является крутизна нарастания импульсного воздействия до максимального значения, в то время как длительность разгрузки на спектральные характеристики влияет незначительно.

### **1.7. Выбор частотного диапазона измерительного канала при регистрации взрывных волн**

Требование достоверности измерений динамических процессов при взрывах в горных породах ставит необходимость согласования амплитудно-частотных параметров измерительной системы и амплитудно-временных характеристик входного сигнала. В практике измерений это сводится к обеспечению с допустимой погрешностью постоянства амплитудно-частотной характеристики измерительной системы в диапазоне частот, присутствующих в спектре входного сигнала. Так, при регистрации взрывных процессов на светолучевом осциллографе данный вопрос заключается в выборе конкретного типа гальванометра.

Использование гальванометров с низкой собственной частотой вносит дополнительную погрешность в измерения и искажает форму регистрируемого сигнала. Установка же гальванометра с высокой собственной частотой и большим перекрытием верхней частоты спектра входного сигнала существенно снижает чувствительность измерительной системы. Следовательно, задача выбора частотного диапазона измерительного канала сводится к реализации оптимальной ширины пропускания частот входного сигнала.

Максимальную высокочастотную составляющую взрывного нагружения можно определить, основываясь на спектральном анализе функций, описывающих входной сигнал [36].

При взрыве заряда ВВ в среде распространяется волна напряжений  $\sigma(t)$ . Для ее аналитического описания могут выбираться различные функции. При этом для каждого случая взрывного нагружения нужно выбирать математическую модель, близкую по форме к реальному напряжению. Одним из приближенных аналитических описаний взрывного нагружения среды является

модель в виде зависимости (1.23). Амплитудно-частотный спектр этого нагружения определяется формулой (1.31).

Выражение (1.31) позволяет установить верхнюю граничную частоту спектра взрывного нагружения (1.23), соответствующую значению  $F(\omega)$ , определяемому параметрами точности измерительной системы.

Для примера, напряжение  $\sigma(t)$  (рис. 1.22) получено в результате взрыва двух цилиндрических зарядов радиусом 0,003 м одинаковых масс 0,05 кг/м и измерялось на расстоянии 0,36 м от линии соединения зарядов [37].

Как видно из рисунка 1.22, б, на частоте  $f = 280$  Гц величина амплитудного спектра составляет 5 % его максимальной величины, в то время как на частоте  $f = 600$  Гц всего 1 %.

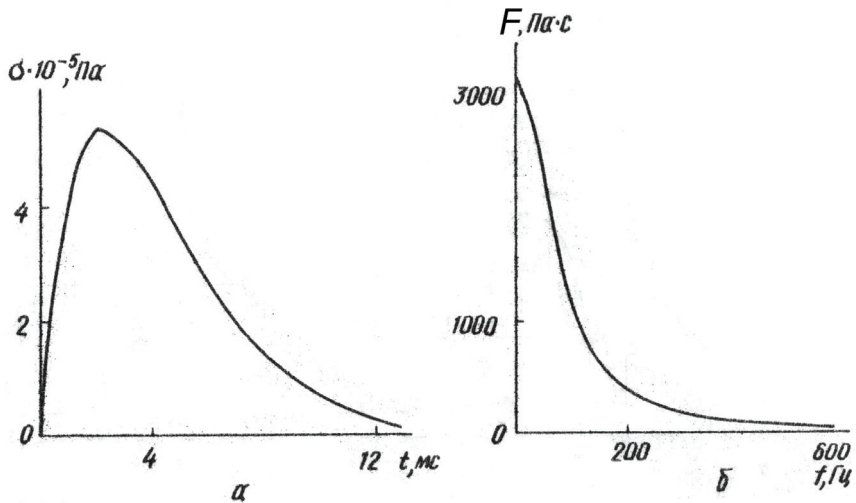


Рис. 1.22. Эпюра напряжений – время (а) и ее спектральный состав (б)

Таким образом, формула (1.31) позволяет определить спектральный состав взрывного нагружения и установить верхнюю границу частотного диапазона измерительной системы регистрации взрывных волн.

## 1.8. Оценка погрешностей измерений взрывных нагружений

При исследовании воздействий на горный массив кратковременных динамических нагрузок могут быть искажения за счет аппаратуры, через которую проходит импульс напряжения, преобразованный датчиком. Все приборы обладают ограниченной полосой пропускания, то есть переходной характеристикой с конечным временем установления. Вследствие этого, действующее напряжение на выходе измерительного тракта (вибратор осциллографа), в большей или меньшей степени всегда будет отличаться от исследуемого напряжения как по времени нарастания, так и по величине.

Оценка погрешностей измерений теоретически и экспериментально рассматривалась рядом авторов [38–42]. Приведем анализ динамической погрешности воспроизводящих приборов с известной шириной полосы пропускания, привлекая спектральный анализ взрывного импульса.

Известно [41], что выходная реакция воспроизводящей системы на входное воздействие является некоторой аппроксимацией входного сигнала. Согласно теории рядов Фурье среднеквадратичная погрешность такой аппроксимации оценивается соотношением [41]

$$\varepsilon^2(\omega_n, \omega_g) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\tau \sigma^2(t) dt - \frac{1}{4\pi^2} \int_{\omega_n}^{\omega_g} S^2(\omega) d\omega, \quad (1.54)$$

где  $\omega_n$ ,  $\omega_g$  – нижняя и верхняя круговые частоты измерительной системы;  $\tau$  – длительность импульсного воздействия.

Определим динамическую погрешность системы для случая, когда входное воздействие представляется импульсом треугольного вида. В этом случае будет возникать наибольшая ошибка [38].

Для удобства вычислений амплитуду импульса принимаем равной единице. После преобразований выражение (1.54) имеет вид

$$\varepsilon^2(\omega_n, \omega_g) = \frac{\tau}{6\pi} \left( 1 - \frac{3}{4\pi} \int_{x_n}^{x_g} \frac{\sin^4 x}{x^4} dx \right), \quad (1.55)$$

где  $x = \omega\tau/2$ .

Учитывая, что

$$\int_{x_n}^{x_g} = \int_0^{x_n} - \int_0^{x_g} \quad \text{и} \quad \int_0^{\infty} \frac{\sin^4 x}{x^4} dx = \frac{\pi}{3},$$

выражение в круглых скобках в соотношении (1.55) можно представить в виде

$$1 - \frac{3}{4\pi} \left( \frac{\pi}{3} - \int_0^{x_n} \frac{\sin^4 x}{x^4} dx - \int_{x_g}^{\infty} \frac{\sin^4 x}{x^4} dx \right). \quad (1.56)$$

Первый интеграл в выражении (1.56) может быть вычислен путем разложения подынтегральной функции в степенной ряд, ограничившись членами первого порядка малости и имея в виду, что  $x_n \ll 1$  (по определению  $x_n = \omega\tau/2$ ).

Второй интеграл в (1.56) можно представить асимптотическим рядом, поскольку  $x_g \gg 1$ . Отбросив все члены, порядок малости которых больше единицы, получим

$$\Delta_{mp}^2 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\pi f_n}{f_0} + \frac{f_0}{\pi f_g} \right), \quad (1.57)$$

где  $f_n = \omega_n/2\pi$ ;  $f_g = \omega_g/2\pi$ ;  $f_0 = \frac{1}{\tau}$  — частоты в герцах;

$$\Delta_{mp}^2 = \frac{E^2(\omega_n, \omega_g)}{\tau/8\pi}.$$

Формула (1.57) описывает общую динамическую погрешность воспроизводящего прибора при входном импульсе треугольного вида.

Определим динамическую погрешность, широко применяемого при измерениях, светолучевого осциллографа Н-700 с рамочными гальванометрами типа М-001-4 ( $f_n = 0$ ,  $f_g = 800$  Гц) при регистрации импульсов треугольного вида длительностью 1 мс и 10 мс.

Согласно формуле (1.57) при

$$\tau = 1 \text{ мс}, \quad \Delta_{mp}^2 = 12\%;$$

$$\tau = 10 \text{ мс}, \quad \Delta_{mp}^2 = 1,2\%.$$

Для реальных импульсов, у которых время нарастания максимума не равно нулю, эти ошибки будут меньшими.

Согласно [38] суммарные погрешности измерений волн напряжений и скоростей частиц массива не превышают  $\pm(5...10\%)$  при условии, что время нарастания не меньше 0,001 с. Вопросы оценки погрешностей измерений в области ударных волн изучены в меньшей степени.

Таким образом, исследование спектральных характеристик взрывного импульса позволяет точнее определить ширину полосы пропускания измерительного канала, обеспечивающего наименьшее искажение передачи импульсов напряжения.

## Раздел 2

### РАЗРАБОТКА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ УПРАВЛЕНИЯ ИМПУЛЬСНЫМ НАГРУЖЕНИЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ СПЕКТРОВ

#### 2.1. Частотный спектр волн, излучаемых при взрыве сферического заряда

При проведении взрывных работ в различных отраслях народного хозяйства возникает проблема обеспечения безопасного сейсмического действия промышленных взрывов на инженерные сооружения, постройки и окружающую среду.

Задача изучения сейсмических колебаний может быть в значительной мере решена с привлечением спектрального анализа сейсмозврывных волн, позволяющего дополнить и уточнить представления о механизме данного явления, а также оценить поведение построек и сооружений под действием импульсных нагрузений. Спектральный состав импульсных нагрузений, период колебаний горных пород, а также их зависимости от интенсивности взрывных воздействий, эпицентрального расстояния, глубины расположения заряда, грунтовых и геологических условий, характера затухания сейсмических волн характеризует сейсмичность данного региона.

При проектировании сооружений, установок и ряда других конструкций, знание спектрального состава и преобладающих периодов сейсмических колебаний позволяет выбрать периоды (частоты) собственных колебаний указанных объектов таким образом, чтобы избежать существенного нарастания амплитуды колебаний при взрывах.

Изучению условий возбуждения сейсмических волн при взрывах посвящено большое число экспериментальных работ. Для объяснения наблюдаемых эффектов проведен ряд теоретических исследований. Наибольшее распространение получила теория сферического излучателя [43]. С учетом этой теории в работе [44] предложена модель образования упругих волн при сферическом взрыве и введено понятие об эквивалентном радиусе излучателя. Однако анализ ограничился некоторыми частными видами функции  $p(t)$ , описывающей внешнее воздействие, и предположением, что упругие

постоянные среды  $\lambda = \mu$  ( $\lambda$  и  $\mu$  – постоянные Ламе). В последующем при развитии теории сферического излучателя основное внимание уделялось изучению процессов, протекающих внутри эквивалентной полости, и выяснению вида функции  $p(t)$ . Однако, возможность объяснения наблюдаемых явлений на основе теории сферического излучателя далеко не исчерпана.

Рассмотрим задачу о спектре скоростей сейсмических волн в следующей постановке [45]. Пусть в абсолютно упругой изотропной среде, характеризующейся упругими постоянными Ламе  $\lambda$ ,  $\mu$  и плотностью  $\rho$ , действует сферический излучатель сейсмических колебаний радиусом  $r_u$ . На границе сейсмоизлучателя приложено воздействие

$$p(t) = \sigma(t). \quad (2.1)$$

Поле смещений, возникающее от такого воздействия, имеет сферическую симметрию и удовлетворяет волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 a}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial a}{\partial r} - \frac{2a}{r^2} = \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2}, \quad (2.2)$$

где  $v_p^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}$  – квадрат скорости продольных волн.

Решение уравнения (2.2) ищем в виде:

$$a = \frac{\partial f(\tau/r)}{\partial r} = -\frac{f(\tau/r)}{r^2} - \frac{1}{rv_p} \frac{\partial f(\tau/r)}{\partial \tau}, \quad (2.3)$$

где  $\tau = t - \frac{r - r_u}{v_p}$ ;  $f(\tau/r)$  неизвестная функция, определяемая из граничного условия

$$\left[ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial a}{\partial r} + 2\lambda \frac{a}{r} \right]_{r=r_u} = -\sigma(t). \quad (2.4)$$

Из соотношения (2.3) находим

$$\frac{\partial a}{\partial r} = \frac{1}{rv_p^2} \frac{\partial^2 f(\tau/r)}{\partial \tau^2} + \frac{2}{r^2 v_p} \frac{\partial f(\tau/r)}{\partial \tau} + \frac{2f(\tau/r)}{r^3}. \quad (2.5)$$

Подставляя в граничное условие (2.4) выражения для  $a$  и  $\frac{\partial a}{\partial r}$  согласно формул (2.3) и (2.5), получаем

$$\sigma(t) = -\frac{\lambda + 2\mu}{r_u x_p^2} f'(r) - \frac{4\mu}{r_u^2 x_p} f(r) - \frac{4\mu}{r_u^3} f(r). \quad (2.6)$$

Умножив левую и правую части выражения (2.6) на  $e^{-j\omega t}$  и проинтегрировав его по  $\omega$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ , получим

$$\begin{aligned} S_\sigma(j\omega) &= -\frac{\lambda + 2\mu}{r_u v_p^2} (j\omega)^2 S_f(j\omega) - \frac{4\mu}{r_u^2 v_p} j\omega S_f(j\omega) - \\ & - \frac{4\mu}{r_u^3} S_f(j\omega) = -S_f(j\omega) \left( \frac{4\mu}{r_u^3} + \frac{4\mu j\omega}{r_u^2 v_p} - \frac{\lambda + 2\mu}{r_u v_p^2} \omega^2 \right), \end{aligned} \quad (2.7)$$

где  $S_\sigma(j\omega)$  – комплексный спектр функции  $\sigma(t)$ ;  $S_f(j\omega)$  – комплексный спектр искомой функции  $f(\tau/r)$ .

Найдем комплексный спектр смещения  $S_a(j\omega)$ . Для этого применим преобразование Фурье к выражению (2.3)

$$S_a(j\omega) = -S_f(j\omega)/r^2 - j\omega S_f(j\omega)/(rv_p) = -S_f(j\omega) \left( \frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{rv_p} \right). \quad (2.8)$$

Из выражения (2.8) находим спектр неизвестной функции  $f(\tau/r)$

$$S_f(j\omega) = -S_a(j\omega) / \left[ 1/r^2 + j\omega/rv_p \right]. \quad (2.9)$$

Подставляя выражение (2.9) в соотношение (2.7), находим

$$S_\sigma(j\omega) = \frac{S_a(j\omega)}{1/r^2 + j\omega/rv_p} \left[ \frac{4\mu}{r_u^3} + \frac{4\mu j\omega}{r_u^2 v_p} - \frac{(\lambda + 2\mu)\omega^2}{r_u v_p^2} \right]. \quad (2.10)$$

Из выражения (2.10) определим комплексный спектр смещений, генерируемых воздействием  $\sigma(t)$  на границе сейсмоизлучателя

$$S_a(j\omega) = \frac{r_u \left[ 1/r^2 + j\omega/(rv_p) \right]}{4\mu/r_u^2 - (\lambda + 2\mu)\omega^2/v_p^2 + 4\mu j\omega/(r_u v_p)} S_\sigma(j\omega). \quad (2.11)$$



Обозначив

$$M(j\omega) = \frac{r_u [1/r^2 + j\omega/(rv_p)]}{4\mu/r_u^2 - (\lambda + 2\mu)\omega^2/v_p^2 + 4\mu j\omega/(r_u v_p)}, \quad (2.12)$$

представим выражение (2.11) в виде

$$S_a(j\omega) = S_\sigma(j\omega)M(j\omega). \quad (2.13)$$

Величину  $M(j\omega)$  согласно работе [43] можно рассматривать как комплексную частотную характеристику сферического излучателя продольных волн на расстояниях  $r > r_u$ . Соотношение (2.13) физически можно трактовать следующим образом. Рассмотрев давление  $p(t)$  как функцию на входе колебательной системы излучателя, а смещение  $a(t)$  – как функцию на выходе, можно свести анализ действия сферического излучателя к рассмотрению действия некоторого эквивалентного ему фильтра. Установив аналогию излучателя с резонансным фильтром, И.И. Гурвич определил частотные характеристики и переходные функции излучателя и их зависимость от массы заряда и свойств среды [43].

В связи с тем, что регистрирующие приборы, применяемые для записи колебаний грунтов, обычно регистрируют скорость смещения, целесообразно определить спектр скорости смещения  $S_u(j\omega)$  [4, 6].

Для нахождения спектра  $S_u(j\omega)$  умножим левую и правую части равенства (2.11) на  $j\omega$ . Тогда

$$S_u(j\omega) = j\omega S_a(j\omega) = \frac{j\omega r_u [1/r^2 + j\omega/(rv_p)] S_\sigma(j\omega)}{4\mu/r_u^2 - (\lambda + 2\mu)\omega^2/v_p^2 + 4\mu j\omega/(r_u v_p)},$$

или после несложных преобразований

$$S_u(j\omega) = \frac{S_\sigma(j\omega)(j\omega v_p^2 - \omega^2/rv_p)r_u}{4\mu r^2 [(\lambda + 2\mu)\omega^2/(4\mu) - (v_p/r_u)^2 - j\omega(v_p/r_u)]}. \quad (2.14)$$

Из выражения (2.14) определим амплитудно-частотный спектр скоростей смещения

$$F(\omega) = |S_u(j\omega)| = \frac{|S_\sigma(j\omega)| r_u \nu_p \omega \sqrt{\nu_p^2 + r^2 \omega^2}}{4\mu r^2 \sqrt{(\nu_p/r_u)^4 + [1 - (\lambda + 2\mu)/(2\mu)](\nu_p/r_u)^2 \omega^2 + [(\lambda + 2\mu)/(4\mu)]^2 \omega^4}}. \quad (2.15)$$

Для определения спектра воздействия  $\sigma(t)$  рассмотрим случай, когда на границе сейсмоизлучателя действует взрывной импульс треугольного вида. Спектральная характеристика этого импульса имеет вид [46]

$$|S_\sigma(j\omega)| = \frac{\sigma_m}{\omega^2} \left( \frac{1 - \cos \omega \tau_1}{\tau_1} + \frac{1 - \cos \omega \tau_2}{\tau_2} \right), \quad (2.16)$$

где  $\tau_1, \tau_2$  – время достижения максимума и минимума напряжения, соответственно.

С учетом соотношения (2.16) выражение (2.15) приобретает вид

$$F(\omega) = \frac{\sigma_m r_u \nu_p}{4\mu r^2 \omega} \left( \frac{1 - \cos \omega \tau_1}{\tau_1} + \frac{1 - \cos \omega \tau_2}{\tau_2} \right) (\nu_p^2 + r^2 \omega^2)^{1/2} \left\{ (\nu_p/r_u)^4 + [1 - (\lambda + 2\mu)/(2\mu)](\nu_p/r_u)^2 \omega^2 + [(\lambda + 2\mu)/(4\mu)]^2 \omega^4 \right\}^{1/2}. \quad (2.17)$$

Из анализа соотношения (2.17) следует, что спектр скорости смещений  $F(\omega)$  зависит как от параметров взрывного воздействия  $r_u, \sigma_m, \tau_1, \tau_2$ , так и от параметров горного массива  $\lambda, \mu, \nu_p$ .

Прежде чем перейти к исследованию частотного спектра, определяемого зависимостью (2.17), остановимся на методе определения радиуса излучателя  $r_u$ . Согласно работе Ф.Ф. Аптикаева [47] под радиусом излучателя понимается область, границу которой можно определить по характерным признакам колебаний (изменение закономерности затухания сейсмической волны), видимым на сейсмограммах. Граница этой области соответствует границе неупругой и упругой зон.

Литературные данные о размерах зоны очага (области упругой и неупругой зон) несколько противоречивы. По данным [48], размеры этой зоны составляют в среднем  $r_u = 9\sqrt[3]{Q} \approx 166r_3$ . Согласно работе Б.Г. Рулева [49] граница зоны очага  $r_u = 2,5\sqrt[3]{Q} \approx 46r_3$ .

При определении радиуса излучателя будем исходить из соотношения  $\lg r_u = -1,2 + 0,4 \lg E_u$ , приведенного в работе [47], где  $E_u$  – поток сейсмической энергии на границе сейсмоизлучателя, Дж.

Отсюда

$$r_u = 0,063 E_u^{0,4}. \quad (2.18)$$

На основании многочисленного экспериментального материала Ф.Ф. Аптикаев оценил влияние на сейсмический эффект глубины заложения зарядов химических ВВ, некоторых физико-механических свойств среды и ее влажности. В соответствии с этим для определения сейсмической энергии взрыва предложено выражение

$$E_u = k k_g k_m k_w k_z Q, \quad (2.19)$$

где  $Q$  – масса заряда;  $k$  – коэффициент пропорциональности. Остальные коэффициенты учитывают:  $k_g$  – тип ВВ,  $k_m$  – физико-механические свойства среды,  $k_w$  – влажность среды,  $k_z$  – глубину заложения заряда.

Если энергия заряда оценивается его массой, то необходимо также учитывать и качество ВВ. Коэффициент  $k_g$  считается пропорциональным удельной энергии ВВ.

Если исключить из рассмотрения подводные взрывы, то окажется, что коэффициенты  $k_m$  для всех сред примерно равны и их величину можно включить в коэффициент пропорциональности  $k$ . В какой-то степени физико-механические свойства среды учитываются коэффициентом  $k_w$ , так как влажность среды коррелируется с такими ее параметрами, как пористость, плотность и др. Подводные взрывы удобно рассматривать как предельный случай при изучении влияния влажности среды на сейсмический эффект.

Замечено, что размеры взрывных воронок, так же как и амплитуды сейсмических сигналов, хорошо коррелируются с влажностью среды. Для определения зависимости коэффициента  $k_w$  от влажности среды по размерам взрывных воронок применяли следующий прием. По литературным данным [47] строилась зависимость радиусов взрывных воронок от массы зарядов с учетом коэффициента  $k_g$ . Коэффициент  $k_z$  не учитывался, так как размеры воронок относились к случаю оптимальной глубины заложения заряда. На основе этих данных был составлен график зависимости

коэффициента  $k_w$  от влажности среды.

Для коэффициента  $k_z$  Ф.Ф. Аптикаевым получена графическая зависимость от приведенной глубины заложения.

Подставляя в формулу (2.19) значения сейсмической энергии взрывов, вычисленные по сейсмограммам, и используя полученные значения  $k_g$ ,  $k_w$ ,  $k_z$ , находили коэффициент пропорциональности  $k = 5 \cdot 10^4$ . Таким образом, формулу (2.19) можно преобразовать к виду

$$E_u = 5 \cdot 10^4 k_g k_z k_w Q. \quad (2.20)$$

Для тротилового заряда камуфлетного действия в среде с влажностью  $w = 10..20$  % Ф.Ф. Аптикаевым были получены следующие значения коэффициентов:  $k_g = 10$ ,  $k_z = 12$ ,  $k_w = 0,12$ . Тогда с использованием соотношения (2.20) из формулы (2.18) следует

$$r_u = 5,52Q^{0,4}. \quad (2.21)$$

Рассмотрим случай, когда на границе сейсмоизлучателя приложен импульс треугольного вида с параметрами  $\tau_1 = 0,01$  с,  $\tau_2 = 0,05$  с. Массив горных пород состоит из песка плотностью  $\rho = 1,75$  т/м<sup>3</sup>. Скорость продольных волн  $v_p = 700$  м/с, поперечных волн –  $v_s = 380$  м/с. Используя известные соотношения между упругими характеристиками, получаем  $\lambda = 3521 \cdot 10^5$  Па,  $\mu = 2527 \cdot 10^5$  Па,  $\nu = 0,29$ .

При исследовании спектра сейсмических колебаний, возбуждаемых взрывом сферического заряда ВВ, рассмотрены три случая [45]:  $r_u = 5,83$  м,  $r_u = 10$  м,  $r_u = 35$  м. После подстановки этих значений  $r_u$  в выражение (2.17) для каждого случая получены расчетные формулы

$$\begin{aligned} F_1(\omega) &= S_\sigma(\omega) \frac{0,0018\omega(225\omega^2 + 4900)^{1/2}}{(20736 \cdot 10^4 - 10368\omega^2 + 0,72\omega^4)^{1/2}}; \\ F_2(\omega) &= S_\sigma(\omega) \frac{0,0031\omega(225\omega^2 + 4900)^{1/2}}{(2401 \cdot 10^4 - 3430\omega^2 + 0,72\omega^4)^{1/2}}; \\ F_3(\omega) &= S_\sigma(\omega) \frac{0,0107\omega(225\omega^2 + 4900)^{1/2}}{(16 \cdot 10^4 - 208\omega^2 + 0,72\omega^4)^{1/2}}; \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\text{где } S_{\sigma}(\omega) = \frac{\sigma_m \cdot 10^{-5}}{\omega^2} \left( \frac{1 - \cos 0,01\omega}{0,01} + \frac{1 - \cos 0,05\omega}{0,05} \right).$$

Результаты вычислений представлены на рис. 2.1. По оси ординат отложено отношение текущей амплитуды спектральной плотности к ее максимальному значению.

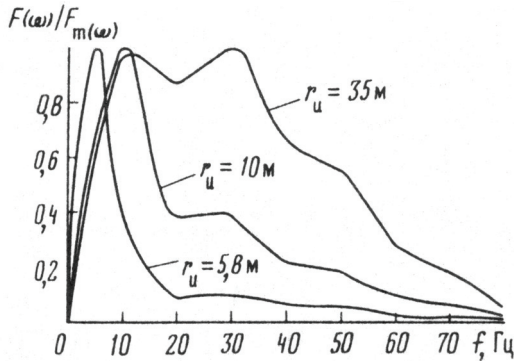


Рис. 2.1. Зависимость спектра сейсмических колебаний от радиуса излучателя  $r_u$  и частоты  $f$

Из рис. 2.1 видно, что размеры сейсмоизлучателя  $r_u$  существенно влияют на частотный состав спектра и на значения частот, при которых спектр сейсмических колебаний максимальный.

Из рис. 2.1 следует также зависимость  $f_m = 44,66r_u^{-0,625}$ , представленная графически на рис. 2.2, а. Ее характер не противоречит экспериментальным данным, полученным авторами работ [47, 48].

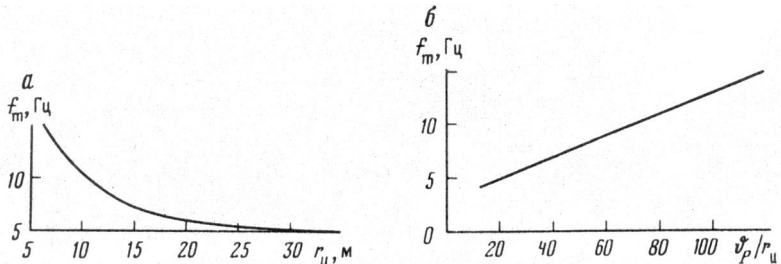


Рис. 2.2. Зависимость частоты  $f_m$  от радиуса излучателя  $r_u$  (а) и отношения  $v_p/r_u$  (б)

На основании рис. 2.1 можно получить также зависимость  $f_m = 3,0 + 0,1v_p/r_u$ , представленную на рис. 2.2, б.

Из рис. 2.2, б, видно, что с увеличением отношения  $v_p/r_u$  максимум спектра сейсмических колебаний сдвигается в область высоких частот. Скорость продольной волны существенно зависит от физико-механических свойств горной породы, и в первую очередь, от влажности. Радиус излучателя зависит как от свойств среды, так и от типа применяемого ВВ.

## 2.2. Амплитудно-частотный спектр при взрыве цилиндрического заряда

Известно что, для интенсификации добычи природных углеводородов используется энергия взрыва цилиндрического заряда взрывчатых веществ и применяются конструкции торпед, позволяющие управлять процессами взрывчатого нагружения массива призабойной зоны продуктивного пласта [50–54]. С целью направленного увеличения зоны взрывного воздействия на продуктивный пласт (что особенно важно при значительной кольматации призабойной зоны) целесообразно провести анализ процесса распространения волн напряжений, генерируемых взрывом цилиндрического заряда ВВ. Одним из эффективных методов исследования при этом является теория спектров [14].

Задача о нахождении амплитудно-частотного спектра сейсмических волн при взрыве сферического заряда ВВ рассмотрена в подразделе 2.1. При торпедировании скважины в большинстве случаев используют цилиндрические заряды. Ниже рассмотрена задача об определении амплитудно-частотного спектра волн напряжений при действии цилиндрического заряда ВВ.

Пусть в упругой изотропной среде, характеризуемой упругими константами  $\lambda$ ,  $\mu$ , плотностью  $\rho$ , действует излучатель цилиндрических волн радиусом  $r_0$ . Источником излучения может быть торпеда, генераторы упругих колебаний различных конструкций и пр. На границе излучателя приложено воздействие

$$p(t) = \sigma(t). \quad (2.23)$$

Поле смещений, возникающее при воздействии (2.23), имеет цилиндрическую симметрию и удовлетворяет волновому уравнению [55]:

$$\frac{\partial^2 a}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial a}{\partial r} - \frac{a^2}{r^2} = \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2}, \quad (2.24)$$

где  $v_p^2$  – как и в подразделе 2.1, квадрат скорости продольных волн.

Решение уравнения (2.24) находим в виде

$$a = \frac{\partial f(\tau/r)}{\partial r} = -\frac{f(\tau/r)}{r^2} - \frac{\lambda}{rv_p} \frac{\partial f(\tau/r)}{\partial \tau}, \quad (2.25)$$

где  $\tau$  – новая переменная

$$\tau = t - \frac{r - r_0}{v_p},$$

$f(\tau/r)$  – неизвестная функция, определяемая из граничного условия

$$\left[ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial a}{\partial r} + \lambda \frac{a}{r} \right]_{r=r_0} = -\sigma(t). \quad (2.26)$$

Из условия (2.25) находим

$$\frac{\partial a}{\partial r} = \frac{1}{rv_p^2} \frac{\partial^2 f(\tau/r)}{\partial \tau^2} + \frac{2}{r^2 v_p} \frac{\partial f(\tau/r)}{\partial \tau} + \frac{2f(\tau/r)}{r^3}. \quad (2.27)$$

Подставляя в граничное условие (2.26) выражения  $a$  и  $\frac{\partial a}{\partial r}$  согласно (2.25) и (2.27), находим

$$\begin{aligned} \sigma(t) = & \left[ -(\lambda + 2\mu) \frac{\partial a}{\partial r} - \lambda \frac{a}{r} \right]_{r=r_0} = -\frac{(\lambda + 2\mu)}{rv_p^2} f''(\tau/r) - \frac{f'(\tau/r)}{r_0^2 v_p} (\lambda + 4\mu) - \\ & - \frac{f(\tau/r)}{r_0^3} (\lambda + 4\mu). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Умножая левую и правую части выражения (2.28) на  $e^{-j\omega t}$  и интегрируя его по  $\omega$  (от 0 до  $+\infty$ ), определяем комплексный спектр воздействия  $\sigma(t)$

$$S_\sigma(j\omega) = -S_f(j\omega) \left( \frac{\lambda + 4\mu}{r_0^3} + \frac{\lambda + 4\mu}{r_0^2 v_p} j\omega - \frac{\lambda + 2\mu}{r_0 v_p^2} \omega^2 \right), \quad (2.29)$$

где  $S_\sigma(j\omega)$  – комплексный спектр функции  $\sigma(t)$ ;  $S_f(j\omega)$  – комплексный спектр функции  $f(\tau/r)$ .

Найдем комплексный спектр смещения  $S_a(j\omega)$ . Для этого применим преобразование Фурье к выражению (2.25)

$$S_a(j\omega) = -S_f(j\omega)/r^2 - j\omega S_f(j\omega)/(rv_p) = -S_f(j\omega) \left( \frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{rv_p} \right). \quad (2.30)$$

Из выражения (2.30) находим спектр неизвестной функции  $f(\tau/r)$

$$S_f(j\omega) = -\frac{S_a(j\omega)}{\frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{rv_p}}. \quad (2.31)$$

Подставляя (2.31) в соотношение (2.29), получаем:

$$S_\sigma(j\omega) = \frac{S_a(j\omega)}{\frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{rv_p}} \left[ \frac{\lambda + 4\mu}{r_0^3} + \frac{(\lambda + 4\mu)j\omega}{r_0^2 v_p} - \frac{(\lambda + 2\mu)\omega^2}{r_0 v_p^2} \right]. \quad (2.32)$$

Из выражения (2.32) определим комплексный спектр смещений, генерируемый воздействием  $\sigma(t)$  на границе излучателя ( $r = r_0$ )

$$S_a(j\omega) = \frac{r_0 \left( \frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{rv_p} \right)}{\frac{\lambda + 4\mu}{r_0^2} - \frac{\lambda + 2\mu}{v_p^2} \omega^2 + \frac{(\lambda + 4\mu)j\omega}{r_0 v_p}} S_\sigma(j\omega). \quad (2.33)$$

Обозначим

$$M(j\omega) = \frac{r_0 \left( \frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{rv_p} \right)}{\frac{\lambda + 4\mu}{r_0^2} - \frac{\lambda + 2\mu}{v_p^2} \omega^2 + \frac{(\lambda + 4\mu)j\omega}{r_0 v_p}}.$$

Представим выражение (2.33) в виде  $S_a(j\omega) = S_\sigma(j\omega)M(j\omega)$ . Величину  $M(j\omega)$  можно рассматривать как комплексную частотную



характеристику цилиндрического излучателя продольных волн на расстояниях  $r \geq r_0$  [43].

Амплитудно-частотный спектр смещений определим из выражения

$$F(\omega) = |S_a(j\omega)| = |S_\sigma(j\omega)| \cdot |M(j\omega)|.$$

Модуль комплексной величины  $M(j\omega)$  имеет вид

$$\begin{aligned} |M(j\omega)| &= \text{mod} \frac{r_0 \frac{v_p + j\omega r}{r^2 v_p}}{\frac{\lambda + 4\mu}{r_0^2} - \frac{\lambda + 2\mu}{v_p^2} \omega^2 + \frac{(\lambda + 4\mu)j\omega}{r_0 v_p}} = \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{r_0^3 v_p \sqrt{v_p^2 + \omega^2 r^2}}{\sqrt{[(\lambda + 4\mu)v_p^2 - (\lambda + 2\mu)r_0^2 \omega^2]^2 + (\lambda + 4\mu)^2 r_0^2 v_p^2 \omega^2}}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

После алгебраических преобразований в знаменателе выражения (2.34), получим

$$\begin{aligned} |M(j\omega)| &= \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{r_0 v_p \sqrt{v_p^2 + \omega^2 r^2}}{\sqrt{(\lambda + 2\mu)^2 \omega^4 - \lambda(\lambda + 4\mu) \left(\frac{v_p}{r_0}\right)^2 \omega^2 + (\lambda + 4\mu)^2 \left(\frac{v_p}{r_0}\right)^4}}. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Таким образом, амплитудно-частотный спектр смещений, возникающих при действии цилиндрического заряда ВВ в горном массиве, с учетом выражения (2.35), имеет вид

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \\ &= |S_\sigma(j\omega)| \frac{1}{r^2} \frac{r v_p \sqrt{v_p^2 + \omega^2 r^2}}{\sqrt{(\lambda + 2\mu) \omega^4 - \lambda(\lambda + 4\mu) \left(\frac{v_p}{r_0}\right)^2 \omega^2 + (\lambda + 4\mu)^2 \left(\frac{v_p}{r_0}\right)^4}}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Из (2.36) следует, что амплитудно-частотный спектр смещений

зависит от параметров горного массива  $(\nu_p, \lambda, \mu)$ , расстояния  $r$  и радиуса упругого излучателя  $r_0$ .

Определим параметр  $r_0$ . В работе [56] отмечено, что на границе области разрушения горного массива  $r_0 = R_p$  ( $R_p$  – радиус области разрушений). По данным работы [57], при взрыве цилиндрического заряда ВВ

$$R_p = 6,9 \cdot 10^{-4} d_3 \sqrt{\rho_{\text{ВВ}} e_0}, \quad (2.37)$$

где  $d_3$  – диаметр заряда, м;  $\rho_{\text{ВВ}}$  – плотность взрывчатого вещества, кг/м<sup>3</sup>;  $e_0$  – удельная энергия ВВ, Дж/кг.

Для тротила при  $\rho_{\text{ВВ}} = 1500$  кг/м<sup>3</sup> удельная энергия  $e_0 = 4,187 \cdot 10^6$  Дж/кг; для гексогена при  $\rho_{\text{ВВ}} = 1600$  кг/м<sup>3</sup> удельная энергия  $e_0 = 5,57 \cdot 10^6$  Дж/кг.

С учетом формулы (2.37) для цилиндрического тротилового заряда ВВ  $r_0 = R_p \approx 114 r_3$ . Для цилиндрического заряда из гексогена  $r_0 \approx 130 r_3$  ( $r_3$  – радиус заряда).

Выразим расстояние  $r$  через параметр  $r_0$  в виде  $r = nr_0$  ( $n \geq 1$ , произвольное число). Тогда формулу (2.36) можно представить в виде

$$F(\omega) = |S_\sigma(j\omega)| \frac{\nu_p \sqrt{\left(\frac{\nu_p}{r_0}\right)^2 + n^2 \omega^2}}{n^2 \sqrt{(\lambda + 2\mu)^2 \omega^4 - \lambda(\lambda + 4\mu) \left(\frac{\nu_p}{r_0}\right)^2 \omega^2 + (\lambda + 4\mu)^2 \left(\frac{\nu_p}{r_0}\right)^4}}. \quad (2.38)$$

Найдем экстремальные точки выражения (2.38). Из условия  $F'(\omega) = 0$  находим

$$\omega_m^2 = \frac{1}{n^2} \left[ -\left(\frac{\nu_p}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{\nu_p}{r_0}\right)^2 \sqrt{1 + n^2 \frac{(\lambda + 4\mu)\lambda}{(\lambda + 2\mu)^2} + n^4 \left(\frac{\lambda + 4\mu}{\lambda + 2\mu}\right)^2} \right].$$

Переходя от параметров  $\lambda, \mu$  к параметрам  $E, \nu$  (модуль Юнга,

коэффициент Пуассона), получим

$$\omega_m^2 = \frac{1}{n^2} \left[ -\left(\frac{\nu_p}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{\nu_p}{r_0}\right)^2 \sqrt{1 + n^2 \frac{(2-3\nu)\nu}{(1-\nu)^2} + n^4 \frac{(2-3\nu)^2}{(1-\nu)^2}} \right]. \quad (2.39)$$

Для  $n=1$  ( $r=r_0$ ),  $\nu=0,17$  (песчаник) из выражения (2.39) определяем

$$\omega_m^2 = -\left(\frac{\nu_p}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{\nu_p}{r_0}\right)^2 \sqrt{1 + 0,368 + 3,22} = 2,1425 \left(\frac{\nu_p}{r_0}\right)^2 - \left(\frac{\nu_p}{r_0}\right)^2 = 1,1425 \left(\frac{\nu_p}{r_0}\right)^2.$$

$$\omega_m = 1,0688 \frac{\nu_p}{r_0}. \quad (2.40)$$

При  $r_0=1,1$

$$\omega_m = 0,972\nu_p.$$

Для сравнения полученных результатов при помощи теории спектров (формула 2.38) найдем точное аналитическое решение уравнения (2.24).

Согласно [58] это решение представим в виде

$$A(r, t) = T(t)R(r), \quad (2.41)$$

где  $T(t)$  – функция времени,  $T(t) = c_1 \sin \nu_p kt + c_2 \cos \nu_p kt$ ;  $R(r)$  – функция расстояния,  $R(r) = c_3 J_1(kr) + c_4 Y_1(kr)$ ;  $k$  – произвольное число (размерность 1/м);  $J_1(kr)$  – функция Бесселя I рода первого порядка;  $Y_1(kr)$  – функция Бесселя II рода первого порядка;  $c_1, c_2, c_3, c_4$  – константы, которые находятся из начальных и граничных условий конкретной физической задачи.

Найдем амплитудно-частотный спектр решения (2.41). Для этого применим преобразование Фурье

$$F_A(j\omega) = \int_0^{\infty} T(t)R(r)e^{-j\omega t} dt = R(r) \int_0^{\infty} (c_1 \sin \nu_p kt + c_2 \cos \nu_p kt) e^{-j\omega t} dt. \quad (2.42)$$

Согласно [16], находим

$$F_A(j\omega) = R(r) \frac{b + cj\omega}{(\nu_p k)^2 - \omega^2}, \quad (2.43)$$

где  $b, c$  – константы, определяемые из начальных условий задачи.

Амплитудно-частотный спектр находим как модуль комплексной величины (2.43)

$$F_A(j\omega) = |F_A(j\omega)| = R(r) \frac{|b + cj\omega|}{(\nu_p k)^2 - \omega^2} = R(r) \frac{\sqrt{b^2 + c^2 \omega^2}}{(\nu_p k)^2 - \omega^2}. \quad (2.44)$$

Определим экстремальные точки выражения (2.44) относительно переменной круговой частоты  $\omega$ . Для этого найдем производную выражения  $\sqrt{b^2 + c^2 \omega^2} / [(\nu_p k)^2 - \omega^2]$  по частоте  $\omega$ . С учетом этого находим

$$(\omega_m)^2 = (\nu_p k)^2 - \frac{b^2}{c^2} \pm \sqrt{2(\nu_p k)^4 - 2(\nu_p k)^2 + \left(\frac{b^2}{c^2}\right)},$$

где  $b, c$  – произвольные постоянные.

Для  $b = 1, c = \sqrt{\sqrt{2}}$  определяем

$$\begin{aligned} (\omega_m)^2 &= (\nu_p k)^2 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} \left[ (\nu_p k)^2 - \frac{1}{2} \right] = (\nu_p k)^2 (1 + \sqrt{2}) - \sqrt{2} - 1/2 = \\ &= (\nu_p k)^2 2,4142 - 1,207; \end{aligned}$$

$$\omega_m = \sqrt{(\nu_p k)^2 2,4142 - 1,207} \approx 1,5537 (\nu_p k).$$

Для  $k = 0,6256$  значение  $\omega_m$  совпадает со значением  $\omega_m$ , полученным по формуле (2.40)

$$\omega_m = \nu_p \cdot 0,6256 \cdot 1,5537 \approx 0,972 \nu_p.$$

Таким образом, с применением теории спектров получена аналитическая формула (2.38) для расчета амплитудно-частотных спектров при взрыве цилиндрического заряда ВВ в зависимости от физических свойств горного массива и параметров нагружения.

### 2.3. Исследование частотной характеристики излучателя $M(\omega)$ в различных горных породах

Амплитудно-частотный спектр смещений  $F(\omega)$ , возникающих при взрыве цилиндрического заряда ВВ в горном массиве, согласно формуле (2.36), зависит от частотной характеристики  $M(\omega)$ . Исследуем поведение этой характеристики в зависимости от физико-механических параметров горных пород. Рассмотрим три горные породы: песчаник, известняк и гранит. Основные характеристики пород приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1. Физико-механические характеристики горных пород

Горная порода	Параметры			
	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$v_p$ , м/с	$E$ , Па	$\nu$
Песчаник	2630	6230	$9,5 \cdot 10^{10}$	0,17
Известняк	2580	4774	$4,6 \cdot 10^{10}$	0,28
Гранит	2600	5383	$6,6 \cdot 10^{10}$	0,22

С использованием формулы (2.35) и данных табл. 2.1 (при  $r_0=1,1$  м;  $n=1$ ) получены частотные характеристики  $M(\omega)$  для: песчаника

$$M_1(\omega) = \frac{6230 \sqrt{3207,68 \cdot 10^4 + \omega^2}}{10^{10} \sqrt{104,26 \cdot \omega^4 - 1,23 \cdot 10^9 \omega^2 + 3,457 \cdot 10^{17}}}; \quad (2.45)$$

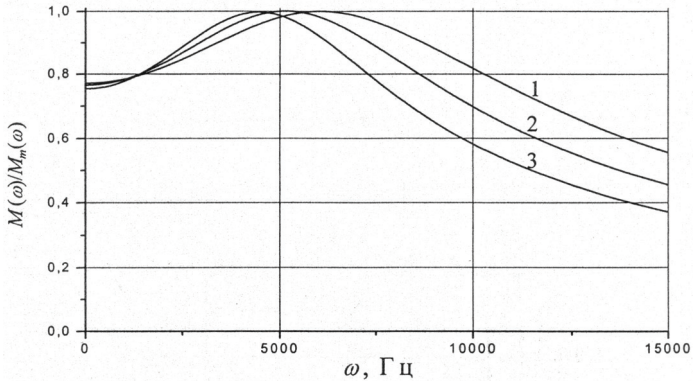
известняка

$$M_2(\omega) = \frac{4774 \sqrt{1883,56 \cdot 10^4 + \omega^2}}{10^{10} \sqrt{34,6 \cdot \omega^4 - 4,082 \cdot 10^8 \omega^2 + 3,184 \cdot 10^{16}}}; \quad (2.46)$$

гранита

$$M_3(\omega) = \frac{5383 \sqrt{2394,76 \cdot 10^4 + \omega^2}}{10^{10} \sqrt{56,78 \cdot \omega^4 - 6,588 \cdot 10^8 \omega^2 + 9,61 \cdot 10^{16}}}. \quad (2.47)$$

С учетом зависимостей (2.45)–(2.47) на рис. 2.3 построены частотные характеристики цилиндрического излучателя упругих волн в различных горных породах.



**Рис. 2.3. Частотные характеристики цилиндрического излучателя упругих волн в горном массиве:**

1 – песчаник; 2 – известняк; 3 – гранит

Согласно формулы (2.39) для различных горных пород рассчитаны круговые частоты  $\omega_m$ , при которых частотные характеристики  $M_1(\omega)$ ,  $M_2(\omega)$  и  $M_3(\omega)$  достигают максимальных значений.

Для песчаника согласно формулы (2.40) при  $v_p = 2630$  м/с и  $r_0 = 1,1$  м получаем

$$\omega_m = 1,069 \frac{v_p}{r_0} = 1,069 \frac{2630}{1,1} = 6054,4, \text{ с}^{-1}. \quad (2.48)$$

Аналогично для:  
известняка

$$\omega_m = 1,027 \frac{v_p}{r_0} = 1,027 \left( \frac{4774}{1,1} \right) = 4457,2, \text{ с}^{-1}; \quad (2.49)$$

гранита

$$\omega_m = 1,052 \left( \frac{v_p}{r_0} \right) = 1,052 \frac{5383}{1,1} = 5148,1, \text{ с}^{-1}. \quad (2.50)$$

На рис. 2.4 приведены зависимости частоты  $\omega_m$  от параметра  $r_0$ . Эти зависимости не противоречат экспериментальным и теоретическим данным, приведенным в работах [6, 47] для сферического заряда.

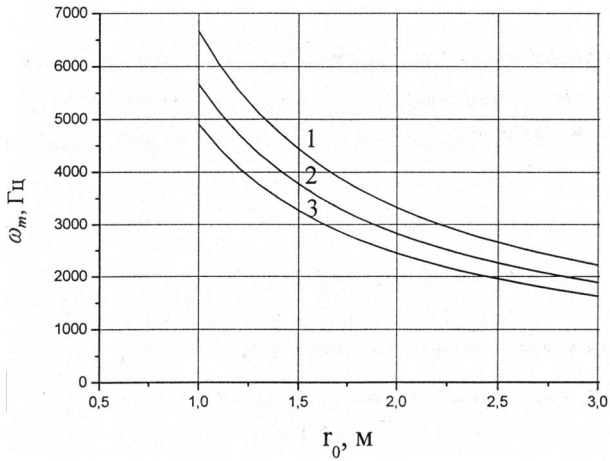


Рис. 2.4. Зависимость частоты  $\omega_m$  от радиуса излучателя  $r_0$  для различных горных пород:  
1 – песчаник; 2 – известняк; 3 – гранит

На рис. 2.5 представлена зависимость круговой частоты  $\omega_m$  от соотношения  $\nu_p/r_0$ . Эта зависимость имеет линейный характер. С увеличением соотношения  $\nu_p/r_0$  максимум упругих колебаний сдвигается в область более высоких частот.

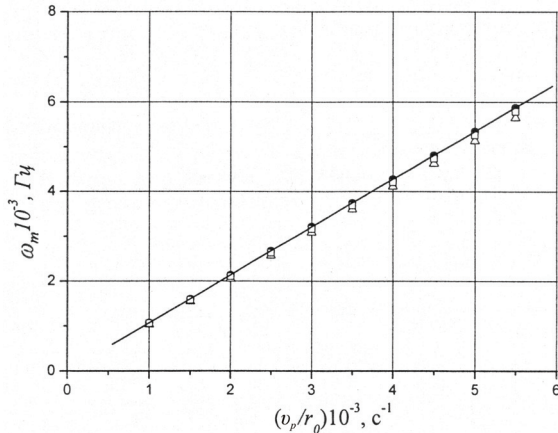


Рис. 2.5. Зависимость круговой частоты  $\omega_m$  от  $\nu_p/r_0$

На рис. 2.6 приведены частотные характеристики песчаника для различных радиусов источника излучения упругих цилиндрических волн. С увеличением радиуса излучателя  $r_0$  максимум круговой частоты  $\omega_m$  частотной характеристики  $M(\omega)/M(\omega_m)$  уменьшается. Эта зависимость подтверждается кривой 1, приведенной на рис. 2.4.

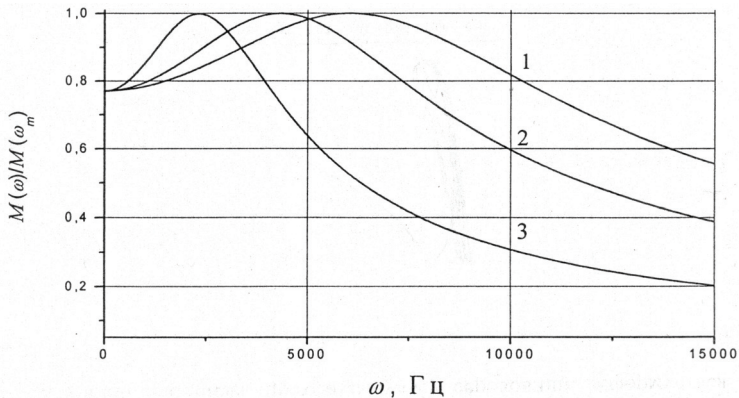


Рис. 2.6. Зависимость частотной характеристики песчаника от радиуса излучателя:  
1 –  $r_0 = 1,1$  м; 2 –  $r_0 = 1,54$  м; 3 –  $r_0 = 2,88$  м

В качестве примера на рис. 2.7 приведен амплитудно-частотный спектр при нагружении песчаника импульсным воздействием, моделируемым в форме равнобедренного треугольника ( $\tau = 100$  мкс). Расчет выполнялся по формуле (2.38) при  $r_0 = 1,1$  м,  $n = 1$  с использованием зависимости (2.45).

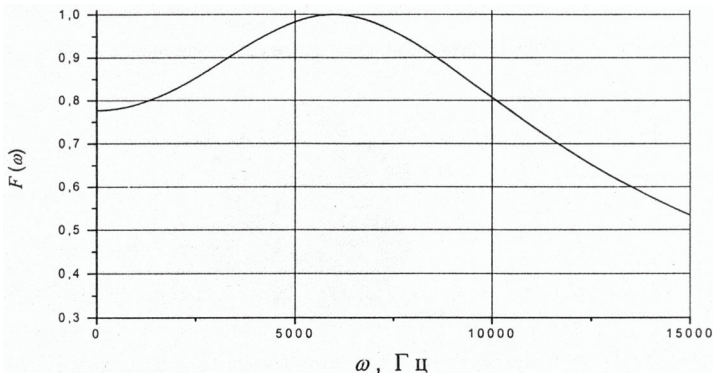


Рис. 2.7. Амплитудно-частотный спектр при нагружении песчаника импульсным воздействием



Из рис. 2.7 видно, что в диапазоне круговых частот  $\omega = (2000 - 10\,000)$  Гц можно достигнуть наиболее эффективной передачи импульсного нагружения, действующего в песчанике.

## 2.4. Влияние короткозамедленного взрывания на формирование частотного спектра

Применение метода короткозамедленного взрывания (КЗВ) позволяет достигнуть заданных технологических свойств массива горных пород: равномерности разрушения горных пород – при их дроблении, оптимальной плотности – при уплотнении грунтовых массивов. В связи с этим представляет интерес изучение влияния КЗВ на спектр сейсмических колебаний.

Закон изменения скорости смещения сейсмического возмущения принимаем в виде [6]

$$u(t) = u_m e^{-\beta t} \sin \omega_0 t, \quad (2.51)$$

где  $\beta$  – коэффициент, характеризующий затухание скорости смещения сейсмического возмущения.

Для расчета скорости сейсмоколебаний взрыва используем известное выражение спектрального анализа для суммы двух импульсов, сдвинутых во времени один относительно другого на  $\Delta\tau$  [14]

$$S_{\Delta\tau}(j\omega) = S_0(j\omega) + S_0(j\omega)e^{j\omega\Delta\tau},$$

где  $S_0(j\omega)$  – комплексный спектр одного импульса;  $\Delta\tau$  – интервал замедления.

Комплексный спектр результирующего сейсмоколебания при сложении многих импульсов с интервалом замедления  $\Delta\tau$  определяется суммой

$$S_{\Sigma}(j\omega) = S_0(j\omega) + S_0(j\omega)e^{j\omega\Delta\tau} + \dots + S_0(j\omega)e^{mj\omega\Delta\tau},$$

где  $m$  – число зарядов взрывания.

Комплексный спектр  $S_{\Sigma}(j\omega)$  представим как сумму геометрической прогрессии со знаменателем  $e^{j\omega\Delta\tau}$

$$S_{\Sigma}(j\omega) = S_0(j\omega) \frac{1 - e^{(m+1)j\omega\Delta\tau}}{1 - e^{j\omega\Delta\tau}}.$$

Тогда амплитудный спектр имеет вид:

$$F_{\Sigma}(\omega) = |S_0(j\omega)| \frac{|1 - e^{(m+1)j\omega\Delta\tau}|}{|1 - e^{-j\omega\Delta\tau}|};$$

$$F_{\Sigma}(\omega) = |S_0(j\omega)| [(1 - \cos(m+1)\omega\Delta\tau)/(1 - \cos\omega\Delta\tau)]^{1/2}.$$

После несложных тригонометрических преобразований получим

$$F_{\Sigma}(\omega) = |S_0(j\omega)| \frac{\sin(m+1)\omega\Delta\tau/2}{\sin\omega\Delta\tau/2}. \quad (2.52)$$

Амплитудно-частотный спектр скорости смещения (2.51) равен

$$|S_0(j\omega)| = \frac{u_m}{\omega_0 \left\{ \left[ 1 + (\beta/\omega_0)^2 - (\omega/\omega_0)^2 \right]^2 + 4(\beta/\omega_0)^2 (\omega/\omega_0)^2 \right\}^{1/2}}.$$

Таким образом, результирующий спектр сейсмоколебаний определяется выражением

$$F_{\Sigma}(\omega) = \frac{u_m \sin(m+1)\omega\Delta\tau/2}{\omega_0 \sin \frac{\omega\Delta\tau}{2} \left\{ \left[ 1 + (\beta/\omega_0)^2 - (\omega/\omega_0)^2 \right]^2 + 4(\beta/\omega_0)^2 (\omega/\omega_0)^2 \right\}^{1/2}} \rightarrow \quad (2.53)$$

При одновременном взрывании  $m$  зарядов ( $\Delta\tau = 0$ ) из формулы (2.53) получим результирующий спектр

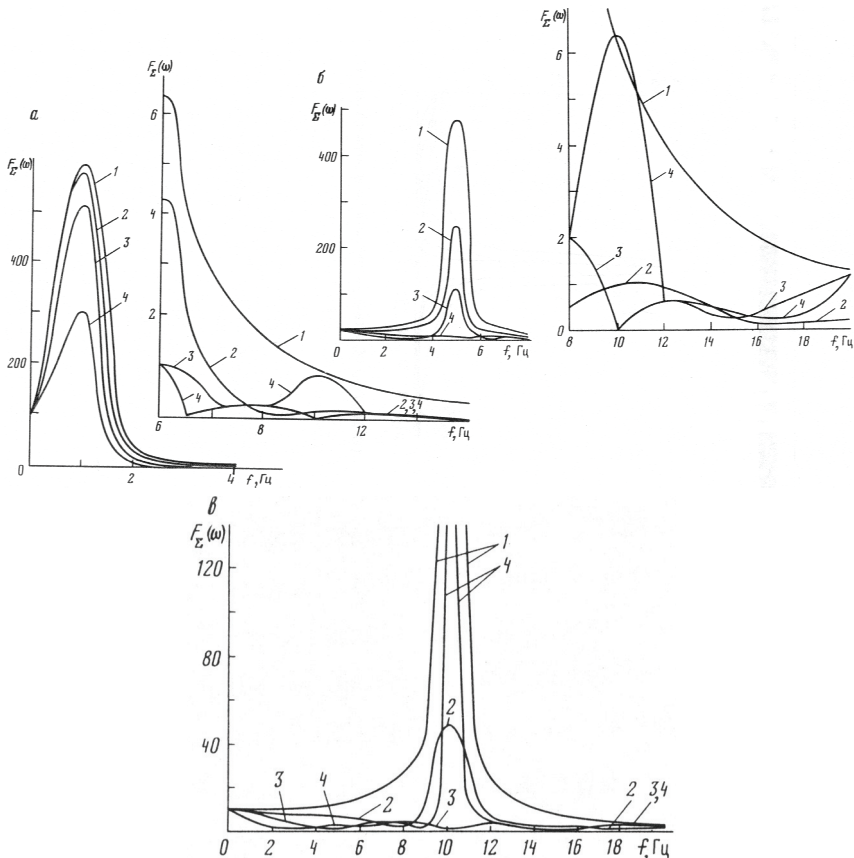
$$F_{\Sigma, мзн}(\omega) = \frac{(m+1)u_m}{\omega_0 \left\{ \left[ 1 + (\beta/\omega_0)^2 - (\omega/\omega_0)^2 \right]^2 + 4(\beta/\omega_0)^2 (\omega/\omega_0)^2 \right\}^{1/2}} \rightarrow \quad (2.54)$$

Из формул (2.53) и (2.54) видно, что максимальные значения  $F_{\Sigma}(\omega)$  и  $F_{\Sigma, мзн}(\omega)$  достигаются при  $\omega = \omega_0$ .

При исследовании спектра сейсмоколебаний приняты параметры: коэффициент  $\beta$  находился в интервале 1–0,5; собственная частота

сейсмического возмущения  $\omega_0$  в интервале  $5-100 \text{ с}^{-1}$  ( $f_0$  в интервале  $0,8-16 \text{ Гц}$ ); параметр  $\beta/\omega_0$  изменялся в интервале  $0,2-0,01$ .

Анализ исследований сейсмического спектра при короткозамедленном взрывании пяти зарядов с различными интервалами замедления  $\Delta\tau$  показал, что амплитудно-частотные спектры существенно зависят от параметра  $\omega_0$ .



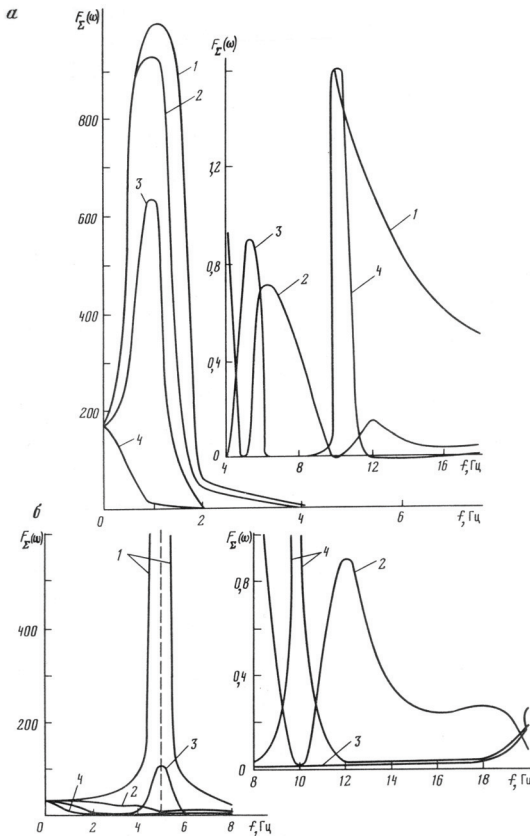
**Рис. 2.8.** Результирующий амплитудно-частотный спектр в зависимости от интервала замедлений при  $m = 5$ :  $\omega_0 = 6,28 \text{ с}^{-1}$ ;  $\beta/\omega_0 = 0,08$  (а);

$\omega_0 = 31,4 \text{ с}^{-1}$ ;  $\beta/\omega_0 = 0,02$  (б);  $\omega_0 = 62,8 \text{ с}^{-1}$ ,  $\beta/\omega_0 = 0,016$  (в)

1 – 4 –  $\Delta\tau = 0; 20; 50; 100 \text{ мс}$ , соответственно

На рис. 2.8 построены кривые спектральной плотности при  $\omega_0 = 6,28 \text{ с}^{-1}$  ( $f_0 = 1 \text{ Гц}$ ),  $\omega_0 = 31,4 \text{ с}^{-1}$  ( $f_0 = 5 \text{ Гц}$ ),  $\omega_0 = 62,8 \text{ с}^{-1}$  ( $f_0 = 10 \text{ Гц}$ ). В правых частях рисунков 2.8, а и 2.8, б показаны кривые амплитудно-частотных спектров в увеличенном масштабе времени.

В области частот, близких к  $\omega_0$ , изменение амплитуды частотного спектра носит резонансный характер, причем на величину амплитуды спектра существенно влияет интервал замедления. Влияние интервала замедления неодинаково для рассмотренных случаев. Например, интервал замедления  $\Delta\tau = 100 \text{ мс}$  для собственной частоты  $\omega_0 = 62,8 \text{ с}^{-1}$  (рис. 2.8, в) оказывает резонансное действие на характер изменения амплитуды спектра в области частот, близких к  $10 \text{ Гц}$ .

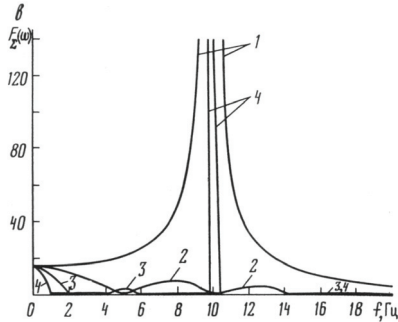


**Рис. 2.9. Результирующий амплитудно-частотный спектр в зависимости от интервала замедлений при**

$$m = 9: \omega_0 = 62,8 \text{ с}^{-1};$$

$$\beta/\omega_0 = 0,08 \text{ (а);}$$

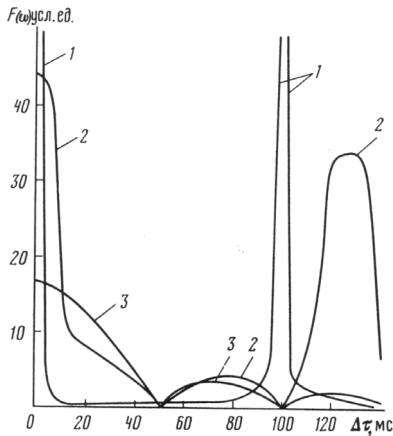
$$\omega_0 = 31,4 \text{ с}^{-1}; \beta/\omega_0 = 0,02 \text{ (б)}$$



**Рис. 2.9. (Продолжение)**  $\omega_0 = 62,8 \text{ с}^{-1}$ ,  $\beta/\omega_0 = 0,016$  (в)  
1 – 4 –  $\Delta\tau = 0; 20; 50; 100$  мс, соответственно

На рис. 2.9 показан амплитудно-частотный спектр при взрывании девяти зарядов ВВ с различными интервалами замедлений. Характер изменения кривых соответствует полученным выше результатам для  $m=5$ . Отметим, что число групп взрывания для рассмотренных случаев увеличивает амплитуду спектра.

На рис. 2.10 показано влияние интервала замедления  $\Delta\tau$  на амплитуду некоторых составляющих амплитудно-частотного спектра. Представлен характер изменения трех составляющих спектра от  $\Delta\tau$  при  $m=9$ .



**Рис. 2.10. Зависимость амплитуды составляющих амплитудно-частотного спектра  $F$  от интервала замедления  $\Delta\tau$  при  $m = 9$ :  $\omega_0 = 62,8$ ;  $\beta/\omega_0 = 0,016$**   
1 – 10 Гц; 2 – 8 Гц; 3 – 2 Гц

Из рис. 2.10 видно, что интервал замедления оказывает существенное влияние на амплитуду составляющих амплитудно-частотного спектра лишь в определенном диапазоне. Имеются диапазоны, в которых время замедления не увеличивает амплитуду спектра. В зависимости от класса решаемых задач на основании полученных данных можно обоснованно выбирать интервал замедления.

## 2.5. Влияние поперечных волн на эффективность импульсной обработки массива в призабойной зоне продуктивного пласта

Важным условием эффективного промышленного использования энергии взрыва является разработка научного прогнозирования воздействия взрыва на горные породы. Научный прогноз базируется на всестороннем теоретическом и экспериментальном изучении явления взрыва в породах с различными физико-механическими свойствами.

Теоретические построения работ, основанные на решении системы уравнений, описывающих в дифференциальной форме законы сохранения массы, импульса и энергии и замыкаемых уравнениями состояния и предельного равновесия пород, позволяют установить общие качественные и некоторые количественные характеристики волновых полей, генерируемых взрывом [59, 60]. При этом решения многих задач по взрывному разрушению горных пород, оценке их эффективности связывается с распространением по горному массиву продольной составляющей импульсного нагружения [17, 31, 60, 61].

Исследуем влияние поперечной составляющей импульсного нагружения на эффективность взрывного разрушения горных пород.

Рассмотрим задачу о действии сферического заряда взрывчатого вещества в сферической полости радиусом  $r_3 = r_n$  в однородном изотропном горном массиве. Уравнение распространения упругих возмущений в таком массиве имеет вид [60, 62, 63]

$$\frac{\partial^2 a}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial a}{\partial r} - 2 \frac{a}{r^2} = \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2}, \quad (2.55)$$

где  $a$  – смещение по радиусу  $r$ ;  $v_p$  – скорость распространения продольных волн в массиве.

Решение уравнения (2.55) при начальных  $t=0$  и граничных  $r=r_n$  условиях ( $a=0$ ;  $\sigma_r=-p_0$ ) приведено в работах [6, 60] и для радиальной компоненты поля напряжений  $\sigma_r$  имеет вид

$$\sigma_r = \frac{E}{(1-\nu)(1-2\nu)} \left[ (1-\nu) \frac{f''(\xi)}{\nu_p^2 r} + 2(1-2\nu) \frac{f'(\xi)}{\nu_p r^2} + 2(1-2\nu) \frac{f(\xi)}{r^3} \right],$$

где  $p_0$  – начальное максимальное значение напряжений;  $E$  – модуль Юнга среды;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $\xi = t - \frac{r-r_n}{\nu_p}$ ;  $f(\xi)$  – произвольная функция параметра  $\xi$ .

При принятых выше начальных и граничных условиях и с учетом известного соотношения [64]

$$E = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \rho \nu_p^2 \quad (2.56)$$

функция  $f(\xi)$  имеет вид

$$f(\xi) = \frac{r_n^3 p_0}{2\rho \nu_p^2} \frac{1-\nu}{1-2\nu} \left[ \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n} \xi\right) \left( \sqrt{1-2\nu} \sin \Re \xi + \cos \Re \xi \right) - 1 \right], \quad (2.57)$$

где  $\Re = \frac{\sqrt{1-2\nu}}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n}$ .

В работах [6, 60] исследование поля напряжений ограничивается лишь радиальной компонентой  $\sigma_r$ . Определим поперечную компоненту поля напряжений, исходя из известного в теории упругости соотношения [64]

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left( \frac{a}{r} + \nu \frac{\partial a}{\partial r} \right).$$

Согласно [60], смещение  $a$  выражается через функцию  $f(\xi)$  следующим образом

$$a = -\frac{f'(\xi)}{\nu_p r} - \frac{f(\xi)}{r^2}. \quad (2.58)$$

С использованием зависимости (2.58) и соотношения (2.57) поперечную (тангенциальную) компоненту поля напряжений

представим в виде

$$\begin{aligned}\sigma_\varphi &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ -\frac{f'(\xi)}{\nu_p r^2} - \frac{f(\xi)}{r^3} + \frac{\nu f''(\xi)}{\nu_p^2 r} + \frac{2\nu f'(\xi)}{\nu_p r^2} + \frac{2\nu f(\xi)}{r^3} \right] = \\ &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ \frac{\nu}{\nu_p^2 r} f''(\xi) - \frac{1-2\nu}{\nu_p r^2} f'(\xi) - \frac{1-2\nu}{r^3} f(\xi) \right].\end{aligned}\quad (2.59)$$

С учетом соотношения (2.56) зависимость (2.59) имеет вид

$$\sigma_\varphi = \frac{\rho}{r} \frac{\nu}{1+\nu} f''(\xi) - \frac{\rho \nu_p}{r^2} \frac{1-2\nu}{1-\nu} f'(\xi) - \frac{\rho \nu_p^2}{r^3} \frac{1-2\nu}{1-\nu} f(\xi).\quad (2.60)$$

Используя зависимость (2.57), определим первую и вторую производные функции  $f(\xi)$ .

Первая производная

$$\begin{aligned}f'(\xi) &= \frac{r_n^3 p_0}{2\rho \nu_p^2} \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)} \sqrt{1-2\nu} \left[ \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n} \xi\right) \left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n}\right) + \right. \\ &+ \Re \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} r_n \xi\right) \cos \Re \xi \left. \right] + \frac{r_n^3 p_0}{2\rho \nu_p^2} \frac{1-\nu}{1-2\nu} \left[ \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n} \xi\right) \cos \Re \xi \times \right. \\ &\times \left. \left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n}\right) - \Im \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n} \xi\right) \sin \Re \xi \right].\end{aligned}\quad (2.61)$$

После алгебраических упрощений выражение (2.61) принимает вид

$$f'(\xi) = -\frac{r_n^2 p_0}{\rho \nu_p} \frac{1-\nu}{\sqrt{1-2\nu}} \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n} \xi\right) \sin \Re \xi.\quad (2.62)$$

Вторая производная

$$\begin{aligned}f''(\xi) &= -\frac{r_n^3 p_0}{\rho \nu_p} \frac{1-\nu}{\sqrt{1-2\nu}} \left[ \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n} \xi\right) \left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n}\right) \sin \Re \xi + \right. \\ &+ \Re \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n} \xi\right) \cos \Re \xi \left. \right] = \\ &= \frac{r_n^2 p_0}{\rho} \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n} \xi\right) \left[ \sqrt{1-2\nu} \sin \Re \xi - \cos \Re \xi \right].\end{aligned}\quad (2.63)$$



Подставив выражения (2.57), (2.62) и (2.63) в зависимость (2.60), после алгебраических упрощений получаем

$$\begin{aligned} \sigma_\varphi = & -\frac{r_n^3 p_0}{2r^3} + \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n} \xi\right) \sin \Re \xi \left( \frac{r_n p_0}{r} \frac{\nu}{1-\nu} + \frac{r_n^2 p_0}{r^2} - \frac{r_n^3 p_0}{r^3} \right) \sqrt{1-2\nu} - \\ & - \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n} \xi\right) \cos \Re \xi \left( \frac{r_n p_0}{r} \frac{\nu}{1-\nu} + \frac{r_n^3 p_0}{2r^3} \right). \end{aligned} \quad (2.64)$$

Выражение (2.64) описывает тангенциальную составляющую поля напряжений в горном массиве на расстоянии  $r$  от источника действия сферического заряда.

При  $r = r_n$  ( $\xi = t$ ) тангенциальная составляющая определяется выражением

$$\sigma_\varphi = -\frac{p_0}{2} \left[ 1 - \frac{1+\nu}{1-\nu} \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu_p}{r_n} t\right) (\cos \Re t - \sqrt{1-2\nu} \sin \Re t) \right]. \quad (2.65)$$

Выражение (2.65) совпадает с ранее полученным результатом для тангенциальной составляющей поля напряжений на границе полости, приведенным в работе [60].

С использованием определенных выше компонент поля напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$  и процедуры получения комплексной частотной характеристики  $M(j\omega)$  [6] соотношение для спектральной характеристики входного воздействия  $\sigma(t)$  имеет вид

$$\begin{aligned} S_\sigma = S_f \left[ \left( -\frac{\rho}{r} \omega^2 + \frac{\omega \rho \nu_p}{r^2} \frac{1-2\nu}{1-\nu} + \frac{2(1-2\nu)}{1-\nu} \frac{\rho \nu_p^2}{r^3} \right) + \right. \\ \left. + j \left( \frac{\rho c}{r^2} \frac{2\omega(1-2\nu)}{1-\nu} - \frac{\rho}{r} \frac{\nu}{1-\nu} \omega^2 - \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\rho \nu_p^2}{r^3} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Согласно [6], спектр функции  $f(\xi)$  определяется через спектр смещения  $S_a$  зависимостью

$$S_f = -S_a(j\omega) \left/ \left( \frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{r\nu_p} \right) \right. \quad (2.67)$$

С учетом соотношения (2.67), из формулы (2.66) определим комплексный спектр смещения

$$S_a(j\omega) = \frac{-S_\sigma(j\omega) \left( \frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{r\nu_p} \right)}{A + jB}, \quad (2.68)$$

где

$$A = \frac{2(1-2\nu)\rho\nu_p^2}{1-\nu} + \frac{\omega\rho\nu_p}{r^2} \frac{1-2\nu}{1-\nu} - \frac{\rho}{r} \omega^2;$$

$$B = \frac{2\omega(1-2\nu)\rho\nu_p}{1-\nu} - \frac{\rho}{r} \frac{\nu}{1-\nu} \omega^2 - \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\rho\nu_p^2}{r^3}.$$

Амплитудно-частотный спектр импульсного воздействия  $\sigma(t)$  на горный массив определяется формулой

$$S_a(\omega) = |S_a(j\omega)| = \frac{|-S_\sigma(j\omega)| \left| \frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{r\nu_p} \right|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{S_\sigma(\omega) \sqrt{1 + \left( \frac{\omega r}{\nu_p} \right)^2}}{r^2 \sqrt{A^2 + B^2}},$$

где

$$\sqrt{A^2 + B^2} = \frac{\rho\nu_p^2}{r^3} \frac{1-2\nu}{1-\nu} \sqrt{a_1\bar{\omega}^4 - b_1\bar{\omega}^3 + c_1\bar{\omega}^2 + 5};$$

$$a_1 = \frac{(1-\nu)^2 + \nu^2}{(1-2\nu)^2}; \quad b_1 = \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu}; \quad c_1 = \frac{1-4\nu}{1-2\nu}; \quad (2.69)$$

$\bar{\omega} = \frac{\omega r}{\nu_p}$  – безразмерная круговая частота.

Формула (2.68) с учетом принятых обозначений (2.69) имеет вид

$$S_a(\bar{\omega}) = \frac{S_\sigma(\bar{\omega}) r(1-\nu)}{\rho\nu_p^2} \frac{\sqrt{1 + \bar{\omega}^2}}{\frac{1-2\nu}{1-\nu} \sqrt{a_1\bar{\omega}^4 - b_1\bar{\omega}^3 + c_1\bar{\omega}^2 + 5}}. \quad (2.70)$$

С учетом соотношения  $\nu = \frac{k_\tau}{1+k_\tau}$  в формуле (2.70) от параметра

ν перейдем к параметру  $k_\tau$  – коэффициенту бокового давления (коэффициенту поперечных деформаций)

$$S_a(\bar{\omega}) = \frac{S_\sigma(\bar{\omega})r}{\rho v_p^2} \frac{1}{1-k_\tau} \frac{\sqrt{1+\bar{\omega}^2}}{\sqrt{a_2\bar{\omega}^4 - b_2\bar{\omega}^3 + c_2\bar{\omega}^2 + 5}}, \quad (2.71)$$

где

$$a_2 = \frac{1+k_\tau^2}{(1-k_\tau)^2}; \quad b_2 = \frac{2(1+2k_\tau)}{1-k_\tau}; \quad c_2 = \frac{1-3k_\tau}{1-k_\tau}.$$

После упрощений выражение (2.71) имеет вид

$$S_a(\bar{\omega}) = \frac{S_\sigma(\bar{\omega})r}{\rho v_p^2} M(\bar{\omega}),$$

где

$$M(\bar{\omega}) = \sqrt{\frac{1+\bar{\omega}^2}{a_3\bar{\omega}^4 - b_3\bar{\omega}^3 + c_3\bar{\omega}^2 + d_3}}; \quad (2.72)$$

$$a_3 = 1+k_\tau^2; \quad b_3 = 2(1+2k_\tau)(1-k_\tau); \quad c_3 = (1-3k_\tau)(1-k_\tau); \quad d_3 = 5(1-k_\tau)^2.$$

Анализ экспериментальных исследований [65–67] дает основание рассматривать коэффициент поперечных деформаций  $k_\tau$  и, в частности коэффициент Пуассона, как характеристики состояния твердого тела. Термин «коэффициент Пуассона» используется, когда речь идет об упругих деформациях; при неупругом деформировании применяется термин «коэффициент поперечных деформаций». Именно коэффициент поперечных деформаций характеризует проявление действия поперечной волны.

Во многих расчетах, связанных с разрушением горных пород в процессе взрывного нагружения, используют параметры Ламэ  $\lambda$  и  $\mu$ , или их отношение  $\lambda/\mu$ .

С учетом известного соотношения [64]

$$\nu = \frac{\lambda/\mu}{2(1+\lambda/\mu)}$$

частотная характеристика  $M(\bar{\omega})$  представляется в виде

$$M(\bar{\omega}) = \sqrt{\frac{1 + \bar{\omega}^2}{a\bar{\omega}^4 - b\bar{\omega}^3 + c\bar{\omega}^2 + d}}, \quad (2.73)$$

где

$$a = \frac{1}{(2 + \lambda/\mu)^2} \left[ (\lambda/\mu)^2 + (2 + \lambda/\mu)^2 \right];$$

$$b = \frac{4}{(2 + \lambda/\mu)^2} (2 + 3\lambda/\mu);$$

$$c = \frac{4}{(2 + \lambda/\mu)^2} (1 - \lambda/\mu); \quad d = \frac{20}{(2 + \lambda/\mu)^2}.$$

На рис. 2.11 и рис. 2.12 с использованием выражений (2.72) и (2.73) построены частотные характеристики  $\frac{M(\bar{\omega})}{M_m(\bar{\omega})}$  в зависимости от параметра  $k_\tau$  и отношения  $\lambda/\mu$ , соответственно.

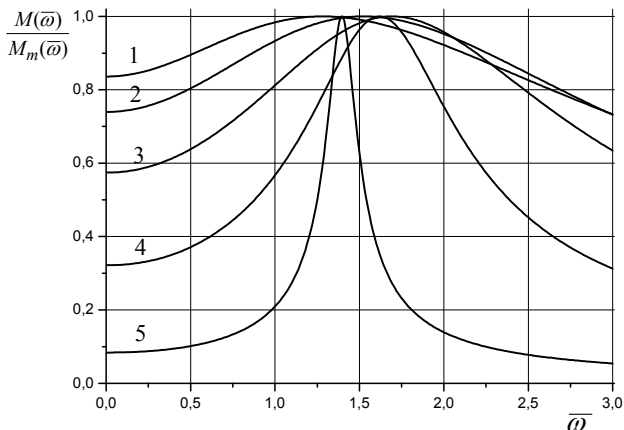


Рис. 2.11. Частотные характеристики  $\frac{M(\bar{\omega})}{M_m(\bar{\omega})}$  в зависимости от параметра  $k_\tau$  :

1-5:  $k_\tau = -0,5; -0,25; 0,0; 0,25; 0,43$ , соответственно

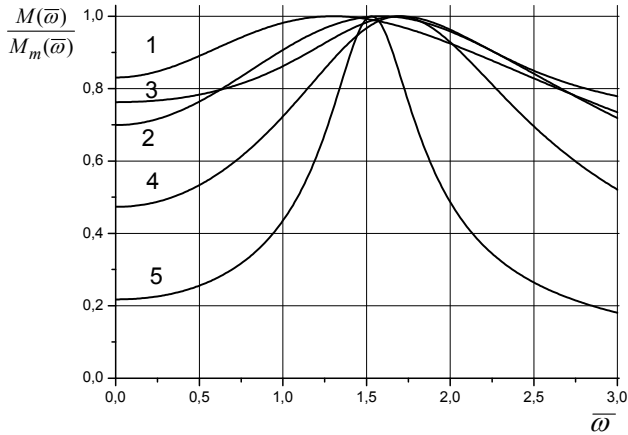


Рис. 2.12. Частотные характеристики  $\frac{M(\bar{\omega})}{M_m(\bar{\omega})}$  в зависимости от отношения  $\lambda / \mu$  :

1–5:  $\lambda / \mu = -0,65; -0,3; 0,0; 0,25; 1,0$ , соответственно

Из рис. 2.11 и рис. 2.12 видно, что при  $-0,5 < k_\tau < 0$  и  $-0,65 < \lambda / \mu < 0$  частотные характеристики испытывают наименьшее искажение и, как следствие, взрывное нагружение будет распространяться по массиву с меньшим затуханием. В результате в более удаленные области горного массива передается более высокий уровень энергии взрывного нагружения.

Полученный вывод согласуется с данными работ [67, 68], в которых установлено, что с целью увеличения радиуса разрушений в горной породе, образованных в процессе импульсного нагружения, необходимо создавать в массиве напряженное состояние с неравномерностью нагружения в пределах  $-1 < \sigma_3 / \sigma_1 < 0$ , где  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  – главные наибольшее и наименьшее значения компонент тензора напряжений. При таком режиме нагружения в массиве создаются преимущественно сдвиговые напряжения, что связано с распространением по массиву поперечных волн. Поскольку предел разрушения горных пород на сдвиг в 4–10 раз меньше, чем на сжатие [17], то область взрывной обработки горного массива при таком режиме нагружения возрастает. Одним из способов достижения такого напряженного состояния является соответствующий выбор

количества взрываемых зарядов в группе и порядка их инициирования.

## **2.6. Влияние неравномерности динамического нагружения на амплитудно-частотный спектр**

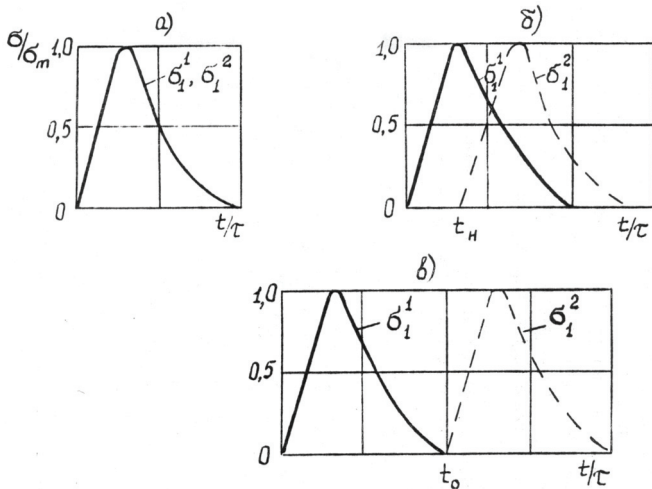
Для установления эффективных путей управления взрывом, влияющих на физико-механические свойства горного массива, необходимо рассмотреть различные виды динамического нагружения на массив. С этой целью исследуем амплитудно-частотные спектры при различных режимах взаимодействия взрывов зарядов [69, 70].

Известно [24], что при неравномерном динамическом нагружении изменяются практически все физико-механические свойства горных пород (в частности те, что определяют эффективность работы геотехнологической скважины). При этом неравномерность динамического нагружения характеризуется коэффициентом  $\zeta = \sigma_3 / \sigma_1$  ( $\sigma_3$  и  $\sigma_1$  – амплитуды наименьшего и наибольшего главных напряжений, соответственно).

В работе [24] изучено напряженное состояние горных пород в зависимости от режимов взаимодействия волновых процессов, генерируемых двумя зарядами, расположенными в скважине. Используя эти данные, исследуем амплитудно-частотные спектры, как одну из важных характеристик нестационарных динамических нагружений, в зависимости от их неравномерности.

Рассмотрим три схемы взрывания двух зарядов, расположенных в скважине: 1 – одновременный взрыв двух зарядов без смещения волн по фазе; 2 – со смещением по фазе на  $t_n$ ; 3 – со смещением по фазе на  $t_0$  (где  $t_n$  – время нарастания напряжения от взрыва одного заряда до максимума;  $t_0$  – продолжительность действия взрыва предыдущего заряда) (рис. 2. 13).

Каждая схема характеризуется своим коэффициентом неравномерности динамического нагружения  $\zeta$ . Графики зависимости коэффициента  $\zeta$ , как функции безразмерного времени  $t/\tau$ , ( $\tau$  – время действия взрывного нагружения) приведены в работе [24] и представлены на рис. 2.14.

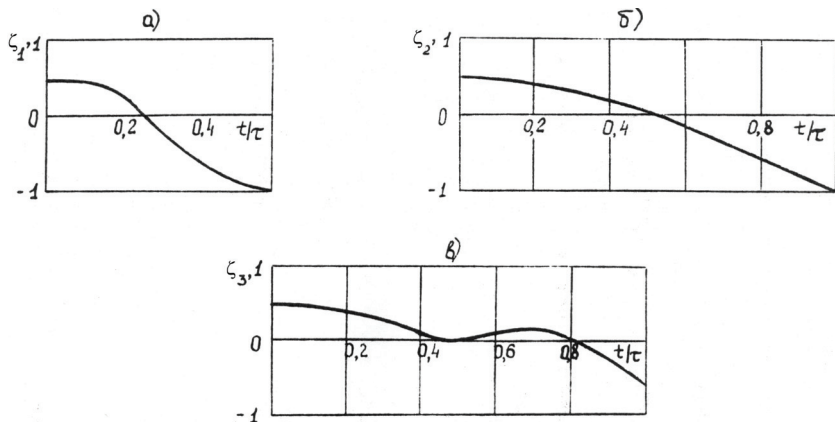


**Рис. 2.13. Схемы взрывания двух зарядов:**

*a)* – одновременный взрыв; *б)* – взрыв второго заряда со смещением по фазе на  $t_H$ ;

*в)* – взрыв второго заряда со смещением по фазе на  $t_0$

$\sigma_1^1, \sigma_2^1$  – наибольшие главные напряжения от взрыва первого и второго зарядов, соответственно



**Рис. 2.14. Зависимость коэффициента неравномерности динамического нагружения от безразмерного времени при различных схемах взаимодействия взрывных волн:**

*a)* – одновременный взрыв; *б)* – взрыв второго заряда со смещением по фазе на  $t_H$ ;

*в)* – взрыв второго заряда со смещением по фазе на  $t_0$

Рассмотрим схему (рис. 2.13, а). Коэффициент неравномерности динамического нагружения  $\zeta$  описывается зависимостью:

$$\zeta_1 = e^{t/\tau} \left( 0,4 \cos 0,5 \frac{t}{\tau} - 3,2 \sin 0,5 \frac{t}{\tau} \right), \quad 0 \leq \frac{t}{\tau} \leq 0,6. \quad (2.74)$$

Амплитудно-частотный спектр функции, входящей в выражение (2.74), равен [14]:

$$\begin{aligned} S_1(j\omega) &= \int_0^{0,6\tau} e^{t/\tau} \left( 0,4 \cos 0,5 \frac{t}{\tau} - 3,2 \sin 0,5 \frac{t}{\tau} \right) e^{-j\omega t} dt = \\ &= \int_0^{0,6\tau} 0,4 \cos 0,5 \frac{t}{\tau} e^{t\left(\frac{1}{\tau} - j\omega\right)} dt - 3,2 \int_0^{0,6\tau} \sin 0,5 \frac{t}{\tau} e^{t\left(\frac{1}{\tau} - j\omega\right)} dt = I_1 - I_2. \end{aligned}$$

Преобразуем каждый из интегралов  $I_1$  и  $I_2$  к виду:

$$\begin{aligned} I_1 &= 0,4 \frac{e^{0,6\tau\left(\frac{1}{\tau} - j\omega\right)}}{\left(\frac{1}{\tau} - j\omega\right)^2 + \left(\frac{0,5}{\tau}\right)^2} \times \\ &\times \left[ \left(\frac{1}{\tau} - j\omega\right) \cos 0,3 + \frac{0,5}{\tau} \sin 0,3 \right] - 0,4 \frac{1}{\left(\frac{1}{\tau} - j\omega\right)^2 + \left(\frac{0,5}{\tau}\right)^2} \left(\frac{1}{\tau} - j\omega\right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= - \frac{3,2 e^{0,6\tau\left(\frac{1}{\tau} - j\omega\right)}}{\left(\frac{1}{\tau} - j\omega\right)^2 + \left(\frac{0,5}{\tau}\right)^2} \times \\ &\times \left[ \left(\frac{1}{\tau} - j\omega\right) \sin 0,3 - \frac{0,5}{\tau} \cos 0,3 \right] + \frac{3,2}{\left(\frac{1}{\tau} - j\omega\right)^2 + \left(\frac{0,5}{\tau}\right)^2} \left(-\frac{0,5}{\tau}\right). \end{aligned}$$

Таким образом, амплитудно-частотный спектр представляется в виде:



$$S_1(j\omega) = \frac{e^{-0,67j\omega} \left( \frac{1,874}{\tau} + 1,022j\omega \right) - \frac{2}{\tau} + 0,4j\omega}{\left( \frac{1,25}{\tau^2} - \omega^2 \right) - \frac{2\omega}{\tau}j} = \frac{A}{B}. \quad (2.75)$$

Согласно [14], амплитудно-частотный спектр выражения (2.75) равен модулю комплексной величины  $S_1(j\omega)$ . Для нахождения  $|S_1(j\omega)|$  определим модули числителя  $A$  и знаменателя  $B$  выражения (2.75).

Представим числитель  $A$  выражения (2.75) в виде:

$$A = \left( \frac{1,87}{\tau} \cos 0,67\omega\tau + 1,02\omega \sin 0,67\omega\tau - \frac{2}{\tau} \right) + j \left( 1,02\omega \cos 0,67\omega\tau - \frac{1,87}{\tau} \sin 0,67\omega\tau + 0,4\omega \right).$$

Квадрат модуля числителя  $A$  равен:

$$|A|^2 = \frac{7,5}{\tau^2} + 1,2\omega^2 + \frac{7,48}{\tau} \cos 0,67\omega\tau + 0,82\omega^2 \cos 0,67\omega\tau + \frac{2,58}{\tau} \omega \sin 0,67\omega\tau.$$

Модуль числителя  $A$ :

$$|A| = \sqrt{\omega^2 (1,2 + 0,82 \cos 0,67\omega\tau) - \frac{7,58}{\tau} \omega \sin 0,67\omega\tau + \frac{7,5}{\tau^2} (1 - \cos 0,67\omega\tau)}.$$

Модуль комплексной величины  $B$ :

$$|B| = \sqrt{\left( \frac{1,25}{\tau^2} - \omega^2 \right)^2 + 4 \left( \frac{\omega}{\tau} \right)^2} = \sqrt{\omega^4 + \frac{1,5}{\tau^2} \omega^2 + \frac{1,56}{\tau^4}}.$$

Следовательно, амплитудно-частотный спектр поля напряжений, характеризуемого коэффициентом  $\zeta_1$ , имеет вид

$$S_1(\omega) = |S_1(j\omega)| = \left| \frac{A}{B} \right| = \sqrt{\frac{(\omega\tau)^2 \alpha_1 + \omega\tau\alpha_2 + \alpha_3}{(\omega\tau)^4 + 1,5(\omega\tau)^2 + 1,56}}, \quad (2.76)$$

где

$$\alpha_1 = \tau^2 (1,2 + 0,82 \cos 0,67\omega\tau); \quad \alpha_2 = -5,58\tau^2 \sin 0,67\omega\tau;$$

$$\alpha_3 = 7,5\tau^2(1 - \cos 0,6\omega\tau).$$

Для схемы 2 (рис. 2.13, б) неравномерность динамического нагружения описывается зависимостью:

$$\zeta_2 = 1,5 \cos 0,5\pi \frac{t}{\tau} - 1, \quad \left(0 \leq \frac{t}{\tau} \leq 1\right). \quad (2.77)$$

Комплексный амплитудно-частотный спектр в этом случае имеет вид:

$$S_2(j\omega) = \int_0^{\tau} \left(1,5 \cos 0,5\pi \frac{t}{\tau} - 1\right) e^{-j\omega t} dt = \frac{0,75\pi}{\alpha\tau} e^{-j\omega\tau} + \frac{1,5}{\alpha} j\omega - \frac{je^{-j\omega\tau} - j}{\omega},$$

где

$$\alpha = \left(\frac{0,5\pi}{\tau}\right)^2 - \omega^2.$$

Переходя по формуле Эйлера к тригонометрическим функциям, получим

$$S_2(j\omega) = \left[ \left(0,75\omega\tau \cos \omega\tau - \alpha\tau \sin \omega\tau\right) - \right. \\ \left. - j \left(0,75\omega\tau \sin \omega\tau - 1,5\tau\omega^2 + \alpha\tau \cos \omega\tau - \alpha\tau\right) \right] / \alpha\omega\tau. \quad (2.78)$$

Представим модуль комплексной величины (2.78) (промежуточные выкладки из-за громоздкости опустим) в виде:

$$|S_2(j\omega)| = \\ = \sqrt{\left(0,75\omega\tau \cos \omega\tau - \alpha\tau \sin \omega\tau\right)^2 + \left(0,75\omega\tau \sin \omega\tau - 1,5\tau\omega^2 + \alpha\tau \cos \omega\tau - \alpha\tau\right)^2} / \\ / (\alpha\omega\tau).$$

После упрощений получим

$$S_2(\omega) = \sqrt{\frac{(\omega\tau)^4 m_1 + (\omega\tau)^3 m_2 + (\omega\tau)^2 m_3 - \omega\tau m_1 + m_5}{\left[(0,5\pi)^2 - (\omega\tau)^2\right]^2 (\omega\tau)^2}}, \quad (2.79)$$

где

$$m_1 = \tau^2(1,25 - 2 \cos \omega\tau); \quad m_2 = \tau^3(3 \cos \omega\tau + 3b \sin \omega\tau);$$

$$m_3 = \tau^3 0,5\pi(1,25b + 4b \sin \omega\tau); \quad m_4 = 3\tau^3(0,5\pi)^2(\cos \omega\tau + b \sin \omega\tau);$$

$$m_5 = 2\tau^2(0,5\pi)^4(1 - \cos \omega\tau); \quad b = \frac{0,5\pi}{\tau}.$$

Для схемы 3 (рис. 2.13, в) неравномерность динамического нагружения описывается зависимостью:

$$\zeta_3 = \begin{cases} 1,5 \cos 0,5\pi \frac{t}{\tau} - 1, & 0 \leq t \leq 0,5\phi \\ -4,4 \left( \frac{t}{\tau} - 0,65 \right)^2 + 0,1, & 0,5\phi \leq t \leq \tau. \end{cases} \quad (2.80)$$

Комплексный амплитудно-частотный спектр выражения (2.80) имеет вид:

$$S_3(j\omega) = \int_0^{0,5\tau} \left( 1,5 \cos 0,5\pi \frac{t}{\tau} - 1 \right) e^{-j\omega t} dt + \\ + \int_{0,5\tau}^{\tau} \left[ -4,4 \left( \frac{t}{\tau} - 0,65 \right)^2 + 0,1 \right] e^{-j\omega t} dt = I_1 + I_2, \quad (2.81)$$

где

$$I_1(j\omega) = \left[ \frac{1,5\sqrt{2}\pi}{\tau\alpha_1} \cos 0,5\omega\tau - \left( \frac{0,75\sqrt{2}\omega}{\alpha_1} + \frac{1}{\omega} \right) \sin 0,5\omega\tau \right] + \\ + j \left[ \frac{1,5\omega^2 + \alpha_1}{\alpha_1\omega} - \left( \frac{0,75\sqrt{2}\omega}{\alpha_1} + \frac{1}{\omega} \right) \cos 0,5\omega\tau - \frac{1,5\sqrt{2}\pi}{\tau\alpha_1} \sin 0,5\omega\tau \right]; \\ I_2 = \left[ \left( -4,4\alpha\tau - \frac{0,1}{\omega} \right) \sin \omega\tau + \left( \frac{0,1}{\omega} + 4,4c\tau \right) \sin 0,5\omega\tau - \right. \\ \left. - 4,4b\tau \cos \omega\tau + 4,4d\tau \cos 0,5\omega\tau \right] + \\ + j \left[ \left( -4,4\alpha\tau - \frac{0,1}{\omega} \right) \cos \omega\tau + \left( \frac{0,1}{\omega} + 4,4c\tau \right) \cos 0,5\omega\tau + \right. \\ \left. + 4,4b\tau \sin \omega\tau + 4,4d\tau \sin 0,5\omega\tau \right].$$

При этом приняты обозначения:

$$\alpha = \frac{0,12}{\omega\tau} - \frac{2}{(\omega\tau)^3}; \quad \alpha_1 = \left(0,5\frac{\pi}{\tau}\right)^2 - \omega^2;$$

$$b = \frac{0,7}{(\omega\tau)^2}; \quad c = \frac{0,02}{\omega\tau} - \frac{2}{(\omega\tau)^3}; \quad d = \frac{0,3}{(\omega\tau)^2}.$$

После соответствующих алгебраических упрощений в выражении (2.81) получаем:

$$\begin{aligned} S_3(j\omega) = & \left[ -4,4b\tau \cos \omega\tau + \left( \frac{1,5\sqrt{2}\pi}{\tau\alpha_1} + 4,4d\tau \right) \cos 0,5\omega\tau - \right. \\ & \left. - \left( -4,4\alpha\tau + \frac{0,1}{\omega} \right) \sin \omega\tau + \left( \frac{0,1}{\omega} + 4,4c\tau - \frac{0,75\sqrt{2}}{\alpha_1} - \frac{1}{\omega} \right) \sin 0,5\omega\tau \right] + \\ & + j \left[ \frac{1,5\omega^2 + \alpha_1}{\alpha_1\omega} - \left( 4,4\alpha\tau + \frac{0,1}{\omega} \right) \cos \omega\tau + \right. \\ & + \left( \frac{0,1}{\omega} + 4,4c\tau - \frac{0,75\sqrt{2}\omega}{\alpha_1} - \frac{1}{\omega} \right) \cos 0,5\omega\tau + \\ & \left. + 4,4b\tau \sin \omega\tau - \left( \frac{1,5\sqrt{2}}{\alpha_1\tau} - 4,4d\tau \right) \sin 0,5\omega\tau \right], \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} S_3(j\omega) = & (k_1 \cos \omega\tau + k_2 \cos 0,5\omega\tau + k_3 \sin \omega\tau + k_4 \sin 0,5\omega\tau) + \\ & + j(k_5 + k_6 \cos \omega\tau + k_7 \cos 0,5\omega\tau + k_8 \sin \omega\tau + k_9 \sin 0,5\omega\tau), \end{aligned} \quad (2.82)$$

где введены обозначения коэффициентов:

$$k_1 = \frac{-3,1\tau}{(\omega\tau)^2}; \quad k_2 = \frac{6,66\tau}{4,93 - (\omega\tau)^2} + \frac{1,32\tau}{(\omega\tau)^2}; \quad k_3 = \frac{8,8\tau}{(\omega\tau)^3} + \frac{0,63\tau}{\omega\tau};$$

$$k_4 = \frac{0,8\tau}{(\omega\tau)} - \frac{8,8\tau}{(\omega\tau)^3} - \frac{1,06\tau(\omega\tau)}{4,93 - (\omega\tau)^2}; \quad k_5 = \frac{1,5(\omega\tau)\tau}{4,93 - (\omega\tau)^2} + \frac{\tau}{\omega\tau};$$

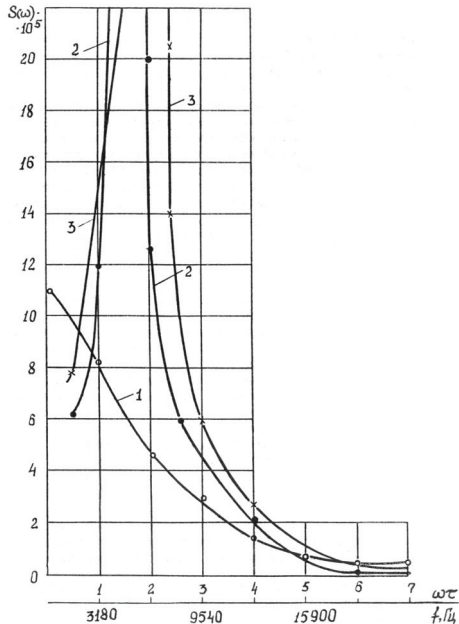
$$k_6 = k_3 = \frac{8,8\tau}{(\omega\tau)^3} - \frac{0,6\tau}{\omega\tau}; \quad k_7 = k_4 = \frac{-0,8\tau}{\omega\tau} - \frac{8,8\tau}{(\omega\tau)^3} - \frac{1,06\tau(\omega\tau)}{4,93 - (\omega\tau)^2};$$

$$k_8 = -k_1 = \frac{3,1\tau}{(\omega\tau)^2}; \quad k_9 = \frac{1,32\tau}{(\omega\tau)^2} - \frac{6,66\tau}{4,93 - (\omega\tau)^2}.$$

Амплитудно-частотный спектр равен:

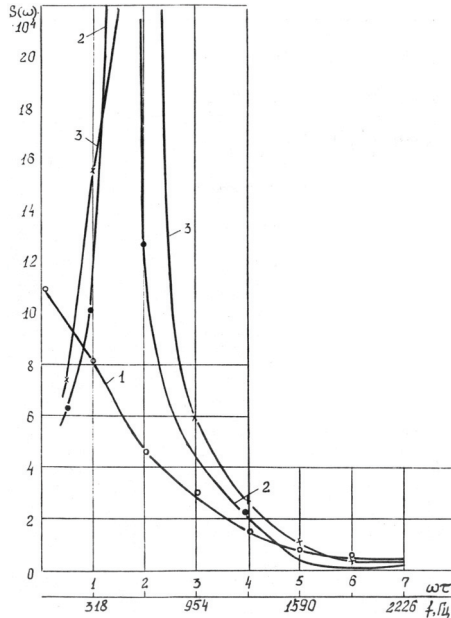
$$S_3(\omega) = |S_3(j\omega)| = \left[ (k_1 \cos \omega\tau + k_2 \cos 0,5\omega\tau + k_3 \sin \omega\tau + k_4 \sin 0,5\omega\tau)^2 + (k_5 + k_3 \cos \omega\tau + k_4 \cos 0,5\omega\tau + k_1 \sin \omega\tau + k_9 \sin 0,5\omega\tau)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.83)$$

С использованием соотношений (2.76), (2.79), (2.83) рассчитаны и построены графики зависимости спектральной плотности от безразмерного параметра  $\omega\tau$  при  $\tau_1 = 50$  мкс (рис. 2.15) и  $\tau_2 = 500$  мкс (рис. 2.16).



**Рис. 2.15.** Амплитудно-частотные спектры при различных режимах взаимодействия взрывных волн при  $\tau_1 = 50$  мкс:

1 – 3 – при взаимодействии по схемам *a*, *b* и *в*, соответственно



**Рис. 2.16. Амплитудно-частотные спектры при различных режимах взаимодействия взрывных волн при  $\tau_2 = 500$  мкс:**

1 – 3 – при взаимодействии по схемам *а*, *б* и *в*, соответственно

Из анализа кривых спектральной плотности следуют такие выводы. Схема *б* взаимодействия взрывных волн, генерируемых взрывами двух зарядов ВВ, обеспечивает наилучший режим передачи энергии горному массиву. Оптимальный режим частот находится в интервале  $\omega\tau = 1 \dots 3$ . При длительности  $\tau_1 = 50$  мкс этот диапазон составляет (3 180...9 540) Гц, при  $\tau_2 = 500$  мкс – (318...954) Гц. Увеличение продолжительности действия волнового поля смещает его амплитудно-частотный спектр в область более низких частот. Поскольку низкочастотные составляющие спектра поглощаются в меньшей мере по сравнению с высокочастотными, то эффективность такого нагружения на горный массив будет выше.

Полученный вывод относительно эффективности применения схемы *б* согласуется с результатами работы [24], в которой установлено, что уменьшение параметра  $\zeta$  в процессе динамического

нагружения массива способствует увеличению радиуса повышенной проницаемости. При этом, когда  $\zeta \rightarrow 0$  и далее (на протяжении половины времени динамического нагружения массива)  $\zeta$  находится в области отрицательных значений, вплоть до -1 (рис. 2.14, б), то область повышенной проницаемости вокруг очага взрыва увеличивается в 2,0...2,5 раза по сравнению с обычными взрывами.

В практике взрывной обработки геотехнологических скважин с целью увеличения их дебитов могут возникнуть случаи, когда возможности управления неравномерностью нагружения при суперпозиции взрывных волн от двух зарядов недостаточны для необходимого изменения свойств пород в призабойной зоне продуктивных пластов. В этих случаях могут применяться комбинации схем, представленных на рис. 2.13, реализуемых при делении заряда на три и более частей, что приводит к некоторому усложнению конструкции взрывных устройств.

## **2.7. Исследование динамических свойств пресадочных пород на основе теории спектров**

### ***2.7.1. Влияние сейсмического воздействия на фундамент, расположенный в уплотненном верхнем слое грунта***

Лессовые образования – наиболее распространенные породы на территории стран СНГ. Они занимают около 13 % площади СНГ, причем значительная часть приходится на сейсмоактивные районы. На этих породах ведется строительство зданий и сооружений. При сейсмических воздействиях в поведении лессовых пород много своеобразного: в них образуются сейсмодислокации, сейсмические сели и просадки, а изменение приращения сейсмического балла наблюдается уже при сравнительно небольшом изменении влажности. Все это позволяет заключить, что изучение сейсмических свойств лессовых пород имеет большое практическое значение. Сейсмические характеристики грунтов – скорости распространения и декременты (или коэффициенты) поглощения продольных и поперечных волн – могут применяться для различных целей: инженерно-геологических изысканий при строительстве сооружений плотин и дорог, поисков и оценок запасов стройматериалов и т. д. С помощью сейсмических методов эффективно решаются задачи инженерно-геологического

картирования, изучения физико-механических свойств пород в естественном залегании, сейсмического микрорайонирования, оперативного контроля за ходом техногенных процессов в грунтах и многие другие. Большое внимание при этом уделяется изучению таких аномальных типов пород, как просадочные лессовые.

Анализ материалов изучения лессовых пород в сейсмоактивных районах показывает, что к настоящему времени выявлены специфические особенности, влияющие на изменение их сейсмических характеристик: возраст и генезис лессовых пород, петрографические разновидности, строение лессовых пород, мощность лессовых пород и литологический состав подстилающих отложений, состав и свойства пород, геологические и инженерно-геологические явления и процессы, уровень грунтовых вод в лессовых породах, их режим и амплитуда колебания, расчлененность рельефа и крутизна склонов в лессовых породах.

Однако в настоящее время многие основные проблемы изучения лессовых пород в сейсмоактивных районах остаются нерешенными. В их числе: изучение закономерностей формирования инженерно-геологических сейсмических свойств лессовых пород и усовершенствование методов прогноза изменения их под влиянием естественных и искусственных факторов, разработка и усовершенствование методов искусственного улучшения свойств просадочных лессовых пород.

При уплотнении просадочных лессовых пород верхний их слой, как правило, имеет отличные от упругого полупространства динамические свойства. В связи с этим представляет интерес определить сейсмическое воздействие на фундамент сооружения в зависимости от свойств верхнего слоя. Задача состоит в определении смещения на поверхности верхнего слоя при сейсмическом воздействии [71].

При произвольном падении сейсмической волны на нижнюю границу слоя (рис. 2.17) характер сейсмических полей в полупространстве и в слое толщиной  $H$  определяется уравнениями:

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial z^2} = \frac{1}{\nu_1^2} \frac{\partial^2 a_1}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial^2 a_2}{\partial z^2} = \frac{1}{\nu_2^2} \frac{\partial^2 a_2}{\partial t^2}, \quad (2.84)$$

где  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  – скорости распространения продольных волн, соответственно, в полупространстве и в слое;  $a_1$ ,  $a_2$  –



соответствующие смещения.

Решение системы (2.84) ищем в виде [71, 72]:

$$a_1 = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma-\infty}^{\gamma+\infty} \left[ S_{0(s)} e^{s\beta_1 \frac{z}{v_1}} + S_{(s)} e^{-s\beta_1 \frac{z}{v_1}} \right] e^{s \left( t - \frac{\alpha_1 x}{v_1} \right)} ds, \quad (2.85)$$

$$a_2 = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma-\infty}^{\gamma+\infty} \left[ S_{1(s)} e^{s\beta_2 \frac{z}{v_1}} + S_{2(s)} e^{-s\beta_2 \frac{z}{v_1}} \right] e^{s \left( t - \frac{\alpha_2 x}{v_2} \right)} ds, \quad (2.86)$$

где  $\beta_1 = \cos \varphi$ ;  $\beta_2 = \sqrt{1 - \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2} \sin^2 \varphi$ ;  $\alpha_1 = \sin \varphi$ ;  $\alpha_2 = \frac{v_2}{v_1} \sin \varphi$ ,  $\varphi$  – угол падения сейсмического возмущения;  $S_{0(s)}$  – спектр сейсмического воздействия;  $\gamma$  – контур интегрирования.

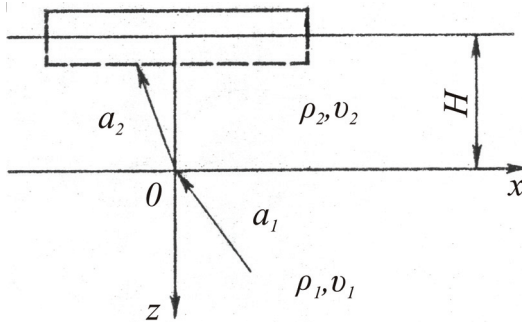


Рис. 2.17. Схема к расчету сейсмического воздействия на фундамент

Неизвестные коэффициенты, входящие в (2.85) и (2.86),  $S_{(s)}$ ,  $S_{1(s)}$ ,  $S_{2(s)}$  определяются с помощью следующих граничных условий:

$$a_1|_{z=0} = a_2|_{z=0}; \quad \sigma_1|_{z=0} = \sigma_2|_{z=0}; \quad \sigma|_{z=-H} = 0. \quad (2.87)$$

Напряжение связано со скоростью смещения соотношением [73]

$$\sigma = v^2 \rho \frac{\partial a}{\partial z}. \quad (2.88)$$

Определим смещения  $a_1, a_2$  при  $z = 0$ :

$$a_1|_{z=0} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma-\infty}^{\gamma+\infty} [S_0(s) + S_1(s)] e^{s \left( t - \frac{\alpha_1 x}{v_1} \right)} ds;$$

$$a_2|_{z=0} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma-\infty}^{\gamma+\infty} [S_1(s) + S_2(s)] e^{\beta \left( t - \frac{\alpha_2 x}{v_2} \right)} ds.$$

Нетрудно проверить, что  $\frac{\alpha_1}{v_1} = \frac{\alpha_2}{v_2}$ . Первое граничное условие

$a_1|_{z=0} = a_2|_{z=0}$  дает уравнение:

$$S_0 + S = S_1 + S_2. \quad (2.89)$$

Используя соотношение (2.88), определим напряжение, возникающее от сейсмического воздействия, в слое и в полупространстве на границе их раздела:

$$\sigma_1|_{z=0} = v_1^2 \rho_1 \frac{\partial a_1}{\partial z} = v_1^2 \rho_1 \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma-\infty}^{\gamma+\infty} \frac{s\beta_1}{v_1} \left( S_0 e^{s\beta_1 \frac{z}{v_1}} - S e^{-s\beta_1 \frac{z}{v_1}} \right) \times$$

$$\times e^{s \left( t - \frac{\alpha_1 x}{v_1} \right)} ds \Bigg|_{z=0} = v_1^2 \rho_1 \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma-\infty}^{\gamma+\infty} \frac{s\beta_1}{v_1} (S_0 - S) e^{s \left( t - \frac{\alpha_1 x}{v_1} \right)} ds;$$

$$\sigma_2|_{z=0} = v_2^2 \rho_2 \frac{\partial a_2}{\partial z} = v_2^2 \rho_2 \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma-\infty}^{\gamma+\infty} \frac{s\beta_2}{v_2} \left( S_1 e^{s\beta_2 \frac{z}{v_2}} - S_2 e^{-s\beta_2 \frac{z}{v_2}} \right) \times$$

$$\times e^{s \left( t - \frac{\alpha_1 x}{v_1} \right)} ds \Bigg|_{z=0} = v_2^2 \rho_2 \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma-\infty}^{\gamma+\infty} \frac{s\beta_2}{v_2} (S_1 - S_2) e^{s \left( t - \frac{\alpha_1 x}{v_1} \right)} ds.$$

Второе граничное условие (2.87) приводит к уравнению:

$$v_1 \rho_1 (S_0 s \beta_1 - S s \beta_1) = v_2 \rho_2 (S_1 s \beta_2 - S_2 s \beta_2), \text{ или}$$

$$m_1 \beta_1 (S_0 - S) = m_2 \beta_2 (S_1 - S_2), \quad (2.90)$$

где  $m_1 = v_1 \rho_1$ ,  $m_2 = v_2 \rho_2$ .

Используя третье граничное условие, получаем:

$$\sigma_2|_{z=-H} = v_2^2 \rho_2 \frac{1}{2\pi j} \times \\ \times \int_{\gamma-\infty}^{\gamma+\infty} \left( S_1 e^{-s\beta_2 \frac{H}{v_2}} \frac{\beta_2}{v_2} - S_2 e^{s\beta_2 \frac{H}{v_2}} \frac{s\beta_2}{v_2} \right) e^{s \left( t - \frac{\alpha_1 x}{v_1} \right)} ds = 0,$$

или после несложных преобразований

$$\beta_2 v_2 \rho_2 s \left( S_1 e^{-s\beta_2 \frac{H}{v_2}} - S_2 e^{s\beta_2 \frac{H}{v_2}} \right) = 0. \quad (2.91)$$

Обозначив  $\beta = \frac{\beta_2 H}{v_2}$ , из уравнения (2.91) следует:

$$S_1 e^{-s\beta} = S_2 e^{s\beta}, \quad (2.92)$$

откуда  $S_1 = S_2 e^{2s\beta}$ .

Таким образом, с использованием граничных условий (2.87) получим систему трех уравнений относительно неизвестных  $S$ ,  $S_1$  и  $S_2$ :

$$\begin{aligned} S_0 + S &= S_1 + S_2, \\ m_1 \beta_1 (S_0 - S) &= m_2 \beta_2 (S_1 - S_2), \\ S_1 &= S_2 e^{2s\beta}. \end{aligned} \quad (2.93)$$

Решение системы (2.93), имеет вид:

$$S = \frac{S_0 \left[ 1 + e^{\frac{2s\beta_2}{v_2}} + K \left( 1 - e^{\frac{2s\beta_2}{v_2}} \right) \right]}{2s\beta_2 H \left[ 1 - K + (1+K)e^{\frac{2s\beta_2}{v_2}} \right]}; \quad (2.94)$$

$$S_1 = \frac{\frac{2s\beta_2 H}{v_2}}{2S_0 e^{\frac{2s\beta_2 H}{v_2}}}; \quad (2.95)$$

$$1 - K + (1 + K)e^{\frac{2s\beta_2 H}{v_2}}$$

$$S_2 = \frac{2S_0}{1 - K + (1 + K)e^{\frac{2s\beta_2 H}{v_2}}}, \quad (2.96)$$

где  $K = m_2 \beta_2 / m_1 \beta_1$ .

Определим смещение  $a_2$  в слое толщиной  $H$ . Выражение (2.86) с учетом (2.95) и (2.96) представим в виде:

$$a_2 = \frac{1}{\pi j} \int_{\gamma - \infty}^{\gamma + \infty} S_{0(s)} \frac{\exp s \frac{\beta_2}{v_2} (2H + z) + \exp \left( \frac{-s\beta_2 z}{v_2} \right) e^{s \left( t - \frac{\alpha_2 x}{v_2} \right)} ds. \quad (2.97)$$

$$1 - K + (1 + K) \exp \frac{2s\beta_2 H}{v_2}$$

Выражение (2.97) определяет смещение грунта внутри верхнего слоя при сейсмическом воздействии с заданной спектральной характеристикой  $S_{0(s)}$ . В случае плоской монохроматической волны

$S_0 = \frac{1}{s - j\omega}$ , где  $\omega$  – круговая частота сейсмической волны. В этом случае:

$$a_2(s) = \frac{1}{\pi j} \int_{\gamma - \infty}^{\gamma + \infty} \frac{1}{s - j\omega} \frac{\exp \frac{s\beta_2}{v_2} (2H + z) + \exp \frac{-s\beta_2 z}{v_2}}{1 - K + (1 + K) \exp \frac{2s\beta_2 H}{v_2}} \times \quad (2.98)$$

$$\times \exp \left( s \left( t - \frac{\alpha_2 x}{v_2} \right) \right) ds.$$

Для нахождения интеграла (2.98) необходимо определить полюсы (особые точки) подынтегрального выражения. В данном случае имеем одну особую точку:  $s = j\omega$ . Интеграл (2.98) вычисляем с помощью теоремы о вычетах [16], согласно которой

$$\frac{1}{2\pi j} \int_{(\gamma)} f(s) dp = \text{Res}[f(s); b],$$

где  $\gamma$  – контур интегрирования (окружность маленького радиуса), включающий особую точку  $s = j\omega$ ;  $f_{(s)}$  – подынтегральная функция в выражении (2.98);  $\text{Res}$  – обозначение вычета функции  $f_{(s)}$  в полюсе « $b$ ».

Вычет функции  $f_{(s)}$  в точке « $b$ » равен:

$$\text{Res}[f_{(s)}; b] = \frac{f_1(b)}{f_2'(b)},$$

где  $f_1(b)$  – числитель дробно-рациональной функции  $f_{(s)}$  в точке « $b$ »;  $f_2'(b)$  – производная знаменателя выражения  $f_{(s)}$  в точке « $b$ ».

В нашем случае:

$$f_{2(s)} = s - j\omega; \quad f_2'(s=j\omega) = 1;$$

$$f_{(s)} = \frac{\exp[s\beta_2(2H+z)/v_2] + \exp(-s\beta_2z/v_2)}{1 - K + (1+K)\exp(2s\beta_2H/v_2)} \exp s \left( t - \frac{\alpha_2 x}{v_2} \right).$$

Таким образом, в общем виде смещение в слое определяется выражением:

$$\begin{aligned} a_2(j\omega) = 2 \text{Res}[f_{(s)}; b] = 2 \exp \left[ j\omega \left( t - \frac{\alpha_2 x}{v_2} \right) \right] \times \\ \times \frac{\exp \left[ \frac{j\omega\beta_2}{v_2} (2H+z) \right] + \exp \left( \frac{-j\omega\beta_2z}{v_2} \right)}{1 - K + (1+K) \exp \frac{2j\omega\beta_2H}{v_2}}. \end{aligned} \quad (2.99)$$

Действительная часть выражения (2.99) определяет искомое смещение частиц грунта в верхнем слое при сейсмическом воздействии:

$$a_2 = \text{Re } a_2(j\omega) = \frac{4 \cos \omega \frac{\beta_2 H}{v_2} \cos \omega \frac{\beta_2}{v_2} (z+H)}{1 + K^2 + (1 - K^2) \cos \frac{2\omega H \beta_2}{v_2}}. \quad (2.100)$$

Рассмотрим случай нормального падения сейсмического возмущения. В этом случае  $\varphi = 0$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ . Подставляя значения исходных параметров в выражение (2.100), получим:

$$a_2 = \frac{4 \cos \frac{\omega H}{v_2} \cos \frac{\omega(z+H)}{v_2}}{1 + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 + \left[1 - \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2\right] \cos \frac{2\omega H}{v_2}}. \quad (2.101)$$

В связи с тем, что регистрирующие приборы, применяемые для записи колебаний грунта, обычно записывают скорость смещения, целесообразно определить этот параметр. Для нахождения скорости смещения продифференцируем выражение (2.99) по  $t$ :

$$\frac{\partial a_2}{\partial t} = 2 \frac{e^{\frac{j\omega\beta_2(2H+z)}{v_2}} + e^{\frac{-j\omega\beta_2 z}{v_2}}}{2j\omega\beta_2 H} j\omega e^{j\omega\left(t - \frac{\alpha_2 x}{v_2}\right)}. \quad (2.102)$$

$$1 - K + (1+K)e^{-\frac{\omega z}{v_2}}$$

Действительная часть выражения (2.102) представляет скорость смещения частичек грунта:

$$v = \operatorname{Re} \frac{\partial a_2}{\partial t} = \frac{-\omega(1+K) \sin\left(\frac{\omega\beta_2}{v_2} z\right)}{1+K^2 + (1-K^2) \cos \frac{2\omega\beta_2 H}{v_2}} -$$

$$- \frac{\omega(1-K) \sin\left[\frac{\omega\beta_2}{v_2} (2H+z)\right]}{1+K^2 + (1-K^2) \cos \frac{2\omega\beta_2 H}{v_2}}. \quad (2.103)$$

Пример. В результате взрывания зарядов ВВ верхний слой толщиной  $H = 18$  м уплотнился до значения  $\rho_2 = 1,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>; скорость продольной волны  $v_2 = 400$  м/с. Упругое полупространство характеризуется параметрами  $\rho_1 = 1,5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $v_1 = 250$  м/с. Согласно (2.101), смещение  $a_2 = 0,62$  м.

В случае верхнего слоя с параметрами  $\rho_2 = 1,5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu_2 = 300$  м/с,  $\rho_1 = 1,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu_1 = 500$  м/с смещение  $a_2 = 2,15$  м. Скорости смещения, рассчитанные согласно выражению (2.103), для упругого полупространства и верхнего слоя составляют соответственно  $\nu_1 = 2,02$  м/с и  $\nu_2 = 1,91$  м/с.

Таким образом, увеличение акустической жесткости верхнего слоя (параметра  $m_2$ ) приводит к значительному уменьшению смещения в слое грунта, уплотненного энергией взрыва.

### 2.7.2. Амплитудно-частотные характеристики сейсмических колебаний грунтовых оснований

При сейсмических воздействиях грунтовое основание будет избирательно реагировать на спектр сейсмических колебаний. Исследуем спектры сейсмических колебаний в грунтах различного вида. Рассмотрим лессовые грунты трех видов:

- 1) грунты естественного сложения;
- 2) грунты, предварительно замоченные и уплотненные тяжелыми трамбовками;
- 3) грунты, уплотненные глубинными и траншейными взрывами зарядов ВВ.

Основные физико-механические характеристики этих грунтов приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2. Физико-механические характеристики грунтов

№ п/п	$\nu_p$ , м/с	$\nu_s$ , м/с	$E \cdot 10^{-5}$ , Па	$G \cdot 10^{-5}$ , Па	$\nu$	$\alpha$ , м <sup>-1</sup>
1	334	220	1064	484	0,11	0,33
2	375	235	1292	562	0,16	0,02
3	386	250	1375	625	0,13	0,012

Для определения амплитудно-частотного спектра в зависимости от свойств грунтового основания воспользуемся формулой (2.17).

Исходные данные:  $r_u = 5,5$  м;  $r = 20$  м;  $\tau_1 = 0,01$  с;  $\tau_2 = 0,05$  с. Подставляя исходные данные в (2.17), получим, соответственно, для каждого грунтового основания расчетные формулы, определяющие спектр сейсмических колебаний:

$$F_1(\omega) = \frac{S\sigma(\omega) \cdot 0,0024 \sqrt{111556 - 400\omega^2}}{\sqrt{1357,5 \cdot 10^4 - 515,8\omega^2 + 0,32\omega^4}}; \quad (2.104)$$

$$F_2(\omega) = \frac{S\sigma(\omega) \cdot 0,0023 \sqrt{140625 + 400\omega^2}}{\sqrt{2163,4 \cdot 10^4 - 1069,8\omega^2 + 0,38\omega^4}}; \quad (2.105)$$

$$F_3(\omega) = \frac{S\sigma(\omega) \cdot 0,0021 \sqrt{148996 + 400\omega^2}}{\sqrt{2428,5 \cdot 10^4 - 837,8\omega^2 + 0,34\omega^4}}, \quad (2.106)$$

где  $S\sigma(\omega) = \frac{\sigma_m \cdot 10^{-5}}{\omega^2} \left( \frac{1 - \cos 0,01\omega}{0,01} + \frac{1 - \cos 0,05\omega}{0,05} \right)$ .

С учетом зависимостей (2.104)–(2.106) построены амплитудно-частотные спектры колебаний грунтовых оснований различного вида (рис. 2.18).

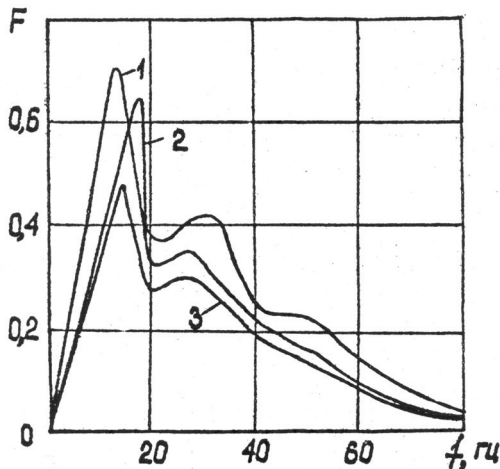


Рис. 2.18. Амплитудно-частотные спектры сейсмических колебаний в грунтах различного вида:

- 1 – естественного сложения; 2 – предварительно замоченные и уплотненные тяжелыми трамбовками; 3 – уплотненные глубинными и траншейными взрывами

Из рис. 2.18 видно, что кривые амплитудно-частотных спектров имеют два максимума: кривые 1 и 3 – первый максимум на частоте



10 Гц; кривая 2 – на частоте 15 Гц; вторые максимумы этих кривых совпадают.

Важным для практического приложения является то, что уплотнение основания с помощью глубинных и траншейных взрывов существенно снижает амплитуду спектра сейсмических колебаний, следовательно, уменьшает сейсмическое воздействие на здание, построенное на таком основании. В диапазоне частот 0–40 Гц амплитуды спектра колебаний оснований в грунтах различного вида существенно отличаются по величине. В области частот 80 Гц и выше амплитудные спектры совпадают.

Рассмотрим влияние методов уплотнения просадочных грунтов на характер изменения балльности в деформированном грунте. Согласно работе [74] приращение сейсмической интенсивности в баллах на сравниваемых участках рассчитывается по формуле:

$$\Delta I = 3,32 \lg \frac{\overline{A_i}}{A_0}, \quad (2.107)$$

где  $\overline{A_i}$  и  $A_0$  – средние значения максимальных амплитуд на изучаемом и опорном участках.

В качестве опорного участка взят уплотненный грунт. В качестве исследуемых участков выбраны грунты, уплотненные тяжелыми трамбовками и энергией взрыва заряда ВВ в водонасыщенном грунте. Результаты измерений амплитуд колебаний приведены в табл. 2.3.

**Таблица 2.3. Результаты измерений амплитуд колебаний при различных способах уплотнения**

Способ уплотнения	Амплитуда, мм											
	на грунте						на штампе					
	взрыв № 1			взрыв № 2			взрыв № 1			взрыв № 2		
	$A_p$	$A_s$	$A_z$	$A_p$	$A_s$	$A_z$	$A_p$	$A_s$	$A_z$	$A_p$	$A_s$	$A_z$
Неуплотненный	19	20	28	18	20	25	20	21	29	18	22	28
Тяжелые трамбовки	18	21	26	16	20	24	18	22	26	16	21	25
Взрыв заряда ВВ в водонасыщенном грунте	16	16	22	14	18	22	16	19	25	15	18	25

*Примечание:*  $A_p$ ,  $A_s$ ,  $A_z$  – соответственно, продольная, поперечная и вертикальная составляющие амплитуды колебаний.

С учетом (2.107) рассчитаны изменения балльности для рассматриваемых методов уплотнения (табл. 2.4).

Таблица 2.4. Расчетные изменения балльности

Способ уплотнения	Приращение $\Delta I$ , балл			
	на грунте		на штампе	
	взрыв № 1	взрыв № 2	взрыв № 1	взрыв № 2
Тяжелые трамбовки	-0,07	-0,08	-0,10	-0,23
Взрыв заряда ВВ в водонасыщенном грунте	-0,03	-0,21	-0,23	-0,53

Анализ результатов табл. 2.4 свидетельствует о том, что уплотнение просадочного лессового грунта уменьшает сейсмическое воздействие на грунт и на сооружение (штамп). В частности, сооружение, построенное на основании, уплотненном взрывом заряда ВВ в водонасыщенном грунте, испытывает сейсмическое воздействие на 0,23–0,53 балла меньше, по сравнению с сооружением, построенным на неуплотненном основании.

Таким образом, анализ амплитуд колебаний грунтовых оснований, основанный на экспериментальном исследовании изменения балльности, подтверждает выводы теоретических исследований по изменению амплитудно-частотных спектров сейсмических колебаний в лессовых грунтах различного вида.

### 2.7.3. Спектральные характеристики колебаний фундаментов на разных основаниях

При строительстве гидротехнических сооружений, промышленных и гражданских зданий на просадочных грунтах особое значение имеет качество подготовки оснований. Степень уплотнения основания, очевидно, влияет на характер колебаний фундаментов при сейсмических воздействиях. Исследуем влияние различных методов уплотнения на колебания фундаментов, расположенных на уплотненных основаниях. Согласно работам [71, 75], вертикальные колебания фундамента, лежащего на грунтовом основании, описываются дифференциальным уравнением:

$$\ddot{z} + 2n_z \dot{z} + \omega_z^2 z = A e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t, \quad (2.108)$$

где  $n_z$  – коэффициент затухания колебаний, связанный с

коэффициентом неупругого сопротивления  $\alpha_z$  и модулем затухания  $\phi_z$  соотношениями

$$n_z = \frac{\alpha_z}{2m} = \frac{\phi_z \omega_z^2}{2}; \quad (2.109)$$

где  $\omega_z = \sqrt{\frac{c_z F}{m}}$  – круговая частота собственных вертикальных колебаний, характеризующая число колебаний фундамента за  $2\pi$  с;  $F$  – площадь подошвы фундамента;  $m$  – масса фундамента;  $c_z$  – обобщенный коэффициент жесткости;  $A_z = A_{z_0} e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t$  – внешнее сейсмическое воздействие;  $\alpha$  – коэффициент затухания сейсмовоздействия;  $A = A_{z_0}/m$  ( $A_{z_0}$  и  $\omega_0$  – начальная амплитуда и круговая частота сейсмического воздействия, соответственно).

Решение уравнения (2.108) с применением метода операционного исчисления [35] при нулевых начальных условиях ( $z = \dot{z} = 0$ ), имеет вид:

$$\bar{z}(s) = \frac{A \omega_0}{(s^2 + 2n_z s + \omega_z^2) [(s + \alpha)^2 + \omega_0^2]}, \quad (2.110)$$

где  $\bar{z}(s)$  – изображение искомого решения;  $s$  – комплексный параметр.

Для нахождения амплитудно-частотного спектра колебаний фундамента в выражение (2.110) подставим значение комплексного параметра  $s = j\omega$ . После некоторых упрощений получим:

$$S_z(j\omega) = \frac{A \omega_0}{\left[ (\omega_z^2 - \omega^2) + 2n_z j\omega \right] \left[ (\alpha^2 + \omega_0^2 - \omega^2) + 2\alpha j\omega \right]}. \quad (2.111)$$

Выделив в знаменателе выражения (2.111) действительную и мнимую части, получим:

$$S_z(j\omega) = A \omega_0 / \left\{ \left[ (\omega_z^2 - \omega^2) (\alpha^2 + \omega_0^2 - \omega^2) - 4cn_z \omega^2 \right] + j \left[ 2\alpha \omega (\omega_z^2 - \omega^2) + 2n_z \omega (\alpha^2 + \omega_0^2 - \omega^2) \right] \right\}. \quad (2.112)$$

Модуль комплексной величины (2.112) определяет амплитудно-

частотный спектр колебаний фундамента, лежащего на уплотненном грунтовом основании, при сейсмическом воздействии:

$$S_z(\omega) = |S_z(j\omega)| = A\omega_0 \left\{ \left[ (\omega_z - \omega^2)(\alpha^2 + \omega_0^2 - \omega^2) - 4cn_z\omega^2 \right]^2 + \left[ 2\alpha\omega(\omega_z^2 - \omega^2) + 2n_z\omega(\alpha^2 + \omega_0^2 - \omega^2) \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (2.113)$$

После алгебраических преобразований в знаменателе выражения (2.113) получим:

$$S_z(\bar{\omega}) = \frac{A\omega_0}{\sqrt{\bar{\omega}^{-8} + a_1\bar{\omega}^{-6} + a_2\bar{\omega}^{-4} + a_3\bar{\omega}^{-2} + a_4}}, \quad (2.114)$$

где  $\bar{\omega} = \omega/\omega_0$  – безразмерная круговая частота;

$$\begin{aligned} a_1 &= 4\left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2 + 4\left(\frac{n_z}{\omega_0}\right)^2 - 2\left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^2 - 2\left[1 + \left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2\right]; \\ a_2 &= \left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^4 + 4\left[\left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2 + 1\right]\left[\left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^2 - 2 + \left(\frac{n_z}{\omega_0}\right)^2\right] + \\ &+ \left[1 + \left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 16\left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2\left(\frac{n_z}{\omega_0}\right)^2 - 8\left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2\left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^2; \\ a_3 &= 4\left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2\left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^4 + 2\left[\left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2 + 1\right]^2\left[2\left(\frac{n_z}{\omega_0}\right)^2 - \left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^2\right] - \\ &- 2\left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^2\left[1 + \left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2\right]; \quad a_4 = \left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^4\left[\left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2 + 1\right]^2. \end{aligned} \quad (2.115)$$

С учетом (2.114) спектр колебаний фундамента, лежащего на грунтовом основании, уплотненном трамбовками, имеет вид:

$$S_{z1}(\bar{\omega}) = \frac{21,861}{\sqrt{\omega^{-8} - 2,172\omega^{-6} + 1,357\omega^{-4} - 0,190\omega^{-2} + 7,615 \cdot 10^{-3}}}. \quad (2.116)$$

Коэффициенты  $a_1 - a_4$  определены по формулам (2.115) при исходных параметрах:  $\omega_z = 18,6$  1/с;  $n_z = 0,26$  1/с;  $\omega_0 = 63$  1/с;  $\alpha = 2,0$  1/с;  $A_1 = 0,347$ .

Спектр колебаний фундамента, лежащего на грунтовом основании, уплотненном взрывом заряда ВВ в водонасыщенном грунте, определяется согласно выражению

$$S_{z2}(\bar{\omega}) = \frac{18,65}{\sqrt{\omega^{-8} - 2,25\omega^{-6} + 1,517\omega^{-4} - 0,281\omega^{-2} + 0,0157}}. \quad (2.117)$$

Коэффициенты  $a_1 - a_4$  находились по формулам (2.115) при исходных параметрах:  $\omega_z = 22,3$  1/с;  $n_z = 0,373$  1/с;  $\omega_0 = 63$  1/с;  $\alpha = 2,0$  1/с;  $A_2 = 0,296$ .

Результаты расчетов спектральных характеристик колебаний фундаментов при сейсмическом воздействии сведены в таблицу 2.5.

**Таблица 2.5. Результаты расчетов амплитудно-частотных спектров колебаний фундаментов, лежащих на уплотненном основании грунта**

$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}$	0	0,5	1	2	3	4
$\frac{S_{z1}}{S_{z1}^m}$	0,61	0,43	1	$4,51 \cdot 10^{-3}$	$7,52 \cdot 10^{-4}$	$2,18 \cdot 10^{-4}$
$\frac{S_{z2}}{S_{z2}^m}$	0,03	0,43	1	$3,54 \cdot 10^{-3}$	$5,75 \cdot 10^{-4}$	$1,77 \cdot 10^{-4}$

Из анализа данных табл. 2.5 видно, что максимального значения спектральные характеристики достигают при безразмерной частоте  $\bar{\omega} = 1$ , т. е. при круговой частоте  $\omega$ , равной круговой частоте сейсмического воздействия ( $\omega = \omega_0$ ). На этой частоте фундамент будет испытывать наибольшее воздействие. Для снижения сейсмического воздействия на фундамент в строительной практике применяют специальные демпфирующие устройства.

## 2.8. Регулирование интенсивности действия сейсмо-взрывных волн с помощью искусственных преград

В условиях площадей, застроенных строениями и сооружениями различного назначения, максимальная мощность взрыва ограничивается радиусами сейсмобезопасных расстояний. Эти ограничения тормозят интенсификацию производственных процессов, снижают интенсивность труда, вносят значительные коррективы в технологию выполнения взрывных работ, что приводит к общему снижению эффективности применения энергии взрыва в различных отраслях народного хозяйства.

Известно, что интенсивность взрывных волн в процессе их распространения определяется свойствами среды, типом применяемого ВВ и расстоянием от источника возмущения. Существует целый ряд способов снижения сейсмического действия взрыва.

Одним из таких способов является создание на пути распространения взрывной волны различных искусственных преград [76]. Эти преграды могут быть выполнены как механическими, так и взрывными методами, они могут быть сплошными или прерывистыми.

Определим коэффициент экранирования  $\eta$  и установим его зависимости от параметров преграды и падающего возмущения. Принцип экранирования определяется условиями распространения волны через среду, отличающуюся своими свойствами от прилегающего массива.

Рассмотрим теоретическое решение задачи взаимодействия нестационарной волны с прослойкой толщиной  $d_{uu}$  (рис. 2.19) и скоростью распространения в ней волны  $v_2$  [72, 77]. При этом найдем законы распространения волн, возбуждаемых источником, в предположении, что волновой процесс описывается функциями  $a_1(x, z, t)$ ,  $a_2(x, z, t)$  и  $a_3(x, z, t)$ , удовлетворяющими вне источника в средах

$$z > 0; -d_{uu} < z < 0 \text{ и } z < -d_{uu}$$

соответственно уравнениям

$$\Delta a_i = b^2 \frac{\partial^2 a_i}{\partial t^2}; \quad \Delta a_2 = c^2 \frac{\partial^2 a_2}{\partial t^2} \quad (i = 1; 3),$$

где  $b$  – величина, обратно пропорциональная скоростям распространения волны в средах I и III,  $b = 1/v_1$ ,  $c$  – то же, в среде II,  $c = 1/v_2$ .

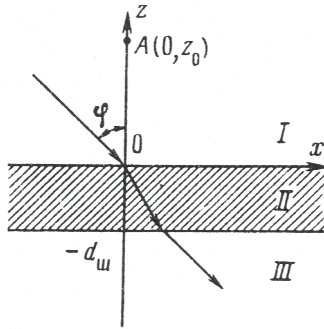


Рис. 2.19. Схема к расчету эффективности искусственных преград:  
I, III – среда; II – прослойка

Начальные условия:

$$a_i|_{t=0} = \frac{\partial a_i}{\partial t}|_{t=0} = a_2|_{t=0} = \frac{\partial a_2}{\partial t}|_{t=0} = 0. \quad (2.118)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} a_1 = a_2, \quad \frac{\partial a_1}{\partial z} = \frac{\partial a_2}{\partial z} \quad \text{при } z = 0; \\ a_2 = a_3, \quad \frac{\partial a_2}{\partial z} = \frac{\partial a_3}{\partial z} \quad \text{при } z = -d_u. \end{aligned} \quad (2.119)$$

Плоская волна падает под углом  $\varphi$ . Считаем, что возмущение, соответствующее падающей волне, представляется интегралом [14]

$$a_0(x, z, t) = \frac{1}{2\pi j} \int_l S_0(s) e^{P(t-ax+\beta z)} ds,$$

где  $S_0(s)$  – функция комплексной переменной  $s$  (спектр падающего возмущения);  $\alpha = \sin \varphi$ ;  $\beta = \cos \varphi$ .

При  $S_0(s) = \frac{1}{(s-j\omega)}$  падающее возмущение будет плоской монохроматической волной  $a_0 = e^{j\omega(t-ax+\beta z)}$ .

Если при  $S_0(s) = \frac{1}{s}$  за путь интегрирования принять прямую  $Re s = \sigma > 0$ , то падающее возмущение примет вид

$$a_0 = \begin{cases} 1 & \text{при } t > \alpha bx - \beta bz; \\ 0 & \text{при } t < \alpha bx - \beta bz. \end{cases}$$

Найдем функции  $a_1, a_2$  и  $a_3$  в виде интегралов

$$\begin{aligned} a_1 &= a_0 + \frac{1}{2\pi j} \int_l S(s) e^{s(t-\alpha bx + \beta bz)} ds; \\ a_2 &= \frac{1}{2\pi j} \int_l \left[ S_1(s) e^{s\beta cz} + S_2(s) e^{-s\beta_2 cz} \right] e^{s(t-\alpha_2 cx)} ds; \\ a_3 &= \frac{1}{2\pi j} \int_l S_3(s) e^{s(t-\alpha_3 bx + \beta_3 bz)} ds, \end{aligned} \quad (2.120)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= \sin \varphi; \quad \alpha_2 = \alpha / \gamma; \quad \alpha_3 = \alpha; \\ \beta &= \beta_3 = \sqrt{1 - \alpha^2}; \quad \beta_2 = \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{\gamma^2}}; \quad \gamma = \frac{c}{b}. \end{aligned}$$

С помощью условий (2.118) и (2.119) находим коэффициенты

$$\begin{aligned} S(s) &= \frac{1 - \gamma^2}{\Delta(s)} S_0(s) \left( 1 - e^{2sc\beta_2 d_{uu}} \right); \\ S_1(s) &= -\frac{2\beta S_0(s)}{\Delta(s)} (\gamma\beta_2 + \beta) e^{2sc\beta_2 d_{uu}}; \\ S_2(s) &= -\frac{2\beta}{\Delta(s)} (\gamma\beta_2 - \beta) S_0(s); \\ S_3(s) &= S_0(s) e^{(b\beta - c\beta_2)sd_{uu}} \left[ 1 - \frac{(\beta - \gamma\beta_2)^2}{\Delta(s)} \left( 1 - e^{2sc\beta_2 d_{uu}} \right) \right], \end{aligned}$$

где

$$\Delta(s) = (\beta - \gamma\beta_2)^2 - (\beta + \gamma\beta_2)^2 e^{2sc\beta_2 d_{uu}}. \quad (2.121)$$



В дальнейшем представляет интерес возмущение  $a_3(x, z, t)$ , преломившееся в среду III.

Рассмотрим случай  $S_0(s) = \frac{1}{(s - j\omega)}$  и выберем за контур интегрирования  $l$  малую окружность с центром в точке  $s = j\omega$ .

Последний интеграл в выражении (2.120) вычислим с помощью теоремы о вычетах [16]. Следуя этой теореме, находим вычет в точке  $s = j\omega$

$$a_3 = e^{j\omega d_{uc}(b\beta - c\beta_2)} \left[ 1 - \frac{(\beta - \gamma\beta_2)^2}{\Delta(j\omega)} (1 - e^{2j\omega d_{uc}c\beta_2}) \right] e^{j\omega(t - abx + \beta bz)}.$$

Учитывая выражение (2.121) и полагая  $\beta_2 = -j|\beta_2|$ , находим

$$a_3 = e^{-\omega d_{uc}c|\beta_2|} A e^{j\omega[t - abx + \beta b(z + d_{uc})]},$$

где

$$A = 1 - \frac{(\beta + j\gamma|\beta_2|)^2 (1 - e^{2\omega d_{uc}c|\beta_2|})}{(\beta + j\gamma|\beta_2|)^2 - (\beta - j\gamma|\beta_2|)^2 e^{2\omega d_{uc}c|\beta_2|}}.$$

Таким образом, прошедшая через экранирующую прослойку плоская волна зависит как от параметров падающего возмущения, так и от параметров преграды. Рассмотрим величину  $a_3/a_0$  и назовем ее коэффициентом экранирования. Величина этого коэффициента для рассмотренной преграды определяется формулой

$$\eta = \frac{a_3}{a_0} = A e^{j\omega(b\beta - c|\beta_2|)d_{uc}}. \quad (2.122)$$

После выделения действительной части в комплексном выражении (2.122), получим

$$\eta = \frac{4\gamma\beta\beta_2(\alpha_1 \cos \omega d_{uc}m - \alpha_2 \sin \omega d_{uc}m)}{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}, \quad (2.123)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= n_1^2 \cos 2\omega d_{uc}c\beta_2 - n_2^2; & n_1 &= \beta + \gamma\beta_2; & n_2 &= \beta - \gamma\beta_2; \\ \alpha_2 &= n_1^2 \sin 2\omega d_{uc}c\beta_2; & m &= c\beta_2 - b\beta. \end{aligned}$$

Исследуем зависимость коэффициента экранирования (2.123) от параметров  $d_{ш}$ ,  $\omega$ ,  $\gamma$  и  $\lambda_B/d_{ш}$  (отношение длины волны падающего возмущения к толщине преграды).

В качестве примера на рис. 2.20 приведена зависимость коэффициента  $\eta$  от толщины преграды  $d_{ш}$  при параметрах:  $\varphi = 0^\circ$ ,  $\gamma = 3$ ,  $v_1 = 600$  м/с.

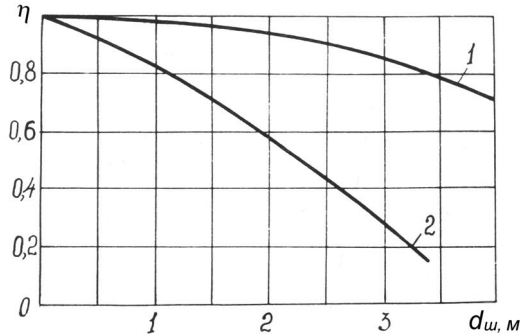


Рис. 2.20. Зависимость коэффициента экранирования от толщины преграды: 1 –  $\omega = 20$  Гц; 2 –  $\omega = 63$  Гц

На рис. 2.21 представлена зависимость  $\eta$  от частоты падающего возмущения при  $\varphi = 0^\circ$ ,  $d_{ш} = 1$  м,  $\gamma = 3$ ,  $v_1 = 600$  м/с.

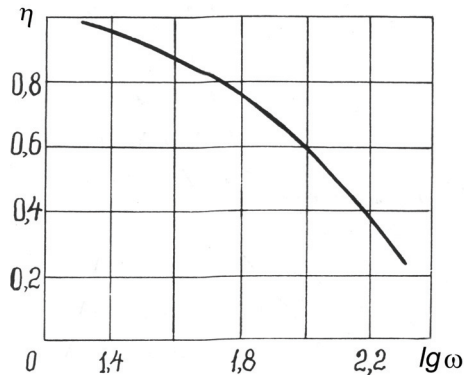


Рис. 2.21. Зависимость коэффициента экранирования от частоты падающего возмущения

Из рис. 2.21 видно, что экран является хорошим фильтром для

возмущений высокой частоты.

На рис. 2.22 построены зависимости коэффициента экранирования от параметра  $\gamma = \frac{v_1}{v_2}$  ( $v_1 > v_2$ ) при  $v_1 = 600$  м/с,  $d_{ш} = 1$  м. Анализ кривых показывает, что увеличением параметра  $\gamma$  коэффициент экранирования  $\eta$  уменьшается. Кроме того, частота падающего возмущения существенно влияет на коэффициент экранирования взрывных волн.

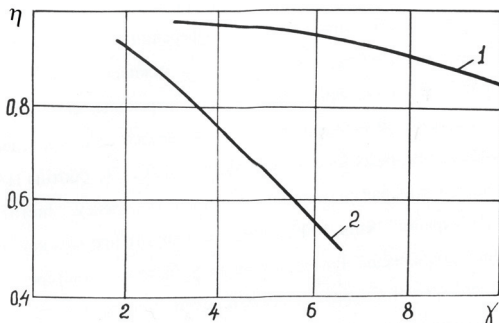


Рис. 2.22. Зависимость коэффициента экранирования от параметра  $\gamma$  :

1 –  $\omega = 20$  Гц; 2 –  $\omega = 63$  Гц

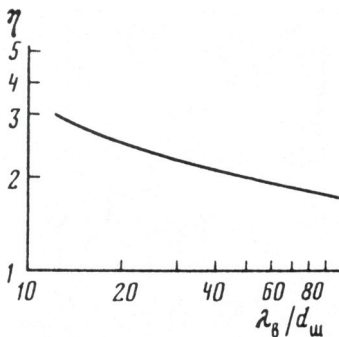


Рис. 2.23. Зависимость коэффициента экранирования от отношения длины волны к толщине преграды

На рис. 2.23 представлены зависимости коэффициента экранирования от параметра  $\lambda_{в}/d_{ш}$ , полученные на основании выше приведенного теоретического решения задачи о прохождении упругой волны через прослойку [72].

## Раздел 3

# ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ ВЕДЕНИЯ ВЗРЫВНЫХ РАБОТ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ СПЕКТРОВ

### 3.1. Определение зоны разрушения горных пород при камуфлетном взрыве\*

Во многих задачах взрывного дела образование трещин в горном массиве под действием взрыва имеет определяющее значение. Образование трещин влияет на изменение физико-механических свойств массива, в частности, фильтрационных. С улучшением фильтрационных характеристик пород в призабойной зоне нефтегазоносных пластов повышается дебит добывающих скважин. Известно, что для повышения проницаемости пластов широко применяются кислоты, поверхностно-активные вещества и растворители, различные виды тепловой обработки и др. [78, 79]. Перспективным является метод, направленный на управляемое изменение физико-механических свойств пород в околоскважинной зоне при помощи импульсного воздействия, в том числе, энергии взрыва [24].

В настоящее время существует ряд моделей, с помощью которых исследуется воздействие взрыва на твердую среду [59, 60, 80–82]. Наиболее полный учет свойств среды и характера развития разрушений даны в зонной модели [60]. Для реальных условий теоретическое описание образования трещин под действием взрывной нагрузки является достаточно сложной задачей. Это связано с тем, что горный массив неоднородный, а взрывные нагрузки представляют собой высокоинтенсивные нелинейные воздействия, приводящие к необратимым процессам внутри среды. Найти волновое поле, исходя из решения системы дифференциальных уравнений, удастся только для некоторых модельных сред [83–85]. Для реальных сред вычисление параметров распространяющихся нелинейных возмущений с последующим определением изменения физико-механических свойств среды для каждого конкретного интересующего случая, с точки зрения практического приложения, является чрезвычайно сложным.

---

\* Подраздел написан совместно с Вахненко В.А. и Мищенко А.В. [80]

Ниже предлагается метод оценки зоны образования трещин под действием интенсивных волновых нагрузок. В предложенной модели рассматривается изменение волнового спектра с учетом геометрического расхождения волны и необратимых потерь в среде. В качестве критерия разрушения горного массива при прохождении ударной волны выбран энергетический. В результате исследований не только подтверждена функциональная зависимость зоны разрушения от энергии взрыва, но также найдены аналитические соотношения, позволяющие, с одной стороны, указать определяющие характеристики ударной волны, влияющие на процесс разрушения, а, с другой, заложить теоретические основы оценки свойств волн по известной зоне разрушения.

### ***3.1.1. Модельные представления затухания волнового возмущения***

При распространении волнового возмущения в среде со сложными внутренними обменными процессами происходит затухание волны, обусловленное не только ее геометрическим расхождением, но и необратимыми потерями энергии, в том числе, на образование трещин. С физической точки зрения функциональная независимость первого и второго процессов возможна только в акустическом приближении. Однако, в общем случае, при образовании трещин величина нагрузки такова, что волны не являются линейными. Понимая эти обстоятельства и, поэтому, ограничивая рассмотрение только оценкою зоны взрывного разрушения, для математического описания волнового поля все же будем полагать, что эти два процесса функционально независимые.

Будем считать, что при отсутствии энергетических потерь в среде изменение давления на фронте ударной волны  $p_f$  от расстояния для одномерного движения определяется зависимостью:

$$p_f = A \left( \frac{Q^{1/\nu}}{r} \right)^\mu, \quad (3.1)$$

где  $Q$  – энергия взрыва; параметр  $\nu$  определяет симметрию одномерного потока:  $\nu=1$  – плоская симметрия,  $\nu=2$  – цилиндрическая,  $\nu=3$  – сферическая;  $\mu$  – постоянная величина;

$A$  – размерный коэффициент, зависящий от свойств среды и взрывчатого вещества [83].

Предположим, что после прихода в момент  $t = t_1$  ударной волны на расстояние  $r$  давление в этой точке пространства изменяется по экспоненциальному закону [83]:

$$p(r, t) = \theta(t - t_1) p_f(r) \exp\left(\frac{(t - t_1)}{\tau}\right). \quad (3.2)$$

Здесь  $\theta(t)$  – функция Хевисайда. Для удобства, где это не вызывает разночтения, полагаем  $t_1 = 0$ .

Характерное время воздействия волновой нагрузки, в случае отсутствия энергетических потерь, будет иметь следующую функциональную зависимость от расстояния  $r$  и энергии взрыва  $Q$ :

$$\tau(r, Q) = B Q^{1/\nu} \left(\frac{r}{Q^{1/\nu}}\right)^\beta, \quad (3.3)$$

где  $B$  – размерный коэффициент [83].

Поскольку перемещение среды незначительное по сравнению с рассматриваемым расстоянием, то можно утверждать, что соотношения (3.2), (3.3) справедливы для конкретного микрообъема среды, то есть при отсутствии энергетических потерь микрообъем среды испытывает давление, которое выражается зависимостью (3.2).

Значения постоянных  $\mu$  и  $\beta$  связаны между собой. Эту зависимость можно установить из условия, что поток энергии через замкнутую поверхность (для сферического случая это значение равно  $4\pi r^2$ ) не зависит от расстояния

$$r^{\nu-1} W(r) = \text{const}. \quad (3.4)$$

Для слабых ударных волн поток энергии через единицу поверхности выражается соотношением:

$$W(r) = \int_{t_1}^{\infty} \frac{p^2(r, t)}{\rho c} dt, \quad (3.5)$$

где  $\rho$  – плотность среды;  $c$  – скорость звука [17, 86]. Требуя, чтобы

величина  $r^{\nu-1}W(r)$  не зависела от расстояния, получаем связь между постоянными  $\mu$  и  $\beta$ :

$$\beta = 1 - \nu + 2\mu. \quad (3.6)$$

Здесь уместно отметить, что функциональная зависимость (3.3) известна для воды [83, 86, 87]. В то же время для геофизической среды используется эмпирическое соотношение (сферический случай):

$$\tau = Q^{1/3}a_+ + b_+r. \quad (3.7)$$

Коэффициенты  $a_+$  и  $b_+$  определяются из экспериментальных данных [24, 83, 85]. Вычисление времени действия ударной волны  $\tau$  по формулам (3.3) и (3.7) показало, что с хорошей точностью эти значения совпадают для расстояний  $r \leq 20r_s$  ( $r_s$  – радиус заряда).

Соотношения (3.2) и (3.3) записаны для ударной волны без поглощения энергии средой, то есть при условии (3.4). В общем случае при интенсивных волновых нагрузках, какими являются ударные волны, в среде происходят необратимые процессы. Эти внутренние неравновесные процессы приводят к дополнительному затуханию волнового возмущения. Экспериментальные исследования указывают, что высокочастотные возмущения затухают быстрее, чем низкочастотные. Воспользуемся одной из часто применяемых зависимостей, характеризующей изменение спектральной плотности импульсной нагрузки  $S(r, \omega)$  [3, 17, 88, 89]:

$$S(r, \omega) = S_0(\omega) \exp(-\alpha|\omega|r). \quad (3.8)$$

Физически это соотношение выражает факт, что монохроматическая волна с частотой  $\omega$  экспоненциально затухает, причем энергия поглощается средой, а не перераспределяется между различными частотами в волне. Обычно, спектральная плотность волнового возмущения определяется посредством преобразования Фурье и для нагрузки (3.2) имеет вид:

$$S_0(\omega) = F[p(t)](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \theta(t)p(t) \exp(-j\omega t) dt = \frac{pf}{\tau^{-1} - j\omega}. \quad (3.9)$$

Необходимо отметить, что в законе затухания (3.8) зависимость

от частоты должна быть четной функцией. Действительно, с физической точки зрения понятно, что волны с частотой  $\omega$  и  $-\omega$  затухают одинаково, поскольку они отличаются друг от друга только сдвигом фаз. В большинстве литературных источников этот факт не отмечается, а функция затухания (3.8) записана без модуля  $|\omega|$  [17].

Обратное преобразование Фурье  $F^{-1}[S(\omega)](t)$  к переменным  $r$ ,  $t$  определяет зависимость давления в среде  $p(r, t)$  от расстояния и времени.

В результате спектрального представления волнового возмущения, можно учесть как эволюцию этого спектра, так и изменение самого волнового возмущения от расстояния не только за счет геометрического расхождения волны (3.9), но и за счет необратимых потерь в среде (3.8).

### 3.1.2. Зона образования трещин

В качестве критерия разрушения горной породы при прохождении ударной волны выбран энергетический критерий. Считается, что образование трещин происходит, пока поглощенная средней энергия превышает некоторое предельное значение.

Для того, чтобы определить энергию, которая остается в среде после прохождения ударной волны, сначала подсчитаем полный поток энергии через единицу поверхности согласно формуле (3.5):

$$W(r) = \frac{1}{\rho c} \int_0^{\infty} p^2(r, t) dt = \frac{p_f^2}{\pi \rho c} \int_0^{\infty} \frac{\exp(-2\alpha\omega r)}{\omega^2 + \tau^{-2}} d\omega. \quad (3.10)$$

Равенство (3.10) следует из теоремы Парсеваля [14].

Значение интеграла

$$I(r, \omega) = \int_0^{\infty} \frac{\exp(-2\alpha\omega r)}{\omega^2 + \tau^{-2}} d\omega \quad (3.11)$$

может быть найдено через специальные функции. Однако, такая запись очень громоздкая и малоинформативная. Более эффективным оказывается приближение, в котором интеграл (3.11) оценивается методом перевала.

Приведем интеграл (3.11) к виду, удобному для применения



метода перевала:

$$I = \int_0^{\infty} d\omega \frac{\exp(-2\alpha\omega r)}{\omega^2 + \tau^{-2}} = \tau \operatorname{arctg} \tau\omega \exp(-2\alpha\omega r) \Big|_0^{\infty} + \\ + 2\alpha r \tau \int_0^{\infty} d\omega \operatorname{arctg}(\tau\omega) \exp(-2\alpha\omega r) = \tau \int_0^{\infty} d\omega \frac{\operatorname{arctg}(\tau\omega)}{\omega} \exp(-2\alpha\omega r + \ln(2\alpha\omega r)).$$

В точке  $\omega_1 = (2\alpha r)^{-1}$  экспонента имеет максимум. Именно в окрестности этой точки подынтегральная функция вносит основной вклад в искомый интеграл, а метод перевала дает для него оценку:

$$I \approx 2\alpha r \tau \operatorname{arctg}(\tau\omega) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp(-1 - 2\alpha^2 r^2 (\omega - \omega_1)^2) = \frac{\sqrt{2\pi}}{e} \tau \operatorname{arctg} \frac{\tau}{2\alpha r}. \quad (3.12)$$

Численные расчеты показывают, что отклонение точного значения интеграла (3.11) от приближенного (3.12) не превышает 8%.

Полный поток энергии, прошедшей через поверхность  $\sigma(\nu)r^{\nu-1}$  (здесь  $\sigma(\nu) = 2\pi(\nu-1) + (\nu-2)(\nu-3)$ ), равен

$$G(r) \equiv \sigma(\nu)r^{\nu-1}W(r) = \sigma(\nu)D \frac{Q}{\rho c} \operatorname{arctg} \frac{\tau(r, Q)}{2\alpha r}; \quad D = A^2 B e \sqrt{\frac{2}{\pi}}. \quad (3.13)$$

Используя (3.13), можно найти энергию, остающейся в слое среды  $\sigma(\nu)r^{\nu-1}dr$ , после прохождения ударной волны:

$$G(r) - G(r + dr) = -\sigma(\nu) \frac{dr^{\nu-1}W(r)}{dr} dr.$$

Согласно принятому критерию разрушения, если  $k$ -доля этой энергии превышает некоторое допустимое значение, то происходит образование трещины. Обозначив предельно допустимую энергию образования трещин на единицу объема через  $\gamma_\nu$ , получаем критерий образования трещин:

$$-k\sigma(\nu) \frac{dr^{\nu-1}W(r)}{dr} \geq \sigma(\nu)r^{\nu-1}\gamma_\nu. \quad (3.14)$$

Отметим, что в общем случае удельная энергия разрушения  $\gamma_v$  зависит от вида симметрии ударной волны, и механизм разрушения может быть разнообразным. Например, в плоском случае отсутствуют тангенциальные напряжения, которые существенны при разрушении массива под действием цилиндрических или сферических волн.

Коэффициент  $k$  имеет следующий смысл. На образование трещин пошла  $k$ -доля от поглощенной средой энергии ударной волны. Очевидно, что в зоне разрушения значение  $k$  может зависеть от расстояния. С определенной точностью можно считать, что для различных  $Q$  на границе зоны трещинообразования энергия  $\gamma_v$  одинаковая. Поэтому полагаем, что для различных  $Q$  значения  $k$  совпадают на границе зоны трещинообразования.

После подстановки (3.13) в (3.14) находим уравнение, связывающее энергию взрыва  $Q$  с размером зоны разрушения  $r_b$ :

$$\frac{Q^{2-\frac{2}{\nu}\mu} r_b^{2(1+\mu-\nu)}}{(2\alpha r_b)^2 + \tau^2 (r_b, Q)} = \frac{\gamma_v}{H}; \quad H = e \sqrt{\frac{2}{\pi}} (1-\beta) \frac{\alpha A^2 B^2}{\rho c}. \quad (3.15)$$

Прямой подстановкой легко проверить, что решение этого уравнения представимо в виде:

$$r_b = RQ^{1/\nu}, \quad (3.16)$$

причем, как следует из (3.15), размерная константа  $R$  удовлетворяет уравнению:

$$\frac{R^{2(1+\mu-\nu)}}{(2\alpha R)^2 + (BR^\beta)^2} = \frac{\gamma_v}{H}. \quad (3.17)$$

Таким образом, получены соотношения, позволяющие сделать следующие утверждения. Во-первых, с одной стороны, теоретически обосновано соотношение (3.16), ранее полученное экспериментальным путем [15, 17, 22, 87–89]. С другой стороны, совпадение теоретических и экспериментальных результатов (о чем также говорится в пункте 3.1.4) указывает на правильный выбор основных положений предложенной модели такого физического явления как трещинообразование в массиве. Во-вторых, выражение

(3.17), с одной стороны, дает возможность оценить коэффициент  $R$  по свойствам среды и взрывчатого вещества. Это новый результат. С другой стороны, привлекая (3.17), можно рассматривать обратную задачу и оценивать параметры ударной волны, а также свойства среды по известной зоне разрушения (нахождение величин  $\alpha$ ,  $\gamma_v$ ,  $A$ ,  $B$  посредством значения  $R$ ).

### 3.1.3. Энергия и область трещинообразования

Проанализируем далее уравнение (3.17). Рассмотрим, как изменяется область образования трещин при фиксированной энергии взрыва в зависимости от требуемой энергии на трещинообразование  $\gamma_v$ . Представим (3.17) в безразмерном виде:

$$\frac{l^{1-\nu-\beta}}{l^{2(1-\beta)} + 1} = \Gamma. \quad (3.18)$$

Здесь  $\Gamma = \gamma_v B^{1-\nu/(1-\beta)} \rho c / (2e^{-1} \sqrt{2/\pi}) (1-\beta) k A^2 \alpha^{\nu/(1-\beta)}$ ,  $l = (2\alpha/B)^{1/(1-\mu)} R$  – безразмерные величины. На рис. 3.1 и 3.2 приведены графики зависимости  $\Gamma(l)$  при некоторых  $\beta$  (соответственно для цилиндрического ( $\nu = 2$ ) и сферического ( $\nu = 3$ ) случаев.

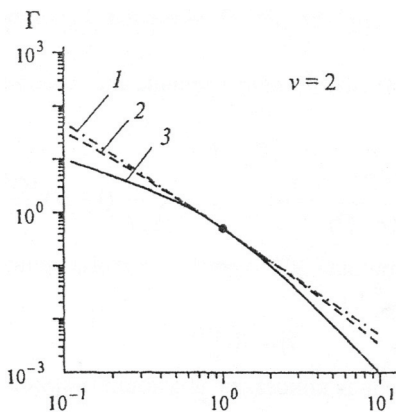


Рис. 3.1. Графики зависимости  $\Gamma(l)$  :  
1 –  $\beta = 1$ ; 2 –  $\beta = 1 \pm 0,44$ ; 3 –  $\beta = 1 \pm 1$

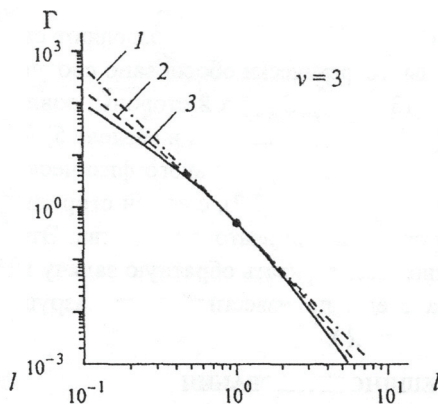


Рис. 3.2. Графики зависимости  $\Gamma(l)$  :  
1 –  $\beta = 1$ ; 2 –  $\beta = 1 \pm 0,74$ ; 3 –  $\beta = 1 \pm 1$

Представив (3.18) в другом виде  $\Gamma^{-1} = l^{\nu} (l^{1-\beta} + l^{-(1-\beta)})$ , можно заметить, что имеются асимптотики  $\Gamma^{-1} = l^{\nu-|\beta-1|}$  при  $l \ll 1$  и  $\Gamma^{-1} = l^{\nu+|\beta-1|}$  при  $l \gg 1$ . В логарифмических координатах это прямые линии, проходящие через точку  $l = 1$ ,  $\Gamma = 0,5$  (темные точки на рис. 3.1, 3.2). При  $\beta = 1$  обе асимптотики совпадают, а график функции ложится на эту прямую. При любых  $\beta \neq 1$  графики выпуклые кверху. Обратим внимание на то, что для любых двух величин  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , удовлетворяющих соотношению  $\mu_1 + \mu_2 = \nu$  (при этом  $|\beta_1 - 1| = |\beta_2 - 1|$ ), графики совпадают. В частности, это видно на рис. 3.1: кривая 3 соответствует как  $\mu = 0,5$ , так и  $\mu = 1,5$ . То же самое наблюдается на рис. 3.2: кривая 3 одновременно соответствует величинам  $\mu = 1$  и  $\mu = 2$ .

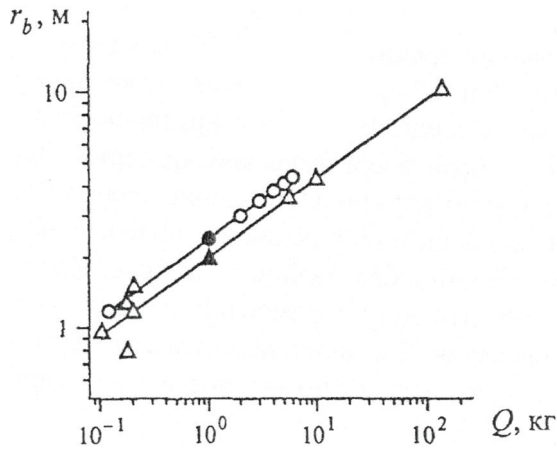
В разных областях  $\Gamma > 1$  и  $\Gamma < 1$  одинаковое относительное изменение энергии, требуемое на разрушение среды, приводит к различным изменениям величины зоны разрушения. Например, уменьшение энергии  $\Gamma$  в 2 раза для области  $\Gamma > 1$  влечет более значительное увеличение зоны разрушения, чем такое же уменьшение  $\Gamma$  в области  $\Gamma < 1$ .

Необходимо отметить, что в реальном процессе реализуются условия, которые в безразмерных величинах  $l$ ,  $\Gamma$  соответствуют величине, близкой к  $l = 1$ . Например, для взрыва в граните величины  $2\alpha r_b$  и  $\tau(r_b, Q)$  полностью совпадают (то есть  $l = 1$ ). А это значит, что физика процесса определяется одновременно как характерным временем воздействия ударной нагрузки  $\tau$  на отдельный микрообъем, так и характерным временем затухания волны с расстоянием  $2\alpha r$ . При  $l \ll 1$  процесс образования трещин определяется величиной  $\tau$ , а при  $l \gg 1$ , наоборот, важной характеристикой выступает степень затухания ударной волны с расстоянием.

### 3.1.4. Сопоставление с экспериментом

Теоретическая зависимость размера зоны трещинообразования от энергии взрыва (3.16) содержит только один неопределенный параметр  $R$ . Достаточно одного прямого эксперимента по разрушению твердой среды, в котором для

конкретного  $Q$  известен размер зоны с трещинами  $r_b$ , для того чтобы вычислить  $R$  и, следовательно, найти зависимость  $r_b = r_b(Q)$ . Сравнение результатов эксперимента [17, 67] и теоретической зависимости (3.16) приведены на рис. 3.3. Для расчета величины  $R$  задана реперная точка, значение которой для гранита и известняка представлены в табл. 3.1. В логарифмических координатах график теоретической зависимости (3.16) имеет вид прямой линии, проходящей через реперную точку. Реперные точки на рис. 3.3 затемнены.



**Рис. 3.3.** Размер зоны образования трещин как функция энергии взрыва: прямые линии – теория; точки – эксперимент: о – гранит; Δ – известняк

**Таблица 3.1.** Исходные данные для расчета величин  $R$  и  $\gamma_v/k$

Среда	Свойства				Ударная волна				Реперная точка		Расчет	
	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$c$ , м/с	$\alpha \cdot 10^5$ , м/с	$\mu$	$A' \cdot 10^{-8}$ , Па	$a_+ \cdot 10^4$ , с/м	$b_+ \cdot 10^4$ , с/м	$Q$ , кг	$r_b$ , м	$R$ , м/кг <sup>1/3</sup>	$\gamma_v/k$ , Дж/м <sup>3</sup>	
Гранит	2600	5720	2	1,13	1,09	3,6	0,18	1	2,4	2,4	0,67	
Известняк	2580	4650	6	1,13	0,30	4,1	4,69	1	2,0	2,0	0,19	

Параметры ударной волны приведены для тротила. Величина  $V$  найдена из условия совпадения величин  $\tau$ , рассчитанных по (3.3) и (3.7) на расстоянии, равном радиусу заряда. Размерная константа  $A$  в

(3.1) связана с величиной  $A'$ , приведенной в табл. 3.1, соотношением:

$$A' = A \left( Q_0^{1/3} / r_3 \right)^{\mu} \quad (\text{где } Q_0 = 1 \text{ кг, } r_3 = 0,054 \text{ м}).$$

В принципе зависимость (3.16) – не новый результат. Однако совпадение теоретической зависимости  $r_b \sim Q^{1/3}$  с экспериментальными данными указывает на то, что предположения, заложенные в модели, являются приемлемыми. Если это так, то можно говорить о функциональной зависимости  $R$  от свойств среды  $\rho, c, \alpha, \mu, A, B, \gamma_v$  (но без  $Q$ ) и взрывчатого вещества. Исходя из соотношения (3.17), можно рассматривать как прямую задачу – нахождение  $R$  по выписанным выше величинам, так и решать обратную задачу – нахождение  $\gamma_v$  (или любую другую из выписанного ряда величин) по известной величине  $R$ .

Для обратной задачи оценена плотность энергии  $\gamma_v/k$ , поглощаемая средой у границы зоны трещинообразования. Значение  $\gamma_v/k$ , полученное по (3.17), приведено в табл. 3.1.

В то же время прямая задача (вычисление  $R$  по энергии трещинообразования  $\gamma_v$ ) расширяет возможности по привлечению дополнительных теоретических и экспериментальных результатов, непосредственно не относящихся к взрыву. При этом, кроме хорошо известных величин  $\rho, c, \mu, A, B$  и  $\alpha$  [3, 88, 89] (табл. 3.1), необходимо знать  $\gamma_v$  и  $k$  (или  $\gamma_v/k$ ). При известных значениях  $\gamma_v$  и  $k$  по (3.17) можно оценить  $R$ , не прибегая к эксперименту. В настоящее время вопрос о нахождении значений  $\gamma_v$  и  $k$  из других теоретических и экспериментальных данных остается открытым.

Таким образом, построена модель образования трещин под действием ударной волны. В модели учитывается изменение волновой нагрузки, обусловленное как геометрическим расхождением волны, так и необратимыми потерями в среде. В качестве критерия разрушения твердой среды при прохождении ударной волны выбран энергетический критерий. Доказано геометрическое подобие зоны разрушения от энергии взрыва. Совпадение теоретических и экспериментальных результатов указывает на правильный выбор основных положений предложенной модели такого физического явления как трещинообразование в массиве. Найденные аналитические зависимости дают возможность оценить зону образования трещин, задаваясь свойствами среды и

взрывчатого вещества (прямая задача), а также закладывают научные основы для определения параметров ударной волны и свойств среды по известной зоне разрушения (обратная задача).

### 3.2. Определение частоты собственных колебаний разрушаемого блока горного массива

С целью наиболее полного поглощения энергии взрывного импульса и, как следствие, достижения наилучшего эффекта разрушения горного массива необходимо выбрать такой режим воздействия излучаемого импульса на разрушаемый блок, который обеспечил бы их резонансное взаимодействие. Если рассматривать скважинный заряд ВВ как излучатель импульсного давления, а разрушаемый массив как приемник этих волн давления, то возникает вопрос о возможном их резонансном взаимодействии.

Для определения основной (несущей) частоты генерируемого взрывом скважинного заряда ВВ импульсного воздействия  $f(t)$  воспользуемся соотношением (1.2) и найдем его спектральную характеристику  $S(\omega)$  (рис. 3.4).

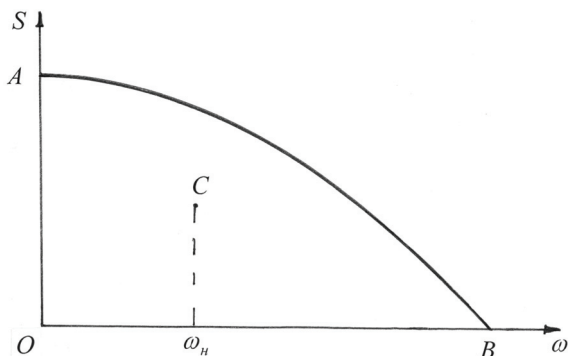


Рис. 3.4. Амплитудно-частотный спектр импульсного воздействия  $f(t)$

Несущая круговая частота  $\omega_n$  — это та частота, вблизи которой переносится основная часть энергии. Эта частота определяется как центр тяжести фигуры OAB, ограниченной осями  $S(\omega)$  и  $\omega$  (рис. 3.4) [14]. Если известно уравнение кривой AB, то нетрудно определить круговую частоту  $\omega_n$ . Эту частоту можно определить и другим

способом с помощью частотного распределения энергии, как это приведено в подразделе 1.4.

Для оценки частоты собственных колебаний разрушаемого блока горного массива, расположенного между скважинным зарядом и свободной поверхностью, представим его как сектор толстостенного цилиндра внутренним радиусом, равным радиусу заряженной скважины, и внешним, равным длине линии наименьшего сопротивления (л. н. с.).

Согласно [90] частота собственных колебаний толстостенного цилиндра определяется корнем трансцендентного уравнения:

$$\begin{aligned} & [apI_1'(ap) + k_\tau I_1(ap)][bpY_1(bp) + k_\tau Y_1(bp)] - \\ & - [bpI_1'(bp) + k_\tau I_1(bp)][apY_1'(ap) + k_\tau Y_1(ap)] = 0, \end{aligned} \quad (3.19)$$

где  $a$  и  $b$  – внутренний и внешний радиусы цилиндра;  $p$  – корень уравнения (3.19), связанный с круговой частотой воздействия соотношением  $\omega = \nu p$  ( $\nu$  – скорость распространения продольных волн);  $I_1$ ,  $Y_1$  – функции Бесселя I и II рода первого порядка;  $k_\phi = \frac{n}{1-n}$  – коэффициент бокового давления;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $I_1' = \frac{dI_1}{dr}$ ;  $Y_1' = \frac{dY_1}{dr}$ ;  $r$  – расстояние от оси скважинного заряда.

Представим функции Бесселя в асимптотическом приближении [91]:

$$\begin{aligned} I_1(r) &= \sqrt{\frac{2}{\pi r}} \cos\left(r - \frac{3\pi}{4}\right); \\ Y_1(r) &= \sqrt{\frac{2}{\pi r}} \sin\left(r - \frac{3\pi}{4}\right). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Определим производные функций Бесселя  $I_1(r)$ ,  $Y_1(r)$ , представленных выражениями (3.20):

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dr} &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(-\frac{1}{2r}\right) r^{-\frac{1}{2}} \cos\left(r - \frac{3\pi}{4}\right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} r^{-\frac{1}{2}} \sin\left(r - \frac{3\pi}{4}\right) = \\ &= -\frac{1}{2r} I_1(r) - Y_1(r). \end{aligned}$$



Аналогично находим:

$$\frac{dY_1}{dr} = Y_1'(r) = -\frac{1}{2r} Y_1(r) + I_1(r).$$

Используя эти соотношения, уравнение (3.19) представим в виде:

$$\begin{aligned} & \left\{ ap \left[ -\frac{1}{2ap} I_1(ap) - Y_1(ap) \right] + k_\tau I_1(ap) \right\} \times \\ & \times \left\{ bp \left[ -\frac{1}{2bp} Y_1(bp) + I_1(bp) \right] + k_\tau Y_1(bp) \right\} = \\ & = \left\{ bp \left[ -\frac{1}{2bp} I_1(bp) - Y_1(bp) \right] + k_\tau I_1(bp) \right\} \cdot \left\{ ap \left[ -\frac{1}{2ap} Y_1(ap) + \right. \right. \\ & \left. \left. + I_1(ap) \right] + k_\tau Y_1(ap) \right\}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

После алгебраических упрощений из выражения (3.21) получим

$$\begin{aligned} & \left[ \left( k_\tau - \frac{1}{2} \right)^2 + abp^2 \right] [I_1(ap)Y_1(bp) - I_1(bp)Y_1(ap)] + \\ & + p \left( k_\tau - \frac{1}{2} \right) (b-a) [I_1(ap)I_1(bp) + Y_1(ap)Y_1(bp)] = 0. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Имея ввиду соотношения (3.20), проведем следующие преобразования:

$$\begin{aligned} & [I_1(ap)Y_1(bp) - I_1(bp)Y_1(ap)] = \\ & = \frac{2}{\pi p \sqrt{ab}} \left[ \cos \left( ap - \frac{3\pi}{4} \right) \sin \left( bp - \frac{3\pi}{4} \right) - \cos \left( bp - \frac{3\pi}{4} \right) \sin \left( ap - \frac{3\pi}{4} \right) \right] = \\ & = \frac{2}{\pi p \sqrt{ab}} \sin p(b-a); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [I_1(ap)I_1(bp) + Y_1(ap)Y_1(bp)] = \frac{2}{\pi p} \frac{1}{\sqrt{ab}} \left[ \cos \left( ap - \frac{3\pi}{4} \right) \cos \left( bp - \frac{3\pi}{4} \right) + \right. \\ & \left. + \sin \left( ap - \frac{3\pi}{4} \right) \sin \left( bp - \frac{3\pi}{4} \right) \right] = \frac{2}{\pi p \sqrt{ab}} \cos p(b-a). \end{aligned}$$

С учетом вышеприведенных упрощений, уравнение (3.22) имеет вид:

$$\left[ \left( k_{\tau} - \frac{1}{2} \right)^2 + abp^2 \right] \sin p(b-a) = p \left( \frac{1}{2} - k_{\tau} \right) (b-a) \cos p(b-a).$$

Или в другой форме:

$$\frac{\left( k_{\tau} - \frac{1}{2} \right)^2 + abp^2}{p \left( \frac{1}{2} - k_{\tau} \right) (b-a)} = \frac{\cos p(b-a)}{\sin p(b-a)} = \operatorname{ctg} p(b-a). \quad (3.23)$$

Соотношение (3.23) преобразуем к виду

$$\frac{0,5 - k_{\tau}}{p(b-a)} + \frac{abp}{(b-a)(0,5 - k_{\tau})} = \operatorname{ctg} p(b-a). \quad (3.24)$$

Уравнение (3.24) решается графически, в результате чего находится корень  $p$ . Зная корень  $p$ , нетрудно определить частоту собственных колебаний разрушаемого блока горного массива из соотношения

$$f_c = \frac{\nu p}{2\pi}. \quad (3.25)$$

Рассмотрим несколько примеров определения частоты собственных колебаний  $f_c$  разрушаемого блока горного массива.

Пример 1. Исходные данные:

$$\nu = 0,15; \quad k_{\tau} = \frac{\nu}{1-\nu} = 0,176; \quad a = 0,3 \text{ м}; \quad b = 5 \text{ м}; \quad \nu = 3200 \text{ м/с}.$$

При этих данных находим графически корень трансцендентного уравнения (3.24)  $p_1 = 0,23$ .

Частота собственных колебаний разрушаемого блока горного массива, в соответствии с (3.25), равна:

$$f_{1c} = \frac{3200 \cdot 0,23}{6,28} = 117,2 \text{ Гц}.$$

Пример 2. Исходные данные:

$$\nu = 0,15; k_{\tau} = \frac{\nu}{1-\nu} = 0,176; a = 0,3 \text{ м}; b = 10 \text{ м}; \nu = 3\,200 \text{ м/с}.$$

При этих данных корень уравнения (3.24)  $p_2 = 0,125$ .

Частота собственных колебаний разрушаемого блока горного массива в этом случае

$$f_{2c} = \frac{3200 \cdot 0,125}{6,28} = 63,7 \text{ Гц}.$$

В зависимости от частоты собственных колебаний разрушаемого взрывом блока горного массива подбирают соответствующий режим импульсного нагружения с тем, чтобы достичь совпадения несущей частоты  $f_H$  этого нагружения с частотой собственных колебаний блока горного массива  $f_C$ .

### 3.3. Исследование коэффициента затухания волн давления в вязкоупругих системах

Известно, что вязкоупругие свойства нефти существенно влияют на параметры, характеризующие процессы фильтрации нефти в пористых средах. Экспериментальными исследованиями установлено, что в результате обработки нефти волнами давления ее структура разрушается и значительно снижается вязкость нефти [92].

С целью установления наиболее эффективных режимов импульсного воздействия на нефтеносные пласты проведено исследование закономерностей распространения волн давления в вязкоупругих системах. Рассмотрим волновые процессы для условий, когда реологическая модель фильтрации вязкоупругой жидкости (нефти) линейная, а процесс – изотермический.

Ограничимся одномерным случаем и представим систему уравнений процесса фильтрации, включающей четыре времени релаксации, в виде [92, 93]:

$$\begin{aligned} -\frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} + T \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} \right) &= u + T_1 \frac{\partial u}{\partial t}; \\ -\beta \left( \frac{\partial p}{\partial t} + T_2 \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right) &= \frac{\partial u}{\partial x} + T_3 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}, \end{aligned} \tag{3.26}$$

где  $T, T_1, T_2, T_3$  – времена релаксации реологической системы;  $\beta$  – коэффициент упругоёмкости;  $p$  – давление;  $u$  – скорость фильтрации;  $\mu$  – вязкость жидкости;  $k$  – проницаемость.

Положим, что воздействие на вязкоупругую систему имеет гармонический характер, т.е.

$$p = Ae^{j(\omega t - Kx)}; \quad u = Be^{j(\omega t - Kx)}, \quad (3.27)$$

где  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота;  $A, B$  – постоянные (амплитуда действия);  $K = \alpha - j\varphi$  – волновое число. При этом  $\varphi$  представляет собой коэффициент затухания (или усиления),  $\alpha$  – определяет сдвиг по фазе.

Определим производные функций  $p$  и  $u$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= Ae^{j(\omega t - Kx)}(-jK); & \frac{\partial p}{\partial t} &= Ae^{j(\omega t - Kx)}(j\omega); \\ \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} &= Ae^{j(\omega t - Kx)}(-\omega^2); & \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} &= Ae^{j(\omega t - Kx)}(\omega K); \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= Be^{j(\omega t - Kx)}(i\omega); & \frac{\partial u}{\partial x} &= Be^{j(\omega t - Kx)}(-jK); \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} &= Be^{j(\omega t - Kx)}(\omega K). \end{aligned}$$

Соответствующие значения производных подставим в систему уравнений (3.26) и после упрощений получим алгебраическую систему уравнений

$$\begin{aligned} A\left(\frac{k}{\mu}jK - \frac{k}{\mu}T\omega K\right) - B(1 + j\omega T_1) &= 0; \\ A(\beta T_2 \omega^2 - j\omega \beta) + B(jK - T_3 \omega K) &= 0. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Из системы (3.28) получаем дисперсионное соотношение

$$j\omega^3 T_1 T_2 + (T_1 + T_2)\omega^2 - j\omega + K^2 \mathfrak{a} [T_3 \omega^2 - j\omega(T + T_3) - 1] = 0, \quad (3.29)$$

где  $\mathfrak{a} = \frac{k}{\mu\beta}$  – коэффициент пьезопроводности,  $\text{м}^2/\text{с}$ .

Подставляя волновое число  $K$  в уравнение (3.29), получаем уравнение

$$j\omega^3 T_1 T_2 + (T_1 + T_2)\omega^2 - j\omega - \alpha(\alpha - \varphi^2)(1 - TT_3\omega^2) - j\omega\alpha(\alpha - \varphi^2)(T + T_3) + 2\alpha\varphi\alpha(1 - TT_3\omega^2)j - 2\alpha\varphi\alpha\omega(T + T_3) = 0,$$

из которого определяем систему уравнений относительно неизвестных  $\alpha$  и  $\varphi$

$$\begin{aligned} (T_1 + T_2)\omega^2 - \alpha(\alpha - \varphi^2)(1 - TT_3\omega^2) - 2\alpha\varphi\alpha\omega(T + T_3) &= 0; \\ \omega^3 T_1 T_2 - \omega - \alpha\alpha(\alpha - \varphi^2)(T + T_3) + 2\alpha\varphi\alpha(1 - TT_3\omega^2) &= 0. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Систему (3.30) после некоторых алгебраических операций можно представить в виде:

$$\begin{aligned} +(\alpha - \varphi^2) + \frac{2\alpha\varphi\omega(T + T_3)}{1 - T \cdot T_3\omega^2} - \frac{(T_1 + T_2)\omega^2}{\alpha(1 - TT_3\omega^2)} &= 0; \\ -(\alpha - \varphi^2) + \frac{2\alpha\varphi(1 - TT_3\omega^2)}{\omega(T + T_3)} + \frac{\omega^2 T_1 + T_2}{\alpha(T + T_3)} - \frac{1}{\alpha(T + T_3)} &= 0. \end{aligned} \quad (3.31)$$

После сложения первого и второго уравнений системы (3.31) получаем соотношение

$$\begin{aligned} 2\alpha\varphi \left[ \frac{\omega(T + T_3)}{1 - TT_3\omega^2} + \frac{1 - TT_3\omega^2}{\omega(T + T_3)} \right] &= \frac{(T_1 + T_2)\omega^2}{\alpha(1 - TT_3\omega^2)} + \\ + \frac{1}{\alpha(T + T_3)} - \frac{\omega^2 T_1 T_2}{\alpha(T + T_3)}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Из соотношения (3.32) находим выражение для коэффициента  $\varphi$  :

$$\varphi = \frac{\omega}{2\alpha\alpha} \frac{1 + \omega^4 TT_1 T_2 T_3 + \omega^2 (T_1 + T_2)(T + T_3) - \omega^2 (TT_3 + T_1 T_2)}{1 + \omega^2 (T^2 + T_3^2) + \omega^4 T^2 T_3^2}. \quad (3.33)$$

Из выражения (3.33) видно, что при  $\omega_1 = 0$  коэффициент  $\varphi = 0$ . Коэффициент  $\varphi$  будет равняться нулю также при значениях  $\omega = \omega_2$  и  $\omega = \omega_3$ , являющихся корнями биквадратного уравнения:

$$\omega^4 TT_1 T_2 T_3 + \omega^2 [(T_1 + T_2)(T + T_3) - (TT_3 + T_1 T_2)] + 1 = 0. \quad (3.34)$$

Решения уравнения (3.34) имеют вид:

$$\omega_{2,3}^2 = \frac{(T_1 + T_2)(T + T_3) - (TT_3 + T_1T_2)}{2TT_1T_2T_3} \pm \sqrt{\frac{[(T_1 + T_2)(T + T_3) - (TT_3 + T_1T_2)]^2}{4(TT_1T_2T_3)^2} - \frac{1}{TT_1T_2T_3}}. \quad (3.35)$$

Из соотношения (3.33) определяем параметр  $\alpha$  и, подставив его значение в первое уравнение системы (3.31), получаем:

$$\frac{\omega^2 A^2}{\alpha B^2} \cdot \frac{1}{\varphi^2} - \varphi^2 + \frac{a\omega^2}{\alpha b} \frac{A}{B} - \frac{c\omega^2}{\alpha b} = 0. \quad (3.36)$$

Умножив уравнение (3.36) на  $-\varphi^2$ , получаем:

$$\varphi^4 - \varphi^2 \frac{\omega^2(Aa - cB)}{\alpha bB} - \frac{\omega^2 A^2}{\alpha B^2} = 0, \quad (3.37)$$

где  $a = T + T_3$ ;  $b = 1 - TT_3\omega^2$ ;  $c = T_1 + T_2$ ;

$$A = 1 + \omega^4 TT_1 T_2 T_3 + \omega^2 (T_1 + T_2)(T + T_3) - \omega^2 (TT_3 + T_1 T_2);$$

$$B = 1 + \omega^2 (T^2 + T_3^2) + \omega^4 T^2 T_3^2.$$

Решив биквадратное уравнение (3.37) относительно параметра  $\varphi^2$ , находим аналитическое выражение для коэффициента затухания вязкоупругой системы, описываемой уравнениями (3.26):

$$\varphi = \sqrt{\frac{\omega^2(Aa - cB) + \omega \sqrt{\omega^2(Aa - cB) + A^2 b^2}}{2\alpha bB}}. \quad (3.38)$$

Формула (3.38) в общем виде определяет коэффициент затухания реологической модели вязкоупругой системы с четырьмя параметрами релаксации  $T$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ .

В связи с ее громоздкостью и сложностью исследования рассмотрим некоторые частные случаи вязкоупругих систем.

1 случай:  $T = T_1 = T_2 = T_3 = 0$  (релаксационные свойства системы отсутствуют). Процесс фильтрации вязкоупругой жидкости в этом случае описывается системой уравнений в виде:

$$\begin{aligned} -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} &= u; \\ -\beta \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{\partial u}{\partial x}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Тогда, согласно (3.38), коэффициент затухания определяется по формуле

$$\varphi = \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}},$$

что совпадает со значением, приведенным в работе [92]. Коэффициент  $\varphi$  монотонно увеличивается с увеличением частоты  $\omega$ .

2 случай:  $T_1 = T_2 = T_3 = 0$ ;  $T \neq 0$ .

Процесс фильтрации вязкоупругой жидкости описывается системой уравнений в виде:

$$\begin{aligned} -\frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} + T \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} \right) &= u; \\ -\beta \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{\partial u}{\partial x}. \end{aligned}$$

В этом случае из формулы (3.38) получаем [94]:

$$\varphi = \sqrt{\frac{\omega^2 T + \omega \sqrt{1 + \omega^2 T^2}}{2\alpha(1 + T^2 \omega^2)}}. \quad (3.40)$$

Из выражения (3.40) при  $T = 0$  следует

$$\varphi = \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}},$$

что совпадает с результатом работы [92].

На рис. 3.5 приведены зависимости коэффициента затухания для различных значений параметра релаксации  $T$ .

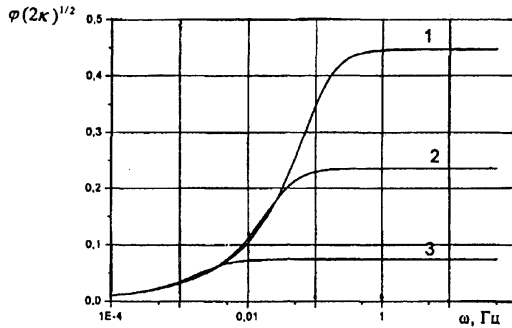


Рис. 3.5. Зависимость  $\varphi$  от частоты  $\omega$  и параметра релаксации  $T$  :  
 1–3 –  $T = 10, 36, 360$  с, соответственно

Из рис. 3.5 видно, что коэффициент затухания при частотах  $\omega \geq 2$  Гц практически не зависит от частоты. Подобная зависимость от частоты была получена для коэффициента поглощения продольных волн при исследовании влияния вязкой релаксации в трещинах на механизм диссипации продольных волн в геофизической среде [95].

Для определения параметра релаксации  $T$  воспользуемся системой алгебраических уравнений, полученной для рассматриваемой модели [92]

$$\begin{aligned}
 q \left( T_0 + T \ln \frac{R_K}{r_c} \right) &= m_0; & q \left( \frac{5}{8} T_0^2 + 2T T_0 + T^2 \ln \frac{R_K}{r_c} \right) &= m_1; \\
 q \left( \frac{23}{27} T_0^3 + \frac{3}{4} T_0^2 T + 6T_0 T^2 + 2T^3 + T^3 \ln \frac{R_K}{r_c} \right) &= m_2,
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

где  $\Delta p_0 = q \ln \frac{R_K}{r_c}$ ,  $q = \frac{Q_0 \mu}{2\pi k h}$ ;  $\Delta p_0$  и  $Q_0$  – соответственно, депрессия на пласт и дебит скважины до остановки;  $T_0$  – время гидродинамического процесса;  $m_0, m_1, m_2$ , – детерминированные моменты, определяемые по формуле

$$m_n = \int_0^{\infty} \Delta p(t) t^n dt, \tag{3.42}$$

где  $n = 0, 1, 2$ ;  $\Delta p(t)$  – экспериментальная кривая восстановления



давления (КВД).

При условии, что параметры  $m_0, m_1, m_2$  известны, решение системы (3.41) представим в виде

$$q = \frac{m_1 - m_0 T}{T_0(T + 0,625 T_0)}; \quad T_0 = \frac{8}{5} \left( \frac{m_1 - m_0 T}{m_0 - \Delta p_0 T} - T \right);$$

$$T = \frac{m_1}{m_0} \frac{d - 1 + \sqrt{1 - 0,5 d}}{1 + 2\sqrt{1 - 0,5 d}},$$
(3.43)

где  $d = \frac{m_0 m_2}{m_1^2}$  – безразмерный параметр.

Для нахождения детерминированных моментов  $m_0, m_1, m_2$  необходимо получить экспериментальную кривую восстановления давления. Процедура получения этой кривой описана в работе [96].

В качестве примера воспользуемся результатами работы [96], где кривая КВД представлена в виде

$$\Delta p(t) = 2,9 + 0,311 \ln t, \text{ МПа} .$$
(3.44)

По кривой восстановления давления (3.44) определены детерминированные моменты  $m_0, m_1, m_2$

$$m_0 = 9905,76 \text{ МПа} \cdot \text{с} = 2,75 \text{ МПа} \cdot \text{час},$$

$$m_1 = 10216761 \text{ МПа} \cdot \text{с}^2 = 0,788 \text{ МПа} \cdot \text{час}^2,$$

$$m_2 = 13,715 \cdot 10^9 \text{ МПа} \cdot \text{с}^3 = 0,294 \text{ МПа} \cdot \text{час}^3.$$

Параметр  $d$  в этом случае равен

$$d = \frac{m_0 m_2}{m_1^2} = \frac{2,75 \cdot 0,294}{(0,788)^2} = \frac{0,809}{0,621} = 1,30 .$$

Для рассмотренного выше примера, согласно (3.43), параметр релаксации  $T$  равен

$$T = \frac{0,788}{2,75} \cdot \frac{1,3 - 1 + \sqrt{1 - 0,5 \cdot 1,3}}{1 + 2\sqrt{1 - 0,5 \cdot 1,3}} = 0,286 \frac{0,3 + \sqrt{0,35}}{1 + 2\sqrt{0,35}} =$$

$$= \frac{0,255}{2,18} = 0,117 \text{ час} = 420 \text{ с}.$$

3 случай:  $T = T_2 = T_3 = 0$ ;  $T_1 \neq 0$ .

При этом процесс фильтрации вязкоупругой жидкости описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} &= u + T_1 \frac{\partial u}{\partial t}; \\ -\beta \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{\partial u}{\partial x}. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Из выражения (3.38) получаем:

$$\varphi = \sqrt{\frac{\omega \sqrt{1 + T_1^2 \omega^2} - T_1 \omega^2}{2 \alpha}}. \quad (3.46)$$

Если релаксионные свойства в системе (3.45) отсутствуют, т.е.  $T_1 = 0$ , то коэффициент затухания становится равным  $\varphi = \sqrt{\frac{\omega}{2 \alpha}}$  и монотонно возрастает с увеличением круговой частоты, что согласуется с данными работы [92].

С использованием формулы (3.46) на рис. 3.6 представлены зависимости коэффициента затухания  $\varphi$  от частоты  $\omega$  при различных значениях параметра релаксации  $T_1$ .

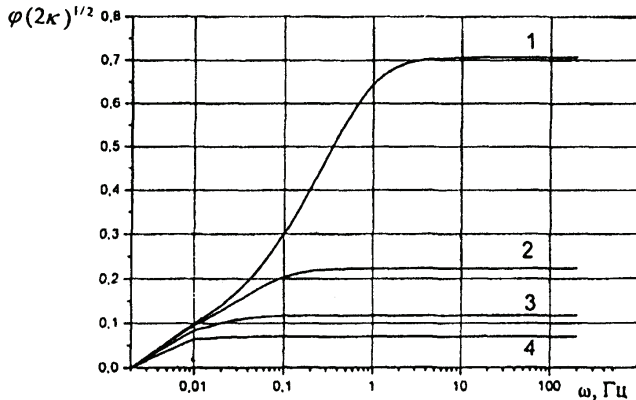


Рис. 3.6. Зависимость  $\varphi$  от частоты  $\omega$  и параметра релаксации  $T_1$ :  
1–4 –  $T_1 = 1, 10, 36, 100$  с, соответственно

Анализ рис. 3.6 показывает, что параметр релаксации  $T_1$  существенно влияет на коэффициент затухания волн давления в вязкоупругой системе и с увеличением параметра  $T_1$  величина коэффициента затухания снижается. Этот вывод подтверждается и аналитическим решением системы (3.45).

Система (3.45) сводится к дифференциальному уравнению второго порядка относительно неизвестной функции давления  $p(x,t)$

$$\varepsilon \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = T_1 \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.47)$$

Решение уравнения (3.47) с использованием метода Фурье (метода разделения переменных) [97] представим в виде

$$p(x,t) = \left( C_1 e^{\frac{-0,067t}{T_1}} + C_2 e^{\frac{-0,933t}{T_1}} \right) \left[ C_3 \cos x \sqrt{\frac{1}{16T_1\varepsilon}} + C_4 \sin x \sqrt{\frac{1}{16T_1\varepsilon}} \right], \quad (3.48)$$

где  $C_1, C_2, C_3, C_4$  – постоянные, определяемые из начальных и граничных условий конкретной физической задачи.

Из анализа решения (3.48) следует, что при  $T_1 = 36$  с амплитуда волны давления с течением времени от 0 до 400 с уменьшается на 59%, при параметре релаксации  $T_1 = 100$  с уменьшение амплитуды волны давления в этом же временном промежутке незначительное и составляет всего лишь 3% от первоначальной.

Для определения параметра  $T_1$  воспользуемся системой алгебраических уравнений [92]

$$qT_0 = m_0; \quad q \left( \frac{5}{8} T_0^2 - T_1 T_0 \right) = m_1; \quad q \left( \frac{23}{27} T_0^3 - \frac{5}{4} T_0^2 T_1 \right) = m_2. \quad (3.49)$$

При условии, что параметры  $m_0, m_1, m_2$  известны, решение системы (3.49) имеет вид

$$q = \frac{m_1}{\frac{5}{8} T_0^2 - T_1 T_0}; \quad (3.50)$$

$$T_0 = \frac{\sqrt{78,32m_1^2 + 14,16m_2m_0}}{m_0} - 8,85 \frac{m_1}{m_0}; \quad (3.51)$$

$$T_1 = \frac{5}{8} T_0 - \frac{m_1}{m_0}. \quad (3.52)$$

С помощью безразмерного параметра  $d$  выражения (3.51) и (3.52) представим в виде

$$T_0 = \frac{m_1}{m_0} \left( \sqrt{78,32 + 14,16d} - 8,85 \right), \quad (3.53)$$

$$T_1 = 5,53 \frac{m_1}{m_0} \left( \sqrt{1 + 0,18d} - 1,18 \right). \quad (3.54)$$

Из (3.54) следует: при  $T_1=0$  параметр  $d=2,18$ , что соответствует модели фильтрации однородной вязкой жидкости [92].

Равенство (3.54) имеет смысл, если выполняется условие  $d > 2,18$ .

Выше были рассмотрены простейшие модели вязкоупругих систем с одним параметром релаксации.

4 случай:  $T = T_3 = 0$ ;  $T_1 \neq 0$ ,  $T_2 \neq 0$ .

Вязкоупругая система с двумя параметрами релаксации  $T_1$  и  $T_2$ , описывается уравнениями [92]

$$\begin{aligned} -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} &= u + T_1 \frac{\partial u}{\partial t}; \\ -\beta \left( \frac{\partial p}{\partial t} + T_2 \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right) &= \frac{\partial u}{\partial x}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Для этого случая с использованием зависимости (3.38) получена формула для коэффициента затухания в виде

$$\varphi = \left[ \frac{\omega \left[ 1 + \omega^2 (T_1^2 + T_2^2 + \omega^2 T_1^2 T_2^2) \right]^{1/2} - \omega^2 (T_1 + T_2)}{2\alpha} \right]^{1/2}. \quad (3.56)$$

Коэффициент затухания равен нулю при частотах  $\omega_1=0$  и  $\omega_2=1/\sqrt{T_1 T_2}$ . Из условия равенства нулю первой производной числителя соотношения (3.56) находим круговую частоту  $\omega_m=1/\sqrt{3T_1 T_2}$ , при которой коэффициент затухания достигает максимального значения. На частотах  $\omega > \omega_2$  значение коэффициента

$\varphi$  становится отрицательным, что соответствует неустойчивому режиму колебаний. Поскольку коэффициент затухания максимальный при  $\omega = \omega_m$ , то наибольшее рассеивание энергии, а, следовательно, наиболее интенсивное разрушение структуры вязкоупругой системы возникает при действии с частотой  $\omega_m = 1/\sqrt{3T_1T_2}$ . Это означает, что существуют оптимальные условия обработки вязкоупругих систем и частоты волнового воздействия.

С использованием выражения (3.56) рассчитаны некоторые варианты вязкоупругих систем. Результаты расчетов приведены в табл. 3.2 и на рис 3.7 и 3.8.

Таблица 3.2. Значения частот  $f_m$  для вязкоупругих систем с двумя параметрами релаксации  $T_1, T_2$

Параметры релаксации вязкоупругой системы	Частота $f_m$ , Гц
$T_1 = 1$ с; $T_2 = 5$ с;	$4,1 \cdot 10^{-2}$
$T_1 = 0,01$ с; $T_2 = 0,5$ с;	1,3
$T_1 = 0,01$ с; $T_2 = 0,05$ с;	4,1
$T_1 = 0,05$ с; $T_2 = 0,05$ с;	1,8
$T_1 = 0,001$ с; $T_2 = 0,05$ с;	13,0
$T_1 = 0,01$ с; $T_2 = 0,005$ с;	13,0
$T_1 = 1 \cdot 10^{-4}$ с; $T_2 = 0,05$ с;	41,0

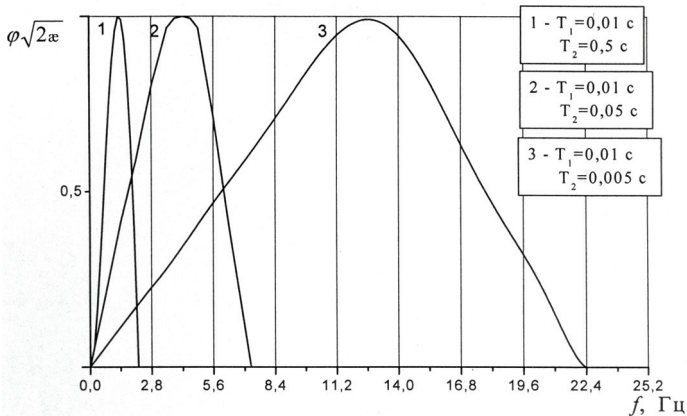


Рис. 3.7. Зависимость  $\varphi$  от частоты  $f$  и параметров релаксации  $T_1$  и  $T_2$

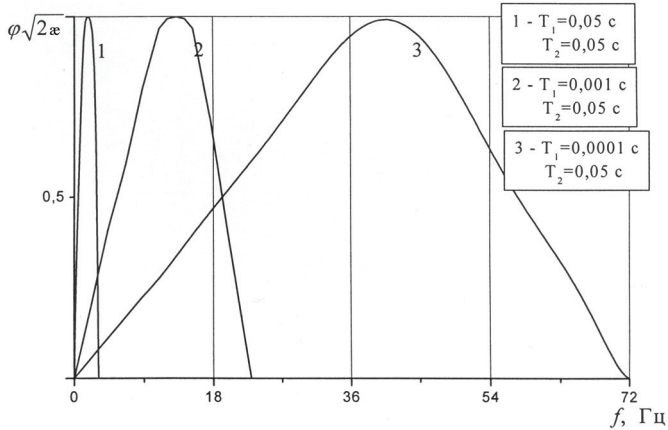


Рис. 3.8. Зависимость  $\varphi$  от частоты  $f$  и параметров релаксации  $T_1$  и  $T_2$

Из рис. 3.7 и 3.8 следует, что коэффициент затухания  $\varphi$  достигает максимального значения при определенной частоте  $f_m$ . Кроме того, уменьшение параметра  $T_1$  (при фиксированном  $T_2$ ) и уменьшение параметра  $T_2$  (при фиксированном  $T_1$ ) сопровождается увеличением частоты  $f_m$ .

5 случай. Далее рассмотрим фильтрационную модель с тремя временами релаксации  $T$ ,  $T_1$  и  $T_2$  реологической системы в виде [92]

$$\begin{aligned}
 -\frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} + T \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} \right) &= u + T_1 \frac{\partial u}{\partial t}; \\
 -\beta \left( \frac{\partial p}{\partial t} + T_2 \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right) &= \frac{\partial u}{\partial x}.
 \end{aligned}
 \tag{3.57}$$

Выражение для определения коэффициента затухания в этом случае находим из (3.33)

$$\varphi = \frac{\omega \left[ 1 - \omega^2 (T_1 T_2 - T T_1 - T T_2) \right]}{2 \alpha \varepsilon (1 + \omega^2 T^2)}.
 \tag{3.58}$$

Из выражения (3.58) видно, что коэффициент затухания  $\varphi$  равен

нолю при значениях  $\omega_1 = 0$  и

$$\omega_2 = 1/[(T_1 T_2 - T T_1 - T T_2)]^{1/2}. \quad (3.59)$$

Функция  $\varphi$ , описываемая зависимостью (3.58), имеет максимальное значение в точке

$$\omega_m = [1/3(T_1 T_2 - T T_1 - T T_2)]^{1/2}. \quad (3.60)$$

Значение  $\omega_m$  определяется из условия равенства нулю первой производной числителя выражения (3.58) по  $\omega$ .

Согласно выражению (3.58) в табл. 3.3 приведены результаты расчетов частоты  $f_m = \omega_m/(2\pi)$ , при которой коэффициент затухания  $\varphi$  достигает максимального значения.

**Таблица 3.3. Значения частот  $f_m$  для вязкоупругих систем с тремя параметрами релаксации  $T, T_1, T_2$**

Параметры релаксации вязкоупругой системы	Частота $f_m$ , Гц
$T_1 = 1$ с; $T_2 = 5$ с; $T = 0,1$ с	$3,8 \cdot 10^{-2}$
$T_1 = 0,1$ с; $T_2 = 0,5$ с; $T = 0,001$ с	0,4
$T_1 = 0,01$ с; $T_2 = 0,5$ с; $T = 0,001$ с	1,37
$T_1 = 0,01$ с; $T_2 = 0,05$ с; $T = 0,001$ с	4,4
$T_1 = T_2 = 0,05$ с; $T = 0,001$ с	1,87
$T_1 = 0,001$ с; $T_2 = 0,05$ с; $T = 0,0001$ с	13,7
$T_1 = 0,01$ с; $T_2 = 0,005$ с; $T = 0,001$ с	15,54
$T_1 = 1 \cdot 10^{-4}$ с; $T_2 = 0,05$ с; $T = 0,00008$ с	92,3

Отметим, что в соответствии с выражением (3.58), необходимо соблюдать условие  $T_1 T_2 > T (T_1 + T_2)$ , или условие  $T_1 T_2 / (T_1 + T_2) > T$ .

Таким образом, коэффициент затухания вязкоупругой системы достигает максимального значения при импульсном воздействии с определенной частотой, зависящей от параметров вязкоупругой системы. При этом происходит наибольшее рассеивание энергии импульсного воздействия, сопровождающееся наиболее интенсивным разрушением структуры вязкоупругой системы (и снижением вязкости нефти), что способствует улучшению притока нефти к забою скважины и увеличению ее дебита.

### 3.4. Влияние частоты воздействия на изменение коэффициента вязкости жидкости

Анализ экспериментальных данных по распространению волн напряжений в скальных породах, грунтах, во льду и в жидкостях свидетельствует о зависимости коэффициента вязкости  $\mu$  от частоты колебаний [85, 98–103]. В этих работах показано, что с уменьшением частоты воздействия величина  $\mu$  возрастает. Изменение  $\mu$  достигает нескольких порядков.

В подразделе 3.3 получены зависимости коэффициента затухания  $\varphi$  гармонических волн от круговой частоты  $\omega$  в вязкоупругих системах с одним и несколькими параметрами релаксации. Для системы с одним параметром релаксации  $T$  получено соотношение (3.40).

Учитывая, что  $\varkappa = \frac{k}{\mu\beta}$  из (3.40) получим зависимость коэффициента вязкости  $\mu$  от круговой частоты:

$$\mu = \frac{2k\varphi^2(1 + \omega^2 T^2)}{\beta(\omega^2 T + \omega\sqrt{1 + \omega^2 T^2})}. \quad (3.61)$$

Формула (3.61) получена на основании теоретических исследований процесса фильтрации жидкости в вязкоупругих системах. Она описывает характер изменения коэффициента вязкости  $\mu$  от круговой частоты при заданных параметрах системы  $k, \beta, \varphi$  и  $T$ .

С использованием формулы (3.61) рассчитаны различные варианты изменения вязкости жидкости  $\mu$  при  $k = 8,5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ ;  $\varphi = 2 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{м}}$ ;  $\beta = 1,2 \cdot 10^{-9} \frac{1}{\text{Па}}$ . Результаты расчетов приведены в табл. 3.4.

Для системы с двумя параметрами релаксации  $T_1$  и  $T_2$  с использованием зависимости (3.56) формула для определения коэффициента вязкости имеет вид:

$$\mu = \frac{2k\varphi^2}{\beta} \cdot \frac{1}{\omega \left[ 1 + \omega^2 (T_1^2 + T_2^2 + \omega^2 T_1^2 T_2^2) \right]^{1/2} - \omega^2 (T_1 + T_2)}. \quad (3.62)$$



С использованием зависимости (3.62) при исходных параметрах  $k = 8,5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ ;  $\varphi = 2 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{м}}$ ;  $\beta = 1,2 \cdot 10^{-9} \frac{1}{\text{Па}}$  для разных вариантов параметров релаксации  $T_1$  и  $T_2$  в табл. 3.5 приведены значения параметра  $\mu$  для широкого диапазона частот  $\omega$ .

**Таблица 3.4. Результаты расчетов коэффициента вязкости  $\mu$  для вязкоупругой системы с одним параметром релаксации  $T$**

Круговая частота $\omega$ , Гц	Коэффициент вязкости $\mu$ , Па·с при разных значениях параметра релаксации $T$		
	$T = 1 \text{ с}$	$T = 10 \text{ с}$	$T = 100 \text{ с}$
0,1	$5,17 \cdot 10^{-5}$	$4,70 \cdot 10^{-5}$	$2,85 \cdot 10^{-4}$
1	$4,69 \cdot 10^{-6}$	$2,85 \cdot 10^{-5}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$
10	$2,85 \cdot 10^{-6}$	$2,83 \cdot 10^{-5}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$
$10^2$	$2,83 \cdot 10^{-6}$	$2,83 \cdot 10^{-5}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$
$10^3$	$2,83 \cdot 10^{-6}$	$2,83 \cdot 10^{-5}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$
$10^4$	$2,83 \cdot 10^{-6}$	$2,83 \cdot 10^{-5}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$
$10^5$	$2,83 \cdot 10^{-6}$	$2,83 \cdot 10^{-5}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$

**Таблица 3.5. Результаты расчетов коэффициента вязкости  $\mu$  для вязкоупругих систем с двумя параметрами релаксации  $T_1, T_2$**

Круговая частота $\omega$ , Гц	Коэффициент вязкости $\mu$ , Па·с при разных значениях параметров релаксации $T_1$ и $T_2$		
	$T_1 = 1 \text{ с};$ $T_2 = 5 \text{ с}$	$T_1 = 0,01 \text{ с};$ $T_2 = 0,05 \text{ с}$	$T_1 = 0,001 \text{ с};$ $T_2 = 0,05 \text{ с}$
0,1	$1,31 \cdot 10^{-4}$	$5,69 \cdot 10^{-5}$	$5,70 \cdot 10^{-5}$
1	$4,67 \cdot 10^{-6}$	$6,01 \cdot 10^{-6}$	$5,95 \cdot 10^{-6}$
10	$1,28 \cdot 10^{-9}$	$1,08 \cdot 10^{-6}$	$9,31 \cdot 10^{-7}$
$10^2$	$1,14 \cdot 10^{-12}$	$4,67 \cdot 10^{-8}$	$2,32 \cdot 10^{-8}$
$10^3$	$1,13 \cdot 10^{-15}$	$1,28 \cdot 10^{-11}$	$2,87 \cdot 10^{-10}$
$10^4$	$1,13 \cdot 10^{-18}$	$1,14 \cdot 10^{-14}$	$1,25 \cdot 10^{-13}$
$10^5$	$1,13 \cdot 10^{-21}$	$1,13 \cdot 10^{-17}$	$1,14 \cdot 10^{-16}$

Из анализа данных таблиц 3.4 и 3.5 видно, что экспериментальные данные [95–99] о зависимости коэффициента  $\mu$  от частоты  $\omega$  подтверждаются проведенными теоретическими

исследованиями о затухании волн давления в вязкоупругих системах. Установлено, что при увеличении круговой частоты гармонического воздействия на систему вязкость жидкости существенно снижается. Установленный факт может быть использован при разработке технологических методов интенсификации добычи жидких углеводородов с повышенной вязкостью (вязких и сильновязких нефтей и т. п.). Полученные теоретические результаты согласуются с экспериментальными данными многих авторов по изучению продольных волн в средах с переменной вязкостью [85, 98–103]. Отметим также, что в работе [21] приводится зависимость коэффициента вязкости для твердых тел от круговой частоты в виде:

$$\mu = \frac{2\rho v_p^3 \varphi}{\omega^2},$$

где  $\rho$  – плотность среды,  $v_p$  – скорость поперечных волн,  $\varphi$  – коэффициент затухания (поглощения).

### 3.5. Исследование спектральных характеристик импульсного воздействия на вязкоупругие системы

В подразделе 3.3 исследованы различные реологические модели фильтрации жидкостей в вязкоупругих системах в случае, когда обработка продуктивного пласта осуществляется волновым давлением в скважине, изменяющимся по гармоническому закону. При этом представляет теоретический и практический интерес исследование спектральных характеристик таких систем при действии в скважине импульсных давлений, изменяющихся по другим законам.

Рассмотрим систему уравнений, описывающую фильтрацию вязкоупругой жидкости в зоне продуктивного пласта с одним параметром релаксации [92]:

$$\begin{aligned} \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + u + T \frac{\partial u}{\partial t} &= 0; \\ \beta \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} &= 0, \end{aligned} \tag{3.63}$$

где  $p$  – волновое давление, удовлетворяющее условию квазистатического действия  $v_p \tau \geq h$  (где  $v_p$  – скорость продольных волн в породе пласта,  $\tau$  – продолжительность волнового воздействия

на пласт,  $h$  – мощность пласта);  $u$  – скорость фильтрации;  $k$  – проницаемость пласта;  $\mu$  – вязкость жидкости;  $T$  – время релаксации реологической системы.

Решение системы (3.63) находим при следующих начальных и граничных условиях:

$$\text{при } t = 0, \quad p(t) = p(0) = p_m; \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0, u = 0; \quad (3.64)$$

$$\text{при } x = 0, \quad p = p(t) = p_m; \quad \text{при } x = l, \quad p(t) = p_l,$$

где  $l$  – длина продуктивного пласта.

Для нахождения решения системы уравнений (3.63) воспользуемся методом операционного исчисления [35]. Применив к системе уравнений (3.63) преобразование Лапласа по переменной  $t$ , получим следующую систему уравнений в изображениях при условиях (3.64):

$$\begin{aligned} \frac{k}{\mu} \frac{dp(x,s)}{dx} + u(x,s) + Tsu(x,s) &= 0; \\ \beta s p(x,s) - \beta p_m + \frac{du(x,s)}{dx} &= 0, \end{aligned} \quad (3.65)$$

где  $p(x,s) = \int_0^{\infty} p(x,t) e^{-st} dt$ ,  $u(x,s) = \int_0^{\infty} u(x,t) e^{-st} dt$ ,  $s$  – комплексная переменная.

Введем обозначения

$$\begin{aligned} p_1(y,s) &= \int_0^{\infty} e^{-yx} p(x,s) dx; \\ u_1(y,s) &= \int_0^{\infty} e^{-yx} u(x,s) dx. \end{aligned} \quad (3.66)$$

Применив к системе (3.65) преобразование Лапласа по переменной  $x$ , получим следующую систему алгебраических уравнений относительно неизвестных функций  $p_1(y,s)$  и  $u_1(y,s)$ :

$$\begin{aligned} \frac{k}{\mu} (y p_1(y,s) - p(0,s)) + (Ts + 1) u_1(y,s) &= 0; \\ \beta s p_1(y,s) - \beta p_m + y u_1(y,s) - u(0,s) &= 0. \end{aligned} \quad (3.67)$$

Решение системы (3.67) имеет вид:

$$p_1(y, s) = \frac{\alpha y p(0, s) - \frac{1+Ts}{\beta} (u(0, s) + \beta p_m)}{\alpha y^2 - s(Ts + 1)}; \quad (3.68)$$

$$u_1(y, s) = \frac{\alpha y (u(0, s) + \beta p_m) - \alpha \beta s p(0, s)}{\alpha y^2 - s(Ts + 1)}, \quad (3.69)$$

где  $\alpha = \frac{k}{\mu\beta}$  – коэффициент пьезопроводности вязкоупругой системы

(пласта),  $m^2/c$ ;  $p(0, s) = \int_0^{\infty} p(t) e^{-st} dt$ ,  $u(0, s) = \int_0^{\infty} u(t) e^{-st} dt$ .

Обозначив  $h^2(s) = s(Ts + 1)$ , решения (3.68), (3.69) представим в виде:

$$p_1(y, s) = \frac{\alpha y p(0, s)}{\alpha y^2 - h^2(s)} - \frac{\frac{h^2(s)}{\beta s} (u(0, s) + \beta p_m)}{\alpha y^2 - h^2(s)}; \quad (3.70)$$

$$u_1(y, s) = \frac{\alpha y (u(0, s) + \beta p_m)}{\alpha y^2 - h^2(s)} - \frac{\alpha \beta s p(0, s)}{\alpha y^2 - h^2(s)}.$$

Переходя в соотношениях (3.70) от изображений с переменной  $y$  к оригиналам с переменной  $x$ , получим [35]:

$$p(x, s) = p(0, s) ch \frac{xh(s)}{\sqrt{\alpha}} - \frac{h(s)(u(0, s) + \beta p_m)}{s\beta\sqrt{\alpha}} sh \frac{xh(s)}{\sqrt{\alpha}}, \quad (3.71)$$

$$u(x, s) = (u(0, s) + \beta p_m) ch \frac{xh(s)}{\sqrt{\alpha}} - \frac{s\beta\sqrt{\alpha}}{h(s)} p(0, s) sh \frac{xh(s)}{\sqrt{\alpha}}. \quad (3.72)$$

В выражения (3.71), (3.72) входит неизвестная функция  $u(0, s)$ . Для ее определения из равенства (3.71) при  $x = l$  находим:

$$p(l, s) = p(0, s) ch \frac{lh(s)}{\sqrt{\alpha}} - \frac{u(0, s)h(s)}{s\beta\sqrt{\alpha}} sh \frac{lh(s)}{\sqrt{\alpha}} - \frac{p_m h(s)}{s\sqrt{\alpha}} sh \frac{lh(s)}{\sqrt{\alpha}}. \quad (3.73)$$

Для определения функции  $p(l, s)$  воспользуемся граничным условием  $p(x = l) = p_l$ , следовательно

$$p(l, s) = \int_0^{\infty} p_T e^{-st} dt = \frac{Pl}{s}.$$

Из выражения (3.73) находим:

$$u(0, s) = p(0, s) \frac{s\beta\sqrt{\alpha}}{h(s)} \frac{ch \frac{lh(s)}{\sqrt{\alpha}}}{sh \frac{lh(s)}{\sqrt{\alpha}}} - p(l, s) \frac{s\beta\sqrt{\alpha}}{h(s)sh \frac{lh(s)}{\sqrt{\alpha}}} - \beta p_m. \quad (3.74)$$

Подставив значение  $u(0, s)$  в соотношения (3.71), (3.72), после соответствующих алгебраических преобразований получим:

$$p(x, s) = p(0, s) \frac{sh \frac{(l-x)h(s)}{\sqrt{\alpha}}}{sh \frac{lh(s)}{\sqrt{\alpha}}} + p(l, s) \frac{sh \frac{xh(s)}{\sqrt{\alpha}}}{sh \frac{lh(s)}{\sqrt{\alpha}}}, \quad (3.75)$$

$$u(x, s) = p(0, s) \frac{s\beta\sqrt{\alpha}}{h(s)} \frac{ch \frac{(l-x)h(s)}{\sqrt{\alpha}}}{sh \frac{lh(s)}{\sqrt{\alpha}}} - p(l, s) \frac{s\beta\sqrt{\alpha}}{h(s)} \frac{ch \frac{xh(s)}{\sqrt{\alpha}}}{sh \frac{lh(s)}{\sqrt{\alpha}}}. \quad (3.76)$$

Выражения (3.75) и (3.76) являются решениями системы уравнений (3.65). Переходя от изображений Лапласа к оригиналам, из формул (3.75), (3.76) получим решение системы (3.63). Во многих случаях этот переход не всегда является тривиальным.

Найдем спектральную плотность функции  $p(x, s)$ . Подставив в выражение (3.75) значение комплексного параметра  $s = j\omega$  ( $j$  – мнимая единица), получим спектральную плотность поля давлений  $S_p(j\omega)$ . Модуль спектральной плотности  $|S_p(j\omega)|$  определяет амплитудно-частотный спектр  $S_p(\omega)$  давления  $p(x, t)$ .

При  $s = j\omega$  формула (3.75) приобретает вид

$$p(x, j\omega) = \frac{P_m}{j\omega} \frac{sh \frac{(l-x)h(j\omega)}{\sqrt{\alpha}}}{sh \frac{lh(j\omega)}{\sqrt{\alpha}}} + \frac{Pl}{j\omega} \frac{sh \frac{xh(j\omega)}{\sqrt{\alpha}}}{sh \frac{lh(j\omega)}{\sqrt{\alpha}}}, \quad (3.77)$$

где  $p(0, s) = \frac{p_m}{s}$ ;  $p(l, s) = \frac{p_l}{s}$ .

Заметим, что

$$h(j\omega) = \sqrt{j\omega(1+Tj\omega)} = \sqrt{j\omega - T\omega^2}. \quad (3.78)$$

Комплексное число (3.78) (после несложных преобразований) определяется согласно выражению:

$$h(j\omega) = \pm \left( \frac{\omega}{\sqrt{2A}} + j\sqrt{\frac{A}{2}} \right), \quad (3.79)$$

где  $A = T\omega^2 + \sqrt{\omega^2(1+T^2\omega^2)}$ .

Выражение (3.77) представим в другом виде

$$p(x, j\omega) = S_p(j\omega) = \frac{p_m \left( e^{\frac{(l-x)h(j\omega)}{\sqrt{x}}} - e^{-\frac{(l-x)h(j\omega)}{\sqrt{x}}} \right) + p_l \left( e^{\frac{xh(j\omega)}{\sqrt{x}}} - e^{-\frac{xh(j\omega)}{\sqrt{x}}} \right)}{j\omega \left( e^{\frac{lh(j\omega)}{\sqrt{x}}} - e^{-\frac{lh(j\omega)}{\sqrt{x}}} \right)}. \quad (3.80)$$

С учетом соотношения (3.79) модуль комплексной величины (3.80) определяется формулой

$$|S_p(j\omega)| = S_p(\omega) = \left[ \frac{2(p_m^2 + p_l^2)ch2m - 2(p_m^2 \cos 2\alpha + p_l^2 \cos 2\beta) + 4p_m p_l(C - D)}{4\omega^2 \left( \sin^2 l \sqrt{\frac{A}{2x}} ch^2 \frac{l\omega}{\sqrt{2xA}} + \cos^2 l \sqrt{\frac{A}{2x}} sh^2 \frac{l\omega}{\sqrt{2xA}} \right)} \right]^{1/2}, \quad (3.81)$$

где

$$m = \frac{(l-x)\omega}{\sqrt{2xA}}; \quad n = \frac{x\omega}{\sqrt{2xA}}; \quad \alpha = (l-x)\sqrt{\frac{A}{2x}}; \quad \beta = x\sqrt{\frac{A}{2x}}; \quad (3.82)$$

$$C = ch \frac{l\omega}{\sqrt{2xA}} \cos(\alpha - \beta); \quad D = ch \left( \frac{l\omega}{\sqrt{2xA}} - 2n \right) \cos(\alpha + \beta).$$

В формуле (3.81) введем безразмерную круговую частоту  $\bar{\omega} = \omega\tau$ , где  $\tau$  – длительность квазистатического воздействия на пласт. После несложных преобразований из (3.81) получим

$$S_p(\bar{\omega}) = \left\{ \frac{\tau^2(p_m^2 + p_l^2)ch2\bar{m} - (p_m^2 \cos 2\bar{\alpha} + p_l^2 \cos 2\bar{\beta}) + 2p_m p_l(\bar{C} - \bar{D})}{2\bar{\omega}^2 \left( \sin^2 l \sqrt{\frac{\bar{A}}{2\bar{\alpha}}} ch^2 \frac{l\bar{\omega}}{\tau\sqrt{2\bar{\alpha}\bar{A}}} + \cos^2 l \sqrt{\frac{\bar{A}}{2\bar{\alpha}}} sh^2 \frac{l\bar{\omega}}{\tau\sqrt{2\bar{\alpha}\bar{A}}} \right)} \right\}^{1/2}, \quad (3.83)$$

где

$$\bar{m} = \frac{(l-x)\bar{\omega}}{\tau\sqrt{2\bar{\alpha}\bar{A}}}; \quad \bar{n} = \frac{x\bar{\omega}}{\sqrt{2\bar{\alpha}\bar{A}}}; \quad \bar{\alpha} = (l-x)\sqrt{\frac{\bar{A}}{2\bar{\alpha}}};$$

$$\bar{\beta} = x\sqrt{\frac{\bar{A}}{2\bar{\alpha}}}; \quad \bar{A} = \frac{1}{\tau^2} \left[ T\bar{\omega}^2 + \sqrt{\bar{\omega}^2(\tau^2 + T^2\bar{\omega}^2)} \right],$$

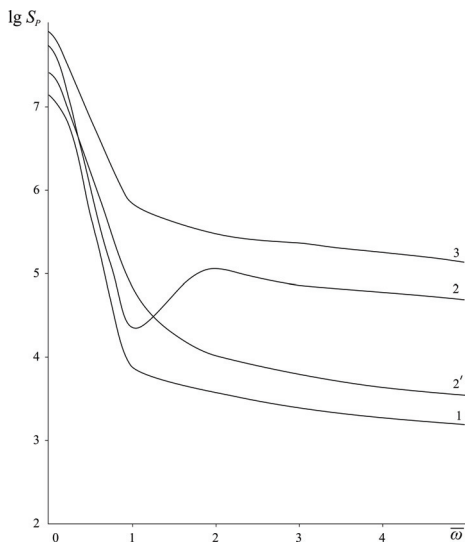
$$\bar{C} = ch \frac{l\bar{\omega}}{\tau\sqrt{2\bar{\alpha}\bar{A}}} \cos(\bar{\alpha} - \bar{\beta}); \quad \bar{D} = ch \left( \frac{l\bar{\omega}}{\tau\sqrt{2\bar{\alpha}\bar{A}}} - 2\bar{n} \right) \cos(\bar{\alpha} + \bar{\beta})$$

С использованием зависимости (3.83) определены амплитудно-частотные характеристики квазистатических волн давления (длительностью  $\tau = 0,1$  с), распространяющихся в призабойной зоне пласта при значениях параметров:

- 1)  $T = 1$  с;  $\bar{\alpha} = 0,01$  м<sup>2</sup>/с;
- 2)  $T = 1$  с;  $\bar{\alpha} = 0,1$  м<sup>2</sup>/с;
- 3)  $T = 10$  с;  $\bar{\alpha} = 0,1$  м<sup>2</sup>/с.

Расчеты выполнены при начальных и граничных условиях:  $x = 1$  м;  $l = 5$  м;  $p_m = 10^7$  Па;  $p_l = 5 \cdot 10^6$  Па.

На рис. 3.9 приведены кривые спектральных характеристик. Для второго случая (кривая 2) амплитудно-частотная характеристика давления имеет резонансную частоту  $\bar{\omega} = 2$ .



**Рис. 3.9.** Амплитудно-частотные спектры квазистатических волн давления, действующих на вязкоупругие системы с параметрами:  
 1 –  $T = 1$  с;  $\varkappa = 0,01$  м<sup>2</sup>/с; 2 –  $T = 1$  с;  $\varkappa = 0,1$  м<sup>2</sup>/с; 3 –  $T = 10$  с;  $\varkappa = 0,1$  м<sup>2</sup>/с

С увеличением параметра  $\varkappa$  (см. кривые 1, 2) амплитуда  $\lg S_p$  увеличивается. Это значит, что при таком режиме фильтрации жидкости затухание составляющих спектра для кривой 2 меньше чем для кривой 1. Этот результат согласуется с ранее полученной зависимостью для коэффициента затухания  $\varphi = (\omega/2\varkappa)^{1/2}$  [92].

На рис. 3.9 приведена также кривая 2', отображающая характер изменения амплитудно-частотного спектра на расстоянии  $x=3$  м при  $T=1$  с;  $\varkappa = 0,1$  м<sup>2</sup>/с;  $\tau=0,1$  с.

Влияние параметра  $T$  на амплитудно-частотный спектр прослеживается при сравнении кривых 1 и 3. При увеличении времени релаксации  $T$  амплитуда частотного спектра увеличивается, то есть затухание составляющих частотного спектра уменьшается, что согласуется с результатами, полученными в работах [94, 104], где установлено, что при увеличении  $T$  коэффициент затухания  $\varphi$  уменьшается.

Изложим результаты исследований влияния граничных условий на характер изменения амплитудно-частотных характеристик поля



давлений для модели вязкоупругой системы, описываемой уравнениями (3.63).

Найдем решение системы (3.63) для случая, когда в вязкоупругой системе распространяется импульсное воздействие определенной длительности. Начальные и граничные условия примем такими:

$$\text{при } t = 0, \quad p(t) = p_{(0)} = p_0; \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad u = 0;$$

$$\text{при } x = 0, \quad p(t) = p_0[\eta(t) - \eta(t - \tau_0)];$$

$$\text{при } x = l, \quad p(t) = p_l[\eta(t - t_l) - \eta(t - \tau_l)],$$

где  $\eta(t)$  – обобщенная единичная функция [35];  $t_0 = 0$ ,  $t_l$  – время начала импульсного воздействия на расстояниях  $x = 0$  и  $x = l$ , соответственно;  $\tau_0$ ,  $\tau_l$  – время окончания импульсного воздействия на расстояниях  $x = 0$  и  $x = l$ , соответственно.

Принятые граничные условия задачи в изображениях Лапласа, согласно [35], имеют вид:

$$p(0, s) = \frac{P_0}{s} (e^{-t_0 s} - e^{-\tau_0 s}), \quad p(l, s) = \frac{P_l}{s} (e^{-t_l s} - e^{-\tau_l s}). \quad (3.84)$$

С учетом граничных условий (3.84), решение уравнений (3.65) в изображениях Лапласа представим в виде:

$$p(x, s) = \frac{P_0}{s} (e^{-t_0 s} - e^{-\tau_0 s}) \frac{sh \frac{(l-x)h(s)}{\sqrt{\alpha}}}{sh \frac{lh(s)}{\sqrt{\alpha}}} + \frac{P_l}{s} (e^{-t_l s} - e^{-\tau_l s}) \frac{sh \frac{xh(s)}{\sqrt{\alpha}}}{sh \frac{lh(s)}{\sqrt{\alpha}}}. \quad (3.85)$$

Принимая во внимание соотношение (3.79) для  $h(s)$ , из (3.85) при  $s = j\omega$  получим амплитудно-частотную характеристику поля давлений в комплексной форме

$$S_p(j\omega) = \frac{\left[ p_0 (e^{-t_0 j\omega} - e^{-\tau_0 j\omega}) (e^{m+\alpha j} - e^{-(m+\alpha j)}) + p_l (e^{-t_l j\omega} - e^{-\tau_l j\omega}) (e^{n+\beta j} - e^{-(n+\beta j)}) \right]}{j\omega \left( e^{\frac{l\omega}{\sqrt{2\alpha A}} + j l \sqrt{\frac{A}{2\alpha}}} - e^{-\frac{l\omega}{\sqrt{2\alpha A}} - j l \sqrt{\frac{A}{2\alpha}}} \right)}, \quad (3.86)$$

где

$$m = \frac{(l-x)\omega}{\sqrt{2\alpha A}}; \quad n = \frac{x\omega}{\sqrt{2\alpha A}}; \quad \alpha = (l-x)\sqrt{\frac{A}{2\alpha}}; \quad \beta = x\sqrt{\frac{A}{2\alpha}}.$$

Модуль комплексной величины (3.86) после алгебраических преобразований дает амплитудно-частотный спектр поля давлений на произвольном расстоянии  $x$ :

$$S_p(x, \omega) = \left[ \frac{p_0^2 f_1 + p_l^2 f_2 + p_0 p_l f_3}{\omega^2 \left( \sin^2 l \sqrt{\frac{A}{2\alpha}} ch^2 \frac{l\omega}{\sqrt{2\alpha A}} + \cos^2 l \sqrt{\frac{A}{2\alpha}} sh^2 \frac{l\omega}{\sqrt{2\alpha A}} \right)} \right]^{1/2}, \quad (3.87)$$

где

$$f_1 = (a^2 + b^2) \left( sh^2 m + \sin^2 \alpha \right); \quad f_2 = (c^2 + d^2) \left( sh^2 n + \sin^2 \beta \right); \\ f_3 = (ac + bd) \left[ \cos(\alpha - \beta) ch(m+n) - \cos(\alpha + \beta) ch(m-n) \right] + \\ + (bc - ad) \left[ \sin(\alpha + \beta) sh(m-n) - \sin(\alpha - \beta) sh(m+n) \right];$$

$$a^2 + b^2 = 4 \sin^2 \frac{(\tau_0 \omega)}{2}; \quad c^2 + d^2 = 4 \sin^2 \frac{(\tau_l - \tau_l) \omega}{2};$$

$$ac + bd = 4 \sin \frac{(\tau_l - \tau_l) \omega}{2} \sin \frac{(\tau_0 \omega)}{2} \cos \left[ \frac{(\tau_l + \tau_l) \omega - (\tau_0 \omega)}{2} \right];$$

$$bc - ad = 4 \sin \frac{(\tau_l - \tau_l) \omega}{2} \sin \frac{(\tau_0 \omega)}{2} \sin \left[ \frac{(\tau_l + \tau_l) \omega - (\tau_0 \omega)}{2} \right].$$

С учетом безразмерной частоты  $\bar{\omega} = \omega \tau$  (где  $\tau = \tau_0$ ), формулу (3.87) приведем к безразмерным величинам

$$S_p(x, \bar{\omega}) = \left[ \frac{\tau^2 \left[ p_0^2 \left( sh^2 \bar{m} + \sin^2 \bar{\alpha} \right) 4 \sin^2 \frac{\bar{\omega}}{2} + p_l^2 \left( sh^2 \bar{n} + \sin^2 \bar{\beta} \right) 4 \sin^2 \frac{k_1 \bar{\omega}}{2} + p_0 p_l (\bar{F}_1 + \bar{F}_2) \right]}{\bar{\omega}^2 \left( \sin^2 l \sqrt{\frac{A}{2\alpha}} ch^2 \frac{l\bar{\omega}}{\tau \sqrt{2\alpha A}} + \cos^2 l \sqrt{\frac{A}{2\alpha}} sh^2 \frac{l\bar{\omega}}{\tau \sqrt{2\alpha A}} \right)} \right]^{1/2}, \quad (3.88)$$

где

$$\bar{A} = \frac{1}{\tau^2} \left[ T\bar{\omega}^2 + \sqrt{\bar{\omega}^2(\tau^2 + T^2\bar{\omega}^2)} \right]; \quad \bar{m} = \frac{(l-x)\bar{\omega}}{\tau\sqrt{2\bar{\alpha}\bar{A}}};$$

$$\bar{n} = \frac{x\bar{\omega}}{\sqrt{2\bar{\alpha}\bar{A}}}; \quad \bar{\alpha} = (l-x)\sqrt{\frac{A}{2\bar{\alpha}}}; \quad \bar{\beta} = x\sqrt{\frac{A}{2\bar{\alpha}}};$$

$$\bar{a}^2 + \bar{b}^2 = 4\sin^2 \frac{\bar{\omega}}{2}; \quad \bar{c}^2 + \bar{d}^2 = 4\sin^2 \frac{k_1\bar{\omega}}{2} \left( k_1 = \frac{\tau_l - t_l}{\tau_0} \right);$$

$$\bar{a}\bar{c} + \bar{b}\bar{d} = 4\sin \frac{k_1\bar{\omega}}{2} \sin \frac{\bar{\omega}}{2} \cos \frac{k_2\bar{\omega}}{2} \left( k_2 = \frac{t_l + \tau_l - \tau_0}{\tau_0} \right);$$

$$\bar{b}\bar{c} - \bar{a}\bar{d} = 4\sin \frac{k_1\bar{\omega}}{2} \sin \frac{\bar{\omega}}{2} \sin \frac{k_2\bar{\omega}}{2};$$

$$\bar{F}_1 = 4\sin \frac{k_1\bar{\omega}}{2} \sin \frac{\bar{\omega}}{2} \cos \frac{k_2\bar{\omega}}{2} \left[ \cos(\bar{\alpha} - \bar{\beta})\text{ch}(\bar{m} + \bar{n}) - \cos(\bar{\alpha} + \bar{\beta})\text{ch}(\bar{m} - \bar{n}) \right];$$

$$\bar{F}_2 = 4\sin \frac{k_1\bar{\omega}}{2} \sin \frac{\bar{\omega}}{2} \sin \frac{k_2\bar{\omega}}{2} \left[ \sin(\bar{\alpha} + \bar{\beta})\text{sh}(\bar{m} - \bar{n}) - \sin(\bar{\alpha} - \bar{\beta})\text{sh}(\bar{m} + \bar{n}) \right].$$

После упрощений знаменатель выражения (3.88) представим в виде:

$$\bar{\omega}^2 \left( \text{sh}^2 \frac{l\bar{\omega}}{\tau\sqrt{2\bar{\alpha}\bar{A}}} + \sin^2 l \sqrt{\frac{A}{2\bar{\alpha}}} \right).$$

С учетом проведенных преобразований формулу (3.88) представим выражением:

$$S_p(x, \bar{\omega}) =$$

$$= \frac{2\tau}{\bar{\omega}} \left\{ \frac{\left[ p_0^2 \left( \text{sh}^2 \bar{m} + \sin^2 \bar{\alpha} \right) \sin^2 \frac{\bar{\omega}}{2} + p_l^2 \left( \text{sh}^2 \bar{n} + \sin^2 \bar{\beta} \right) \sin^2 \frac{k_1\bar{\omega}}{2} + p_0 p_l (F_1 + F_2) \right]^{1/2}}{\left( \text{sh}^2 \frac{l\bar{\omega}}{\tau\sqrt{2\bar{\alpha}\bar{A}}} + \sin^2 l \sqrt{\frac{A}{2\bar{\alpha}}} \right)} \right\}, \quad (3.89)$$

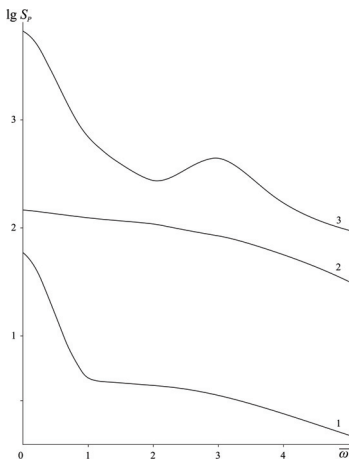
$$\text{где } F_1 = \frac{1}{4}\bar{F}_1; \quad F_2 = \frac{1}{4}\bar{F}_2.$$

С использованием зависимости (3.89) определены амплитудно-

частотные характеристики импульсного воздействия (длительностью  $\tau = 0,6345 \cdot 10^{-4}$  с), распространяющегося в призабойной зоне пласта при значениях параметров:

- 1)  $T = 1$  с;  $\varkappa = 0,01$  м<sup>2</sup>/с;
- 2)  $T = 1$  с;  $\varkappa = 0,1$  м<sup>2</sup>/с;
- 3)  $T = 10$  с;  $\varkappa = 0,1$  м<sup>2</sup>/с.

Расчеты выполнены при таких исходных данных:  $x = 1$  м;  $l = 5$  м;  
 $p_m = 10^7$  Па;  $p_l = 5 \cdot 10^6$  Па.



**Рис. 3.10.** Амплитудно-частотные спектры импульсного воздействия на вязкоупругие системы с параметрами:

1 –  $T = 1$  с;  $\varkappa = 0,01$  м<sup>2</sup>/с; 2 –  $T = 1$  с;  $\varkappa = 0,1$  м<sup>2</sup>/с; 3 –  $T = 10$  с;  $\varkappa = 0,1$  м<sup>2</sup>/с

На рис. 3.10 приведены кривые спектральных характеристик.

Анализ кривых рис. 3.10 приводит к выводу, что для кривой 3 частота  $\bar{\omega} = 3$  является резонансной. Характер изменения амплитудно-частотных спектров зависит, как и в предыдущей задаче (рис. 3.9), от параметров  $T$  и  $\varkappa$ .

### **3.6. Исследование амплитудно-частотного спектра волнового поля, излучаемого газовым пузырем\***

Возрастающий интерес к проблеме волновой динамики жидкостей с пузырьками обусловлен важностью применения результатов исследований к задачам энергетики, криогенной техники

\* Подраздел написан совместно с Лихваном В.М. и Швейкиной Т.А.

и других отраслей народного хозяйства. Пузырьковые режимы течения наблюдаются также в нефтеносных пластах в случае, когда пластовое давление меньше, чем давление насыщения нефти газом, что приводит к выделению газа из нефти и сопровождается движением в пласте нефти с пузырьками газа. Современное состояние исследований влияния пузырьков на движение жидкостей характеризуется интенсивным развитием теоретических и экспериментальных исследований. Достаточно полно проблемы волновой динамики жидкостей с пузырьками изложены в работах [105–109]. Однако исследования амплитудно-частотных спектров волн давления, излучаемых пузырьками, не проводились.

Рассмотрим динамику взаимодействия нестационарной волны давления с пузырьком газа, находящимся первоначально в равновесном состоянии с окружающей его акустической средой. Принимаем следующие допущения:

- дифракцией фронта волны на пузырьке пренебрегаем;
- пузырек сохраняет сферическую форму в процессе деформирования;
- амплитуда деформаций мала по сравнению с первоначальным радиусом пузырька.

Уравнение динамики пузырька в поле набегающей волны  $P_e(t)$  имеет вид [108]

$$P_2 = P_e + P_u + P_n, \quad (3.90)$$

где  $P_2(t)$  – избыточное давление газа в пузырьке,  $P_u(t)$  – давление, излучаемое при пульсации сферы с малой амплитудой в акустической среде;  $P_n(t)$  – потери давления за счет вязкости жидкости и за счет сил поверхностного натяжения.

Избыточное давление газа  $P_2(t)$  в пузырьке найдем из уравнения состояния газа

$$P_2(t) = P_{20} \left[ \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - 1 \right], \quad (3.91)$$

где  $P_{20}$  – статическое (равновесное) давление в среде.

Закон изменения радиуса пузырька удобно представить в виде

$$R(t) = R_0 + R_1(t), \quad (3.92)$$

где  $R_0$ ,  $R_1(t)$  – начальный и переменный радиусы пузырька, соответственно.

Подставив (3.92) в (3.91) и выполнив линеаризацию, получим

$$P_z(t) = -3\gamma P_{z_0} \frac{R_1}{R_0}. \quad (3.93)$$

Давление излучения сферического пузырька в акустической среде при взаимодействии его с падающей волной малой амплитуды, согласно [110], определяется выражением

$$P_u(t) = \rho_0 c_0 \left( \dot{R}_1 - a \int_0^t \dot{R}_1(\tau) e^{-a(t-\tau)} d\tau \right), \quad (3.94)$$

где  $\rho_0$  – плотность невозмущенной среды;  $a = c_0/R_0$ ;  $c_0$  – скорость распространения волн в среде.

Потери давления за счет вязкости жидкости  $P_{n_1}(t)$  и за счет сил поверхностного натяжения  $P_{n_2}(t)$ , согласно [108, 111], имеют вид

$$P_{n_1}(t) = \frac{4\mu}{R} \dot{R} \approx \frac{4\mu}{R_0} \dot{R}_1; \quad (3.95)$$

$$P_{n_2}(t) = \frac{2\sigma}{R} = \frac{2\sigma}{R_0 + R_1} \approx 2\sigma \left( \frac{1}{R_0} - \frac{R_1}{R_0^2} \right), \quad (3.96)$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения пузырька, Н/м.

Принимая во внимание выражения (3.93)–(3.96), уравнение (3.90) преобразуем к виду:

$$\begin{aligned} & \dot{R}_1 \left( 1 + \frac{4\mu}{\rho_0 c_0 R_0} \right) - a \int_0^t \dot{R}_1(\tau) e^{-a(t-\tau)} d\tau + \left( \frac{3\gamma P_{z_0}}{\rho_0 c_0 R_0} - \frac{2\sigma}{\rho_0 c_0 R_0^2} \right) R_1 = \\ & = -\frac{P_z}{\rho_0 c_0} - \frac{2\sigma}{\rho_0 c_0 R_0}. \end{aligned} \quad (3.97)$$

Приняв обозначения:

$$\alpha = 1 + \frac{4\mu}{\rho_0 c_0 R_0}; \quad 2\beta_0 = \frac{3\gamma P_{z_0}}{\rho_0 c_0 R_0} - \frac{2\sigma}{\rho_0 c_0 R_0^2},$$

уравнение (3.97) представим в виде

$$\dot{R}_1 - \frac{a}{\alpha} \int_0^t \dot{R}_1(\tau) e^{-a(t-\tau)} d\tau + \frac{2\beta_0}{\alpha} R_1 = -\frac{1}{\alpha \rho_0 c_0} \left( P_g + \frac{2\sigma}{R_0} \right). \quad (3.98)$$

В работе [108] получено аналогичное уравнение движения пузырька, однако без учета сил поверхностного натяжения.

Найдем решение уравнения (3.98) с помощью операционного метода, учитывая, что под интегралом стоит свертка двух функций  $f_1(t) = e^{-a(t-\tau)}$  и  $f_2(t) = \dot{R}_1(t)$  [35]. Из (3.98) после применения преобразования Лапласа по переменной  $t$  при нулевых начальных условиях  $R_1(0) = \dot{R}_1(0) = 0$  получим

$$s\bar{R}_1 - \frac{a}{\alpha} \frac{s}{s+a} \bar{R}_1 + \frac{2\beta_0}{\alpha} \bar{R}_1 = -\frac{\bar{P}_g}{\rho_0 c_0 \alpha} - \frac{2\sigma}{\rho_0 c_0 \alpha R_0} \frac{1}{s}, \quad (3.99)$$

где  $\bar{R}_1$  – преобразование Лапласа по переменной  $t$  функции  $R_1(t)$ ;  $\bar{P}_g$  – преобразование Лапласа функции  $P_g(t)$ ;  $s$  – комплексный параметр.

После алгебраических упрощений соотношение (3.99) имеет вид

$$\bar{R}_1 \frac{s^2 + s \left( a - \frac{a}{\alpha} + \frac{2\beta_0}{\alpha} \right) + \frac{2\beta_0 a}{\alpha}}{s+a} = -\frac{\bar{P}_g}{\rho_0 c_0 \alpha} - \frac{2\sigma}{\rho_0 c_0 \alpha R_0} \frac{1}{s}. \quad (3.100)$$

Из выражения (3.100) находим изображение  $\bar{R}_1$ :

$$\bar{R}_1 = \frac{-1}{\rho_0 c_0 \alpha} \left[ \frac{\bar{P}_g (s+a)}{(s+\beta)^2 + \Omega^2} + \frac{2\sigma (s+a)}{R_0 s [(s+\beta)^2 + \Omega^2]} \right], \quad (3.101)$$

где

$$2\beta = \frac{a(\alpha-1)}{\alpha} + \frac{2\beta_0}{\alpha}; \quad \Omega^2 = \Omega_0^2 - \beta^2; \quad \Omega_0^2 = \frac{2\beta_0 a}{\alpha}.$$

Выражение (3.101) описывает закон малых пульсаций газового пузырька в поле волн давления в области изображений по Лапласу. Это выражение совпадает с ранее полученным результатом, приведенным в работе [112] при  $\sigma = 0$ .

Применив к выражению (3.94) преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях, получим

$$\bar{P}_u = \rho_0 c_0 \left( s\bar{R}_1 - \frac{as\bar{R}_1}{s+a} \right), \quad (3.102)$$

где  $\bar{P}_u, \bar{R}_1$  – преобразования Лапласа функций  $P_u(t), R(t)$ , соответственно.

В выражение (3.102) входит преобразование Лапласа функции переменного радиуса газового пузырька  $\bar{R}_1$ . Эта величина определяется выражением (3.101).

Подставив в выражение (3.102) значение  $\bar{R}_1$  согласно формуле (3.101), получим

$$\begin{aligned} \bar{P}_u &= \rho_0 c_0 \bar{R}_1 \frac{s^2}{s+a} = \rho_0 c_0 \frac{s^2}{s+a} \left( -\frac{1}{\rho_0 c_0 \alpha} \right) \left[ \frac{\bar{P}_g(s+a)}{(s+\beta)^2 + \Omega^2} + \right. \\ &+ \left. \frac{2\sigma(s+a)}{R_0 s [(s+\beta)^2 + \Omega^2]} \right] = \left( -\frac{1}{\alpha} \right) \frac{s^2}{s+a} \left[ \frac{\bar{P}_g R_0 s (s+a) + 2\sigma(s+a)}{R_0 s [(s+\beta)^2 + \Omega^2]} \right] = \\ &= \left( -\frac{1}{\alpha} \right) \frac{s}{R_0 [(s+\beta)^2 + \Omega^2]} (\bar{P}_g R_0 s + 2\sigma). \end{aligned} \quad (3.103)$$

При импульсном воздействии  $P_g(t)$  на среду с газовым пузырьком вида  $P_g(t) = P_m e^{-\theta t}$  изображение по Лапласу  $\bar{P}_g$  имеет вид

$$\bar{P}_g = \frac{P_m}{s+\theta}. \quad (3.104)$$

С учетом (3.104) выражение (3.103) представим в виде

$$\begin{aligned} \bar{P}_u &= \left( -\frac{1}{\alpha} \right) \frac{s}{R_0 [(s+\beta)^2 + \Omega^2]} \left( \frac{P_m R_0 s}{s+\theta} + 2\sigma \right) = \left( -\frac{1}{\alpha R_0} \right) \frac{s}{(s+\beta)^2 + \Omega^2} \times \\ &\times \frac{P_m R_0 s + 2\sigma(s+\theta)}{s+\theta} = \left( -\frac{1}{\alpha R_0} \right) \frac{s}{(s+\beta)^2 + \Omega^2} \cdot \frac{(P_m R_0 + 2\sigma)s + 2\sigma\theta}{s+\theta} = \\ &= \frac{(P_m R_0 + 2\sigma)s^2 + 2\sigma\theta s}{(-\alpha R_0)(s+\theta)[(s+\beta)^2 + \Omega^2]}. \end{aligned} \quad (3.105)$$

После алгебраических преобразований в знаменателе выражения (3.105), получим

$$\bar{P}_u = -\frac{(P_m R_0 + 2\sigma)s^2 + 2\sigma\theta s}{\alpha R_0 [s^3 + (2\beta + \theta)s^2 + (\beta^2 + \Omega^2 + 2\theta\beta)s + \theta(\beta^2 + \Omega^2)]}. \quad (3.106)$$



Подставив в выражение (3.106) значение комплексного параметра  $S = j\omega$  и определив модуль комплексной величины  $\bar{P}_u(j\omega)$ , получим амплитудно-частотный спектр волн давления, излучаемых при пульсации газового пузырька в поле падающей волны  $P_e(t)$ :

$$S_{P_u}(\omega) = \frac{1}{\alpha R_0} \sqrt{\frac{(P_m R_0 + 2\sigma)^2 \omega^4 + 4\sigma^2 \theta^2 \omega^2}{(n - \omega^2 l)^2 + (\omega m - \omega^3)^2}}, \quad (3.107)$$

где

$$l = 2\beta + \theta; \quad n = \theta(\beta^2 + \Omega^2); \quad m = \beta^2 + \Omega^2 + 2\theta\beta. \quad (3.108)$$

После алгебраических преобразований в знаменателе выражения (3.107) и с учетом обозначений (3.108) амплитудно-частотный спектр  $S_{P_u}$  имеет вид

$$S_{P_u}(\omega) = \frac{1}{\alpha R_0} \left\{ \left[ (P_m R_0 + 2\sigma)^2 \omega^4 + 4\sigma^2 \theta^2 \omega^2 \right] \left[ \omega^6 + \omega^4 \left( 2(\beta^2 - \Omega^2) + \theta^2 \right) + \omega^2 \left( (\beta^2 + \Omega^2)^2 + 2\theta^2 (\beta^2 - \Omega^2) \right) + (\beta^2 + \Omega^2)^2 \theta^2 \right] \right\}^{1/2}. \quad (3.109)$$

Вводя безразмерную частоту  $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\beta}$ , формулу (3.109) представим в виде

$$S_{P_u}(\bar{\omega}) = \frac{1}{\alpha R_0 \beta} \left\{ \left[ (P_m R_0 + 2\sigma)^2 \bar{\omega}^4 + 4\sigma^2 \frac{\theta^2}{\beta^2} \bar{\omega}^2 \right] \left[ \bar{\omega}^6 + \bar{\omega}^4 \left( 2 \left( 1 - \frac{\Omega^2}{\beta^2} \right) + \frac{\theta^2}{\beta^2} \right) + \bar{\omega}^2 \left( \left( 1 + \frac{\Omega^2}{\beta^2} \right)^2 + 2 \frac{\theta^2}{\beta^2} \left( 1 - \frac{\Omega^2}{\beta^2} \right) \right) + \left( 1 + \frac{\Omega^2}{\beta^2} \right)^2 \frac{\theta^2}{\beta^2} \right] \right\}^{1/2}. \quad (3.110)$$

В случае импульсного воздействия  $P_e(t)$  ступенчатого профиля ( $\theta = 0$ ) выражение (3.110) приобретает вид

$$S_{P_u}(\bar{\omega}) = \frac{1}{\alpha R_0 \beta} \frac{(P_m R_0 + 2\sigma) \bar{\omega}}{\sqrt{\bar{\omega}^4 + 2\bar{\omega}^2 \left( 1 - \frac{\Omega^2}{\beta^2} \right) + \left( 1 + \frac{\Omega^2}{\beta^2} \right)^2}}. \quad (3.111)$$

Входные данные для определения амплитудно-частотных спектров поля волн давления  $P_u(t)$  от параметров  $R_0$  и  $c_0$  приведены в табл. 3.6, 3.7. При этом начальные значения параметров такие:  $P_m = 5 \cdot 10^6$  Па;  $\rho_0 = 900$  кг/м<sup>3</sup>;  $\sigma = 0,026$  Н/м;  $P_{\varepsilon_0} = 10^6$  Па;  $\theta = 1,5 \cdot 10^5$  1/с;  $\alpha = 1,1$ .

**Таблица 3.6. Входные данные для определения амплитудно-частотных спектров излучаемых волн давления при различных значениях  $R_0$**

Параметры, размерность	Значение $R_0$ , м			
	$R_0 = 0,35 \cdot 10^{-2}$	$R_0 = 0,35 \cdot 10^{-3}$	$R_0 = 0,35 \cdot 10^{-4}$	$R_0 = 0,35 \cdot 10^{-5}$
$a$ , 1/с	371428,57	3714285,7	37142857,0	$3,7142857 \cdot 10^8$
$\beta_0$ , 1/с	488,40	4883,82	48821,90	486586,41
$\beta$ , 1/с	17327,117	173271,01	1,732695,3	17325468,0
$\beta^2$ , 1/с <sup>2</sup>	$3,0022898 \cdot 10^8$	$3,0022842 \cdot 10^{10}$	$3,002233 \cdot 10^{12}$	$3,0017184 \cdot 10^{14}$
$\Omega^2$ , 1/с <sup>2</sup>	$2,959959 \cdot 10^7$	$2,958799 \cdot 10^9$	$2,948303 \cdot 10^{11}$	$2,843196 \cdot 10^{13}$
$\Omega^2 / \beta^2$	$9,8590049 \cdot 10^{-2}$	$9,8551596 \cdot 10^{-2}$	$9,820367 \cdot 10^{-2}$	$9,4718944 \cdot 10^{-2}$
$\theta^2 / \beta^2$	74,942798	0,74942938	$7,4944216 \cdot 10^{-3}$	$7,4957064 \cdot 10^{-5}$

**Таблица 3.7. Входные данные для определения амплитудно-частотных спектров излучаемых волн давления при различных значениях  $c_0$**

Параметры, размерность	Значение $c_0$ , м/с		
	$c_0 = 500$	$c_0 = 1000$	$c_0 = 1300$
$a$ , 1/с	142857,14	285714,28	371428,57
$\beta_0$ , 1/с	1269,8366	634,92	488,40
$\beta$ , 1/с	7647,90	13564,21	17327,12
$\beta^2$ , 1/с <sup>2</sup>	58490423	$1,8398782 \cdot 10^8$	$3,0022898 \cdot 10^8$
$\Omega^2$ , 1/с <sup>2</sup>	$2,7133725 \cdot 10^8$	$1,4583985 \cdot 10^8$	29599590
$\Omega^2 / \beta^2$	4,639003	0,79266	$9,8590049 \cdot 10^{-2}$
$\theta^2 / \beta^2$	384,67836	122,2907	74,942798

Используя данные табл. 3.6 и соотношение (3.110), получены

выражения для расчета амплитудно-частотных спектров в зависимости от радиуса пузырька  $R_0$  при  $c_0 = 1300$  м/с:

для  $R_0 = 0,35 \cdot 10^{-2}$  м:

$$S_{P_u}(\bar{\omega}) = 1,499 \cdot 10^{-2} \left[ \left( 3,0625182 \cdot 10^8 \bar{\omega}^4 + 2,0264 \cdot 10^{-1} \bar{\omega}^2 \right) / \left( \bar{\omega}^6 + 76,745618 \bar{\omega}^4 + 136,31528 \bar{\omega}^2 + 90,448477 \right) \right]^{1/2}; \quad (3.112)$$

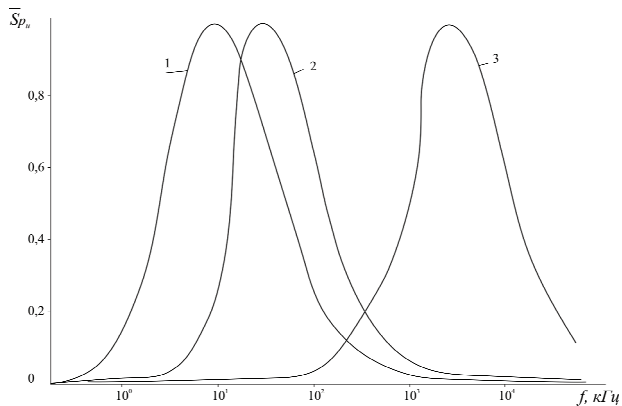
для  $R_0 = 0,35 \cdot 10^{-3}$  м:

$$S_{P_u}(\bar{\omega}) = 1,499 \cdot 10^{-2} \left[ \left( 3062682 \bar{\omega}^4 + 2,0264 \cdot 10^{-3} \bar{\omega}^2 \right) / \left( \bar{\omega}^6 + 2,5523261 \bar{\omega}^4 + 2,5579593 \bar{\omega}^2 + 0,904422 \right) \right]^{1/2}; \quad (3.113)$$

для  $R_0 = 0,35 \cdot 10^{-5}$  м:

$$S_{P_u}(\bar{\omega}) = 1,499 \cdot 10^{-2} \left[ \left( 308,0727 \bar{\omega}^4 + 2,027 \cdot 10^{-7} \bar{\omega}^2 \right) / \left( \bar{\omega}^6 + 2,5523261 \bar{\omega}^4 + 2,5579593 \bar{\omega}^2 + 8,982925 \cdot 10^{-5} \right) \right]^{1/2}. \quad (3.114)$$

С использованием формул (3.112)–(3.114) рассчитаны амплитудно-частотные спектры полей давления  $P_u$  (рис. 3.11).



**Рис. 3.11.** Амплитудно-частотные спектры волн давления  $P_u$  в зависимости от радиуса газового пузырька  $R_0$  при  $c_0 = 1300$  м/с:

1 – 3 –  $R_0 = 0,35 \cdot 10^{-2}$ ;  $0,35 \cdot 10^{-3}$ ;  $0,35 \cdot 10^{-5}$  м, соответственно

По оси ординат отложено значение безразмерной амплитуды амплитудно-частотного спектра  $\bar{S}_{P_u}(\bar{\omega}) = \frac{S_{P_u}(\bar{\omega})}{S_{P_u}^m(\bar{\omega})}$  ( $S_{P_u}^m(\bar{\omega})$  – максимальное значение амплитуды амплитудно-частотного спектра), по оси абсцисс – частота  $f$ .

Из анализа кривых, представленных на рис. 3.11, видно, что радиус пузырька существенно влияет на амплитудно-частотный спектр поля волн давления, излучаемых газовым пузырьком при действии на него внешнего импульсного возмущения. При уменьшении радиуса пузырька частотный спектр смещается в область более высоких частот.

С использованием данных табл. 3.7 и соотношения (3.110) получены формулы для расчета амплитудно-частотных спектров в зависимости от скорости волн давления  $c_0$  при  $R_0 = 0,35 \cdot 10^{-2}$  м:

для  $c_0 = 500$  м/с:

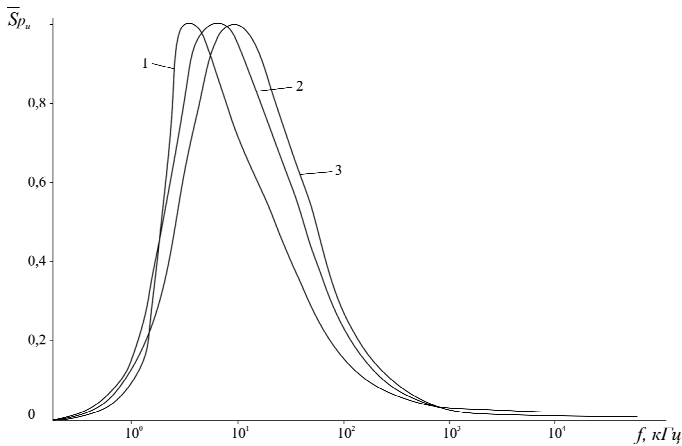
$$S_{P_u}(\bar{\omega}) = 3,3962 \cdot 10^{-2} \left[ \left( 3,0625182 \cdot 10^8 \bar{\omega}^4 + 1,0402 \bar{\omega}^2 \right) / \left( \bar{\omega}^6 + 377,40035 \bar{\omega}^4 - 2767,8931 \bar{\omega}^2 + 12232,139 \right) \right]^{1/2}; \quad (3.115)$$

для  $c_0 = 1000$  м/с:

$$S_{P_u}(\bar{\omega}) = 1,915 \cdot 10^{-2} \left[ \left( 3,0625182 \cdot 10^8 \bar{\omega}^4 + 0,3306 \bar{\omega}^2 \right) / \left( \bar{\omega}^6 + 122,70538 \bar{\omega}^4 + 53,92514 \bar{\omega}^2 + 392,99703 \right) \right]^{1/2}. \quad (3.116)$$

Для  $c_0 = 1300$  м/с расчет  $S_{P_u}(\bar{\omega})$  выполняется согласно формуле (3.112).

По формулам (3.112), (3.115), (3.116) построены амплитудно-частотные спектры полей давлений  $P_u$  в зависимости от параметра  $c_0$  (рис. 3.12). Из рис. 3.12 видно, что скорость  $c_0$  несущественно влияет на частотный состав амплитудно-частотных спектров полей давления  $P_u$ .



**Рис. 3.12.** Амплитудно-частотные спектры волн давления  $P_u$  в зависимости от скорости  $c_0$  для газового пузырька радиусом  $R_0 = 0,35 \cdot 10^{-2}$  м:  
1 – 3 –  $c_0 = 500$  ; 1000 ; 1300 м/с, соответственно

При исследовании влияния параметра  $\theta$  на амплитудно-частотный спектр волн давления, излучаемых газовым пузырьком, для случая  $\theta = 0$  1/с использовано соотношение, полученное из (3.111) и имеющее при числовых данных, взятых из табл. 3.6 (столбик данных для  $R_0 = 0,35 \cdot 10^{-2}$  м), вид:

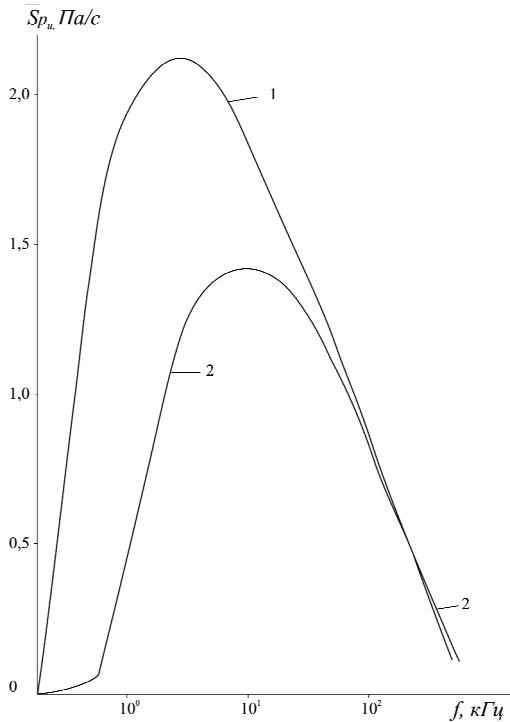
$$S_{P_u} = 1,499 \cdot 10^{-2} \frac{1,7500051 \cdot 10^4 \bar{\omega}}{\sqrt{\bar{\omega}^4 + 1,80282 \bar{\omega}^2 + 1,2069}}. \quad (3.117)$$

Для  $\theta = 1,5 \cdot 10^5$  1/с при  $R_0 = 0,35 \cdot 10^{-2}$  м использована зависимость (3.112). По формулам (3.112) и (3.117) построены кривые амплитудно-частотных спектров в зависимости от параметра  $\theta$  (рис. 3.13).

Из рис. 3.13 видно, что параметр  $\theta$  существенно влияет как на частотный состав спектра, так и на его амплитудное значение.

Полученные теоретические расчеты свидетельствуют о том, что при разработке импульсных технологий интенсификации добычи углеводородов, необходимо учитывать влияние параметров газового пузырька и параметров среды на генерацию полей волн давления.

Особенно это важно при движении жидкостей с выделением газовых пузырьков в продуктивном пласте, что характерно для истощенных нефтяных месторождений, находящихся в заключительной стадии их эксплуатации.



**Рис. 3.13.** Амплитудно-частотные спектры полей волн давления  $P_u$  в зависимости от параметра  $\theta$  :

1, 2 –  $\theta = 0$  ;  $1,5 \cdot 10^5$  1/с, соответственно

Изложенные результаты показали, что взаимодействие падающей волны давления с пузырьком газа сопровождается излучением волн в диапазоне частот  $10^3-10^4$  кГц, которые в свою очередь, взаимодействуя с жидкостью в порах, способствуют уменьшению вязкости движущихся в поровой среде жидкостей.

### 3.7. Нелинейные волны в вязкоупругих системах

В подразделах 3.3–3.5 с использованием простейших моделей вязкоупругой среды рассмотрены вопросы распространения волн давления при импульсном воздействии и частотные характеристики этих возмущений. Ниже с применением более сложных реологических моделей среды будет показано существование в ней нелинейных волн.

Исследование нелинейных волновых движений позволяет обнаружить ряд качественно новых режимов движений, обусловленных взаимодействием нелинейности, дисперсии и диссипации (вязкости). Аналитической основой этих исследований, как правило, является уравнение Бюргерса-Кортвега-де Вриза (БКдВ). Покажем, что движение вязкоупругих жидкостей (к ним относится и нефть) описывается уравнением БКдВ.

Одномерное движение идеальной несжимаемой жидкости описывается уравнением [113]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad (3.118)$$

где  $u$  – скорость движения;  $p$  – давление;  $\rho$  – плотность жидкости.

В случае несжимаемой жидкости ( $\rho = \text{const}$ ) уравнение неразрывности принимает вид:

$$\text{div } u = 0.$$

Положим, что поведение вязкоупругой жидкости описывается реологическим уравнением Максвелла [114]

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E} \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\mu}, \quad (3.119)$$

где  $\varepsilon$  – деформация;  $\dot{\varepsilon}$  – скорость деформирования;  $\sigma$  – напряжение;  $\dot{\sigma} = \frac{\partial \sigma}{\partial t}$  (скорость нагружения);  $E$  – модуль упругости;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости.

Уравнение (3.119) представим в виде:

$$\sigma = \mu \dot{\varepsilon} - \frac{\mu}{E} \dot{\sigma}. \quad (3.120)$$

Учитывая, что для жидкости  $\sigma = -p$  ( $p$  – давление) и  $\dot{\epsilon} = \frac{\partial u}{\partial x}$ , из соотношения (3.120) следует:

$$p = -\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} + T \frac{\partial p}{\partial t}\right), \quad (3.121)$$

где  $T = \frac{\mu}{E}$  – время релаксации вязкоупругой жидкости.

Продифференцируем выражение (3.121) по переменной  $x$ :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\left(\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + T \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t}\right). \quad (3.122)$$

С учетом (3.122) исходное уравнение движения (3.118), имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \left( \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + T \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} \right) = 0.$$

После преобразований выражения (3.118) получим:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{T}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} = 0. \quad (3.123)$$

Для идеальной вязкой жидкости выполняется соотношение [59, 115]

$$p = \mu \dot{\epsilon}, \quad (3.124)$$

или

$$\dot{p} = \mu \ddot{\epsilon} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}.$$

Следовательно,

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}. \quad (3.125)$$

Дифференцируя соотношение (3.125) по переменной  $x$ , получим:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} = \mu \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t}. \quad (3.126)$$

С учетом (3.126) уравнение (3.123) принимает вид:



$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{T\mu}{\rho} \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = 0. \quad (3.127)$$

Учитывая, что  $\frac{\mu}{\rho} = \mu_k$  ( $\mu_k$  – коэффициент кинематической вязкости), из уравнения (3.127) следует:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \mu_k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu_k T \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = 0. \quad (3.128)$$

Принимая  $\frac{\partial}{\partial t} = -c_0 \frac{\partial}{\partial x}$  [109] ( $c_0$  – равновесная скорость движения), уравнение (3.128) представим в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \mu_k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu_k c_0 T \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0. \quad (3.129)$$

Уравнение (3.129) – это нелинейное уравнение Бюргерса-Кортевега-де Вриза. В этом уравнении  $\mu_k$  характеризует вязкость жидкости; параметр  $\beta_1 = \mu_k c_0 T$  характеризует дисперсию.

Рассмотрим второй случай, когда поведение вязкоупругой жидкости описывается реологическим уравнением [116]

$$T \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \sigma = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + T_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \right), \quad (3.130)$$

где  $\sigma$  – напряжение сдвига;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости;  $T$ ,  $T_1$  – времена релаксации.

Рассмотрим одномерное движение вязкоупругой жидкости, описываемое уравнениями (3.118) и (3.130). Систему этих уравнений сведем к одному дифференциальному уравнению.

При  $\sigma = -p$  уравнение (3.130) имеет вид:

$$-T \frac{\partial p}{\partial t} - p = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + T_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \right). \quad (3.131)$$

Продифференцируем (3.131) по переменной  $x$ :

$$-T \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu T_1 \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t}. \quad (3.132)$$

Из (3.132) находим  $\frac{\partial p}{\partial x}$ :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -T \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu T_1 \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t}. \quad (3.133)$$

Подставив соотношение (3.133) в (3.118), получим:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left[ -T \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu T_1 \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} \right] = 0. \quad (3.134)$$

В уравнении (3.134) перейдем к параметру  $\mu_\kappa$ :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{T}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \mu_\kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu_\kappa T_1 \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = 0. \quad (3.135)$$

Учитывая ранее полученное соотношение (3.126), уравнение (3.135) представим в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \mu_\kappa T \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} - \mu_\kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{T}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \mu_\kappa T_1 \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = 0.$$

После алгебраических упрощений получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \mu_\kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu_\kappa (T + T_1) \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = 0. \quad (3.136)$$

Учитывая, что  $\frac{\partial}{\partial t} = -c_0 \frac{\partial}{\partial x}$ , из уравнения (3.136) следует:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \mu_\kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu_\kappa c_0 (T + T_1) \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0. \quad (3.137)$$

Уравнение (3.137) – это нелинейное уравнение БКДВ. В этом уравнении  $\mu_\kappa$  характеризует кинематическую вязкость; параметр  $\beta_2 = \mu_\kappa c_0 (T + T_1)$  – коэффициент дисперсии.

Таким образом, исследование волновых движений в обоих случаях свелось к решению нелинейного уравнения Бюргерса-

Кортевега-де Вриза. Решение этого уравнения для некоторых частных случаев приведено в литературе [109, 117, 118].

Согласно [109, 118] вид стационарных решений уравнений (3.129) и (3.137) будет зависеть от соотношений параметров  $\mu_k$ ,  $\beta_1$  и  $\mu_k$ ,  $\beta_2$ . Для уравнения (3.129) находим критическое значение вязкости  $\mu_{кр}$  [116]:

$$\mu_{кр} = 2Tc_0(u_1 - u_0). \quad (3.138)$$

В выражении (3.138) введены обозначения:  $u_{-\infty} = u_1$ ,  $u_{\infty} = u_0$  (причем  $u_1 > u_0$ ). При  $\mu_k > \mu_{кр}$  имеют место монотонные ударные волны (рис. 3.14, а), при  $\mu_k < \mu_{кр}$  ударная волна имеет осциллирующую структуру (рис. 3.14, б).

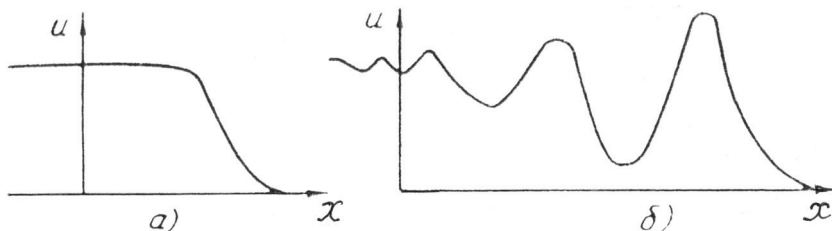


Рис. 3.14. Монотонная (а) и осциллирующая (б) ударные волны [109]

Аналогично для уравнения (3.137) находим критическое значение вязкости  $\mu_{кр}$ :

$$\mu_{кр} = 2c_0(T + T_1)(u_1 - u_0). \quad (3.139)$$

В этом случае нелинейное уравнение БКдВ не имеет аналитических решений и основным инструментом его исследования являются численные методы. Результаты некоторых типовых решений уравнений БКдВ приведены в монографии [109].

В качестве таких решений могут быть и солитоны, являющиеся огибающей высокочастотных колебаний в среде [119]. Солитоны, распространяясь на большие расстояния от скважины, передают энергию импульсного нагружения в структурные элементы геофизических сред с наименьшей диссипацией.

## Раздел 4

# РАЗРАБОТКА ИМПУЛЬСНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НА ОСНОВЕ ИССЛЕДОВАНИЙ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ СПЕКТРОВ

### 4.1. Некоторые пути управления взрывом при дроблении горных пород

При существующей технике и технологии ведения взрывных работ имеет место значительный выход негабарита и состав разрушенной горной породы отличается большой фракционной неоднородностью, что не обеспечивают оптимальности работы дробильно-сортировочных заводов. Причина этого не только в промышленной базе, но и в отсутствии эффективных научно-технических решений, способствующих выведению горного производства на более высокий уровень. Причем, в условиях рыночных отношений необходимо учитывать, что около 85–90 % всех материальных затрат в горнодобычном процессе составляют затраты на разрушение горной породы и лишь 10–15 % – на ее транспортирование, сортировку и т. п. Из приведенного видно, какая роль должна уделяться эффективному управлению действием взрыва для получения равномерно раздробленной горной массы заданной гранулометрии, что обеспечит снижение энергетических затрат при последующем процессе механического дробления породы. Исходя из этого, на основании выполненных исследований предложены методы управления энергией взрыва для повышения эффективности его применения в различных областях взрывного дела.

Анализу и исследованию характеристик промышленных ВВ, влияющих на качество разрушения горных пород, посвящено значительное количество работ [120–126]. В этих работах показано влияние и значимость тех или иных характеристик ВВ на эффективное выполнение взрывом его технологических функций. Современное представление вопроса управления взрывом учитывает значительный резерв повышения его эффективности за счет изменения амплитудно-временной конфигурации взрывного импульса, а именно увеличение продолжительности действия взрыва на окружающий горный массив при пониженном пике начального скачкообразного термобарического воздействия [71].

Заметим, что в подразделе 1.2 при исследовании различных режимов взаимодействия волн напряжений установлено, что с

увеличением длительности взрывного нагружения на горный массив формируется более низкочастотный спектр (рис. 1.1). Поскольку низкочастотный спектр при прохождении импульса по горному массиву претерпевает меньшие искажения чем спектр, насыщенный высокочастотными составляющими, то применение более длительных импульсных нагружений имеет некоторые преимущества с точки зрения достижения равномерности дробления и увеличения зоны трещинообразования в горном массиве. Это позволяет эффективно перераспределить затраты энергии взрыва в пространстве, уменьшить их на негативные явления измельчения породы в ближней зоне, находящейся в контакте с зарядом, и увеличить использование энергии взрыва на механическую работу по дроблению породы.

В подразделе 1.6 исследован характер затухания амплитудно-частотного спектра импульса треугольной формы и установлено, что при малом времени нарастания максимальной амплитуды импульса, спектр сдвигается в область более высоких частот. В результате в более удаленные от очага взрыва точки массива будет переноситься меньше энергии взрывного нагружения.

Следует отметить, что развитие деформационных процессов в горных породах вплоть до их окончательной стадии – разрушения – характеризуется реакцией пород на внешнее воздействие (силовое, тепловое и т. п.). Эта реакция зависит как от исходного физического состояния, так и от характера нагружения, поэтому это необходимо учитывать при разработке методов управления взрывным воздействием на массив горных пород. Известно [17], что для оптимального дробления горной породы необходимо, чтобы диаграмма деформирования породы соответствовала диаграмме взрывного нагружения. Для этого в лабораторных условиях с использованием образцов породы и известных методик по определению физико-механических характеристик горных пород [127, 128] определяют плотность породы  $\rho$ , коэффициент Пуассона породы  $\nu$  и скорость звука в породе  $v$ . Рассчитывают акустическую жесткость породы  $\rho v$  и модуль объемного сжатия породы  $K$  согласно выражению

$$K = \frac{\rho v^2 (1 + \nu)}{3(1 + \nu)}.$$

Зная акустическую жесткость породы и модуль объемного

сжатия породы, согласно известных данных [17], выбирают соответствующие параметры взрывчатого вещества (начальное давление взрыва, скорость детонации), при которых происходит эффективная передача энергии взрывного нагружения породе [129].

В подразделе 2.5 исследовано влияние поперечной составляющей импульсного нагружения на эффективность взрывного разрушения горных пород. При этом проявления действия поперечной волны связывается с изменением коэффициента поперечных деформаций  $k_{\tau}$ . Предлагается взрывное нагружение формировать таким, чтобы обеспечить создание в процессе взрывного нагружения породы преимущественно сдвиговых напряжений, связанных с распространением по массиву поперечных волн. В случае  $0,5 < k_{\tau} < 0$  частотная характеристика (2.72) испытывает наименьшее искажение и в более удаленные от очага взрыва области горного массива передается более высокий уровень взрывного нагружения. Область взрывной обработки горного массива при таком режиме нагружения возрастает и эффективность взрывного воздействия на массив увеличивается [130]. При этом требуемый режим нагружения создается путем применения заряда взрывчатого вещества, состоящего из нескольких частей, взрываемых с замедлением  $\Delta t$  одна относительно другой. Замедление  $\Delta t$  создается путем передачи детонации от одной части заряда к другой посредством отрезка детонирующего шнура определенной длины.

Приведенные выше соображения должны учитываться при выборе параметров нагружения для эффективной передачи энергии взрывного нагружения при дроблении горных пород.

#### **4.2. Импульсные технологии для повышения дебита геотехнологических скважин различного назначения**

В процессе разработки нефтегазовых месторождений фильтрационные характеристики пород-коллекторов нефти и газа в призабойной зоне пласта (ПЗП) заметно ухудшаются, что снижает продуктивность скважин и степень освоения недр. Эффективным методом улучшения фильтрационного состояния пород в ПЗП являются применение химических кислот, поверхностно-активных веществ (ПАВ) и растворителей, вибро- и теплообработки, гидравлический разрыв пласта и др. [78, 79]. Однако большинство из

отмеченных методов требуют громоздкого оборудования, немобильны и не обеспечивают избирательное действие, в особенности, для маломощных пластов. Альтернативой названным методам является применение мощного импульсного воздействия на среду пласта, в результате чего создается дополнительная сеть каналов фильтрации в ПЗП.

Вопросу изменения параметров импульсного нагружения при его распространении в горном массиве посвящены работы [30–32, 131]. Установлено, что низкоамплитудный импульс большой длительности способствует более равномерному распределению энергии в горном массиве и более равномерному дроблению [32]. Известно также, что форма импульса искажается в процессе его распространения по горному массиву, поскольку различные частотные составляющие импульсного нагружения распространяются по горному массиву с разной скоростью [15].

Проведенные в подразделе 1.4 исследования по изменению спектрального состава импульсного нагружения дают возможность активно управлять частотным распределением энергии импульсного воздействия в горном массиве при его нагружении на различных расстояниях от очага взрыва, что может быть использовано в различных технологических схемах взрывной обработки горного массива.

С применением теории спектров в подразделе 1.5 исследовано влияние импульсного циклического нагружения на эффективность передачи энергии взрывного нагружения горному массиву. Анализ диаграмм частотного распределения энергии взрывного нагружения показывает, что применение схемы взрывания с различным количеством зарядов в группе и периодическим повторением нагружения, можно достигнуть перераспределения энергии импульсного воздействия на горный массив по частотам. Цикличность повторения взрывных импульсов необходимо выбирать такой, чтобы она обеспечивала максимальную передачу энергии нагружения породе в призабойной зоне продуктивного пласта и достаточную интенсивность напряжений в отдаленных точках [132].

Максимальная передача энергии взрывного нагружения массиву происходит при соблюдении условия

$$\rho v_p \approx \rho_{BB} D,$$

где  $\rho$  и  $\rho_{BB}$  – плотность породы массива и взрывчатого вещества,

соответственно;  $v_p$  и  $D$  – скорость распространения продольной волны в горной породе и скорость детонации взрывчатого вещества, соответственно [17].

Формирование максимума переданной массиву энергии на частоте повторения импульса будет тем отчетливей, чем большая кратность повторения импульсного нагружения [133].

Одним из эффективных методов повышения нефтеотдачи продуктивных пластов является импульсное воздействие на породу-коллектор. Эффект от импульсного воздействия связан с распространением волн давления в вязкоупругих системах, что сопровождается изменением структурно-механических свойств вязкоупругих систем. Выбор наиболее эффективного импульсного воздействия на пласт непосредственно связан с определением частот, обеспечивающим максимальное поглощение волн давления в вязкоупругой среде.

В подразделе 3.3 приведены формулы (3.56) и (3.58) для определения коэффициента затухания волн давления гармонического характера в вязкоупругих системах с двумя и тремя параметрами релаксации. Максимальное поглощение энергии импульсного нагружения наблюдается на частоте, определяемой из выражения (3.60). При этом происходит наиболее интенсивное разрушение структуры вязкоупругой жидкости, что сопровождается уменьшением ее вязкости [134]. Кроме того, с увеличением частоты воздействия коэффициент вязкости нефти уменьшается согласно формуле (3.62). Это значит, что существуют оптимальные условия импульсной обработки вязкоупругой системы и частота этого воздействия для уменьшения вязкости нефтей, особенно нефтей с повышенной вязкостью. Выбор импульсного воздействия на такого рода нефтей, согласно приведенным соображениям, способствует улучшению притока нефти к забою скважины и сопровождается повышением ее дебита.

В подразделе 3.6 исследован амплитудно-частотный спектр волнового поля, излучаемого при пульсации газового пузыря. Такие явления наблюдаются при взаимодействии волны давления с пузырьками газа, что имеет место при волновой обработке нефтей, из которых выделяется газ. Это наблюдается при разработке сильно истощенных нефтяных месторождений, находящихся на последней стадии их эксплуатации. Формулы (3.112)–(3.114) дают возможность



рассчитать амплитудно-частотный спектр полей давления в зависимости от радиуса пузырьков. При этом уменьшение радиуса пузырька сопровождается смещением частотного спектра излучаемых волн в область значительно более высоких частот. Такие высокочастотные волны (порядка  $10^4$  кГц и выше), взаимодействуя с порами, в которых находится нефть, могут вызывать разрушение структуры вязких нефтей и снижение их вязкости, что положительно сказывается на их фильтрационных возможностях.

#### 4.3. Прогнозирование сейсмического действия взрывов

В настоящее время трудно найти такую отрасль промышленности, где не используется энергия взрыва. Достаточно отметить, что взрывные работы находят широкое применение не только в горно-добывающей промышленности, но и в сельском хозяйстве при осушении заболоченных земель, орошении засушливых районов, дорожном строительстве, нефтяной и газовой промышленности, ведении работ специального назначения и т.д. Увеличение масштабов и улучшение качества работ предъявляет жесткие требования к производству промышленных взрывов. Одно из этих требований связано с обеспечением безопасности людей, охраной инженерных сооружений и снижением вредного сейсмического действия взрывов.

В практике отечественного взрывного дела для определения сейсмической опасности преимущественно используют метод М.А. Садовского, который состоит в следующем. Определяют скорость колебаний в основании охраняемого строения, устанавливают эмпирическую зависимость между скоростью колебаний грунта и массой заряда взрывчатого вещества. Задаваясь величиной принятой допустимой скорости колебаний находят сейсдобезопасное расстояние по эмпирической зависимости [6]

$$u = k \left( \frac{Q^{1/3}}{r} \right)^n, \quad (4.1)$$

где  $r$  – расстояние между пунктами наблюдения и местом взрыва, м;  $k$  – коэффициент пропорциональности;  $Q$  – масса взрываемого заряда (в одной группе при КЗВ или общая масса заряда при мгновенном взрывании), кг;  $u$  – скорость смещений в грунте, см/с;  $n$  – показатель затухания скорости смещений в грунте.

Экспериментальные коэффициенты  $k$  и  $n$  в формуле (4.1) учитывают конкретные горно-геологические условия горных пород. В частности, для глин, суглинков и супесей  $n = 1,3$ ;  $k = 105$  (для глин);  $k = 85$  (для суглинков);  $k = 55$  (для супесей) [6, 17].

Существующие инженерные методы прогноза сейсмической опасности взрыва, в которых используют известные основные закономерности формирования и распространения сейсмических волн, позволяют лишь ориентировочно установить уровень сейсмоколебаний, возбуждаемых промышленными взрывами рассредоточенных в грунтовом массиве зарядов, поэтому часто не удовлетворяют возросшим требованиям к точности прогноза. Задача сейсмической безопасности должна решаться с учетом сейсмостойкости зданий и сооружений, которая зависит как от прочности строительных материалов и межэлементных связей, так и от динамических характеристик конструкций. Последние избирательно реагируют на сейсмоколебания, поскольку являются резонансными системами.

Учитывая резонансные свойства зданий и сооружений, обеспечивать их сейсмобезопасность можно посредством уменьшения энергии сейсмоколебаний, при которых возможны резонансные явления. Ввиду того, что сейсмоколебания представлены спектром частот, снижение сейсмоопасности может быть достигнуто на принципе перераспределения энергии между частотами с таким расчетом, чтобы уменьшить энергонасыщенность резонансного диапазона спектра.

Стало очевидным, что для оценки поведения строений необходимы данные об их частотной характеристике и амплитудно-частотном спектре сейсмических колебаний.

В подразделах 2.1, 2.2 детально исследованы амплитудно-частотные спектры волн, излучаемых при взрыве сферического и цилиндрического зарядов ВВ. Установлено, что в обоих случаях спектр сейсмических колебаний (формулы (2.17) и (2.36)) зависит от соотношения  $\nu_p/r_u$ . С увеличением параметра  $\nu_p/r_u$  максимум амплитудно-частотного спектра сейсмических колебаний сдвигается в область более высоких частот (рис. 2.2, б; рис. 2.5). Скорость продольной волны  $\nu_p$  существенно зависит от физико-механических свойств горной породы и в первую очередь, от их динамических свойств. Радиус излучателя зависит как от свойств среды, так и от

типа применяемого ВВ.

Особую актуальность прогноз сейсмической опасности взрывов приобретает для регионов, где распространены лессовые просадочные породы и на которых ведется строительство. Исследованию динамических свойств просадочных пород на основе теории спектров посвящен подраздел 2.7. Знание этих характеристик необходимо для обоснованного прогнозирования сейсмической опасности. Получена формула (2.100) для определения сейсмического воздействия на фундамент сооружения в зависимости от свойств верхнего слоя. Установлено, что увеличение акустической жесткости верхнего слоя приводит к уменьшению смещения в слое грунта, уплотненного энергией взрыва.

При сейсмических воздействиях грунтовое основание будет избирательно реагировать на спектр сейсмических колебаний. В пункте 2.7.2 исследованы спектры сейсмических колебаний в грунтах различного вида и установлено, что уплотнение основания с помощью глубинных и траншейных взрывов существенно снижает амплитуду спектра сейсмических колебаний, следовательно, уменьшает сейсмическое воздействие на здание, построенное на таком основании.

Степень уплотнения основания, как показано в пункте 2.7.3, влияет на характер колебаний фундаментов при сейсмических воздействиях. Результаты расчетов спектральных характеристик колебаний фундаментов при сейсмическом воздействии показывают, что на круговой частоте  $\omega$ , равной круговой частоте сейсмического воздействия  $\omega_0$ , фундамент будет испытывать наибольшее воздействие. Для снижения сейсмического воздействия на фундамент в строительной практике применяют демпфирующие устройства.

При использовании взрывных технологий в практике часто возникают ситуации, когда расчетные скорости колебаний превышают допустимые. В этих случаях целесообразно применять специальные методы управления сейсмическим эффектом. Управляемым параметром при этом является, как правило, скорость колебаний.

Одним из эффективных методов влияния на сейсмический эффект является применение короткозамедленного взрывания (КЗВ) зарядов ВВ [3, 6, 17].

В работе [6] на основе теоретических и экспериментальных исследований получена формула, позволяющая рассчитать снижение

сейсмического эффекта при КЗВ для разных значений числа групп замедлений и времени замедления в виде

$$\eta_t = \exp(-0,0032m\Delta\tau), \quad (4.2)$$

где  $\Delta\tau$  – интервал замедления;  $m$  – число групп замедлений.

Применение короткозамедленного взрывания не всегда приводит к желаемому результату – получению допустимой скорости колебания оснований сооружений. В этом случае применяют экранирующие сейсмозащитные преграды, которые выполняются в виде щелей, или в виде цепочки шурфов, заполненных пористым материалом или грунтом нарушенной структуры.

Параметрами преграды являются: ширина преграды  $d_{ш}$ , ее длина  $l$  и глубина  $H$ , шаг полостей в ряду преграды. Оптимальные параметры преграды определяются в грунтах с использованием стандартной сейсмометрической аппаратуры при условии получения максимального коэффициента снижения интенсивности колебаний в волне.

По данным экспериментальных исследований [6] размеры зоны действия искусственной преграды составляют  $(2,5-3,0) l$ . Оптимальным шагом между скважинами при устройстве преград перед зарядом является величина  $3 d$ , а перед охраняемым объектом –  $5,5 d$  ( $d$  – диаметр шурфа).

При определении глубины преграды следует учитывать особенности распространения объемных и поверхностных волн в массиве грунта с увеличением глубины от дневной поверхности и прохождения различных волн через преграду.

Исследования распространения взрывных волн внутри массива грунта показывают интенсивное затухание поверхностных волн с увеличением глубины. Интенсивность колебания по  $x$ -составляющей, как наиболее опасной для устойчивости зданий и сооружений на глубинах, равных  $\lambda/4$  ( $\lambda$  – длина волны), уменьшается по сравнению с дневной поверхностью в 2–3 раза. Поэтому преграда устраивается на глубину  $H = 3-5$  м.

Действие экранирующих преград достаточно полно исследовано в подразделе 2.8. Получена формула (2.123) для определения коэффициента экранирования  $\eta$  сейсмических волн. С использованием этой формулы рассчитаны коэффициенты  $\eta$  для различных типов лессовидных грунтов (табл. 4.1).

Таблица 4.1. Расчетные коэффициенты экранирования для различных грунтовых массивов

$\eta$	$f$ , Гц, при: $v_2 = 100$ м/с, $d_{ш} = 0,5$ м	$\eta$	$f$ , Гц, при: $v_2 = 100$ м/с, $d_{ш} = 1$ м	$\eta$	$f$ , Гц, при: $v_2 = 200$ м/с, $d_{ш} = 0,5$ м	$\eta$	$f$ , Гц, при: $v_2 = 200$ м/с, $d_{ш} = 1$ м
Супесь ( $v_1 = 300$ м/с)							
0,980	2	0,955	2	0,988	2	0,993	2
0,955	4	0,923	4	0,984	4	0,974	4
0,930	5	0,803	5	0,980	5	0,963	5
0,915	6	0,682	6	0,976	6	0,943	6
0,837	8	0,520	8	0,974	8	0,858	8
0,764	10	0,365	10	0,970	10	0,847	10
Суглинок ( $v_1 = 500$ м/с)							
0,826	2	0,901	2	0,996	2	0,990	2
0,810	4	0,700	4	0,990	4	0,964	4
0,800	6	0,482	6	0,979	6	0,922	6
0,700	8	0,325	8	0,964	8	0,867	8
0,580	10	0,215	10	0,945	10	0,802	10
Глина ( $v_1 = 700$ м/с)							
0,951	2	0,831	2	0,995	2	0,985	2
0,831	4	0,542	4	0,984	4	0,944	4
0,682	6	0,331	6	0,967	6	0,883	6
0,542	8	0,203	8	0,944	8	0,803	8
0,424	10	0,123	10	0,915	10	0,718	10

#### 4.4. Конструкция взрывного устройства, условия применения и эффективность внедрения

При выборе рациональных параметров импульсного нагружения с целью повышения проницаемости пород в ПЗП необходимо, в первую очередь, иметь сведения о тех изменениях, которые происходят в массиве при его импульсном нагружении. Для этого поведение образцов горных пород в условиях импульсного нагружения исследуется в лабораторных условиях.

На основе экспериментальных исследований kernового материала образцов горных пород ПЗП при их динамическом нагружении определяются оптимальные условия разуплотнения структуры пород и амплитудные характеристики импульсного воздействия.

Управлять амплитудно-частотным спектром и частотным распределением энергии импульсного действия в горном массиве при его взрывном нагружении можно путем взаимодействия взрывных волн, распространяющихся в массиве при взрыве зарядов с некоторым замедлением один относительно другого.

Для реализации короткозамедленного взрывания зарядов в скважине в Институте геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины разработана секционная торпеда ТС-45 [135]. Суммарный заряд торпеды состоит из двух (или несколько) частей зарядов, взрыв которых с замедлением обеспечивает создание в массиве ПЗП требуемого динамического нагружения. Необходимое время замедления частей зарядов в торпедо реализуется либо спецстройством, либо отрезком детонирующего шнура (ДШ). Заряды помещаются в специальную оболочку – корпус торпеды, предупреждающий разрушение торпеды при опускании ее на расчетный интервал обработки.

Основные параметры секционной торпеды ТС-45:

- внешний диаметр торпед –  $45 \pm 0,2$  мм;
- длина торпеды в сборе –  $4\ 460 \pm 11$  мм;
- плотность взрывчатого вещества (ВВ) в торпедо –  $1450...1600$  кг/м<sup>3</sup>.

Расчеты необходимых масс частей заряда в секционной торпедо ТС-45 и необходимого времени замедления взрыва частей заряда одна относительно другой для разуплотнения породы-коллектора в кольматированной области ПЗП приведены в работе [50].

Секционные торпеды ТС-45 предназначены для взрывной обработки добычных скважин всех категорий для улучшения притоков флюидов при температуре до 65 °С и давлении до 55 МПа и рассчитаны на одноразовое использование (для одного взрывания).

Взрывное разуплотнение структуры пород для улучшения фильтрационных характеристик массива в ПЗП применяется в тех скважинах, где:

- низкая начальная (природная) проницаемость и пористость породы-коллектора в ПЗП;
- в результате длительной работы скважин загрязнение породы в ПЗП достигло значительных расстояний (2...5 м и более);
- применение традиционных методов обработки скважин (кислотные и тепловые, ПАВ, гидроразрыв и др.) не дали ожидаемого результата.

**Таблица 4.2. Результаты внедрения импульсной технологии повышения дебита скважин с применением секционных торпед**

№ п/п	Организация	№ скважины	Интервал, мм	Порода	Пористость, %	Тип скважины
1.	НАК «Нефтегаз» Украины (Украина)	109	4611-4616	песчаник	17,0	газовая
		53	4811-4818	песчаник	8,0-9,0	газовая
		60	3660-3867	песчаник	13,0-15,0	газовая
		40	2688-2756	доломит	17,0-23,0	газовая
		58	4942-4951	песчаник	17,0-19,0	газовая
		25	2227-2235	песчаник	12,0-14,0	газовая
		103	3314-3318	песчаник	14,0	газовая
		26	4112-4118	песчаник	11,0-13,0	нефтяная
		120	1450-1478	песчаник	25,0	нагнетательная
		1	2281-2300	песчаник	20,0	нагнетательная
2.	ОАО «Укрнефть» (Украина)	53	3622-3880	песчаник	16,0	нефтяная
		905	3839-4382	песчаник	18,0	нефтяная
		816	3848-3880	песчаник	10,0	нефтяная
3.	ПО «Юганск-нефтегаз» (Россия)	587	2510-2525	песчаник	22,3	нефтяная
		612	2570-2583	песчаник	21,7	нефтяная
		688	2420-2436	песчаник	23,5	нефтяная
4.	ПО «Астрахань-газпром» (Россия)	112	1550-1573	песчаник	23,0	нагнетательная
		113	1545-1550	песчаник	25,2	нагнетательная

Продолжение табл. 4.2

№ п/п	Диаметр колонны, мм	Дебит до торпедирования		Дебит после торпедирования		
		т/сут	м <sup>3</sup> /сут	т/сут	м <sup>3</sup> /сут	
1.	140,0	0,0		1000	30000	
	140,0			25000	57000	
	140,0			0	20000	
	127,0			16000	32000	
	139,7			4500	50000	
	140,0			1000	1850	
	139,7			3000	45000	
	140,0				15,0	
	167,8				Приемистость скважины увеличилась в 7 раз	
	146,0				Приемистость скважины увеличилась в 4 раза	
2.	146,0	0,6		1,5		
	146,0	0,4		1,7		
	146,0	1,3		2,5		
3.	146,0	20,2		39,4		
	146,0	15,0		52,5		
	146,0	7,2		40,02		
4.	177,8			Приемистость скважины увеличилась в 6,2 раза		
	177,8			Приемистость скважины увеличилась в 7,9 раза		

Условия применения взрывного метода разуплотнения структуры пород:

- пористость пород – 5...25 %;
- мощность продуктивных пластов – 1,0...20,0 м и более;
- тип скважины – нефтяная, газовая и нагнетательная;
- конструкция скважин – с необсаженным и обсаженным стволом скважин, с удовлетворительным качеством цементации, возможна работа при опущенных насосно-компрессорных трубах;
- диаметр скважин – 114,3 мм и более;
- глубина скважин – до 5,5 км.

Промышленные внедрения разработанной импульсной технологии с применением секционных торпед для интенсификации добычи углеводородов свидетельствуют о ее высокой эффективности: дебит нефтяных скважин увеличивается в 1,5...2,0 раза, газовых в 5,0...10,0 раз (табл. 4.2). Положительный эффект устойчив во времени – 1,5 года и более.

Разработанная технология с успехом может применяться для интенсификации добычи нефти, природного газа, шахтного метана, геотермального тепла, а также при газификации каменного угля, выщелачивания солей и редкоземельных элементов.



## Список используемой литературы

1. Поведение грунтов под действием импульсных нагрузок/А.А. Вовк, Б.В. Замышляев, Л.С. Евтерев и др. – Киев: Наук. думка, 1984. – 288 с.
2. Падуков В.А., Антоненко В.А. Влияние напряженного состояния массива и граничных условий на характер действия взрыва//Механика и разрушение горных пород. – М.: Недра, 1969. – С. 89–102.
3. Друкованый М.Ф. Методы управления взрывом на карьерах. – М.: Недра, 1973. – 416 с.
4. Мельник Г.В. Регулирование спектра сейсмоколебаний при короткозамедленном взрывании//Взрывное дело. – 1983. – № 85/42. – С. 48–52.
5. Пономарев П.В. Об оптимальной форме упругой волны при динамическом разрушении горной породы//Изв. вузов. Горн. журнал. – 1969. – № 5. – С. 22–26.
6. Сейсмическое действие взрыва в горных породах/А.А. Кузьменко, В.Д. Воробьев, И.И. Денисюк, А.А. Дауегас. – М.: Недра, 1990. – 174 с.
7. Денисюк И.И. К вопросу оценки параметров взрывного импульса с помощью его спектральных характеристик//Использование энергии взрыва на объектах ирригационного и мелиоративного строительства. – Киев: Наук. думка, 1976. – С. 27–30.
8. Кравец В.Г., Денисюк И.И. Исследование амплитудно-частотного спектра при действии взрыва в грунте//Использование взрыва при разработке некальных грунтов. – Киев: Наук. думка, 1978. – С. 39–42.
9. Кравец В.Г., Денисюк И.И. Амплитудно-частотный спектр импульса при действии взрыва в грунте//Динамика уплотнения грунтового массива взрывом. – Киев: Наук. думка, 1979. – С. 29–36.
10. Нагорный В.П., Денисюк І.І. Дослідження частотного розподілу енергії вибухового навантаження на масив у привибійній зоні продуктивного пласта//Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: Материалы XVI Международ. науч. школы. – Симферополь: Таврический нац. ун-т, 2006. – С. 87–90.
11. Нагорный В.П., Денисюк І.І., Рудюк Я.О. Теоретичні дослідження впливу поперечних хвиль на ефективність імпульсної обробки масиву у привибійній зоні продуктивного пласта//Нафтова і газова промисловість. – 2008. – № 5. – С. 20–27.
12. Нагорный В.П., Денисюк И.И., Рудюк Я.А. Исследование циклического импульсного действия взрыва на горную породу с применением теории спектров//Изв. вузов. Горн. журнал. – 2009. – № 5. – С. 85–88.
13. Нагорный В.П., Глоба В.М., Денисюк И.И. Взрывные работы при добыче природных углеводородов, строительстве магистральных трубопроводов и подземных хранилищ. – Киев: Ин-т геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, 2009. – 330 с.
14. Харкевич А.А. Спектры и анализ. – М.: Физматгиз, 1962. – 236 с.

15. Друкованый М.Ф., Комир В.М., Кузнецов В.М. Действие взрыва в горных породах. – Киев: Наук. думка, 1973. – 184 с.
16. Араманович И.Г., Лунц Г.Л., Эльсгольц Л.Э. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. – М.: Наука, 1965. – 390 с.
17. Мосинец В.Н. Дробящее и сейсмическое действие взрыва в горных породах. – М.: Недра, 1976. – 272 с.
18. Боровиков В.А., Ванягин И.Ф. К расчету параметров волны напряжений при взрыве удлиненного заряда в горных породах//Взрывное дело. – 1976. – № 76/33. – С. 74–85.
19. Цилиндрические взрывные волны в грунтах по измерениям напряжений и деформаций//Н.Я. Барлас, И.И. Денисюк, В.Г. Кравец и др.//Физика горения и взрыва. – 1977. – № 6. – С. 896–902.
20. Нагорный В.П., Денисюк И.И., Петрушенко С.В. Частотное распределение энергии поля напряжений в горном массиве при его взрывном нагружении//Изв. вузов. Горн. журнал. – 2009. – № 6. – С. 45–49.
21. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. – М.: Наука. – 204 с.
22. Оксанич И.Ф., Миронов П.С. Закономерности дробления горных пород взрывом и прогнозирование гранулометрического состава. – М.: Недра, 1982. – 165 с.
23. Основы теории и методы взрывного дробления горных пород/Э.И. Ефремов, В.С. Кравцов, Н.И. Мячина и др. – Киев: Наук. думка, 1979. – 224 с.
24. Михалюк А.В. Торпедирование и импульсный гидроразрыв пластов. – Киев: Наук. думка, 1986. – 208 с.
25. Кучерявый Ф.И., Друкованый М.Ф., Гаек Ю.В. Короткозамедленное взрывание на карьерах. – М.: Госгортехиздат, 1962. – 227 с.
26. Комплексное исследование действия взрыва в горных породах/Э.О. Миндели, Н.Ф. Кусов, А.А. Корнеев, Г.И. Марцинкевич – М.: Недра, 1978. – 254 с.
27. Вовк А.А., Луговой П.З., Михалюк А.В. Разрушение горных пород в области суперпозиции упругих волн//Разработка рудных месторождений. – 1975. – Вып. 20. – С. 43–48.
28. Нагорный В.П., Денисюк И.И., Петрушенко С.В. Влияние импульсного циклического воздействия на эффективность передачи энергии горному массиву//Деформирование материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: Материалы XIX Международ. науч. школы. – Симферополь: Таврический нац. ун-т, 2009. – С. 242–244.
29. Ханукаев А.Н. Энергия волн напряжений при разрушении пород взрывом. – М.: Госгортехиздат, 1962. – 199 с.
30. Друкованый М.Ф., Гейман Л.М., Комир В.М. Новые методы и перспективы развития взрывных работ на карьерах. – М.: Наука, 1966. – 203 с.
31. Разрушение горных пород энергией взрыва/Э.И.Ефремов, В.С. Кравцов, Н.И. Мячина и др. – Киев: Наук. думка, 1987. – 264 с.
32. Казаков Н.Н. Взрывная отбойка руд скважинными зарядами. – М.: Недра, 1975. – 192 с.

33. Нагорный В.П., Денисюк И.И., Рудюк Я.А. Исследования по переносу энергии импульсного нагружения в горном массиве//Изв. вузов. Горн. журнал. – 2009. – № 3. – С. 115–120.
34. Нагорный В.П., Денисюк И.И., Рудюк Я.О. Теоретичні дослідження передачі енергії імпульсного навантаження в пласті//Нафтова і газова промисловість. – 2009. – № 1. – С. 40–44.
35. Мартыненко В.С. Операционное исчисление. – Киев: Вища школа, 1973. – 268 с.
36. Денисюк И.И., Нагорный В.П., Чуриков В.А. К вопросу выбора частотного диапазона измерительного канала при регистрации взрывных волн//Взрывные работы в грунтах и скальных породах. – Киев: Наук. думка, 1986. – С. 91–93.
37. Денисюк И.И., Марченко А.С. Определение напряженного состояния грунтового массива при взрыве группы цилиндрических зарядов//Взрывные работы в грунтах и горных породах. – Киев: Наук. думка, 1984. – С. 43–47.
38. Новгородов А.Ф. Измерение параметров взрывных волн в мягком грунте//Ученый совет по народно-хозяйственному использованию взрыва. – Новосибирск: Изд-во Сиб. Отд. АН СССР, 1960. – С. 35–40.
39. Нарожная З.В., Рыков Г.В. О погрешностях измерения напряжений в грунтах при кратковременных нагрузках//Журнал прикл. механики и техн. физики. – 1972. – № 4. – С. 146–154.
40. Сапожников С.С. Некоторые вопросы по работе с магнитоэлектрическим осциллографом//Вестник ВИА. – 1957. – № 120. – С. 18–24.
41. Талько-Гринцевич П.П. Оценка погрешности воспроизводящих приборов//Измерительная техника. – 1967. – № 1. – С. 11–14.
42. Турчин А.М. Электрическое измерение неэлектрических величин. – М.: Госэнергоиздат, 1959. – 140 с.
43. Гурвич И.И. К теории сферического излучателя сейсмических волн//Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1965. – № 10. – С. 45–56.
44. Гурвич И.И. Спектры волн от сферического излучателя в однородной поглощающей среде//Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1966. – № 5. – С. 43–51.
45. Денисюк И.И. Кравец В.Г., Марченко А.С. Исследование спектра сейсмических колебаний при взрыве сферического заряда//Взрыв в грунтах и горных породах. – Киев: Наук. думка, 1985. – С. 78–84.
46. Вовк А.А., Плужник В.И., Денисюк И.И. Исследование частотного спектра волн напряжений в дискретных средах при импульсном нагружении//Проблемы прочности. – 1972. – № 3. – С. 67–69.
47. Аптикаев Ф.Ф. Сейсмические колебания при землетрясениях и взрывах. – М.: Наука. – 1969. – 104 с.
48. Кандыба М.И., Турута Н.У., Благодаренко Ю.Л., Бахтин О.Б. Исследование сейсмического эффекта при современной технологии буровзрывных работ//Взрывное дело. – 1964. – № 54/11. – С. 135–142.
49. Рулев Б.Г. Динамические характеристики сейсмических волн при подземных взрывах//Взрывное дело. – 1968. – № 64/21. – С. 110–116.

50. Нагорный В.П., Куль А.Й. Рекомендации по застосуванню вибухових робіт для підвищення продуктивності газових свердловин. – Київ: Віпол, 1997. – 19 с.
51. Прострелочно-взрывные работы в скважинах/Н.Г. Григорян и др. 2-е изд. перераб. – М.: Недра, 1992. – 302 с.
52. Артёмов В.І., Нагорный В.П., Писарев Ю.А., Куль А.Й. Нові вибухові технології інтенсифікації видобутку вуглеводнів із підземних формацій. – Київ: Віпол, 1998. – 28 с.
53. Нагорный В.П., Писарев Ю.А. Интенсификация геотехнологических процессов взрывным методом//Газовая промышленность. – 1988. – № 10. – С. 55–58.
54. Ловля С.А. Прострелочно-взрывные работы в скважинах. – М.: Недра, 1987. – 213 с.
55. Нагорный В.П., Денисюк И.И., Поляковский В.А. Определение амплитудно-частотного спектра при взрыве цилиндрического заряда//Изв. вузов. Горн. журнал. – 2007. – № 1. – С. 77–81.
56. Родионов В.Н., Сизов И.А., Спивак А.А., Цветков В.М. О поведении среды в зоне разрушения при камуфлетном взрыве//Взрывное дело. – 1976. – № 76/33. – С. 24–39.
57. Ткачук К.Н., Ильин П.П., Ртищев В.А. Эффективность повышения объемной концентрации энергии зарядов при взрывной отбойке железистых кварцитов//Взрывное дело. – 1976. – № 76/33. – С. 109–113.
58. Вовк А.А., Черный Г.И., Кравец В.Г. Действие взрыва в грунтах. – Киев: Наук. думка, 1974. – 208 с.
59. Кузнецов В.М. Математические модели взрывного дела. – Новосибирск: Наука, 1977. – 104 с.
60. Механический эффект подземного взрыва/В.Н. Родионов, В.В. Адушкин, В.Н. Костюченко и др. – М.: Недра, 1971. – 200 с.
61. Суханов А.Ф., Кутузов Б.Н. Разрушение горных пород взрывом. – М.: Недра, 1983. – 344 с.
62. Нагорный В.П., Денисюк И.И., Рудюк Я.А. Влияние поперечных волн на эффективность взрывного разрушения горных пород//Изв. вузов. Горн. журнал. – 2008. – № 8. – С. 45–52.
63. Нагорный В.П., Денисюк И.И., Петрушенко С.В., Рудюк Я.А. О влиянии коэффициента поперечной деформации на взрывное разрушение горных пород//Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: Материалы XVIII Международ. науч. школы. – Симферополь: Таврический нац. ун-т, 2008. – С. 232–237.
64. Рябинкин Л.А. Теория упругих волн. – М.: Недра, 1987. – 182 с.
65. Кузьменко В.А. Новые схемы деформирования твердых тел. – Киев: Наук. думка, 1973. – 200 с.
66. Зуева Л.В. Деформирование и разрушение горных пород под действием импульсной нагрузки//Взрывные работы в грунтах и скальных породах. – Киев: Наук. думка, 1986. – С. 115–120.

67. Михалюк А.В. Горные породы при неравномерных динамических нагрузках. – Киев: Наук. думка, 1980. – 154 с.
68. Павлова Н.Н. Деформационные и коллекторские свойства горных пород. – М: Недра, 1975. – 240 с.
69. Писарев Ю.А., Денисюк И.И. Розробка та дослідження вибухосейсмічного методу дії на пласт. – Київ: Віпол, 2001. – 35 с.
70. Нагорный В.П., Денисюк И.И. Интенсификация добычи углеводородов с применением энергии взрыва//Газовая промышленность. – 2010. – № 1. – С. 28–29.
71. Писарев Ю.А., Денисюк И.И., Кучапин В.В. Взрывные технологии горно-строительных работ в грунтах. – Киев: Наук. думка, 1992. – 208 с.
72. Кравец В.Г., Денисюк И.И., Кузьменко А.А. Методы расчета и строительства преград с использованием энергии взрыва//Взрывные работы в грунтах. – Киев: Наук. думка, 1979. – С. 168–172.
73. Мельников В.В., Рыков Г.В. Динамика грунтов. – М.: ВИА, 1973. – 236 с.
74. Закиров А., Денисюк И.И., Акыев Б., Ильясов Б.И. Методы подготовки оснований на просадочных грунтах в сейсмоактивных районах. – Ашхабад: ТуркменНИИНТИ, 1990. – 160 с.
75. Красников Н.Д. Динамические свойства грунтов и методы их определения. – Л.: Стройиздат, 1970. – 240 с.
76. Кузьменко А.А., Денисюк И.И. Разработка сейсмобезопасного метода ведения взрывных работ//Использование энергии взрыва на объектах ирригационного и мелиоративного строительства в грунтах. – Киев: Наук. думка, 1976. – С. 137–143.
77. Денисюк И.И., Закиров А. Снижение сейсмического эффекта при взрывном уплотнении структурно-неустойчивых грунтов//Проектирование и строительство трубопроводов и газонефтепромысловых сооружений. – 1982. – № 4. – С. 44–47.
78. Балакиров Ю.А., Бугай Ю.Н. Инновационные технологии в нефтегаздобыче. – Киев: МНТУ, 2000. – 476 с.
79. Бойко В.С. Разработка и эксплуатация нефтяных месторождений. – М: Недра, 1990. – 427 с.
80. Вахненко В.А., Нагорный В.П., Денисюк И.И., Мищенко А.В. Оценка зоны разрушения горных пород при камуфлетном взрыве//Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2003. – № 3. – С. 47–55.
81. Бовт А.Н., Ловецкий Е.Е., Селяков В.И. и др. Механическое действие камуфлетного взрыва. – М: Недра, 1990. – 181 с.
82. Боровиков В.А., Ванягин И.Ф. Моделирование действия взрыва при разрушении горных пород. – М: Недра, 1990. – 226 с.
83. Баум Ф.А., Орленко Л.П., Станюкович К.П. и др. Физика взрыва. – М.: Наука, 1975. – 704 с.
84. Коробейников В.П. Задачи теории точечного взрыва. – М: Наука, 1985. – 330 с.
85. Ляхов Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. – М: Наука, 1982. – 288 с.

86. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 736 с.
87. Коул Р. Подводные взрывы. – М.: Иностранная литература, 1950. – 495 с.
88. Пономарев П.В. Динамический метод расчета процессов при разрушении горных пород ударом//Горн. журнал. – 1964. – № 12. – С. 38–42.
89. Падуков В.А., Антоненко В.А., Подозерский Д.С. Разрушение горных пород при ударе и взрыве. – Л.: Наука, 1971. – 160 с.
90. Крылов А.Н. О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики. – М.–Л.: Гос. изд-во научно-техн. лит., 1950. – 280 с.
91. Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1947. – 798 с.
92. Аметов И.М., Шерстнев Н.М. Применение композитных систем в технологических операциях эксплуатации скважин. – М.: Недра, 1989. – 214 с.
93. Теория и практика применения неравновесных систем в нефтедобыче/ А.Х. Мирзаджанзаде, Ф.Г. Магсудов, Р.И. Нигматулин и др. – Баку: ЭЛМ, 1985. – 220 с.
94. Нагорний В.П., Денисюк І.І., Рудюк Я.О. Дослідження розповсюдження хвиль тиску у в'язкопружних системах//Нафтова і газова промисловість. – 2008. – № 2. – С. 35–37.
95. Jonston D.H., Toksöz M.N., Timur A. Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks. II. Mechanisms//Geophys. – 1979. – 44. – No 4. – P. 691–711.
96. Мищенко И.Т. Расчеты в добыче нефти. – М.: Недра, 1989. – 246 с.
97. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. – М.: Недра, 1985. – 464 с.
98. Ляхов Г.М. Модель льда и снега для описания волновых процессов//Задачи механики в гляциологии и геокриологии. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – С. 21–43.
99. Белинский И.В., Михалюк А.В., Христофоров Б.Д. Вязкость горных пород при деформационных процессах//Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1975. – № 8. – С. 80–85.
100. Vinson T.S. Parameter effects on dynamic properties of frozen soils//J. Geotechnical Engineering Divison. – 1978. V. 104. – № 10. – P. 1289–1305.
101. Ляхов Г.М. Модель мерзлых грунтов для описания волновых процессов//Термомеханика грунтов. – М.: Изд-во МГУ, 1986. – С. 70–91.
102. Осокина Д.Н., Левыкин А.И., Кудряшова В.В. Исследование поглощающих и упругих свойств горных пород и корреляции между ними//Тектонофизика и механические свойства горных пород. – М.: Наука, 1971. – С. 91–117.
103. Ляхов Г.М., Султанов К.С. Продольные волны в средах с переменной вязкостью//Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1987. – № 9. – С. 23–32.
104. Вивчення та дослідження коефіцієнта затухання в залежності від частоти хвильової дії на в'язкопружну систему/В.П. Нагорний, І.І. Денисюк, С.В. Петрушенко та ін.//Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: Материалы XVII Междунар. науч. школы. – Симферополь: Таврический национальный университет, 2007. – С. 209–214.

105. Волны в жидкости с пузырьками/А.А. Губайдуллин, А.И. Ивандаев, Р.И. Нигматулин, Н.С. Хабеев//Итоги науки и техники. ВИНТИ. Механика жидкости и газа. – 1982. – № 17. – С. 160–249.
106. Механика многофазных сред/А.Н. Крайко, Р.И. Нигматулин, В.К. Старков, Л.Е. Стернин//Итоги науки и техники. ВИНТИ. Гидромеханика. – 1972. – № 6. – С. 93–174.
107. Batchelor G.K. Compression waves in a suspension of gas bubbles in liquid//Fluid Dynamics Transactions. – 1969. – V. 4. – № 1. – P. 65–84.
108. Поздеев В.А., Бескаравайный Н.М., Ковалев В.Г. Импульсные возмущения в газожидкостных средах. – Киев: Наук. думка, 1988. – 116 с.
109. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. – Новосибирск: Институт теплофизики, 1983. – 238 с.
110. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. – М.: Гостехиздат, 1954. – 546 с.
111. Рождественский В.В. Кавитация. – Л.: Судостроение, 1977. – 248 с.
112. Поздеев В.А. Взаимодействие нестационарной акустической волны давления с пузырьком газа в жидкости//Акустический журнал. – 1984. – 30, № 6. – С. 838–840.
113. Седов Л.И. Механика сплошной среды. т. II. – М.: Наука, 1973. – 584 с.
114. Ляхов Г.М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. – М.: Недра, 1974. – 192 с.
115. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978. – 736 с.
116. Саттаров Р.М. Диагностирование релаксационных свойств неньютоновских сред при их движении в трубах//Изв. Вузов «Нефть и газ». – 1981. – № 1. – С. 47–50.
117. Кудряшов Н.А. Точные решения  $n$ -ного порядка с нелинейностью Бюргерса-Кортевега-де Вриза//Мат. моделирование. – Т. 1. – № 6. – 1989. – С. 57–65.
118. Березин Ю.А. Моделирование нелинейных волновых процессов. – Новосибирск: Наука, 1982. – 160 с.
119. Николаевский В.Н. Геомеханика и флюидодинамика. – М.: Недра, 1996. – 447 с.
120. Беляев А.Ф., Садовский М.А. О природе фугасного и бризантного действия взрыва//Физика взрыва. – 1952. – № 1. – С. 3–20.
121. Андреев К.К., Беляев А.Ф. Теория взрывчатых веществ. – М.: Оборонгиз, 1960. – 595 с.
122. Демидюк Г.П. К вопросу о критерии оценки взрывных свойств ВВ для горных работ//Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 1967. – № 1. – С. 28–36.
123. Барон Л.И., Росси Б.Д., Левчик С.П. Дробящая способность взрывчатых веществ для горных работ. – М.: Госгортехиздат, 1960. – 110 с.
124. Ефремов Э.И., Вовк А.А. Справочник по взрывным работам. – Киев.: Наук. думка, 1983. – 328 с.
125. Справочник по буровзрывным работам/М.Ф. Друкованый, Л.В. Дубнов, Э.О. Миндели и др. – М.: Недра. – 630 с.

126. Дубнов Л.В., Бахаревич Н.С., Романов А.И. Промышленные взрывчатые вещества. – М.: Недра, 1982. – 354 с.
127. Ломтадзе В.Д. Методы лабораторных исследований физико-механических свойств горных пород. – Л.: Недра, 1972. – 312 с.
128. Ильницкая Е.И., Тедер Р.И., Ваголин Е.С., Кунтиш М.Ф. Свойства горных пород и методы их определения. – М.: Недра. – 1969.
129. Патент на корисну модель № 35066, Україна, МПК E21B43/263. Торпеда для вибухової обробки пласта/Нагорний В.П., Куль А.Й., Волосник Є.О., Денисюк І.І. – Заявл. 25.04.08. – Опубл. 26.08.08. Бюл. № 16.
130. Патент на корисну модель № 33866, Україна, МПК E21B43/25. Спосіб вибухової обробки продуктивного пласта/Нагорний В.П., Денисюк І.І., Рудюк Я.О. – Заявл. 27.03.08. – Опубл. 10.07.08. Бюл. № 13.
131. Родионов В.Н, Сизов И.А., Цветков В.М. Основы геомеханики. – М.: Недра, 1986. – 301 с.
132. Патент на корисну модель № 21372, Україна, МПК E21B43/263. Спосіб вибухової обробки продуктивних пластів/Нагорний В.П., Денисюк І.І., Петрушенко С.В. – Заявл. 15.09.06. – Опубл. 15.03.07. Бюл. № 3.
133. Патент на корисну модель № 20523, Україна, МПК E21B43/00. Торпеда для вибухової обробки пласта/Нагорний В.П., Денисюк І.І., Петрушенко С.В. – Заявл. 15.09.06. – Опубл. 15.01.07. Бюл. № 1.
134. Патент на корисну модель № 29332, Україна, МПК E21B43/263. Спосіб імпульсної обробки привибійної зони нафтоносних пластів/Нагорний В.П., Денисюк І.І., Рудюк Я.О. – Заявл. 11.09.07. – Опубл. 10.01.08. Бюл. № 1.
135. Патент на корисну модель № 23947, Україна, МПК E21B43/00. Секційна торпеда для вибухової обробки пласта/В.А. Даниленко, В.П. Нагорний, Л.О. Волгін, М.Г. Денисенко. – Заявл. 14.02.07. Опубл. 11.06.07. Бюл. № 8.



**Научно-популярное издание**

**Нагорный Владимир Петрович  
Денисюк Иван Иванович**

**Спектры и их приложения  
к задачам взрывного дела**

**Под редакцией докт. техн. наук, проф.  
В.П. Нагорного**

**На русском языке**

**Науково-популярне видання**

**Нагорний Володимир Петрович  
Денисюк Іван Іванович**

**Спектри і їх застосування  
в задачах вибухової справи**

**За редакцією докт. техн. наук, проф.  
В.П. Нагорного**

**На російській мові**

Підписано до друку 07.07.2010.

Формат 60×84/16. Папір офсетний.

Друк. арк. 11,14; умов. друк. арк. 9,75.

Замовлення № 9 від 08.07.2010. Наклад 200 прим.

Віддруковано у друкарні Тов. фірми «ЕССЕ»  
Україна, 03142, м. Київ-142,  
проспект Вернадського, 34/1