А. А. БАКАЕВ, В. И. ГРИЦЕНКО, И. С. САКУНОВА

АВТОМАТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

А. А. БАКАЕВ, В. И. ГРИЦЕНКО, И. С. САКУНОВА

АВТОМАТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Киев — Логос — 2007

Н.В.В. 2017 Киев

ББК 32.817в6
Б19
УДК 62.507:338

Бакаев А. А.

Б19 Автоматное моделирование в задачах исследования сложных систем / А. А. Бакаев, В. И. Гриценко, И. С. Сакунова.— К.: Логос. 2007.— с. 208. Библиогр.: с. 203–205.

ISBN 978-966-581-903-5

Разнообразие предлагаемых практикой задач и возрастающая структурная и алгоритмическая сложность исследуемых систем вызывает необходимость создания новых и совершенствования используемых математических методов описания сложных систем. В монографии обобщается опыт использования метода вероятностно-автоматного моделирования, дающий широкую возможность практического применения при воспроизведении и оптимизации динамических процессов с учетом влияния вероятностных факторов.

Рассчитана на специалистов, занимающихся исследованием экономико-социальных процессов, транспортных и производственных систем, а также на аспирантов и студентов экономических и технических вузов.

ББК 32.817в6

Різноманітність пропонованих практикою задач і структурна та алгоритмічна складність досліджуваних систем викликає необхідність створення нових та удосконалення використовуваних математичних методів описування складних систем. У монографії узагальнюється досвід використання методу імовірнісно-автоматного моделювання, що дає широку можливість практичного застосування при відтворенні та оптимізації динамічних процесів з урахуванням впливу ймовірнісних факторів.

Розрахована на спеціалістів, які займаються дослідженням економіко-соціальних процесів, транспортних і виробничих систем, а також на аспірантів та студентів економічних і технічних вузів.

Рецензенты:
Зав. отделом Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАНУ академик НАНУ, докт. техн. наук В. И. Скурихин;
проректор КУЭТТ докт. экон. наук, профессор Е. Н. Сыч

Рекомендовано к печати Ученым советом Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАНУ от 15 марта 2007 г. (протокол № 3)

ISBN 978-966-581-903-5

ВВЕДЕНИЕ

Имитационное моделирование как инструмент исследования сложных стохастических систем постоянно видоизменяется и пополняется новым содержанием, проделывая эволюционный путь от набора приемов и методов к совокупности концепций и общим теориям. Процессы эволюции имитационного моделирования (ИМ) обусловлены, в первую очередь, необходимостью выработки логической завершенности создаваемых языков для моделирования как непрерывных систем, так и систем с дискретными событиями. Создание развитых языков моделирования как универсальных алгоритмических систем с концептуальной базой дает средства формального описания сложных непрерывно-дискретных систем с высокой степенью адекватности имитации и точности получаемых результатов.

Во многих случаях, занимаясь исследованием системы, разработчик не имеет возможности включать в это рассмотрение все внешние обстоятельства, влияющие на систему, что практически да и в принципе невозможно, поэтому необходимость заставляет исследователя каждый раз ограничивать пределы изучаемой системы, включая все, что войдет в рассмотрение и не будет отброшено как несущественные факторы — во внешнюю среду. Как следствие, происходит урезание связей, и влияние оставшихся рассматриваемых факторов заменяется случайными величинами, либо последовательностями случайных величин. В результате, вместо учета всех причин, извне и изнутри влияющих на систему, проводится детальное статистическое обследование поступления случайных величин. Таким образом, каждая сложная динамическая, в том числе экономическая, система является вероятностной и в ее функционировании принимают участие случайные факторы.

При выборе алгоритмического языка моделирования с теоретически обоснованной концептуальной базой, учитывающей стохастический характер реальных систем, целесообразно использовать теоретически развитые и удобные в использовании в ИМ некоторые разделы математических теорий. К ним можно отнести разделы теории массового обслуживания, кусочно-линейные агрегаты, линейчатые, марковские и полумарковские процессы в теории вероятностей, эволюционное моделирование как метод адаптивной идентификации объекта структурной моделью и т.д.

В данной работе рассматривается метод (впервые описанный в работе [37]), к достоинствам которого, обусловившим его широкое и эффективное применение, относятся теоретическая обоснованность, простота в отражении алгоритмических и структурных особенностей функционирования систем, возможности максимальной унификации и стандартизации построения модели информационного алгоритма и программной реализации. Метод постоянно совершенствуется, его модификации постоянно расширяют класс рассматриваемых задач и сочетаются, в зависимости от потребностей, с различными методами оптимизации и принятия решений. Рассматриваемый метод использует свойства цепей Маркова в сочетании с применением вероятностных автоматов определенного типа из теории автоматов.

Глава 1
АВТОМАТНЫЕ МОДЕЛИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

1.1. Сложные системы и некоторые методы их математического описания

Понятие системы давно используется в различных областях науки, а также в практических применениях, и во многих случаях играет важную роль при изучении сложных объектов самого различного характера и назначения. Исследование процессов функционирования больших производственных, энергетических, сельскохозяйственных комплексов, а также некоторых экономических, биологических, социальных систем привело к возникновению понятия сложной или большой системы. В настоящее время не существует строгого общего определения сложной системы, кроме того, отнесение той или иной реальной системы к разряду сложных является весьма условным и определяется задачей исследования данной системы.

Не вдаваясь в сравнение различных определений этого понятия и не изыскивая наилучшего из них, ограничимся перечислением основных свойств, присущих всем объектам, именующимся сложными системами:

1. Прежде всего, каждая система характеризуется своей структурой. Отличие системы от простой совокупности элементов, либо от упорядоченной их совокупности, заключается в том, что элементы системы связаны между собой, качественно объединены. Определение структуры для каждой системы весьма относительно. В зависимости от целей исследования одну и ту же систему можно рассматривать на различных так называемых структурных уровнях.

2. Каждая система характеризуется наличием определенных количественных характеристик, из которых, в зависимости от выбранной постановки задачи и путей ее решения, можно выделить существенные и несущественные, зависимые и независимые. Количественные характеристики определяют состояние всей системы в каждый момент времени, являясь функциями времени.

3. Особенностью системы можно считать ее способность взаимодействовать с внешней средой. Однако, во многих случаях выбор разграничения, отделяющего систему от внешней среды, является весьма условным.

4. В функционировании большинства реальных систем обычно участвуют различные случайные факторы, действие которых проявляется как со стороны внешней среды, так и внутри самой системы. Поэтому все реально существующие системы фактически являются вероятностными. В некоторых случаях вероятностные факторы незначительно влияют на функционирование системы. В таких случаях система может рассматриваться как детерминированная.

Само понятие системы, или сложной системы не является математическим понятием. Для проведения какого-либо математического исследования системы необходимо построить ее математическую модель, то есть заменить ее содержательное описание совокупностью взаимосвязанных математических объектов. Так, предположение о том, что в каждый момент времени система может быть охарактеризована определенным набором количественных характеристик, дает возможность при ее математическом описании пользоваться зектором

$$X(t) = \{X_1(t), X_2(t), ..., X_n(t)\}, \tag{1.1.1}$$

в котором компоненты $X_i(t)$ определены на некотором промежутке времени $[0, T]$ $[T \geq 0]$ и принимают значение из определенной области. Число компонент этого вектора для простоты может предполагаться конечным и в какой-то мере характеризует сложность рассматриваемой системы.

Изменение количественных характеристик во времени может быть в принципе отражено заданием определенной функции такого вида

$$(X_1(t+\Delta t), X_2(t+\Delta t), ..., X_n(t+\Delta t)) = f(X_1(0,t), ..., X_n(0,t)), \tag{1.1.2}$$

где $X_i(0, T)$ означает всю совокупность значений компоненты $X_i(t)$, принимаемых ею на множестве моментов времени $[0, T]$, а Δt — некоторый малый промежуток времени.

Особенность системы взаимодействовать со средой может быть выражена тем, что компоненты вектора (1.1.1) могут быть условно разделены на внутренние $X_i(t)$, характеризующие собственно систему, и внешние $Y_j(t)$, характеризующие среду.

Вероятностный характер, присущий многим системам, обусловливается вероятностным характером функции $X(t)$. При этом процесс, протекающий в системе, может рассматриваться как случайный процесс. Совокупность ω значений вектора (1.1.1) для всевозможных значений t из промежутка $[0, T]$ является элементарным событием. Множество Ω всех элементарных событий образует пространство элементарных событий. Каждая σ-алгебра S в пространстве Ω является измеримой функцией, и ей может быть поставлена в соответствие некоторая мера $P(S)$, такая, что

$$P(S) \geq 0 \text{ и } P(\Omega) = 1.$$

Определение меры $P(S)$ для произвольной σ-алгебры S достаточно подробно характеризует вероятностные свойства системы как вероятностного процесса.

На практике ввиду большой громоздкости функциональной формы функции f или вероятностной меры $P(S)$ применение таких интерпретаций неудобно и практически неосуществимо. При решении практических задач обычно применяются лишь упрощенные математические модели систем, основанные на тех или иных упрощающих предположениях. Характер принимаемых упрощающих предположений в каждом случае определяет применяющиеся математические методы исследования.

В настоящее время известно довольно много различных способов описания систем и методов их исследования. К наиболее распространенным методам исследования сложных систем относятся методы математического программирования (линейное, нелинейное, динамическое, стохастическое и целочисленное программирование). При применении этих методов вся система и ее отдельные особенности описываются с помощью соответствующих систем уравнений и неравенств: линейных и нелинейных, алгебраических, дифференциальных и т.д.

С помощью методов математического программирования успешно решаются многочисленные оптимизационные задачи.

Среди методов исследования сложных вероятностных систем важное место занимают методы теории массового обслуживания, являющиеся составной частью теории случайных процессов. К числу задач, рассматриваемых в теории массового обслуживания, обычно относятся задачи исследования вероятностной системы, связанные с поступлением в систему некоторых элементарных объектов, прохождением их по системе, задержкой их в определенных ее звеньях и выходом из системы. Способ описания системы массового обслуживания обычно определяется выбранной теоретико-вероятностной формализацией процесса. В большинстве случаев это цепи Маркова, полумарковские и линейчатые процессы, процессы с дискретным вмешательством случая.

Когда же система оказывается настолько сложной, что аналитические методы не могут обеспечить решение стоящих перед исследователем задач, на помощь приходят методы имитационного моделирования. В таком случае точное и экономное описание системы играет особо важную роль. В настоящее время существует ряд методов математической имитации сложных реальных систем. Сюда, прежде всего, следует отнести такие методы, как разработанные Н. П. Бусленко [7, 8] агрегатные и базисные системы, а также кусочно-линейные агрегаты, впервые примененные И. Н. Коваленко [17, 18]. Удобным средством описания сложных систем являются некоторые специализированные для моделирования алгебраические языки, такие как SIMSKRIPT [25], SIMULA [11], СЛЕНГ [15] и др.

В процессе решения ряда практических задач имитационными методами появился ряд требований разработчиков, в частности, к удобству описания сложных систем, к наглядности отображения структуры системы и алгоритма функционирования различных ее частей, к компактности и стандартизации формы моделирующего алгоритма при соблюдении высоких требований к уровню адекватности и точности получаемых результатов решения задач. Таким требованиям вполне отвечает математический язык имитационного описания сложных систем в виде систем вероятностных автоматов, разработанный Н. В. Яровицким, А. А. Бакаевым, Н. И. Костиной [2, 3] и получивший широкое применение во множестве практических разработок и дальнейшее развитие путем создания модификаций, расширяющих возможности метода и класс решаемых задач.

1.2. Математические предпосылки использования вероятностных автоматов в моделях сложных систем

Войдем в краткий экскурс определения основных теоретико-вероятностных понятий. Согласно теории вероятность существует в пространстве элементарных событий, которые изображаются точками: E_1, E_2, E_3, ...

Дискретным пространством элементарных событий называется такое пространство, которое состоит из конечного или счетного количества точек. С каждой точкой связано число, называемое вероятностью осуществления элементарного события. При этом обязательно выполняется условие:

$$P(E_1)+P(E_2)+...=1.$$

Далее, существует понятие генеральной совокупности из n элементов. В качестве примера такой совокупности могут служить статистические (эмпирические) данные, отображающие осуществление (реализацию) элементов данного конкретного множества. Например, данные о поступлении транспортных единиц за большой период времени.

Но для обработки статистики исследователь выбирает произвольное упорядоченное множество из r элементов, входящих в генеральную совокупность n элементов. Это множество будем называть выборкой объема r.

Будем говорить о реализациях элементарных событий из конкретной генеральной совокупности — как о реализациях случайной величины.

В теории вероятностей случайная величина определяется законом распределения вероятностей — таким набором вероятностей, который определяет вероятности принятия случайной величиной значений из различных подмножеств числовой оси. В теории вероятностей случайные величины подразделяются на дискретные и непрерывные.

Дискретные величины принимают лишь определенные отдельные значения. Множество допустимых значений дискретной случайной величины может быть либо конечным, либо счетным. Дискретная случайная величина задается с помощью своего распределения вероятностей

$$p_k=P\{x=k\}.$$

Непрерывная случайная величина может принимать значение из некоторого непрерывного ограниченного или неограниченного промежутка и задается обычно с помощью своей функции распределения

$$F(x)=P\{X<x\},$$

представляющей вероятность того, что значение случайной величины не превзойдет x.

Есть еще одно важное понятие — плотность распределения, применяемое для случайной величины, имеющей непрерывное распределение вероятностей. Плотность будет производной от функции распределения. Итак, непрерывная случайная величина имеет непрерывную функцию распределения и кусочно-непрерывную производную — плотность распределения. Физический смысл плотности распределения — это то, каким образом ведет себя частота попадания случайной величины в разные интервалы числовой оси. Плотность распределения, по определению, будет равна

$$\varphi(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{P\{X\le x< X+\Delta X\}}{\Delta X}=\frac{dF}{dX};\quad F(x)=\int_{-\infty}^{x}\varphi(t)dt.$$

Существует ряд функций распределений, имеющих свой аналитический вид. Приведем наиболее распространенные из них:

1) показательное распределение (экспоненциальное):

$$F(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 0,\\ 1-e^{-\lambda x} \text{ при } x>0;\ (0<\lambda<+\infty)\end{cases};$$

2) нормальное распределение:

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}}dz;\ (-\infty<a<+\infty;\ \sigma\ge 0);$$

3) равномерное распределение на отрезке $[a, b]$:

$$F(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le a,\\ \dfrac{x-a}{b-a} \text{ при } a<x\le b,\ (-\infty<a<b<+\infty);\\ 1 \text{ при } x>b;\end{cases}$$

4) усеченное нормальное распределение с точками усечения C_1 и C_2:

$$F(x)=\frac{\Phi(x)-\Phi(C_1)}{\Phi(C_2)-\Phi(C_1)}.$$

При $C_1=-\infty$ получается одностороннее усечение справа в точке C_2. При $C_2=+\infty$ — одностороннее усечение слева в точке C_1. Если $C_1=-\infty$ и $C_2=+\infty$, это — неусеченное нормальное распределение.

Для более конкретного описания случайных величин применяются некоторые типичные числовые значения, называемые числовыми характеристиками. Все функции распределения описываются немногими “типичными значениями” — медианой, математическим ожиданием, дисперсией и вообще моментами различных порядков.

Самое важное типичное значение — математическое ожидание или среднее значение. Для дискретной случайной величины оно равно:

$$\mu = E(\xi) = \sum x_k f(x_k).$$

Математическим ожиданием непрерывной случайной величины ξ с плотностью вероятностей $p(x)$, $(-\infty < x < +\infty)$ называется

$$E(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx.$$

Дисперсией $D(\xi)$ случайной переменной ξ называется ожидание квадрата отклонения этой случайной переменной от ее математического ожидания

$$D(\xi) = E\left(\xi - E(\xi)\right)^2.$$

На практике эта формула преобразуется в более простую рабочую формулу

$$D(\xi) = E(\xi^2) - (E(\xi))^2,$$

означающую отклонение среднего выборки от среднего генеральной совокупности. Корень квадратный от дисперсии называется средним квадратическим отклонением σ.

Введем выражение, определяющее меру зависимости между двумя случайными переменными — коэффициент корреляции $\rho(\xi, \eta)$:

$$\rho(\xi,\eta) = \frac{\operatorname{cov}(\xi,\eta)}{\sigma_\xi \sigma_\eta}, \quad \operatorname{cov}(\xi,\eta) = E\left((\xi - E\xi)(\eta - E\eta)\right).$$

При взаимной независимости случайных переменных коэффициент корреляции равен нулю.

Давно замечено, что случайные переменные в больших случайных выборках ведут себя относительно конкретных утверждений (явлений) целиком закономерно. При этом явления, имеющие вероятность появления, близкую к единице, почти всегда сбываются, а с вероятностью, близкой к нулю — почти никогда не сбываются. Возникают стойкие закономерности, которые являются сутью закона больших чисел. Под этим законом понимается совокупность математических теорем, в каждой из которых утверждается и доказывается факт приближения средних характеристик большого числа испытаний к некоторым конкретным постоянным. Так, например, закон больших чисел утверждает, что для достаточно большой случайной выборки ее среднее значение будет близким к среднему значению генеральной совокупности. Центральная предельная теорема в точной количественной форме позволяет оценить вероятную величину расхождения между этими средними значениями и определить объем выборки, необходимый для надежной оценки. В процессе статистической обработки случайных чисел и последовательностей случайных чисел, выступающих в качестве случайных воздействий на исследуемую систему, должны быть проведены выборки по каждой случайной величине, по выборкам должны быть определены гистограммы и выдвинуты гипотезы о предполагаемых функциях распределения. Далее, гипотезы должны быть проверены на достоверность с помощью одного из известных критериев согласия. Кроме того, должны быть рассмотрены вопросы о взаимной зависимости (независимости) случайных величин одной последовательности, а также о взаимной зависимости (независимости) случайных величин из разных последовательностей. Все выше перечисленные исследования проводятся на основе закона больших чисел.

На практике очень редко бывает, когда случайные величины, образующие последовательность, взаимно независимы. То есть, когда независимы их распределения вероятностей. Зачастую эти распределения вероятностей зависят от предыдущих значений случайных величин.

Случайная последовательность, в которой зависимость распространяется на определенное число шагов (постоянное для данной последовательности), как известно, называется цепью Маркова, а зависимость на один шаг — это простая цепь Маркова. Теория цепей Маркова хорошо развита и предлагает множество аналитических методов исследования реальных случайных процессов [12].

Особенно привлекательным является рассмотрение простой однородной цепи Маркова, в которой реализуется зависимость на один шаг назад и матрица переходов, управляющая поведением цепи, не зависит от времени. Такая пошаговая зависимость называется свойством марковости, или, другими словами, свойством независимости от предыстории или отсутствия последействия. Использование свойства отсутствия последействия на практике при создании имитационной модели упрощает ее построение, при этом понятие марковости включает условие вхождения исследуемого вероятностного процесса из переходного состояния в стационарный режим, когда математические ожидания искомых величин начинают с определенного момента не зависеть от времени моделирования. Очевидно, что аппарат простых однородных цепей Маркова может быть теоретически обоснованной концептуальной базой для создания математического языка имитационного моделирования сложных систем. Напомним, что цепь Маркова считается заданной, когда известны вероятность появления первоначального события (начальное распределение вероятностей) и условные переходные вероятности появления дальнейших событий. Последние могут быть записаны в форме квадратной стохастической матрицы. Запишем цепь Маркова

$$P(E_{j0}, E_{j1}, \ldots E_{jn}) = P(E_{j0})P(E_{j1} / E_{j0})P(E_{j2} / E_{j1})\ldots P(E_{jn} / E_{j(n-1)}).$$

Поиск объектов, имеющих свойства цепей Маркова и в то же время большую информационную емкость по сравнению с цепями Маркова, что позволяет имитировать объекты сложных систем и их атрибуты, привел к выбору весьма удобного средства математического описания моделей в виде вероятностных автоматов (ВА) следующего вида:

Определение 1.2.1. Дискретным инициальным вероятностным автоматом Мура с детерминированными выходами называется совокупность

$$\langle X, U, D, a_0, A(x), \varphi(a) \rangle, \tag{1.2.1}$$

где X, U, D — соответственно входной, внутренний и выходной алфавиты автомата, $a_0 (a_0 \in U)$ — начальное состояние автомата, $A(x)(x \in X)$ — семейство стохастических матриц, определяющих правила перехода автомата из одного состояния в другое, $\varphi(a)(a \in U, \varphi \in D)$ — функция выходов.

Исследование автоматов (1.2.1) показало, что при определенных условиях они могут быть преобразованы в простую однородную цепь Маркова, а именно: тогда и только тогда, когда последовательность входных сигналов автомата представляет собой реализацию взаимно независимых одинаково распределенных случайных величин.

1.3. Сущность построения автоматных моделей

Вероятностный автомат, заданный с помощью определения 1.2.1, представляет собой в определенном смысле управляемую цепь Маркова. В отличие от последней вероятностный автомат задается не одной стохастической матрицей переходных вероятностей, а целым семейством таких матриц и на каждом шагу из этого семейства выбирается одна определенная матрица, соответствующая заданному значению входного сигнала. Кроме того, автомат с помощью функции выходов $\varphi(a)$ в каждый момент времени вырабатывает так называемый выходной сигнал — величину, через которую управление может передаваться к другим автоматам.

Функционирование автомата начинается с начального состояния a_0 и протекает в режиме дискретного времени. В соответствии с заданным в начальный момент времени значением x_0 входного сигнала из семейства матриц $A(x)$ выбирается одна единственная матрица $A(x_0)$, и из этой матрицы берется строка с номером, соответствующим a_0. Пользуясь выбранной строкой, как вероятностным распределением, находят новое состояние автомата, а с помощью функции выходов $\varphi(a)$ по этому состоянию определяется значение выходного сигнала. В дальнейшем все происходит по заданной схеме.

При построении автоматных моделей сложных систем вероятностные автоматы служат основным "материалом", из которого составляется модель. Для того, чтобы получить автоматную модель системы, достаточно построить надлежащим образом все автоматы согласно определению 1.2.1 и объединить их в модель, отождествляя между собой входы и выходы отдельных автоматов.

Дадим следующее определение системы вероятностных автоматов:

Определение 1.3.1. Считается, что система вероятностных автоматов (Y, Γ) задана, если выполняются такие условия:

1. Имеется некоторое конечное множество Y автоматов $A_S (S = \overline{1,N})$, каждый из которых задан в соответствии с определением 1.2.1.

2. Задан направленный граф Г без петель с числом вершин N.

3. Между вершинами графа Г и автоматами $A_S \in Y$ установлено взаимно однозначное соответствие.

4. Все автоматы A_S функционируют в режиме единого дискретного времени.

5. Каждой дуге графа Г, соединяющей вершины с номерами S и R ($S \neq R$), поставлено в соответствие некоторое числовое множество $\aleph_{SR}(\aleph_{SR} \neq 0)$, совпадающее с выходным алфавитом автомата A_S и входным алфавитом автомата A_R (относительно друг друга).

Из определения 1.3.1 вытекает, что система вероятностных автоматов может быть определена заданием следующих пяти объектов: матрицы алфавитов (МА), вектора начальных состояний (ВНС), системы функций выходов (СФВ), таблицы условных функционалов переходов (ТУФП) и системы распределений случайных величин, участвующих в ТУФП.

МА представляет собой квадратную матрицу порядка N, элементы которой — алфавиты сигналов, передаваемых от одних автоматов системы к другим, а по главной диагонали помещаются обозначения внутренних алфавитов автоматов. МА несет полную информацию о графе Г.

ВНС определяет начальное состояние системы. Отдельные его компоненты представляют начальные состояния автоматов системы.

СФВ представляет собой свод правил, по которым происходит формирование выходных сигналов автоматов.

Особую роль в построении автоматных моделей играет алгоритм ТУФП, определяющий закон изменения внутренних состояний автоматов системы. Первоначально (да и сейчас в случаях построения несложных автоматных моделей) ТУФП состояла из отдельных строк по числу автоматов. Каждая строка при этом должна быть разбита на две подстроки: верхнюю и нижнюю. Верхняя подстрока содержит полный набор альтернативных высказываний (тождественно истинное высказывание) относительно "старого" значения данного автомата и значений его входных сигналов в предыдущий момент модельного времени. При этом одно и только одно из высказываний на тот конкретный момент времени может быть истинным, остальные — ложны. Нижняя строка содержит аналитические выражения для перевычисления состояния автомата по каждому из высказываний на последующий момент времени. Система распределения случайных величин содержит информацию о функциональной форме и значениях параметров распределений каждой из случайных величин, участвующих в перевычислении состояний автоматов.

Как оказалось, при построении автоматных моделей сложных вероятностных систем была замечена полная аналогия между системой вероятностных автоматов и функционированием случайного марковского вектора [12]. При этом компоненты марковского вектора оказываются вполне аналогичными внутренним состояниям автоматов, связи между компонентами — входным и выходным сигналам, функции выходов — соотношениям для вычисления выходных значений и т.д.

Приведем соображения, обосновывающие возможность построения моделей в виде системы вероятностных автоматов. Выше был сформулирован самый общий подход к математическому описанию поведения сложных систем, при котором сложная система рассматривается как случайный вектор (1.1.1) с взаимозависимыми значениями. Зависимость между значениями вектора, отнесенными к различным значениям параметра t, вообще ничем не ограничивается, т.е. предполагается наличие полного последействия между всеми значениями вектора или, другими словами, считается, что вероятностное распределение вектора $\overline{X}(t)$ временных характеристик системы в момент t зависит от вектора во все предыдущие моменты времени. Наиболее существенным и практически важным упрощением подхода к описанию сложных систем является предположение об ограниченности последействия.

Предположим, что существует некоторое постоянное целое $k(k > 0)$ такое, что при любых значениях n-мерных векторов $\overline{C_i}(i = \overline{0, t-k+1})$, принадлежащих области допустимых значений вектора $\overline{X}(t)$, справедливо соотношение

$$\begin{aligned} &P\{\overline{X}(t+k) \le \overline{Z} / \overline{X}(0) = \overline{C_0};\ \overline{X}(1) = \overline{C_1}; ...;\ \overline{X}(t+k-1) = \overline{C_{t+k-1}}\} = \\ &= P\{\overline{X}(t+k) \le \overline{Z} / \overline{X}(t) = \overline{C_t}; ...;\ \overline{X}(t+k-1) = \overline{C_{t+k-1}}\}, \end{aligned} \tag{1.3.1}$$

где неравенства типа $\overline{X}(t) \le \overline{Z}$ и равенства типа $\overline{X}(t) = \overline{Z}$ следует понимать в смысле систем неравенств $x_i(t) \le z_i (i = \overline{1, n})$ и, соответственно, систем равенств $x_i(t) = z_i (i = \overline{1, n})$.

Расширим размерность вектора временных характеристик системы с помощью следующих обозначений

$$
\begin{gathered}
y_1(t)=x_1(t);\ \dots\ ;\ y_n(t)=x_n(t);\\
y_{n+1}(t)=x_1(t-1);\ \dots\ ;\ y_{2n}(t)=x_n(t-1);\\
y_{2n+1}(t)=x_1(t-2);\ \dots\ ;\ y_{3n}(t)=x_n(t-2);\\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
y_{(k-1)n+1}(t)=x_1(t-k+1);\ \dots\ ;\ y_{kn}(t)=x_n(t-k+1).
\end{gathered}
\tag{1.3.2}
$$

Для определенности полагаем

$$x_i(t)=0 \ \text{ при } \ t<0 \ \ (i=\overline{1,n}).$$

При этом для нового вектора временных характеристик $\overline{Y}(t)$ соотношение (1.3.1) запишется в виде

$$
\begin{gathered}
P\{\overline{Y}(t)=\overline{U}\,/\,\overline{Y}(0)=\overline{d_0};\ \overline{Y}(1)=\overline{d_1};\ \dots\ ;\ \overline{Y}(t-1)=\overline{d_{t-1}}\}=\\
=P\{\overline{Y}(t)=\overline{U}\,/\,\overline{Y}(t-1)=\overline{d_{t-1}}\},
\end{gathered}
\tag{1.3.3}
$$

где $d_i(i=\overline{0,t-1})$ принадлежит области допустимых значений вектора $\overline{Y}(t)$.

В терминах, общепринятых в теории вероятностей, равенство (1.3.1) означает, что случайный процесс, протекающий в системе, может быть описан в виде n-мерной сложной цепи Маркова-Брунса $\overline{X}(t)$, в которой зависимость между значениями распространяется на k шагов. Обозначения (1.3.3) осуществляют прием сведения n-мерной цепи Маркова-Брунса к простой цепи $\overline{Y}(t)$ большей размерности, равной kn. Этот прием хорошо известен из теории марковских цепей [12]. Таким образом, предполагая справедливость для случайного процесса, протекающего в системе, свойства ограниченности последействия на произвольное постоянное число шагов, можно добиться описания модели системы в виде простой цепи Маркова.

Как известно, такая цепь может быть задана с помощью начального распределения вероятностей и матрицы переходных вероятностей. Однако, если размерность вектора $\overline{Y}(t)$ больше единицы, матрицы переходных вероятностей оказываются многомерными и применять к их исследованию обычные в теории цепей Маркова методы затруднительно.

Применяем следующий прием. Фиксируем некоторую компоненту

$$y_l(t) \quad (l = \overline{1,n}),$$

где n — размерность простой цепи Маркова, описывающей модель системы. Все остальные компоненты этой цепи по отношению к фиксированной разобьем на два класса: $H_0(l)$ и $H_1(l)$. Рассмотрим соотношение

$$\begin{aligned} &P\{y_l(t+1) \le z_l / y_i(t) = c_i\} = \\ &= P\{y_l(t+1) \le z_l / y_m(t) = c_m (i \ne m;\ 1 \le m \le n; m \ne l)\}. \end{aligned} \tag{1.3.4}$$

Каждую компоненту $y_m(t)(m \ne l)$ вектора временных характеристик системы $\overline{Y}(t)$ отнесем к классу $H_0(l)$ в случае, если (1.3.4) справедливо, и к классу $H_1(l)$ — в противном случае.

Построим граф (S, U), который назовем структурным графом модели. Вершины $S_i(i = \overline{1,n})$ отождествим с компонентами вектора временных характеристик, а направленные дуги $u_{ij}(i, j = \overline{1,n}, j \ne i)$ приведем в том и только в том случае, если $y_i(t) \in H_1(j)$. Будем также предполагать, что в структурном графе имеются все дуги вида u_{ii}.

Как известно [6], конечный направленный граф может быть изображен в виде квадратной конечномерной матрицы, которую будем называть матрицей структурных связей модели, элементами ее служат нули и единицы. Таким образом, если для некоторой пары $i, j(i, j = \overline{1,n})$ выполняется условие $y_i(t) \in H_1(j)$, то соответствующий элемент матрицы равен единице. В противном случае — нулю. Из данного тезиса следует, что все элементы, расположенные по главной диагонали матрицы - единицы.

При математической формализации сложной системы как некоторого марковского вектора

$$\overline{Y}(t) = \{y_1(t),\ \ldots,\ y_n(t)\}$$

является существенным вопрос о том, какие множества представляют собой области допустимых значений отдельных компонент этого вектора. Будем кратко называть эти области алфавитами компонент. Если компоненты $y_1(t), \ldots, y_n(t)$ марковского вектора имеют алфавитами множества соответственно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, то алфавит A вектора $\overline{Y}(t)$ определяется как декартово произведение

$$A = \alpha_1 \times \alpha_2 \times ... \times \alpha_m$$

алфавитов компонент, т.е. как множество всевозможных наборов чисел, каждое из которых принадлежит алфавиту, имеющему тот же порядковый номер, что и это число.

Зафиксируем пару $\{y_l(t),\ y_m(t)\}(m \neq l)$ компонент марковского вектора таких, что $y_m(t) \in H_1(l)$, и пусть α_m — алфавит компоненты $y_m(t)$. Предположим, что существует такое разбиение множества α_m на некоторое число v взаимно непересекающихся непустых множеств $\alpha_m^{(1)}, \alpha_m^{(2)}, ..., \alpha_m^{(v)}$, объединение которых совпадает с множеством α_m, и таких, что равенство

$$\begin{aligned} &P\{y_l(t+1) \leq z_l \,/\, y_m(t) = c_m;\ y_i(t) = c_i;\ (i \neq m)\} = \\ &= P\{y_l(t+1) \leq z_l \,/\, y_m(t) = d_m;\ y_i(t) = c_i;\ (i \neq m)\} \end{aligned} \tag{1.3.5}$$

справедливо, когда числа c_m и d_m принадлежат одному и тому же множеству $\alpha_m^{(j)}(j = \overline{1,v})$, и несправедливо, когда эти числа принадлежат различным множествам.

Равенство (1.3.5) означает, что значение, принимаемое компонентой $y_m(t)$ в момент времени t, влияет на вероятностное распределение компоненты $y_l(t)$ в момент времени $t + 1$, но при этом существенно лишь то, к какому из подмножеств алфавита α_m принадлежит значение компоненты $y_m(t)$.

При построении модели весьма существенным является указание алфавитов всех компонент марковского вектора и всех связей между ними. Эту информацию удобно объединить с информацией, содержащейся в матрице структурных связей модели. Это проводится таким образом:

1) по главной диагонали ставятся обозначения алфавитов компонент марковского вектора,

2) на пересечении каждой i-й строки и каждого j-го столбца ставится обозначение σ_{ij} алфавита связи, идущей от i-й компоненты вектора к j-й.

Полученную таким образом матрицу будем называть матрицей алфавитов модели.

Обратимся к рассмотрению соотношения (1.3.5) и выяснению характера связи между компонентами вектора $\overline{Y}(t)$. Соотношения, устанавливающие соответствие между значениями компоненты $y_m(t)$ и значением связи, идущей от компоненты $y_m(t)$ к $y_l(t)$, будем называть функциями выходных значений компоненты $y_m(t)$ относительно компоненты $y_l(t)$.

Функции выходных значений в разных случаях могут быть заданы в различной форме. В общем виде такую зависимость можно представить так

$$u_{ml}(t) = g_l\{y_m(t)\}\big(y_m(t) \in \alpha_m;\ u_{ml}(t) \in \sigma_{ml}\big). \qquad (1.3.6)$$

Положим

$$\{v_{il}(t)\} = \{u_{il}(t);\ \ \sigma_{il} \neq 0\},$$

конкретные значения $v_{il}(t)$ будем обозначать через $a_i (i \neq l)$.

Используя введенные обозначения, запишем условное вероятностное распределение для компоненты $y_l(t)$ так

$$\begin{aligned} &P\{y_l(t+1) \le z_l \,/\, y_i(t) = c_i;\ (\sigma_{il} \neq 0)\} = \\ &= P\{y_l(t+1) \le z_l \,/\, y_l(t) = c_l;\ (v_{il}(t) = a_i)\};\ (c_i \in \alpha_i^{(a_i)},\ i \neq l). \end{aligned} \qquad (1.3.7)$$

Перепишем (1.3.7) в сокращенном виде

$$\begin{gathered} P\{y_l(t+1) \le z_l \,/\, y_i(t) = c_i;\ (\sigma_{ij} \neq 0)\} = P\{y_l(t+1) \le z_l \,/\, a_i\} \\ (a_i \in \sigma_{ij}). \end{gathered} \qquad (1.3.8)$$

Обозначим $\overline{a}^* = \{a_i\ \ (i \neq l)\}$ и $\overline{a} = \{a_i\}$. Тогда соотношение (1.3.8) означает, что каждому вектору $\overline{a}$ ставится в соответствие определенное условное вероятностное распределение компоненты $y_l(t + 1)$. Если множество α_l считать дискретным (конечным или бесконечным), то (1.3.8) каждому вектору $\overline{a}^*$ ставит в соответствие определенную матрицу переходных вероятностей вида

$$P\{y_l(t+1) = \beta_l \,/\, y_l(t) = a_l;\ \overline{a}^*\}\ \ (a_l \in \alpha_l;\ \beta_l \in \alpha_l). \qquad (1.3.9)$$

Считая в (1.3.9) $\overline{a}^*$ переменным, получаем семейство стохастических матриц, зависящих от параметра $\overline{a}^*$.

С другой стороны, соотношение (1.3.9) каждому значению вектора $\overline{a}$ ставит в соответствие определенное вероятностное распределение, совпадающее с некоторой строкой одной из стохастических матриц семейства матриц, о котором шла речь выше.

Обозначим через $\xi(\overline{a}) = \xi(a_l; \overline{a}^*)$ некоторую дискретную случайную величину с областью значений α_l, распределение которой в точности совпадает со строкой с номером a_l стохастической матрицы рассматриваемого семейства, соответствующей конкретному значению параметра $\overline{a}^*$ этого семейства. Если $y_l(t) = a_l$ и $v_{il}(t) = a_i$ $(i \neq l)$, то для l-й компоненты марковского вектора, имеющей распределение (1.3.9) в момент времени $t + 1$, можно записать

$$y_l(t+1) = \xi(\overline{a}). \tag{1.3.10}$$

Равенство (1.3.10) следует понимать, как возможность вычисления некоторой реализации компоненты $y_l(t)$ как реализации случайной величины $\xi(\overline{a})$ с заданным распределением. В данном равенстве каждому конкретному значению параметра $\overline{a}$ соответствует одна определенная случайная величина $\xi(\overline{a})$, обратное соответствие не всегда однозначно. В некоторых случаях двум или нескольким значениям параметра $\overline{a}$ может соответствовать одна и та же случайная величина $\xi(\overline{a})$. В целях установления взаимно-однозначного соответствия между конкретными значениями векторов и случайными величинами вместо вектора $\overline{a}$ будем обозначать δ_j, причем всем таким значениям $\overline{a}$, при которых случайные величины $\xi(\overline{a})$ имеют одинаковые распределения, припишем одинаковые значения δ_j. Тогда (1.3.10.) примет вид

$$y_l(t+1) = \xi(\delta_j) \tag{1.3.11}$$

или просто

$$y_l(t+1) = \xi_j,$$

где между значениями δ_j и случайными величинами ξ_j уже существует взаимно однозначное соответствие. Обозначим через M_j множество всех таких $\overline{a}$, для которых $\xi(\overline{a}) = \xi_j$. Тогда

$$y_l(t+1) = \xi_j \text{ при } \overline{a} \in M_j. \tag{1.3.12}$$

Очевидно, что все множества M_j не пересекаются, а их объединение совпадает с множеством всех допустимых значений $\overline{a}$. Последнее соотношение можно представить в виде таблицы следующим образом

$$y_l(t+1)\left[\frac{M_1}{\xi_1}\right]\left[\frac{M_2}{\xi_2}\right]\left[\frac{M_3}{\xi_3}\right]\left[\frac{\cdots}{\cdots}\right]. \tag{1.3.13}$$

Здесь в верхней строке помещены обозначения подмножеств, на которые разбито множество всех значений вектора $\overline{a}$, а в нижней — случайные величины, соответствующие этим подмножествам. При этом следует отметить, что (1.3.12) и (1.3.13) следует понимать в том же смысле, что и (1.3.10).

В некоторых случаях удается распределение случайных величин $\xi_1, \xi_2, \ldots$ выразить через распределения конечного меньшего числа некоторых случайных величин $\eta_1, \eta_2, \ldots \eta_s$. Тогда (1.2.13) принимает вид

$$y_l(t+1)\ \left[\frac{M_1}{f_1(\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_s)}\right]\left[\frac{M_2}{f_2(\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_s)}\right]\left[\frac{\ldots}{\ldots}\right], \qquad (1.3.14)$$

где f_1, f_2, ...— некоторые известные функции случайных величин. Таблицу (1.3.14) будем называть таблицей условных переходных функций для фиксированной компоненты $y_l(t)$ марковского вектора $\overline{Y}(t)$. Сводную таблицу вида (1.3.14) для всех компонент вектора будем называть таблицей условных переходных функций математической модели рассматриваемой системы.

Сделаем важное замечание. Как известно, условное вероятностное распределение вектора $\overline{Y}(t)$ в момент времени $t + 1$ при условии, что известна реализация этого вектора в момент времени t, представляет собой совместное условное распределение компонент вектора. Только в случае задания такого совместного условного распределения марковский процесс вполне определен. Иначе говоря, для нахождения реализации марковского вектора в момент времени $t + 1$ вообще говоря, недостаточно в отдельности найти реализации отдельных его компонент, пользуясь таблицей условных переходных функций модели.

Как нетрудно заметить, взаимная зависимость различных компонент вектора $\overline{Y}(t+1)$ в момент времени $t + 1$ (при условии, что реализация $\overline{Y}(t)$ этого вектора известна) возможна только тогда, когда в сводную таблицу условных переходных функций входят одни и те же случайные величины, например, η_{k1}, η_{k2}, ..., η_{kr}. Если значения одних и тех же из этих случайных величин, стоящие в таблицах условных переходных функций для различных компонент вектора, понимать, как одну и ту же реализацию, то в результате получится очередная реализация марковского вектора. Если их понимать, как различные реализации, то вычисленные значения компонент вектора $\overline{Y}(t)$ при объединении не дадут очередной его реализации. Для устранения возникшего противоречия расширяется размерность марковского вектора, то есть к его компонентам $y_1(t), y_2(t), ..., y_n(t)$ добавляется r новых: $y_{n+1}(t), ..., y_{n+r}(t)$, для которых таблицы условных переходных функций имеют следующий тривиальный вид

$$y_{n+1}(t+1) = \eta_{k1}$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots .$$

$$y_{n+r}(t+1) = \eta_{kr}$$

При этом в таблицах условных переходных функций все обозначения случайных величин заменяются обозначениями соответствующих дополнительных компонент. С помощью этого приема вычисление каждой очередной реализации дополненного марковского вектора можно выполнять, объединяя реализации отдельных его компонент.

Естественно, что распределения всех случайных величин, входящих в таблицу условных переходных функций, предполагаются известными, то есть должна быть задана функциональная форма каждого распределения и все его параметры.

Необходимым условием для того, чтобы распределение вектора $\overline{Y}(t)$ в любой момент времени было определено, является задание его распределения в начальный момент времени $t = 0$. Для простоты будем предполагать, что это распределение вырожденное, то есть что совокупность значений компонент этого вектора в начальный момент времени известна

$$y_1(0) = b_1;\ y_2(0) = b_2;\ ...;\ y_n(0) = b_n.$$

Все вышесказанное означает, что при условии (1.3.1) математическая модель рассматриваемой системы может быть задана с помощью следующих объектов: матрицы алфавитов модели, функций выходных значений, таблицы условных переходных функций модели, системы распределений случайных величин, входящих в эту таблицу и вектора начальных состояний компонент.

Очевидно, что описание модели, построенной таким способом, удобно осуществлять с помощью понятия описанного выше инициального вероятностного автомата Мура с детерминированными выходами. При этом само построение автоматных моделей сложных вероятностных систем приобретает довольно веские математические основания с точки зрения теоретико-вероятностных соображений.

Подытожим изложенное в разделе 1.3. следующим образом:

Дальнейшее увеличение информационной емкости автомата (1.2.1) как математической схемы моделирования обусловливается объединением вероятностных автоматов Мура (ВАМ) в систему (СВА), в которой входы одних автоматов соединены с выходами других, причем все автоматы системы функционируют в режиме единого модельного времени. Применение СВА позволяет имитировать всю систему целиком и достаточно адекватно отражать сложность ее поведения. При этом обеспечивается пошаговое осуществление имитации исследуемой системы в зависимости лишь от ее реализации на предыдущем шаге, а также гарантируется вхождение имитационного процесса в стационарный режим при построении ВАМ и СВА.

Будем предполагать, что рассматриваемые автоматы обладают в каждый момент одномерным (числовым), а не векторным внутренним состоянием и что количество автоматов в СВА является конечным или счетным.

Приведем пример построения автоматной модели однолинейной системы обслуживания с ожиданием при произвольном (дискретном) распределении длительностей обслуживания и произвольном распределении промежутков времени между моментами поступления абонентов.

Рассмотрим совокупность случайных величин

$$\{a_1(t),\ a_2(t),\ a_3(t)\}, \tag{1.3.15}$$

где $a_1(t)$ — остаточный промежуток времени от момента t до момента поступления в систему очередного абонента, $a_2(t)$ — остаточная в момент t длительность обслуживания абонента, $a_3(t)$ — количество абонентов, находящихся в момент t в очереди в ожидании обслуживания. Предполагается, что время и все величины, входящие в (1.3.15) — целочисленны. Совокупность (1.3.15) временных характеристик системы представляет собой марковский вектор. Строим модель из трех автоматов A_1, A_2, A_3, принимая $a_1(t)$, $a_2(t)$, $a_3(t)$, за внутренние состояния этих автоматов.

Исходя из содержательного смысла состояний выбранных автоматов, можно определить их внутренние алфавиты следующим образом

$$\alpha_1 = P;\ \alpha_2 = H;\ \alpha_3 = H.$$

Произведем такие разбиения этих множеств на подмножества:

$$\alpha_1^{(0)} = \{2,3,...\},\ \alpha_1^{(1)} = \{1\};$$
$$\alpha_2^{(0)} = \{2,3,...\},\ \alpha_2^{(1)} = \{0,1\};$$
$$\alpha_3^{(0)} = \{0\},\qquad \alpha_3^{(1)} = P.$$

Поскольку $X_{21} = 0$, $X_{31} = 0$, то есть входной алфавит автомата A_1 не содержит выходных сигналов автоматов A_2 и A_3, то МА имеет вид

P	D	D
0	H	D
0	D	H

Система функций выходов может быть представлена в виде

$$x_{12}(t) = x_{13}(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } a_1(t) \in \alpha_1^{(0)} \\ 1 \text{ при } a_1(t) \in \alpha_1^{(1)} \end{cases}$$

$$x_{23}(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } a_2(t) \in \alpha_2^{(0)} \\ 1 \text{ при } a_2(t) \in \alpha_2^{(1)} \end{cases}$$

$$x_{32}(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } a_3(t) \in \alpha_3^{(0)} \\ 1 \text{ при } a_3(t) \in \alpha_3^{(1)} \end{cases}$$

или в компактной записи

$$x_{ij} = k \text{ при } a_i(t) \in \alpha_i^{(k)} \quad (i = 1,2,3;\ k = 0,1)$$

для тех j, для которых $X_{ij} \neq 0$.

В качестве ВНС можно взять любую тройку чисел $\{a_1^{(0)}, a_2^{(0)}, a_3^{(0)}\}$ такую, что $a_1^{(0)} \in P$, $a_2^{(0)} \in H$ и $a_3^{(0)} \in H$ и при $a_2^{(0)} \in \alpha_2^{(0)}$ имеет место $a_3^{(0)} \notin \alpha_3^{(0)}$.

Если через ξ обозначить случайную величину — промежуток времени между поступлениями абонентов на вход системы, а через η — время обслуживания, то ТУФП имеет вид

$$A_1 = \frac{a_1(t) \in \alpha_1^{(0)}}{a_1(t)-1;} \vee \frac{a_1(t) \in \alpha_1^{(1)}}{\xi(t);}\ ;$$

$$A_2 = \frac{a_2(t) \in \alpha_2^{(0)}}{a_2(t)-1;} \vee \frac{a_2(t) \in \alpha_2^{(1)} \wedge x_{12}(t) + x_{32}(t) = 0}{0;} \vee$$

$$\vee \frac{a_2(t) \in \alpha_2^{(1)} \wedge x_{12}(t) + x_{32}(t) > 0}{\eta;}\ ;$$

$$A_3 = \max\{0, a_3(t) + x_{13}(t) - x_{23}(t)\}.$$

Для последнего автомата A_3 система логических высказываний состоит из одного единственного высказывания — тождественно истинного. Задание вероятностных распределений случайных величин ξ и η завершает построение модели.

Приведенный пример является одним из самых простейших и иллюстрирует самые элементарные приемы построения автоматных моделей. В более сложных случаях построение автоматных моделей связано обычно с различными дополнительными необходимыми условиями, такими, как, например, построение автоматов экономической части модели, предназначенной для вычисления неслучайных характеристик случайных величин или введение группы двоичных индикаторов качественных состояний моделируемых объектов системы и их атрибутов.

Глава 2
ВОПРОСЫ МОДИФИКАЦИИ АВТОМАТНЫХ МОДЕЛЕЙ

2.1. Усовершенствование способа описания вероятностного автомата

В процессе исследования сложных вероятностных систем с помощью автоматных моделей стало очевидным, что на практике при задании автоматов в соответствии с их определением (1.2.1) будут возникать большие трудности, связанные с громоздкостью матриц, входящих в описание автоматов. Ведь система матриц во многих случаях состоит из бесконечного (счетного) количества матриц и каждая матрица, в свою очередь, может быть бесконечной. Поэтому в дальнейшем перед исследователями встал вопрос отыскания способа более краткого описания каждого автомата. Накопленный опыт имитационного моделирования с помощью СВА привел к результату, позволившему упростить построение моделей без ущерба ее адекватности реальной системе. А именно: было обнаружено, что во всех практических задачах семейство стохастических матриц $A(x)$, определяющих правила перехода автомата из одного состояния в другое, всегда отражает объективные свойства какого-то конкретного объекта системы, либо его атрибута. В результате, в реальности всегда получается, что, начиная с некоторого номера строки каждой матрицы перехода или с некоторого номера матрицы перехода, наблюдается закономерность в формировании матриц, что дает возможность замены семейства стохастических матриц конечной системой логических высказываний (СЛВ) относительно внутреннего состояния автомата и его входного сигнала. При этом СЛВ на каждом шаге моделирования должна образовывать тождественно истинное высказывание. Каждому логическому высказыванию-условию, принадлежащему конкретной СЛВ на конкретном шаге моделирования, должен соответствовать условный функционал перехода данного автомата в состояние на следующем шаге. Другими словами, каждой СЛВ должна соответствовать система ответных реакций автомата или система условных функционалов переходов (СУФП). СЛВ и СУФП для всех автоматов СВА образуют моделирующий алгоритм под названием “Таблица условных функционалов переходов” — ТУФП. Таким образом, вводится способ более краткого описания каждого автомата модели, а именно: при построении ТУФП используются не переходные вероятности, а реализации случайных величин. Чтобы получить эти реализации, необходимо:

1. Собрать статистические данные по каждой случайной величине, участвующей в качестве входного сигнала в формировании состояния соответствующего автомата,— так называемую выборку.

2. По выборкам проверить каждую последовательность случайных величин на независимость — только в этом случае вероятностные автоматы будут простыми однородными цепями Маркова (автокорреляция).

3. Определить по выборке эмпирические распределения вероятностей — гистограммы — и выдвинуть гипотезы о предполагаемых функциях распределения.

4. Проверить гипотезы о теоретических законах распределения на достоверность с помощью одного из критериев согласия, например, критерия χ^2.

5. Остается рассмотреть вопрос о взаимной независимости различных случайных величин. Для этого существует корреляционный метод. Если зависимость существует, то в процессе отладки модели следует корректировать набор случайных величин, используемых в модели, до получения их взаимной независимости.

Если нам известны законы распределения всех независимых случайных последовательностей, то остается получить последовательности псевдослучайных чисел с соответствующими законами распределения. Чтобы получить значение случайной величины с заданным законом распределения, используют одно или несколько значений равномерно распределенных случайных чисел. Один из способов — ввод таблиц равномерно распределенных случайных чисел в память компьютера и считывание их по ходу решения задачи. Следующий способ — использование генератора случайных чисел. Еще один способ — случайные числа получаются программным способом с помощью рекуррентного соотношения (метод Неймана). На практике часто пользуются методом Коробова. В этом случае исходными данными для получения равномерно распределенных на отрезке (0,1) псевдослучайных чисел служат два положительных целых числа p, q. p — простое, $p = 2p_1 + 1$, где p_1 — тоже простое, положительное число. q должно быть близким к половине p и допускать представление в виде $q = p - 3m$, m — положительное, целое.

Если с помощью фигурных скобок обозначить операцию взятия дробной части числа, а с помощью квадратных — операцию выделения целой части, то последовательность равномерно распределенных на отрезке [0,1] случайных чисел ξ_1, ξ_2, ξ_3, ... может быть получена по рекуррентным формулам

$$\begin{aligned} &R_k = r_{k-1} q, \\ &\xi_k = \{R_k / p\}, \qquad (k = 1, 2, 3, \ldots), \\ &r_k = R_k - p[R_k / p] \end{aligned}$$

где R_k и r_k — промежуточные последовательности и $r_0 = 1$.

При применении метода Коробова псевдослучайные числа повторяются с периодом $p - 1$. Числа p, q, служащие исходными данными для работы подпрограммы, выбираются так, чтобы заведомо избежать повторений в ходе решения всей задачи. Полученные таким образом псевдослучайные числа, равномерно распределенные на отрезке (0,1), используются для получения псевдослучайных чисел с любой заданной функцией распределения.

Выше в качестве критерия согласия был упомянут критерий χ^2, контролирующий согласованность гипотетических вероятностей случайных событий с их относительными частотами. В математической статистике каждое событие трактуется как попадание случайной величины в определенный классовый интервал. Согласие измеряется с помощью некоторой вспомогательной функции от значений случайных величин — так называемой статистики, которая лучше, четче определяет случайный процесс. Запишем статистику χ^2:

$$\chi^2(r, n, F) = \sum_{i=1}^{r+1} C_i \left(\frac{m_i}{n} - p_i \right)^2;$$

здесь r — количество интервалов, n — объем генеральной совокупности, F — проверяемый закон распределения, m_i — частота попадания в i-й интервал, p_i — соответствующая вероятность попадания.

Пирсон доказал, что при $C_i = \frac{n}{p_i}$

$$\chi^2 = \sum \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i};$$

а также что при n → ∞ данная статистика стремится к распределению, которое не зависит от вида гипотетического распределения — к распределению Пирсона, которое зависит от числа степеней свободы $r - q - 1$, где q — число параметров оцениваемого закона распределения.

По закону больших чисел при большой генеральной совокупности $n \to \infty$, $\frac{m_i}{n} \to p_i$, поэтому естественно выбрать критерием согласия сумму взвешенных по np_i квадратов разности частот и вероятностей попадания в каждый интервал. Проверка гипотезы основана на принципе, в соответствии с которым маловероятные события считаются невозможными, а события с большой вероятностью — достоверными. Зафиксируем некоторую малую вероятность α, которую назовем уровнем значимости. Пусть V — множество значений статистики Z, а V_k — его подмножество такое, что

$$P\{Z \in V_k / H_0\} = \alpha,$$

т.е. таким образом зафиксирована вероятность попадания Z в критическую область. Эта вероятность по определению малая.

При условии истинности H_0 Z попадает в V/V_k с вероятностью $1 - \alpha$. Множество V_k называется критической областью. Существуют таблицы, по которым определяется критическое значение распределения $\chi^2(r, \alpha)$, которое затем сравнивается с эмпирическим значением статистики χ^2.

Если $\chi^2 > \chi^2\ (r, \alpha)$, статистика попадает в критическую область и гипотеза неверна. Таким образом, сравнение эмпирического и гипотетического теоретического распределения вероятностей наблюдаемой случайной величины заменяется сравнением эмпирического распределения статистики χ^2 и теоретического распределения.

2.2. Область применения автоматных моделей

Понятие "область применения автоматных моделей" или моделей СВА рассматривается нами в теоретической и практической плоскостях и включает в себя следующие направления:

1) условия возможности построения модели СВА;
2) классы решаемых задач;
3) класс моделируемых систем.

1. Очевидно, что наиболее естественным и широко распространенным способом математической формализации сложных систем является описание модели в виде многомерного случайного вектора временных характеристик

$$\overline{X}(t) = \{X_1(t), X_2(t), ..., X_n(t)\}.$$

Однако, при большой размерности этого вектора и наличии сложных временных зависимостей непосредственное изучение поведения модели, представленной в таком виде, оказывается весьма затруднительным. Возможность исследования значительно облегчается, если предположить, что вектор $\overline{X}(t)$ обладает свойством процесса Маркова (в том числе сложного). В пункте 1.3. первой главы излагается, как путем обобщения понятия состояния процесса в данный момент времени известным способом сложный марковский вектор $\overline{X}(t)$ можно преобразовать в простой марковский вектор $\overline{Y}(t)$ большей размерности. При проведении подробного статистического и алгоритмического анализа функционирования реальной моделируемой системы во многих случаях удается расчленить действия случайных факторов на действия отдельных временно независимых случайных величин. Этот прием применяется довольно часто при формализации моделей систем массового обслуживания.

Если расширенный вектор $\overline{Y}(t)$ временных характеристик системы дополнить рядом вспомогательных компонент, имитирующих поведение взаимно независимых случайных величин, то мы приходим к построению модели сложной системы в виде системы вероятностных автоматов. Таким образом, фактически исходную многомерную марковскую цепь мы приводим к цепи, обладающей так называемым свойством условной независимости компонент. В действительности, важным аспектом автоматного моделирования является то, что не для всякой многомерной цепи Маркова удается построить автоматную модель, и проблемой здесь является наличие или отсутствие свойства условной независимости компонент.

Введем понятие условной независимости компонент многомерной цепи Маркова.

Определение 2.2.1. Назовем компоненты $\xi_k(t)$ $(k=\overline{1,n})$ марковского вектора $\xi(t)$ условно независимыми (в совокупности), если при каждом $i(i=\overline{1,n})$ для произвольных

$$B_i \in \Im_i, \quad x \in X, \quad x_k \in X_k \left(k=\overline{1,n};\ k \neq i\right)$$

справедливо

$$P\left\{\xi_i(t+1) \in B_i \middle| \xi(t)=x,\ \xi_k(t+1)=x_k(k=\overline{1,n};\ k \neq i)\right\} =$$
$$= P\left\{\xi_i(t+1) \in B_i \middle| \xi(t)=x\right\} \ (t=0,1,2,\ldots).$$

В [3] приводится ряд теорем, лежащих в основе применения свойства условной независимости компонент многомерной цепи Маркова при построении автоматных моделей вероятностных систем. При этом появляется возможность путем расширения фазового пространства заменять цепь Маркова с условно зависимыми компонентами цепью большей размерности с условно независимыми компонентами. Авторы [3] доказывают, что если математическая модель вероятностной системы S допускает представление в виде простой однородной n-мерной цепи Маркова $\xi(t)$ в фазовом пространстве $(X, \Im)$ с конечным множеством состояний с условно независимыми компонентами, то существует система вероятностных автоматов Г, представляющая автоматную модель системы S.

Выполнение условий, при которых исходную многомерную марковскую цепь можно привести к цепи, обладающей свойством условной независимости компонент, является необходимым и достаточным условием построения соответствующей автоматной модели. Это обстоятельство является очень существенным, так как обосновывает возможность построения автоматных моделей для широкого класса систем.

На практике при построении моделей СВА обеспечение их свойством условной независимости компонент гарантируется выполнением следующих необходимых и достаточных условий реализации свойства марковости моделируемого процесса:

— для отдельно взятого автомата последовательность его входных сигналов должна быть реализацией независимых, одинаково распределенных случайных величин;

— для СВА как автоматной модели необходимо задание (построение) такой совокупности автоматов, которая бы полностью определяла реальную систему в каждый момент времени. Таким образом, состояния всех автоматов модели в каждый текущий момент времени будут зависеть от их состояний лишь в предыдущий момент времени.

При этом все случайные величины, участвующие в построении модели, должны удовлетворять требованию взаимной независимости и идентифицироваться в качестве состояний соответствующих автоматов.

2. Использование различных методов математического моделирования является единственным средством, позволяющим достаточно адекватно отразить всю сложность поведения реальных экономических, технических и др. сложных систем. Весьма успешный опыт использования автоматных моделей привел к постепенному расширению класса задач, непосредственно решаемых с помощью СВА. В зависимости от целей, стоящих перед исследователями, решается ряд задач, представленных следующим образом:

1) задачи прогноза;

2) получение интегральных характеристик;

3) определение оптимальных параметров модели;

4) выбор оптимальных входных воздействий на модель.

При построении и исследовании автоматных моделей для решения задач оптимизации реальных процессов и объектов существенную роль играет правильный выбор критериев эффективности работы исследуемой системы. Решение задачи с помощью автоматной модели будет состоять в выборе из множества значений совокупности регулируемых параметров таких значений, при которых критерий, выраженный в виде целевой функции, принимает минимальное (максимальное) значение. Определение совокупности регулируемых параметров зависит от характера исследуемой системы. К примеру, в самых простых случаях поведение системы может исследоваться при нескольких заданных вариантах развития (в задачах выбора оптимального проекта). Часто приходится исследовать поведение системы с учетом нескольких критериев эффективности. Перспективным направлением является сочетание имитационного моделирования с оптимизационными методами, когда в автоматную модель добавляется оптимизационный блок, предназначенный для определения правил выбора регулируемых параметров с целью получить оптимальное значение целевой функции.

Для задач получения интегральных характеристик характерны постановки:

а) получение точечных значений;

б) получение поверхностей отклика;

в) получение экстремальных значений характеристик.

При использовании метода СВА возникает ряд технологических задач, решающих следующие собственные проблемы имитации:

1) построения имитационной модели по данным наблюдения;

2) адекватности моделей;

3) эквивалентных преобразований моделей;

4) ускорения процесса моделирования;

5) повышения точности решения задач при минимизации вычислительных затрат.

3. Метод вероятностно-автоматного моделирования получил широкое распространение: к настоящему времени известно более 130 крупных задач технического и народнохозяйственного содержания, для решения которых использован этот метод.

Класс систем, моделируемых с помощью СВА, расширяется параллельно с разработкой новых модификаций автоматного моделирования и представляет собой широкий спектр различных по направлению исследования и степени сложности реальных экономических, транспортных, логистических, технических, надежностных, социологических, экологических, массового обслуживания и т.д. систем.

Перечислим некоторые задачи исследования и оптимизации сложных экономических систем, реализованные с помощью СВА, в хронологическом порядке и по мере усложнения моделей.

Были построены модели систем массового обслуживания (СМО), связанных с расходованием рабочего времени, начиная от моделей однолинейных систем СМО до многолинейных и многоэтапных, а также модели с блокировкой, с резервированием.

Предметом моделирования стали системы, связанные с расходованием запасов, характеризующиеся возможностью одновременного наличия нескольких входящих потоков и очередей, а также мгновенным взаимным погашением различных ресурсов, одновременно присутствующих в системе в определенных пропорциях.

Следующим этапом применения СВА стало построение моделей основных узлов экономических систем. Сюда вошли модель системы удовлетворения заявок, в которой активное ожидание совмещается с взаимосвязанностью входящих потоков, а также исследование с помощью СВА системы отпуска товара, поставляемого несколькими неравноправными поставщиками.

Была успешно реализована более сложная задача исследования и оптимизации функционирования крупного нефтеперевалочного узла. Все выше перечисленные модели описаны в [2, 3, 14].

В области исследования и оптимизации качества процессов функционирования производства был выделен ряд постановок задач, позволяющих оценить производство с точки зрения надежностных и экономических показателей. Был разработан комплекс моделей СВА в целом ряде задач обеспечения стабильности качества изготовления продукции, таких как моделирование процесса производства продукции и качествообразования, моделирование процесса технического обслуживания блоков, моделирование функционирования ремонтного органа. Выяснилось, что описанные модели обладают необходимыми в данной области возможностями, а именно: анализа сложных производственных, качествообразующих процессов, реализации системного подхода, универсальности, обработки многократных траекторий исследуемого процесса производства. Описание моделей приведено в [16, 24].

Весьма успешным было привлечение метода автоматного моделирования в области социологических исследований. Создание механизма, обеспечивающего постоянное отслеживание определяющих показателей социальных процессов, анализ причин изменения динамики и относительных уровней этих показателей, разработка методов адекватного воздействия относительно исправления социальных деформаций являются острой и актуальной проблемой. Механизм социального отслеживания должен быть базовым элементом разработки аналитико-ситуационных моделей. Сложность реальной системы, многовекторность целей обусловили построение многоцелевых специализированных имитационных систем, имеющих в своей основе построение базовой автоматной модели. Была создана имитационная система ВОКОН (временная оценка качества обслуживания населения), которая явилась первой попыткой применения имитационных методов к задачам временной оценки эффективности функционально-пространственной структуры городской системы на основе моделирования бюджета времени населения [19].

Другой многоцелевой специализированной имитационной системой явилась система ДЕПРОГ, предназначенная для уточненного прогноза численности и структуры населения по любым половозрастным интервалам и брачности на любой период времени [27].

Одним из важнейших направлений применения моделей СВА явилось их использование в задачах исследования и оптимизации транспортно-перегрузочных процессов. Была решена задача исследования взаимодействия железнодорожного, автомобильного и водного транспорта в порту, включая поступление грузов различными видами транспорта в порт, дальнейшую перегрузку грузов между транспортными партнерами и выход транспортных средств из порта. Целью исследования была реализация задачи поиска оптимальных параметров системы и выдачи соответствующих рекомендаций по оптимизации транспортно-перегрузочного процесса с точки зрения основных экономических показателей [28].

В [30] предложено в аналитическом и имитационном виде решение так называемой задачи о кольцевом маршруте, имеющей многочисленные применения на транспорте, в сельском хозяйстве, на производстве.

Научный и практический интерес имеет задача моделирования взаимодействия пассажирских потоков в пересадочных узлах пассажирских комплексов, затрагивающая остроту транспортной проблемы городов, в том числе вокзалов и пересадочных узлов. Эта проблема безусловно требует эффективных компьютерных технологий прогнозирования и оценки динамики транспортной ситуации и средств комплексного проектирования транспортных систем [26].

Полученные результаты моделирования в практическом применении могут быть использованы как на уровне разработчиков, так и на уровне пользователей. В теоретическом плане проведенный анализ решенных задач и обобщения дают возможность сделать вывод об эффективности применения метода автоматного моделирования, допускающего дальнейшие пути совершенствования и взаимодействия с другими методами.

2.3. Вопросы обеспечения адекватности автоматных моделей реальным системам

Как известно, математическая модель никогда не бывает тождественна рассматриваемой системе, не передает всех ее свойств и особенностей. Основанная на упрощении, идеализации, она является приближенным отражением моделируемой системы. Поэтому результаты, которые получаются при анализе модели, всегда носят для системы приближенный характер. Их точность определяется степенью соответствия, адекватности модели и системы. Вопрос о точности, о достоверности результатов — это один из самых тонких вопросов прикладной математики.

Рассмотрим вопросы обеспечения адекватности модели реальной системе для случая применения СВА в качестве математического языка моделирования.

Очевидно, что в первую очередь в качестве гарантий адекватности выступают постулаты построения ТУФП, а именно:

1. В процессе разработки сценария моделирования должна быть определена строгая последовательность расположения в ТУФП перевычисляемых состояний автоматов, при которой состояние каждого последующего автомата может зависеть только лишь от своего предыдущего состояния и от состояний выше стоящих, независимых от него автоматов.

2. Каждый автомат, принадлежащий СВА, являющейся моделью реальной системы, должен состоять во взаимно однозначном соответствии с системой логических высказываний относительно его состояния, его входного сигнала и состояний независимых от него автоматов на предыдущем шаге моделирования и с соответствующей СЛВ системой условных функционалов переходов.

3. СЛВ каждого автомата в терминах теории формальной логики должна представлять собой тождественно истинное высказывание, что является гарантией рассмотрения всех возможных вариантов состояний автомата и случившихся с ним событий на предыдущем шаге моделирования.

4. Построение системы логических высказываний и системы условных функционалов переходов для каждого автомата, принадлежащего СВА, должно обязательно быть выдержано в рамках логической корректности, что расшифровывается, как исключение из рассмотрения невозможных и взаимно невозможных состояний автоматов и событий в модели.

5. В процессе построения ТУФП должны быть исключены варианты как перебора в количестве автоматов в СВА, так и недостаточного их количества. В первом случае будет очевидной взаимозависимость некоторых автоматов и схожесть их СЛВ и СУФП. Во втором случае — недостатка вводимых автоматов — будет невозможно дальнейшее вычисление состояний автоматов ТУФП в том месте алгоритма, где недостает нужного автомата, либо автомат будет зависеть от состояний — своего и других автоматов — на более, чем одном, шаге. Соответствующая последующая корректировка алгоритма должна исключить подобные варианты. На практике большую помощь в этом случае оказывает предварительное построение формализованной схемы структурно-функциональных особенностей реальной системы и последующее создание сценария функционирования модели.

6. Поскольку доказано [3], что в теоретическом плане исходную многомерную марковскую цепь при широких предположениях можно привести к цепи, обладающей свойством условной независимости компонент, а также предложены практические шаги к реализации этого свойства в конкретных моделях, следовательно можно говорить о теоретическом и практическом обосновании возможности построения конкретной автоматной модели конкретной сложной системы. Данный пункт гарантирует принципиальную возможность построения автоматных моделей, адекватных широкому классу сложных систем.

7. Весьма существенную роль при построении СВА играют такие статистические исследования, как проверка случайных величин, являющихся входными сигналами автоматов модели, на независимость с помощью методов корреляции и автокорреляции. В случае обнаружения зависимости необходимо проводить реструктуризацию СВА с дальнейшей последовательной проверкой случайных величин (входных сигналов автоматов) на независимость вплоть до момента подтверждения того факта, что последовательности входных сигналов будут реализациями взаимно независимых одинаково распределенных случайных величин, либо когда входной сигнал вообще не будет участвовать в перевычислении состояния автомата.

8. Имитационное моделирование, в том числе автоматное моделирование, как метод исследования обладает большим творческим потенциалом, в частности, в области творческого подхода к определению равновесия между высоким уровнем сложности мо-

делей и их адекватности реальным системам с одной стороны, и экономией времени в процессе алгоритмической и программной реализации поставленных задач — с другой стороны. При этом степень сложности модели зависит от баланса степени сложности реальной системы и поставленных перед разработчиком целей и приоритетов.

9. Естественно, и это видно из рассмотрения пунктов 1-8 данного параграфа, что еще на этапе построения модели необходимо добиваться ее адекватности реальной системе. Однако математически грамотный подход к оценке уровня адекватности построенной модели требует введения количественной его оценки.

Определение 2.3.1. Назовем модель Y адекватной реальной системе, если для некоторого заданного параметра точности h^* выполняется отношение

$$h^* \geq \rho(\omega, \mu),$$

где ρ — функционал различий, ω — преобразование в моделируемой системе, μ — модель системы.

Пусть $Y = \omega(X)$ — функция системы, $Y = \mu(X, \alpha)$ — модель функции, α — параметры системы, X — вход, Y — выход.

В процессе проверки построенной модели на адекватность реальной системе проводится оценка параметров модели, при этом можно применить, к примеру, метод наименьших квадратов. В случае неудовлетворения требованиям адекватности необходима соответствующая корректировка модели, начиная от принципов (формализации) и сущности (идентификации объектов системы, их атрибутов) построения системы вероятностных автоматов и алгоритма ТУФП вплоть до корректировки управляемых параметров α.

10. В результате построения ТУФП разработчик получает усредненные значения искомых неслучайных характеристик, используемые затем в целях получения оптимального значения критерия качества. Для выполнения условий разрешимости и адекватности модели при решении задачи оптимизации вне зависимости от метода оптимизации необходимо в алгоритм экономической части модели вводить условие обеспечения вхождения моделируемого процесса в стационарный режим. К примеру, этим условием может быть неравенство, гарантирующее факт того, что усредненное значение некоторой количественной меры на входе системы не превышает усредненного значения соответствующей меры на выходе системы.

2.4. Разработка и описание последовательности этапов автоматного моделирования сложных систем

Опыт, приобретенный в процессе разработки моделей СВА различной сложности и различных направлений исследования, постепенно привел к созданию и выполнению четкой последовательности реализации следующих действий:

1. Содержательное описание конкретной имитируемой системы, адекватно ее отражающее в зависимости от целей разработчика и в соответствии с предварительной (в словесной форме) постановкой задачи. Исследование системы начинается уже на уровне содержательного описания, при этом разработчик должен стремиться получить максимально достоверную и широкую информацию о структуре и функциональных особенностях исследуемой предметной области. Опыт показал, что качество первичной информации обуславливает не только степень точности имитации, но также и облегчает само построение модели.

2. При применении математических методов к решению любой практической задачи приходится принимать те или иные упрощающие предположения относительно рассматриваемой реальной системы. Без таких предположений решение большинства возникающих на практике задач обычно оказывается неосуществимым. Подавляющее большинство реальных систем содержит в своем описании значительное количество мелких разнообразных правил функционирования, не оказывающих существенного влияния на поведение всей системы в целом. Задача исследования в этом случае заключается не в том, чтобы изыскать возможность учета как можно большего числа мелких факторов, а в том, чтобы суметь из их числа выделить те, влияние которых на поведение системы наиболее существенно и описание совокупности которых достаточно полно отражает все остальные закономерности системы. Таким образом, первоочередной задачей, встающей перед исследователем, является замена реальной неформальной системы некоторой формализованной схемой, выделяющей в рассмотрение существенные на взгляд исследователя структурно-функциональные факторы и отбрасывающей несущественные факторы. В функции формализованной схемы входят также упрощающие и уточняющие договоренности или “правила игры”. В результате исследователь имеет набор четких количественных детерминированных и случайных характеристик системы, что позволяет от качествен-

ного описания системы переходить к количественному и строить модель. К описанию случайных факторов относится статистическое исследование системы, являющееся основой для построения вероятностно-автоматной модели. Для статистического исследования используются выборочные совокупности о временах наступления случайных событий, о случайных количественных характеристиках, о случайной длительности событий, о наступлении форс-мажорных обстоятельств. Проводимое статистическое исследование имеет целью:

— проверить гипотезы о взаимной независимости отдельных случайных величин, участвующих в функционировании реальной системы;

— проверить гипотезы о возможности описания отдельных случайных величин с помощью однородных марковских цепей;

— определить эмпирические значения основных параметров распределений случайных величин;

— проверить гипотезы о соответствии имеющихся выборок независимых случайных величин тому или иному теоретическому закону распределения;

— проверить гипотезы о принадлежности пар выборок к одной и той же генеральной совокупности.

3. Основой для проведения идентификации объектов и характеристик системы и последующей разработки алгоритма модели (ТУФП) служит построение сценария моделирования реального процесса, оптимального с точки зрения компромисса между уровнем сложности и адекватности строящейся модели и экономией времени реализации задачи, а также с точки зрения возможности построения системы СВА, обладающей свойством марковости. В случае отсутствия свойства марковости системы СВА, что будет очевидным в случае невозможности построения ТУФП, необходимо усовершенствовать сценарий, вводя в рассмотрение недостающие объекты, их характеристики, или связи между ними. В соответствии с новым сценарием будут введены в модель новые соответствующие состояния автоматов.

4. Дальнейшим действием в процессе моделирования систем является идентификация и описание объектов модели, их количественных, качественных, временных характеристик, а также связей между ними путем введения соответствующих состояний автоматов и в результате — построение системы СВА. В случае моделирования несложных систем модель СВА будет иметь не-

большое количество автоматов. Поэтому принято в этом случае сам автомат, обозначающий объект или его атрибут, записывать большой буквой, в то время как его состояние, изменяющееся во времени, обозначается соответствующей маленькой буквой. В случае моделирования сложных систем и нехватки букв состояние автомата записывается в форме специфических наборов букв, семантически имеющих отношение к данному автомату с целью быстрого узнавания и сокращения сроков построения ТУФП и ее чтения в дальнейшем.

5. Построение алгоритма модели, известного под названием ТУФП, является основным и результирующим действием автоматного моделирования. Все предыдущие действия (1–4) должны быть гарантией того, что каждый введенный в рассмотрение автомат и вся система СВА в целом обладают свойством марковости, которое обусловливает разрешимость и адекватность модели, а также пошаговое перевычисление состояния каждого автомата (перевычисление без предыстории). Напомним, что ТУФП является конечной системой логических высказываний относительно внутреннего состояния каждого из автоматов, принадлежащего СВА, и его входного сигнала и соответствующей ей системой реакций автомата (системой условных функционалов переходов). Алгоритм ТУФП структурно и функционально разделен на две части: математическую и экономическую. Математическая часть ТУФП служит для перевычисления состояний всех автоматов, описывающих структурно-функциональные свойства модели. В экономической части ТУФП перевычисляются состояния автоматов накопления и усреднения. Под автоматом накопления понимается автомат, состояние которого на протяжении всего периода моделирования пошагово накапливает значение одной из искомых неслучайных характеристик системы. Автомат усреднения выдает значение этой характеристики, пошагово приближающееся по мере увеличения периода моделирования к математическому ожиданию, но не достигающее его и поэтому называемое усредненным значением искомой неслучайной величины.

Как известно, экономическая эффективность системы определяется по тому или иному критерию, положенному в основу расчета, и является экономическим показателем, характеризующим функционирование моделируемой системы. Искомые усредненные неслучайные характеристики или параметры оптимизации используются при построении формулы критерия эффективности системы, полученной в процессе формализации постановки задачи в результате реализации ТУФП (в отличие от словесной постановки задачи, результирующей процесс содержательного описания).

2.5. Агрегатно-автоматные модели: причины возникновения

Практика показала, что во многих случаях описание структуры и правил функционирования систем удобно осуществлять с помощью вероятностно-автоматной модели. Такой способ дает возможность наглядно представить в компактной математической форме структурные и временные особенности исследуемой системы и максимально стандартизировать процесс построения модели и ее машинной реализации. Однако, существует множество сложных систем, элементы которых невозможно описать единой математической схемой ввиду их разнородности. Примером такой системы может служить производственный процесс, при моделировании которого следует описывать такие разнородные объекты и процессы, как функциональные блоки (станки), деталепартии, операции, вспомогательные ресурсы, кадровые единицы, ремонтные органы.

В задачах моделирования сложились формальные представления о процессах функционирования систем. При этом все множество моделей сложных систем можно разделить на дискретные, непрерывно-дискретные и непрерывные модели. К дискретным системам обычно относят системы обработки и передачи данных, транспортные системы, весь класс систем, представимых моделями массового обслуживания.

К непрерывным системам могут быть отнесены системы управления непрерывной технологией, летательные и космические аппараты, системы автоматического регулирования и т.д.

Функционирование дискретных систем можно представить как последовательную смену состояний объектов систем, изменение их структурно-функциональных особенностей в дискретные моменты времени. В интервалах между моментами смены состояний характеристики моделей дискретных систем условно считаются постоянными, а сам временной интервал считается постоянным на всем протяжении моделирования. Такое представление о дискретных системах используется при построении моделей линейчатых случайных процессов [4], моделей надежности систем [5], различных схем массового обслуживания и автоматных моделей [2, 3].

Математическим аппаратом для исследования непрерывных систем служит аппарат теории дифференциальных уравнений. Очевидно, что применение аналитических методов существенно сужает класс исследуемых систем.

Естественно, что рассмотрение систем двух крайних классов — дискретных и непрерывных — совершенно условно и не охватывает многих систем, имеющих двойственную природу и совмещающих в себе дискретные и непрерывные процессы.

В тех случаях, когда элементы системы невозможно описать единой математической схемой, когда система имеет двойственную природу непрерывного режима времени функционирования с дискретным вмешательством случая (наступления случайного либо детерминированного события), существенное значение имеет введение унифицированной абстрактной схемы. Удобной схемой с этих позиций оказывается кусочно-линейный агрегат, имеющий динамичный характер, описывающий обмен сигналами с внешней средой, учитывающий воздействие случайных факторов [9].

При сравнительном рассмотрении инициального вероятностного автомата Мура (ВАМ) с детерминированным выходом и кусочно-линейного агрегата как строительного материала в имитационном моделировании было сделано два вывода:

1) по своей природе ВАМ является простейшей формой кусочно-линейного агрегата;

2) при построении моделей сложных систем с позиции обеспечения унифицированности схем реальных объектов можно предложить подход, использующий сочетание агрегатного и автоматного описания моделей в виде систем взаимосвязанных стандартных модулей-агрегатов, полностью определяющих разнородные существенные элементы реальных систем и функционирующих в непрерывном режиме времени с дискретным вмешательством случая.

Сам агрегат строится из совокупности конечных вероятностных автоматов ВАМ, осуществляющих обмен сигналами с внешней средой, воздействие случайных факторов, перевычисление качественных и количественных характеристик агрегата в узловые моменты времени или моменты дискретного вмешательства случая. Такая модификация обусловлена целями:

— возможности формализации сложных систем, обладающих структурной неоднородностью;

вовлечения в рассмотрение систем с большим разбросом интервалов временных характеристик элементов (систем с временной неоднородностью);

возможности моделирования систем, обладающих функциональной неоднородностью.

Тем самым осуществляется рациональное сочетание двух методов: универсальность агрегатной схемы и наглядность, стандартность и простота построений автоматной схемы. Введем понятие модуля-агрегата.

Определение 2.5.1. Назовем модулем-агрегатом имитационный модуль

$$A=\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_n\},$$

в каждый момент времени t с дискретной либо случайной тактностью полностью определяющий исследуемый объект моделируемой системы. Термин "полностью определяющий" означает выполнение свойства марковости модулем.

Определение 2.5.2. Назовем телом модуля-агрегата A совокупность A_1, A_2, A_3, ..., A_n инициальных вероятностных автоматов Мура, состояния каждого из которых определяют одну из выделенных исследователем существенных структурно-функциональных особенностей объекта моделирования — модуля-агрегата A.

Таким образом, реальная система имитируется набором взаимосвязанных модулей-агрегатов, образующих модель системы и функционирующих в режиме единого непрерывного времени с дискретным вмешательством случая.

В следующем пункте остановимся на примере построения модулей-агрегатов, составляющих тело многоцелевой модели производственных процессов.

2.6. Многоцелевая модель производственных процессов

Существенным резервом повышения эффективности использования методов моделирования является создание методических основ разработки систем поддержки принятия управляющих решений различного уровня на производстве. Накопленный опыт построения и использования экономико-математических моделей позволил выявить общеметодологический принцип преодоления возникающих проблем исследования — системный подход к проблеме принятия решений. Он обусловил перспективную направленность развития имитационного метода в виде человеко-машинных имитационных систем принятия решений. Благодаря сочетанию способностей лица, принимающего решение (ЛПР), с возможностями современных компьютерных технологий удалось снять ряд проблем: неполного соответствия производственно-технологической модели реальной системе, трудности организационной реализуемости, недостатков сугубо имитационного и сугубо оптимизационного методов.

Концепция компьютерных технологий, используемых в прикладном системном анализе, нашла свое конкретное выражение в виде имитационных систем, систем программирования, организационно-программных и программно-технических комплексов.

Предложенная ниже агрегатно-автоматная многоцелевая базовая модель исследования и оптимизации качества процессов функционирования производства положена в основу создания пакета модулей и моделей, ориентированного на использование в рамках организационно-технологического комплекса принятия решений по обеспечению стабильности процессов качествообразования (СТК ПРИРОСТ-ПК) [16].

Переход предприятий и организаций страны на работу в условиях рыночной экономики, полного хозрасчета, самоокупаемости и самофинансирования актуализирует проблему повышения эффективности их функционирования. Существенно возрастает роль таких экономических факторов, как рентабельность, прибыль, доход. Остро встает задача значительного сокращения любых непроизводительных расходов. Это побуждает совершенствовать существующие методы управления, добиваться рационализации и лучшей синхронизации производственных процессов.

Важнейший резерв повышения эффективности нынешних производств — обеспечение стабильности качества изготовления продукции. С серьезными недостатками обеспечения качества продукции связана существенная часть непроизводительных расходов большинства предприятий и объединений, а именно: штрафы за выпуск некачественной продукции, издержки, обусловленные переделками или браком продукции, изготовленной с дефектами.

Необходимость увеличения объемов выпуска продукции высокого качества при экономном использовании ресурсов требует, с одной стороны, рационального распределения продукции по технологическим переходам изготовления с учетом ее качественных приоритетов, а с другой — систематического поддержания всех элементов производства в рабочем состоянии, оперативного реагирования на возникающие отклонения параметров различных качествообразующих элементов производства, прогнозирования и предупреждения отклонений.

На практике возникает потребность в систематическом применении множества взаимосогласованных управляющих воздействий к элементам производства, направленных на изменение производственного процесса, в частности:

— изменение технологических параметров изготовления и норм выработки продукции;

— изменение состояний элементов производства: подрегулирование, профилактическое обслуживание или ремонт технологического оборудования и оснастки, обучение, повышение заинтересованности и улучшение условий труда работников и др.;

— изменение (уточнение) программы контроля качества продукции, в том числе изменение расстановки контрольных точек, правил и объемов выборки продукции для контроля, средств и методов контроля и т.п.

Исследования в данной области показали, что для решения задачи исследования и оптимизации оценки показателей качества производственных процессов следует применить метод, обладающий возможностями анализа сложных производственных качествообразующих процессов, реализации системного подхода, универсальности, обработки многократных траекторий исследуемого процесса. Такими характеристиками в полной мере обладает метод агрегатно-автоматного моделирования. Структурно-параметрическая составляющая производственного процесса включает такие основные объекты: функциональные блоки (станки), партии продукции и их типы, производственные операции, вспомогательные ресурсы, кадровые единицы, ремонтные органы. Функциональные блоки, в свою очередь, делятся на рабочие, контрольные и переделочные. Последнюю функцию могут осуществлять и некоторые рабочие блоки. Операции, выполняемые рабочими блоками, могут быть зависимыми по признаку "качество". Это означает, что появление дефекта в некоторой m-й детали по операции j_2 влечет за собой появление дефекта в этой же детали по операции j_1.

При функционировании рабочих и контрольных блоков могут быть допущены ошибки, что приводит к "независимым" дефектам в деталях партий, находящихся в этих блоках. Для рабочего блока это означает появление некоторой случайной последовательности номеров деталей, получивших дефект по текущей рабочей операции. Для контрольного блока дефект его работы будет выражаться либо в случайном обнаружении дефекта в фактически бездефектной детали, либо в случайном необнаружении существующего дефекта. Таким образом, существует две последовательности дефектов в деталях контролируемой партии — последовательность фактических дефектов и последовательность обнаруженных. Очевидно, что для нормального (по времени продвижения и качеству) продвижения продукции по технологическим цепям важны выбор мест расстановки контрольных блоков и правил контроля, а также безошибочная работа функциональных блоков.

В зависимости от типа контроля, категории обнаруженных дефектов и их количества, партия может быть направлена либо на повторный контроль, либо на дальнейшую обработку, либо на переделку с частичной отбраковкой, либо в брак.

В качестве управляемых выбираем параметры, позволяющие изменять программу контроля, правила и объемы выборок при контроле с выборкой, частоту технического обслуживания и ремонта блоков, уровни приоритетности блоков и партий продукции относительно операций, номера поставщиков.

Модель учитывает влияние стохастических факторов, характеризующих:

— периоды активной обработки партий;

— появление дефектов фактических и обнаруженных в обрабатываемых и контролируемых партиях деталей;

— входящий поток ресурсов (временная и количественная характеристики).

В зависимости от цели, которая ставится перед разработчиком, может быть сформулировано ряд задач. Например, задачи, классифицирующиеся с точки зрения того, что берется в качестве оптимизируемой функции: доход (R), вероятность безошибочного выполнения (β), среднее время выполнения процесса ($M(T)$). Приведем эти постановки:

1. Определить такую стратегию, при которой максимизируется доход

$$R \to \max,$$

при условии, что вероятность безошибочного выполнения и среднее время перехода продукции по технологической цепи ограничены некоторыми заданными величинами

$$\beta \geq \beta^*, \; T_1 \leq M(T) \leq T_2 .$$

2. Определить такую стратегию, при которой максимизируется вероятность безошибочного выполнения

$$\beta \to \max,$$

при условии, что средний доход и среднее время перехода ограничены

$$R \geq R^*, \; T_1 \leq M(T) \leq T_2 .$$

3. Определить такую стратегию, при которой минимизируется среднее время перехода

$$M(T) \to \min,$$

при условии, что вероятность безошибочного выполнения и доход ограничены заданными величинами

$$\beta \geq \beta^*, \; R \geq R^* .$$

Каждая из постановок задачи реализуется в виде следующей технологии:

1) изменение состояния моделируемого процесса в реальном масштабе времени, адекватно отображаемое единой информационной базой данных в промежутке между реальными (в отличие от имитационных) смежными моментами качественных изменений состояний производственных объектов;

2) диалоговый ввод информации о первоначально предлагаемых пользователем (ЛПР) управлениях (исходной стратегии);

3) многократное проигрывание модели производственного процесса на интервале, примыкающем к узловому моменту, пошагово чередуемое с итерациями процесса сходимости оптимизируемого показателя качества;

4) определение оптимальной стратегии;

5) переход к реальному производственному циклу (к пункту 1).

Очевидная неоднородность структурно-функциональных и временных характеристик данной предметной области диктует построение имитационной базовой модели производственной системы в блочном виде. Модель строится из модулей-агрегатов, полностью описывающих производственный процесс в каждый момент дискретного вмешательства случая, или другими словами, в каждый узловой момент модельного времени. Введем ряд формализующих ограничений.

Функциональные блоки могут находиться в одном из следующих качественных состояний: работа, простой, поломка, переналадка. Каждый k-й блок различается по типу $m = \begin{cases} 1 \text{ — рабочий}, \\ 2 \text{ — контрольный}, \\ 3 \text{ — переделочный}. \end{cases}$

а также по уровню приоритетности SPR_{kjm} относительно каждой из операций jm, которую он может выполнять. Распределение очереди свободных блоков к операции jm осуществляется оператором модели, который выбирает последовательность номеров блоков по критерию приоритетности относительно операции j, а внутри уровня приоритетности — в порядке убывания времен ожидания блоками начала операции. Каждому kj-му блоку соответствует строка матрицы $|TIP_{kj}|$, определяющая тип блока, следующий по технологии после kj-го блока. Каждая iN-я (i — вид продукции, N — номер партии в порядке поступления на вход системы) партия продукции может находиться в одном из состояний: работа (обработка), простой, контроль, переделка. Каждому i-му виду продукции соответствует строка матрицы $|Q_{ij}|$, определяющая технологическую последовательность операций. В модели фигурируют элементарные операции, а также операции сборки. В этом случае будем говорить об определенном комплекте видов партий $\{NT_j^*\} = \text{const}$ для i-й операции сборки. Говоря о последовательности видов партий, готовых к обработке по конкретной операции, будем иметь в виду, что для элементарных операций ожидающие партии принадлежат одному виду (все операции считаются уникальными), а для операций сборки последовательности ожидающих партий будут содержать только виды, входящие в комплект для конкретной операции сборки.

Распределение очереди номеров партий, готовых к обработке по элементарной операции, осуществляется в порядке убывания времени пролеживания ожидающих партий. В случае операции сборки речь идет о распределении очереди комплектов видов партий, необходимых для данной операции сборки и расположенных в порядке убывания времен пролеживания соответствующих комплектов.

Контрольные блоки осуществляют контроль двух видов — без выборки и с выборкой. При обнаружении дефектов в деталях при контроле без выборки эти детали отправляются на переделку. Контроль с выборкой осуществляется 2 раза в случае обнаружения дефектов в деталях первой выборки. При обнаружении дефектов в деталях второй выборки партия полностью отправляется на переделку. Считается, что переделочный блок работает безошибочно (в отличие от контрольного блока).

Набор типовых имитационных модулей, составляющих базовую модель, состоит из модулей-агрегатов, описывающих:

— функциональные блоки;

— деталепартии;

— операции;

— вспомогательные ресурсы;

— кадровые единицы;

— ремонтные органы;

— искомые усредненные величины.

Приведем сценарий моделирования процесса производства продукции и качествообразования:

— определение остаточных времен пребывания функциональных блоков в их текущих состояниях;

— определение текущего узлового момента;

— определение временных характеристик для находящихся в системе партий продукции (остаточные времена их активной обработки, либо накопленные времена пролеживания);

— установление взаимно однозначного соответствия между последовательностями номеров блоков и последовательностями типов и номеров партий, взаимно готовых к очередной активной обработке;

— назначение для каждого номера соответствующего типа блока — следующих номера и типа партии — при элементарной операции, в случае операции сборки — номера комплекта партий для их обработки;

— назначение для каждой партии продукции номера и типа следующего блока;

— определение фактической дефектности в партиях при их обработке и контроле;

— вычисление индикаторов обнаружения дефектов при контроле партий;

— учет изделий каждого вида, прошедших последнюю рабочую операцию;

полностью описывающих производственный процесс в каждый момент дискретного вмешательства случая, или другими словами, в каждый узловой момент модельного времени. Введем ряд формализующих ограничений.

Функциональные блоки могут находиться в одном из следующих качественных состояний: работа, простой, поломка, переналадка. Каждый k-й блок различается по типу $m = \begin{cases} 1 \text{ — рабочий}, \\ 2 \text{ — контрольный}, \\ 3 \text{ — переделочный}. \end{cases}$

а также по уровню приоритетности SPR_{kjm} относительно каждой из операций jm, которую он может выполнять. Распределение очереди свободных блоков к операции jm осуществляется оператором модели, который выбирает последовательность номеров блоков по критерию приоритетности относительно операции j, а внутри уровня приоритетности — в порядке убывания времен ожидания блоками начала операции. Каждому kj-му блоку соответствует строка матрицы $|TIP_{kj}|$, определяющая тип блока, следующий по технологии после kj-го блока. Каждая iN-я (i — вид продукции, N — номер партии в порядке поступления на вход системы) партия продукции может находиться в одном из состояний: работа (обработка), простой, контроль, переделка. Каждому i-му виду продукции соответствует строка матрицы $|Q_{ij}|$, определяющая технологическую последовательность операций. В модели фигурируют элементарные операции, а также операции сборки. В этом случае будем говорить об определенном комплекте видов партий $\{NT_j^*\} = \text{const}$ для i-й операции сборки. Говоря о последовательности видов партий, готовых к обработке по конкретной операции, будем иметь в виду, что для элементарных операций ожидающие партии принадлежат одному виду (все операции считаются уникальными), а для операций сборки последовательности ожидающих партий будут содержать только виды, входящие в комплект для конкретной операции сборки.

Распределение очереди номеров партий, готовых к обработке по элементарной операции, осуществляется в порядке убывания времени пролеживания ожидающих партий. В случае операции сборки речь идет о распределении очереди комплектов видов партий, необходимых для данной операции сборки и расположенных в порядке убывания времен пролеживания соответствующих комплектов.

Контрольные блоки осуществляют контроль двух видов — без выборки и с выборкой. При обнаружении дефектов в деталях при контроле без выборки эти детали отправляются на переделку. Контроль с выборкой осуществляется 2 раза в случае обнаружения дефектов в деталях первой выборки. При обнаружении дефектов в деталях второй выборки партия полностью отправляется на переделку. Считается, что переделочный блок работает безошибочно (в отличие от контрольного блока).

Набор типовых имитационных модулей, составляющих базовую модель, состоит из модулей-агрегатов, описывающих:

— функциональные блоки;

— деталепартии;

— операции;

— вспомогательные ресурсы;

— кадровые единицы;

— ремонтные органы;

— искомые усредненные величины.

Приведем сценарий моделирования процесса производства продукции и качествообразования:

— определение остаточных времен пребывания функциональных блоков в их текущих состояниях;

— определение текущего узлового момента;

— определение временных характеристик для находящихся в системе партий продукции (остаточные времена их активной обработки, либо накопленные времена пролеживания);

— установление взаимно однозначного соответствия между последовательностями номеров блоков и последовательностями типов и номеров партий, взаимно готовых к очередной активной обработке;

— назначение для каждого номера соответствующего типа блока — следующих номера и типа партии — при элементарной операции, в случае операции сборки — номера комплекта партий для их обработки;

— назначение для каждой партии продукции номера и типа следующего блока;

— определение фактической дефектности в партиях при их обработке и контроле;

— вычисление индикаторов обнаружения дефектов при контроле партий;

— учет изделий каждого вида, прошедших последнюю рабочую операцию;

— определение усредненных искомых характеристик модели: частот дефектности по операциям обработки и контроля, частот поломок блоков, частот дефектности при поступлении партий на вход системы, времени выполнения процесса, вероятности его безошибочного выполнения, дохода;

— очередная итерация алгоритма оптимизации показателя эффективности.

Приведем сценарий моделирования процесса технического обслуживания блоков:

— определение остаточных времен до следующих событий: отказ блока, изменение режима работы, начало КВО — комплексного вида обслуживания, окончание КВО, начало аварийного восстановления системы, его окончание, начало индивидуального вида обслуживания (ИВО) блоков, окончание ИВО;

— выбор минимального значения среди остаточных времен, составление списка событий, которые произойдут в очередной узловой момент;

— определение значений расхода ресурсов системы и состояний блоков, значений технических параметров;

— осуществление зависимых переходов блоков в другое состояние, проверка условий отказа системы, изменение значений расхода ресурса блоков и их скоростей как следствие событий, наступивших в данный момент;

— расчет значений показателей эффективности процесса эксплуатации блоков и либо переход к первому шагу (продолжение моделирования), либо переход к следующему шагу;

— очередная итерация процесса оптимизации.

Построим модуль-агрегат “Функциональный блок”, тело которого состоит из совокупности автоматов, определяющих на момент t:

$L_k^{(1)*}(t)$ — перечень номеров ресурсов, необходимых для k-го блока;

$\tau_k^{(1)}(t)$ — остаточное время пребывания k-го блока в одном из возможных состояний (работа, переналадка, простой, поломка);

$$x_k^{(1)}(t^-) = \begin{cases} 1 \text{ — работа} \vee \text{простой} \\ 0 \text{ — поломка} \vee \text{переналадка} \end{cases};$$

$$x_k^{(2)}(t^-) = \begin{cases} 1 \text{ — работа} \vee \text{поломка} \\ 0 \text{ — простой} \vee \text{переналадка} \end{cases}.$$

Двоичные символы $x_k^{(1)}(t^-)$, $x_k^{(2)}(t^-)$ — в совокупности определяют состояние k-го блока в узловом промежутке $(t-1, t)$, $x_k^{(3)}(t)$ — двоичный индикатор узлового момента для k-го блока непосредственно, равный единице при смене состояния блока.

Перечислим двоичные индикаторы смен состояний блоков, равные единице при следующих событиях:

$\gamma_k^{(1)}(t)$ — на k-м блоке продолжается работа (узловой момент блока отсутствует);

$\gamma_k^{(2)}(t)$ — работа завершена;

$\gamma_k^{(3)}(t)$ — момент начала поломки;

$\gamma_k^{(4)}(t)$ — работа прервана;

$\gamma_k^{(5)}(t)$ — простой продолжается;

$\gamma_k^{(6)}(t)$ — поломка продолжается;

$\gamma_k^{(7)}(t)$ — переналадка продолжается;

$\gamma_k^{(8)}(t)$ — простой окончен;

$\gamma_k^{(9)}(t)$ — поломка (ремонт) окончена;

$\gamma_k^{(10)}(t)$ — переналадка окончена;

$Sm_k^{(3)}(t)$ — накопленное время ожидания свободным блоком;

$Sm^{(2)}(t)$ — последовательность номеров свободных блоков в порядке убывания времен ожидания (общая очередь).

Если обозначить через $Sm_{jm}^{(2)*}(t)$ очередь номеров свободных блоков, готовых к j-й операции m-го типа, то

$\beta_{kjm}^{(1)}(t) = \begin{cases} 1, & k \in Sm_{jm}^{(2)*}(t) \\ 0, & k \notin Sm_{jm}^{(2)*}(t) \end{cases}$, — индикатор готовности k-го блока к jm-й операции;

$Sm^{(1)}(t)$ — число свободных блоков;

$Sm_k^{(4)}(t)$ — тип партии (при сборке комплект типов), который начнет обрабатываться на k-м блоке;

$Sm_k^{(5)}(t)$ — номер (индивидуальный) партии или комплект индивидуальных номеров партий (при сборке), который начнет обрабатываться на k-м блоке;

$C_k^{(7)}(t)$ — остаточное время до момента окончания поломки (ремонта) k-го блока;

$\mu_{jkc}(t)$ — двоичный вероятностный индикатор появления дефектов на k-м блоке по j-й операции в c-й детали, при значении 1 определяет наличие независимого дефекта, при значении 0 — отсутствие дефекта;

$H_k(t)$ —накопленное количество ошибок k-го блока;

$H_k^{(1)}(t)$ —накопленное количество поломок k-го блока.

Тело модуля-агрегата ìДеталепартияî в каждый момент модельного времени представлено совокупностью следующих автоматов:

$B_{ij}(t)$ —общее количество партий i-го вида, обрабатываемых по j-й операции;

$L_{iN}^{(1)}(t)$ —перечень ресурсов, необходимых для N-й партии (N — номер партии в порядке поступления на вход системы) i-го вида;

$t_{i0}(t)$ —остаточное время до поступления очередной партии i-го вида на вход системы;

$N_i(t)$ — общее число партий i-го вида в системе.

Двоичные индикаторы состояний N-й партии j-го вида в узловом промежутке времени (t 1, t):

$$Y_{iN}^{(1)}(t^-) = \begin{cases} 1, \text{ работа или простой,} \\ 0, \text{ контроль или переделка;} \end{cases}$$

$$Y_{iN}^{(2)}(t^-) = \begin{cases} 1, \text{ работа или контроль,} \\ 0, \text{ простой или переделка.} \end{cases}$$

Эти индикаторы в совокупности определяют одно из четырех возможных качественных состояний iN-й партии, в котором она пребывает до наступления очередного узлового момента t.

Перечислим двоичные индикаторы смен состояний партий, равные единице при следующих событиях:

$\alpha_{iN}^{(1)}(t)$ —обработка партии продолжается;

$\alpha_{iN}^{(2)}(t)$ —обработка окончена;

$\alpha_{iN}^{(3)}(t)$ —обработка прервана;

$\alpha_{iN}^{(5)}(t)$ — простой партии продолжается;

$\alpha_{iN}^{(6)}(t)$ — контроль партии продолжается;

$\alpha_{iN}^{(7)}(t)$ — переделка дефектных деталей партии продолжается;

$\alpha_{iN}^{(8)}(t)$ — простой окончен;

$\alpha_{iN}^{(9)}(t)$ — контроль окончен;

$\alpha_{iN}^{(10)}(t)$ — переделка окончена.

$TP_{iN}(t)$ — тип блока для iN-й партии;

$DT_{iN}(t)$ — остаточное время активной обработки или накопленное время простоя iN-й партии;

$DNO_{iN}(t)$ — номер операции для iN-й партии;

$NO_{iN}(t)$ — номер следующей по технологии рабочей операции для iN-й партии;

$n_{iN}^{*}(t)$ — объем 1-й выборки при контроле с выборкой iN-й партии;

$n_{iN}^{**}(t)$ — объем второй контрольной выборки для iN-й партии;

$DNS_{iN}(t)$ — номер блока, предназначенного iN-й партии;

$\mu_{iNc}^{*}(t)$ — индикатор получения независимого от других операций дефекта при обработке c-й детали из iN-й партии;

$\alpha_{iNc}^{(4)}(j,t)$ — индикатор фактической дефектности iNc-й детали по j-й рабочей операции;

$\alpha_{iNc}^{(k)}(j,t)$ — индикатор дефектности контроля iNc-й детали по j-й рабочей операции;

$\alpha_{iNc}(j,t)$ — индикатор обнаружения дефекта при контроле iNc-й детали по j-й рабочей операции;

$DEF_{iN}(j,t)$ — индикатор фактической дефектности партии iN по j-й рабочей операции;

$DEF_{iN}^{*}(j,t)$ — индикатор обнаружения дефекта (дефектов) в партии iN по j-й рабочей операции;

$DW_{iN}(t)$ — обработанная часть партии iN;

$DW_{iN}^{*}(j,t)$ — количество дефектных деталей, полученных при обработке партии iN по j-й рабочей операции;

$DW_{iN}^{**}(j,t)$ — количество обнаруженных дефектов по операции j в iN-й партии;

$ST_{iN}(t)$ — накопленное время пребывания iN-й партии в системе.

Модуль-агрегат "Операция" на момент t определяется следующими автоматами:

$Dn_{jm}^{(4)}(t)$ — последовательность индивидуальных номеров партий, готовых к j-й операции m-го типа (1 — рабочая операция, 2 — контрольная, 3 — переделочная);

$Dn_{jm}^{(5)}(t)$ — последовательность типов партий, готовых к jm-й операции;

$NR_{ij}(t)$ — количество партий i-го вида, готовых к j-й операции сборки;

$KK_{j}(t)$ — количество комплектов, готовых обрабатываться по j-й операции сборки;

$n_{jm}^{(4)}(t)$ — количество партий, готовых к обработке по jm-й операции;

$Dn_{j1}^{(4n)}(t)$ — последовательность индивидуальных номеров партий, входящих в n-й комплект партий и готовых к j-й операции сборки;

$Dn_{j1}^{(5n)}(t)$ — последовательность типов партий n-го комплекта, готовых к j-й операции сборки;

$Sm_{jm}^{(2)*}(t)$ — последовательность свободных блоков, ожидающих начала обработки деталей по jm-й операции;

$n_{j1}^{(5n)}(t)$ — последовательность порядковых номеров партий, входящих в n-й комплект партий и готовых к j-й операции сборки;

$NT_{j}^{*} = \mathrm{const}$ — необходимый набор типов партий для j-й операции сборки, константа;

$P_{j}'(t)$ — вероятность того, что на выходе партия не будет иметь дефект по j-й операции.

Модуль-агрегат "Вспомогательные ресурсы" строится из такой совокупности автоматов:

$f_{s}^{(4)}(t)$ — расчетное остаточное время существования s-го ресурса до его иссякания;

$f_s^{(2)}(t)$ — промежуток времени от момента t до момента очередного пополнения запаса s-го производственного ресурса;

$f_s^{(1)}(t)$ — запас производственного ресурса с номером s, имеющегося в наличии в момент t;

$p_s^{(1)}(t)$ — индикатор принадлежности s-го ресурса к разовым ресурсам;

$p_s^{(4)}(t)$ — индикатор того, что s-го ресурса хватит для обработки партий;

$p_s^{(5)}(t)$ — индикатор поступления s-го ресурса на вход в момент t;

$\delta_s(t)$ — случайное количество поступившего ресурса s.

Приведем тело агрегата "Кадровая единица":

$d_r^{(1)}(t)$ — номер блока, на котором в момент t задействована r-я кадровая единица;

$d_r^{(3)}(t)$ — остаточное время до невыхода на работу r-й кадровой единицы;

$d_r^{(4)}(t)$ — остаточное время до выхода на работу r-й кадровой единицы.

К агрегату целей, относящемуся к экономической части модели и определяющему функцию цели и соответствующие ограничения, относятся такие автоматы:

$ST_{iN}(t)$ — накопленное время пребывания iN-й партии в системе;

$A(t)$ — суммарные накопленные затраты по пребыванию партий в системе;

$T'(t)$ — математическое ожидание времени прохождения партии по системе;

$\overline{H_k}(t)$ — усредненное количество ошибок k-го блока;

$\overline{H_k^{(1)}}(t)$ — усредненное количество поломок k-го блока;

$P_j'(t)$ — вероятность бездефектности партий по j-й операции по окончании процесса моделирования;

$A^*(t)$ — математическое ожидание суммарных затрат, исчисляемых в расчете на одну партию.

Основной целью изложения материала данного параграфа было продемонстрировать на конкретном примере построение схем формализации и сценарного описания процессов производства продукции и качествообразования, выделение существенных с точки зрения разработчика разнородных субъектов производственной системы в ранг соответствующих типовых модулей-агрегатов, составляющих в совокупности базовую многоцелёвую модель, все структурно-функциональные особенности которой имитируются с помощью вероятностных автоматов. Поэтому в данном случае не будет приведен алгоритм моделирования ТУФП полностью. Однако, следует остановиться на некоторых пояснениях к алгоритму и на некоторых его формулах.

Структурно алгоритм ТУФП делится на три последовательные составляющие:

1. Первая часть функционалов определяет конкретный путь прохождения партий по системе с учетом наступления всех узловых моментов, констатирующих сбои, поломки блоков, поступления партий в блоки и выход из них, очереди свободных блоков и ожидающих партий. Учитываются все виды активной обработки (работа, контроль, переделка) и типы операций (элементарные и операции сборки).

2. Вторая часть функционалов фиксирует появление зависимых и независимых дефектов по конкретным рабочим операциям, дефектов контроля, а также поступление дефектных партий на вход системы.

3. Третья часть функционалов перевычисляет значения искомых усредненных величин — частот сбоев (поломок) и дефектов, показателей качества (не путать с функцией цели).

К управляемым параметрам были отнесены:

— нижняя и верхняя предельные частоты сбоев (поломок) блоков;

— нижняя и верхняя частоты дефектной обработки изделий на рабочих блоках;

— допустимая частота дефектности контрольных блоков, превышение которой обусловливает введение повторного контроля (как с выборкой, так и без выборки);

— предельная частота дефектов изделий по конкретной рабочей операции при поступлении партий на вход системы от конкретного поставщика, превышение которой предусматривает смену поставщика;

— доля объема 1-й выборки при контроле с выборкой по конкретной операции;

— доля объема 11-й выборки при контроле с выборкой по конкретной операции.

В качестве случайных факторов в алгоритме участвуют следующие случайные последовательности:

количество пополнения ресурсов;

моменты поступления продукции на вход;

количество партий кокретного вида, поступивших на вход;

время непрерывной исправной работы блоков;

время обработки партий;

время безотказной работы кадровых единиц;

появление дефектов в деталях, обрабатываемых по всем возможным операциям на конкретных блоках;

случайная последовательность дефектов в партиях на входе по конкретной операции, поступающих от конкретного поставщика.

В целом, алгоритм ТУФП строится по событийной схеме, в соответствии с которой среди всех возможных в будущем событий для очередного шага моделирования выбирается ближайшее. В нескольких местах алгоритма (распределение свободных блоков по частным очередям, получение очередей комплектов номеров партий, готовых к операции сборки) строятся итеративные подалгоритмы, работающие по так называемой процессной схеме, при этом каждый итеративный процесс развивается в своей последовательности событий вне зависимости от модельного времени. Его цель — определение расчетных прогнозных характеристик, необходимых для перевычисления зависимых от них состояний автоматов в следующий узловой момент модельного времени.

Приведем пример функционала ТУФП, перевычисляющего одну из компонент, в совокупности определяющих путь прохождения партий изделий по производственной системе, а именно: типа блока для iN-й партии в момент t_1:

$$TP_{iN}(t_1)=\left[\alpha_{iN}^{(1)}(t_1)+\alpha_{iN}^{(3)}(t_1)+\alpha_{iN}^{(5)}(t_1)+\alpha_{iN}^{(6)}(t_1)+\alpha_{iN}^{(7)}(t_1)+\alpha_{iN}^{(8)}(t_1)\right]\times TP_{iN}(t_0)+$$

$$+\left(1-\delta\left[DNO_{iN}(t_0),0\right]\right)\times\left[\alpha_{iN}^{(2)}(t_1)+\alpha_{iN}^{(10)}(t_1)+\alpha_{iN}^{(9)}(t_1)\right]\times\left[\left(1-DEF_{iN}^{*}(t_0)\right)\times 1+\right.$$

$$\left.+DFF_{iN}^{*}(t_0)\times\left[\delta\left[n_{iN}^{*}(t_0),0\right]\times 3+\left(1-\delta\left[n_{iN}^{*}(t_0),0\right]\right)\times 2\right]\right]+\delta\left[DNO_{iN}(t_0),0\right]\times 0;$$

Приведенный функционал, определяющий тип блока (станка) для N-й партии i-го вида изделий на момент t_1, будет иметь прежнее значение для всех случаев продолжения пребывания iN-й партии в течение узлового интервала $X(t_1)$ в одном из текущих состояний (обработка, простой, контроль, переделка), либо в случаях прерывании обработки или простоя. Его значение будет единичным, если при завершении текущей контрольной или переделочной операции не будут обнаружены дефекты в изделиях партии и она нуждается в следующей рабочей операции. При первичном контроле с выборкой при обнаружении в партии дефектов, она должна быть направлена на вторичный контроль, и тип блока для нее будет под номером 2. Этот же тип блока будет предусмотрен для iN-й партии, завершившей текущую рабочую операцию и нуждающейся в операции контроля. Функционал примет значение 3 в случае, если при повторном контроле будут обнаружены дефекты в партии и она должна быть направлена на переделку. Если же при завершении текущей операции для партии iN следующей операции не предвидится, тип следующего блока будет нулевым. Правая часть функционала записана в виде линейного разностного стохастического уравнения с участием двоичных индикаторов качественных состояний партии, определяющих в конкретных условиях единственно реальное из всех возможных альтернативных значений автомата $TP_{iN}(t_1)$.

Определение состояния автомата, вычисляющего номер производственной операции для iN-й партии изделий (вид операции будет соответствовать определенному выше типу станков) на момент t_1 в зависимости от его значения и качественного состояния партии момент t_0, также будет осуществляться с помощью линейного разностного стохастического уравнения.

Для определения номеров производственных блоков для партий изделий и, в свою очередь, партий изделий для блоков в случаях передвижения партий изделий по производственной системе в узловой момент применяются модельные операторы:

$R\{L, i, j\}$ — оператор выборки члена двухиндексной последовательности. Его значение совпадает с тем членом последовательности L, который имеет своим первым индексом i, вторым — j.

$P\{L, V, \alpha\}$ — оператор сравнения двух последовательностей. Если последовательность L содержит член, равный α, то значение этого оператора совпадает с тем членом последовательности V, который имеет тот же порядковый номер, что и $\alpha \in L$.

$S\{L, i\}$ — оператор упорядочения номеров членов последовательности L. Значение его совпадает с номером i-го по величине (в порядке убывания) члена последовательности L.

В данном случае будет идти речь о последовательностях простаивающих индивидуальных номеров блоков (рабочих, контрольных, переделочных), о последовательностях ожидающих начала соответствущей обработки номеров партий и видов изделий, о последовательностях времен ожидания простаивающими блоками и партиями начала обработки. С помощью оператора $S\{L, i\}$ происходит упорядочение индивидуальных номеров блоков и партий изделий по критерию длительности ожидания в порядке убывания этой длительности. В результате сравнения упорядоченных последовательностей номеров ожидающих начала обработки блоков и партий изделий происходит взаимное назначение номеров блоков определенного типа и партий изделий соответствующего по технологии вида.

В блоке перевычисления состояний автоматов качествообразования определенный интерес представляет расчет индикаторов обнаружения подетального дефекта в партиях изделий. Напомним, что $\alpha_{iNc}^{(4)}(t_1)$, $\alpha_{iNc}^{(k)}(t_1)$, $\alpha_{iNc}(t_1)$ — соответственно двоичные индикаторы фактической дефектности детали, дефектности контроля детали, обнаружения дефекта в детали. Индикатор фактической дефектности c-й детали из N-й партии j-го вида изделия и индикатор дефектности контроля определяются на момент t_1 с учетом индикаторов фактического состояния деталепартии (обработка, контроль, простой, переделка) и случайного индикатора возможного возникновения дефекта при обработке партии на конкретном станке и возникновения дефекта при контроле. Тогда конкретные логические высказывания относительно сочетаний появления дефектов или бездефектности при обработке изделия или его контроле могут быть представлены таким образом:

1) $1 \wedge 1 \rightarrow 0$ — дефект при обработке изделия плюс дефект контроля дает при обнаружении бездефектность изделия;

2) $1 \wedge 0 \rightarrow 1$ — дефект изделия плюс бездефектность контроля = дефект обнаружения;

3) $0 \wedge 1 \rightarrow 1$ — бездефектность изделия плюс дефект контроля = дефект обнаружения;

4) $0 \wedge 0 \rightarrow 0$ — бездефектность изделия плюс бездефектность контроля = бездефектность обнаружения.

Эти логические высказывания легли в основу вычисления двоичного индикатора обнаружения дефекта в iNc-м изделии:

$$\alpha_{iNc}(t_1)=\begin{cases} 1)\dfrac{\alpha_{iN}^{(9)}(t_1)=1\wedge(h_i=1\vee h_i=0\wedge c\le n_{iN}^{*}(t_1)+n_{iN}^{**}(t_1)}{\alpha_{iNc}^{(4)}(t_0)+\alpha_{iNc}^{(k)}(t_1)-2\alpha_{iNc}^{(4)}(t_0)\cdot\alpha_{iNc}^{(k)}(t_1);} \\ 2)\dfrac{\alpha_{iN}^{(9)}(t_1)=1\wedge h_i=0\wedge c>n_{iN}^{*}(t_1)+n_{iN}^{**}(t_1)}{0;} \\ 3)\dfrac{\alpha_{iN}^{(9)}(t_1)=0}{\alpha_{iNc}(t_0);} \end{cases}$$

Правая часть выше приведенного функционала разбита на три альтернативные (в логико-импликативной форме) варианта определения результатов обнаружения дефекта в c-й детали (в изделии), при этом условия вариантов задаются в верхней подстроке, а решения (правила изменения состояния индикатора) записаны в нижней подстроке каждого варианта.

Первый вариант верхней подстроки расшифровывается как совместное выполнение условий: завершения операции контроля iN-й партии и в случае контроля элементарной операции — попадания порядкового номера c-й детали (изделия) в совокупность порядковых номеров деталей первой и второй контрольной выборки. В случае контроля операции сборки учитывается контроль всех изделий партии. Во втором варианте при контроле элементарной производственной операции реализуется условие непопадания c-й детали в первую и вторую контрольные выборки, а в третьем варианте отсутствует сам факт завершения операции контроля данной деталепартии.

В следующем пункте рассмотрим построение модели функционирования морского порта, сочетающей применение автоматно-агрегатного описания разнородных существенных объектов системы с целью их выделения, с одной стороны, и обобщение (унификацию) модулей-агрегатов, имитирующих структурно-функциональные особенности объектов системы, возводимых в ранг однородных — с другой стороны.

2.7. Задача исследования и оптимизации работы морского порта

Переход различных транспортных предприятий на работу в условиях рыночной экономики актуализировал целый ряд транспортных проблем как в области конкуренции, так и в области необходимого сотрудничества между различными видами транспорта. Такое сотрудничество должно быть эффективным для всех его участников с позиции основных экономических факторов: рентабельности, прибыли, дохода. Остро встают вопросы значительного сокращения любых непроизводительных расходов с одной стороны, и развития транспортной инфраструктуры и синхронизации перевозок — с другой. Это побуждает совершенствовать существующие методы управления транспортными узлами и комбинированными перевозками, добиваться рационализации и лучшей синхронизации транспортных потоков.

Известно, что эффективность управляющих воздействий значительно зависит от совершенства используемых для их формирования средств анализа, моделирования и прогнозирования ситуаций. Одно из результативных направлений исследования в данной области — использование средств имитационного моделирования для решения оптимизационно-прогнозных задач, направленных на поиск стратегий, оптимизирующих транспортно-перегрузочный процесс с точки зрения таких показателей как время выполнения операции, безаварийность ее выполнения, доход.

2.7.1. Постановка задачи исследования работы морского порта

Рассматривается задача исследования взаимодействия железнодорожного, автомобильного и водного транспорта в порту.

Термин “взаимодействие” подразумевает поступление различных видов транспорта в порт и осуществление операций разгрузки-погрузки груза между транспортными партнерами. Порядок и условия перегрузки грузов через порт должны определяться договорами:

— между “Экспедитором” (представителем грузовладельца) и портом;

— между железной дорогой и портом;

— между фрахтователем и судовладельцем.

Такие договора заключаются на год до закрытия навигации и включают в себя такие основные пункты как предмет договора, обязанности сторон, планирование, порядок расчетов и ответственность сторон. Обработка портом судов осуществляется в соответствии со “Сводом обычаев портов”. В соответствии с существующими договорами Сторон процесс перегрузки грузов в порту осуществляется в следующем порядке. Складирование и хранение грузов производится на открытом складе порта. Подача вагонов в порт и расстановка их по фронтам погрузки и выгрузки производится по уведомлениям. Сдача и прием грузов производится в местах погрузки и выгрузки круглосуточно в соответствии с правилами. В порту устанавливается одновременный фронт постановки вагонов для погрузки или выгрузки в зоне каждого причала. Причем каждый конкретный фронт постановки предполагает постоянное число вагонов под конкретный груз и постоянный ассортимент грузов для каждого из причалов порта (специализация причалов). Порядок перегрузки грузов с сухопутного на водный вид транспорта и наоборот предполагает два этапа: на первом этапе происходит погрузка грузов в зоне открытого склада с разгружаемого транспортного средства (ТС) на склад при причале, на втором этапе — выгрузка данного ассортимента грузов со склада на требуемый вид ТС. Именно такой вариант перегрузки грузов осуществляется в большинстве случаев. Гораздо реже реализуется прямой вариант перегрузки грузов, для которых в порту отсутствуют склады для хранения.

За необеспечение “Дорогой” (железной дорогой) подачи вагонов для выполнения плана перевозок и в случае неиспользования Портом поданных вагонов, “Дорога” и Порт несут взаимную ответственность (штрафные санкции). Ответственность сторон по договору морской перевозки регламентируется такими основными документами: КТМ, чартером на перевозку, различными международными Конвенциями.

Вопросы ответственности возникают при сверхнормативном простое судна в порту. В этом случае фрахтователь оплачивает судовладельцу демередж. В случае неготовности судна к погрузке в день канцелинга фрахтователь имеет право аннулировать договор или назначить новую дату канцелинга. В случае отказа судовладельца от подачи судна фрахтователь вправе рассчитывать на компенсацию затрат на разницу фрахта. В случае отказа фрахтователя от судна судовладелец требует оплаты полной суммы мертвого фрахта.

В соответствии с обязанностями всех сторон перегрузки (грузовладельца, судовладельца, Порта, Дороги) поступление ТС, перегрузка грузов и отправление ТС из Порта должны осуществляться в соответствии с запланированным временем поступления ТС и взаимным предоставлением предварительной и точной информации о подходе ТС.

Реальное же поступление ТС в силу множества объективных и субъективных причин не всегда соответствует запланированному и этот фактор случайности поступлений ТС будет учитываться при моделировании работы Порта.

В область рассмотрения введен учет простоев ТС и объектов Порта в силу различных причин: ввиду форс-мажорных обстоятельств (в основном, это вариант непогоды), отсутствия партнера по перегрузке груза, поломки и ремонта партнера (или его неготовности к операции перегрузки).

В зависимости от цели, поставленной перед руководителем, можно сформулировать такие постановки задач:

1. Объем перевалки грузов не соответствует пропускной способности Порта, из-за чего возникают либо непредусмотренные простои ТС и грузов, либо простои портовой техники, складов, неиспользование причалов. В этом случае ставится задача определения оптимальных параметров Порта — количества и размеров причалов, емкости причальных складов, нормы разгрузки (т.е. класс грузоподъемной техники), погрузочно-разгрузочные тарифы (по типам грузов), время ремонта техники Порта, которые максимизируют прибыль Порта (ПП)

$$\text{ПП} \to \max$$

при заданном объеме перевалки грузов и ограничении среднего времени пребывания ТС в порту

$$T_{\min} < M(T) < T_{\max}.$$

Результаты решения такой задачи могут быть использованы при обосновании реконструкторских решений руководства Порта.

2. Ставится задача: определить такую стратегию, при которой минимизируется время пребывания ТС в Порту

$$M(T) \to \min$$

при ограничении на прибыль Порта:

$$П_{\min} < ПП < П_{\max}.$$

Управляемые параметры — интенсивность поступления ТС в Порт, объемы перевозок, номенклатура груза. Задача решается в случае предпочтения цели оптимизации скорости доставки грузов и оборачиваемости ТС.

Имитационное моделирование системы “транспорт — грузы — порт” передусматривает наращивание количества классов исследуемых задач в зависимости от поставленных перед руководством порта целей.

2.7.2. Формализованная схема

Структурно-параметрические особенности исследуемой предметной области позволяют обобщить все виды транспорта в один однородный субъект модели — транспортное средство (ТС) и выделить такие основные стандартизированные компоненты обеспечения построения имитационной модели: “модуль — агрегат” — kn-е транспортное средство (здесь k — обозначение номера вида транспорта, а n — номер “подачи” или появления ТС в Порту), а также “модуль — агрегат” — knm-я емкость, где m — индивидуальный номер емкости под определенный тип груза n-й подачи k-го ТС. Присвоим видам транспорта k такие номера:

1 — железнодорожный транспорт;

2 — автомобильный;

3 — складские емкости;

4 — водный транспорт;

5 — причалы.

Например, $knm = 134$ означает “Железнодорожный состав, 3-я подача в Порт, 4-я емкость (будем говорить не о количестве вагонов под данный тип груза, а о емкости определенного объема с целью унификации емкостей ТС вместо рассмотрения отдельно вагонов, платформ, контейнеров и т.д.) по порядку номеров емкостей в составе.

В Порт поступают ТС с “директивными предназначениями”, т.е. с заданными (запланированными) характеристиками: совокупностью назначенных операций (либо разгрузка — погрузка как сдвоенная операция, либо только разгрузка, либо только погрузка), видом ТС-партнера для данного ТС (не забывая о том, что промежуточным видом-партнером для всех подач всех ТС будет склад), типом груза, предназначенным для knm-й емкости, специализацией *kn*-й подачи (конкретной стандартной номенклатурой грузов) и объемом *knm*-й емкости.

Для склада *kn*-я подача означает — склад ($k = 3$) вдоль *n*-го причала, полностью готовый либо к разгрузке, либо к погрузке. Если в предыдущей серии операций перегрузки его партнером был ж/д вид ТС, то в последующей серии операций это будет судно. При разгрузке (погрузке) склада разгружаются (погружаются) не обязательно все его емкости, а те, которые соответствуют запросу вид-партнера (ТС). Понятие "запрос" означает перечень и объем типов грузов, обязательно входящих в специализацию и склада, и его вид-партнера, но не всегда идентичный специализации. Возможен также вариант перегрузки грузов с судна на судно через склад. Текущие партнеры (ТС — склад) начнут операцию перегрузки при идентичности специализации грузов, противоположности операций перегрузки и равенстве порядковых номеров партнеров, пребывающих в очередях ожидания начала операции (в порядке убывания времен ожидания).

Оговорим следующие упрощающие положения:

1. Перегрузка грузов по прямому варианту в порту составляет не более 5% всех перегрузок, однако этот вариант при построении модели будет учитываться.

2. В обозначении 3*nm*-й складской емкости *n* — будет также и номером причала, у которого расположен склад 3*n*, *m* — порядковый номер складского помещения на *kn*-м складе, предназначенного для постоянного типа груза.

3. Операция разгрузки *kn*-го склада может начаться при условии полной загруженности всех *knm*-х емкостей и при наличии вида-партнера по перегрузке.

4. Операция погрузки *kn*-го склада начнется, только когда все емкости склада будут пусты и у склада появится партнер по перегрузке.

5. Будем считать, что перегрузка грузов в Порту осуществляется такими вариантами: "ж/д ТС (автомоб. ТС) — склад — судно", "судно — склад — ж/д (автомоб.)", "судно — склад — судно".

6. По завершению всех директивно заданных операций ТС покидает Порт.

7. Класс (уровень) технического грузоподъемного средства в модели будет рассматриваться опосредствованно: через нормы разгрузки/погрузки и частоту поломок.

8.Время поступления ТС в Порт, сроки перегрузки грузов в силу различных объективных и субъективных причин будет отличаться от запланированного. Поэтому договоримся считать временные и количественные характеристики поступающих ТС в Порт для перегрузки грузов случайными факторами.

9. Процесс перегрузки грузов между ТС-партнерами осуществляется опосредствованно через склады (кроме прямого варианта) — в порядке убывания времен ожидания партнерами начала операции.

Введем понятие "качественные характеристики *knm*-й емкости", определяющее возможное состояние емкости в каждый момент модельного времени. Очевидно, что такими состояниями будут:

разгрузка;

простой — состояние, наступающее по таким причинам: отсутствие партнера по виду ТС, либо партнера по емкости, форс-мажор (непогода), поломка/ремонт (неготовность) партнера по емкости;

поломка (ремонт);

погрузка.

Будем считать, что поломка 3*nm*-й емкости означает поломку (неготовность) технического средства, обслуживающего эту емкость. Разгрузка или погрузка грузов начинается одновременно для всех емкостей ж/д (автом.) ТС вдоль каждого фронта постановки вагонов (автом. емкостей) в районе соответствующего причала.

Приведем пример. У причала 1 установлен фронт постановки в размере 20 вагонов, в том числе: контейнера — 1 ваг., ферросплавы — 4 ваг., чугун — 2 ваг., металлолом — 13 ваг. Следовательно, обозначение 311 — означает "первая складская емкость в зоне первого причала" (для контейнеров). Обозначение 314 — означает "четвертая складская емкость в зоне первого причала" (для металлолома). Напомним, что цифра 3 означает склад, а вторая цифра 1 относится к номеру склада (причала).

Имитационная модель системы строится по событийной схеме в непрерывном режиме времени с дискретным вмешательством случая (наступлением узловых моментов). В промежутке между узловыми моментами состояние каждой *knm*-й емкости не меняется. В узловые моменты времени меняются состояния, но не обязательно для всех емкостей.

Модель строится из трех модулей-агрегатов: модуля "*knm*-я емкость", описывающего все присутствующие в Порту емкости, модуля "*kn*-я подача", описывающего все ТС в Порту, и модуля-агрегата целей, описывающего искомые неслучайные характеристики системы.

Определим автоматы агрегатов "*knm*-я емкость" и "*kn*-я транспортная подача":

$\tau_{knm}^{(1)}(t)$ — остаточное время пребывания *knm*-й емкости в текущем состоянии в узловой момент t;

$x_{knm}^{(1)}(t^{-})$ — индикатор состояний разгрузки или простоя емкости в промежутке между двумя смежными узловыми моментами времени;

$x_{knm}^{(2)}(t^{\text{п}})$ — индикатор состояний разгрузки или поломки для *knm*-й емкости в интервале времени, примыкающем к моменту t слева;

$X(t)$ — длина промежутка времени между смежными узловыми моментами;

$t_k(t)$ — остаточное время на момент t до очередной подачи k-го вида ТС в Порт;

$x_{knm}^{(3)}(t)$ — индикатор наступления узлового момента непосредственно для *knm*-й емкости.

Введем обозначения группы автоматов, определяющих текущие качественные состояния *knm*-й емкости в момент t:

$a_{knm}^{(1)}(t)$ — состояние "разгрузка продолжается";

$a_{knm}^{(2)}(t)$ — состояние "разгрузка закончена";

$a_{knm}^{(3)}(t)$ — начало поломки;

$a_{knm}^{(4)}(t)$ — начало простоя;

$a_{knm}^{(5)}(t)$ — простой продолжается;

$a_{knm}^{(6)}(t)$ — поломка + ремонт (неготовность) продолжается;

$a_{knm}^{(7)}(t)$ — погрузка продолжается;

$a_{knm}^{(8)}(t)$ — простой закончен;

$a_{knm}^{(9)}(t)$ — поломка закончена;

$a_{knm}^{(10)}(t)$ — погрузка закончена.

Остаточное время на момент t пребывания *knm*-й емкости в одном из 4-х состояний обозначим такими автоматами:

$OX^{*}(t)$ — остаточное время до наступления непогоды;

$C_{knm}^{(4)}(t)$ — остаточное время пребывания knm-й емкости в состоянии "поломка";

$C_{knm}^{(6)}(t)$ — остаточное время — в состоянии непогоды;

$C_{knm}^{(1)}(t)$ — остаточное время разгрузки;

$C_{knm}^{(2)}(t)$ — остаточное время погрузки;

$C_{knm}^{(3)}(t)$ — остаточное простойное время;

$C_{knm}^{(7)}(t)$ — остаточное время до наступления поломки knm-й емкости.

Очередная группа автоматов характеризирует kn-ю подачу ТС (n-й склад):

$C_{kn}^{(3*)}(t)$ — остаточное время до появления партнера по крайней мере по виду для kn-го ТС (или склада);

$t_{3n}^{*}(t)$ — остаточное время занятости n-го склада;

$t_3(t)$ — остаточное время до ближайшего завершения текущей операции одним из складов;

$t\text{ож}_{4n}^{(np)}(t)$ — накопленное время ожидания $4n$-м судном свободного причала для пришвартовки;

$t\text{ож}_{5n}(t)$ — накопленное время ожидания $5n$-м причалом пришвартовки судна;

$N_{4n}^{+}(t)$ — последовательность индивидуальных номеров судов, ожидающих на рейде освобождения причалов в порядке убывания времен ожидания;

$N_{5n}^{+}(t)$ — последовательность индивидуальных номеров причалов, ожидающих поступления судов в порядке убывания времен ожидания;

$N\Pi_{4n}^{(np)}(t)$ — номер причала-партнера, предназначенный для пришвартовки $4n$-го судна;

$N\Pi_{5n}(t)$ — номер (подача) судна-партнера для $5n$-го причала;

$y_{kn}(t)$ — индикатор ожидания kn-м ($k \neq 3$) ТС или $3n$-м складом начала операции;

$t\text{ож}_{kn}(t)$ — накопленное время ожидания kn-м ТС или $3n$-м складом начала текущей операции;

$N_{k}^{*}(t)$ — последовательность индивидуальных номеров (номеров подач в Порт) k-го вида ТС или номеров складов (при соответствующих причалах), ожидающих начала операции перегрузки;

$NZ1_{ki}(t)$ — последовательность индивидуальных номеров подач k-го ТС (или номеров складов), расположенная в порядке убывания времен ожидания начала разгрузки грузов i-й специализации;

$NZ2_{ki}(t)$ — последовательность индивидуальных номеров k-го ТС (или склада), расположенная в порядке убывания времен ожидания начала погрузки грузов i-й специализации.

Обозначим текущие характеристики kn-го ТС (склада), пребывающего в порту, а также характеристики knm-й емкости, предназначенной под конкретный тип груза, на момент t с помощью следующих автоматов:

$NO_{kn}(t)$ — номер текущей операции;

$ГР_{knm}(t)$ — тип груза для knm-й емкости;

$vid_{kn}(t)$ — вид ТС — партнера по операции для kn-го ТС;

$SP_{kn}(t)$ — специализация kn-го ТС;

$НП_{kn}(t)$ — индивидуальный номер вида ТС-партнера для kn-го ТС ($Зn$-го склада);

$НП^*_{knm}(t)$ — индивидуальный номер емкости-партнера для knm-й емкости;

$V_{knm}(t)$ — объем knm-й емкости (степень текущего наполнения);

$A^{(2)}_{kn}(t)$ — количество завершивших разгрузку емкостей kn-го ТС ($Зn$-го склада), $0 \le A^{(2)}_{kn}(t) \le M_{kn}$, где M_{kn} — общее число емкостей kn-й подачи;

$A^{(10)}_{kn}(t)$ — количество завершивших погрузку емкостей kn-го ТС ($Зn$-го склада), где $0 \le A^{(10)}_{kn}(t) \le M_{kn}$;

Введем обозначения директивных характеристик (предназначений) для ТС (складов) и их емкостей на момент t на случай операции разгрузки:

$DIRO_{kn}(Z1,t)$ — директивой предусмотрена разгрузка kn-го ТС (склада);

$DIR\,ГР_{knm}(Z1,t)$ — директивный тип груза для операции разгрузки knm-й емкости;

$DIR\,vid_{kn}(Z1,t)$ — директивный вид ТС (склада), предназначенный для разгрузки kn-го ТС (склада);

$DIRSP_{kn}(Z1,t)$ — директивная специализация kn-го ТС по операции разгрузки;

$DIRV_{knm}(Z1,t)$ — директивный объем груза, предназначенный для разгрузки knm-й емкости kn-го ТС (склада).

Аналогично обозначатся директивные характеристики для операции погрузки kn-го ТС (склада):

$DIRO_{kn}(Z2,t)$ — директива на погрузку kn-го ТС (склада);

$DIR\,ГР_{knm}(Z2,t)$ — директива на тип груза при погрузке knm-й емкости;

$DIRvid_{kn}(Z2,t)$ — директива на вид партнера при погрузке kn-го ТС (склада);

$DIRSP_{kn}(Z2,t)$ — директива на специализацию грузов при погрузке kn-го ТС (склада);

$DIRV_{knm}(Z2,t)$ — директивный объем knm-й емкости, предназначенной для погрузки соответствующего груза.

Погрузка-разгрузка судов в портах регулируется договорами с грузовладельцами или их представителями — экспедиторами. Между сторонами производятся расчеты по демереджу при условии представления грузовладельцем документов, подтверждающих факт аналогичных расчетов и проплат с судовладельцем.

Перечислим вопросы ответственности и взаимных проплат:

1. В Порту установлены сборы с судов (корабельный, причальный, швартовый и т.д.).

2. Все услуги, оказываемые Портом, являются платными. Основные услуги Порта — это выгрузка или погрузка грузов. Сталийное время определяется делением массы (объема) груза на норму выгрузки-погрузки. Нормы погрузки-выгрузки включают сепарирование, крепление груза, швартовые работы и т.д. Поэтому перечисленные выше работы в модели будут учтены опосредствованно, через нормы погрузки-выгрузки.

3. Стоимость простоя рабочей силы по вине судна оплачивается судном.

4. В случае несвоевременного освобождения причала или несвоевременного прибытия в Порт судовладелец несет ответственность перед Портом.

5. Грузовладелец осуществляет плату “Дороге” за использование ж/д емкостей на станции отправления.

6. Простой вагонов по вине Порта относится на ответственность Порта.

7. Необеспечение “Дорогой” подачи вагонов относится на ответственность “Дороги”.

8. При сверхнормативном простое судна в Порту фрахтователь оплачивает судовладельцу демередж.

9. Экспедитор (грузовладелец) оплачивает Порту его услуги и затраты по перегрузке грузов на основе прямых договоров.

Модельный вариант регулирования ответственности сторон: “Дорога”-Порт, Порт-судовладелец, Порт-грузовладелец, фрахтователь-судовладелец — будет учитывать взаимную ответственность ТС и Порта (сверхнормативные простойные времена, штрафные санкции , проплаты за перегрузочные работы и т .д.), но все проплаты будут в конечном итоге осуществляться владельцами грузов и ТС.

2.7.3. Сценарий моделирования

Приведем сценарий моделирования, ориентирующий пользователя на понимание динамики построения модели взаимодействия транспортных средств в порту, осуществляющих операции перегрузки грузов с помощью портовой техники.

1. Определение остаточных времен пребывания *knm*-х емкостей в их текущих состояниях.

2. Определение очередного узлового момента t_1.

3. Определение качественных состояний *knm*-х емкостей на момент t_1 с помощью двоичных индикаторов.

4. Вычисление накопленных времен ожидания пришвартовки для судов, стоящих на рейде, и для свободных причалов.

5. Установление взаимнооднозначного соответствия между последовательностями номеров судов и причалов, готовых к пришвартовке, с учетом специализации причалов по типу грузов — в порядке убывания времен ожидания.

6. Вычисление накопленных времен ожидания всеми незадействованными *kn*-ми подачами ТС (складами) начала соответствующих операций.

7. Установление взаимнооднозначного соответствия между индивидуальными номерами последовательностей видов ТС (складов) — партнеров по переработке грузов в порядке убывания времен ожидания начала операций.

8. Зная состояния емкостей на момент t_1 и определив последовательности номеров партнеров — видов транспортных средств, готовых начать операции по перегрузке грузов, можем приступить к вычислению текущих характеристик емкостей и подач ТС (складов) на момент t_1. Они могут не совпадать с директивно заданными характеристиками по причине вмешательства управляющего воздействия некоторых оговоренных правил. Например, директивным партнером для ж/д состава по перегрузке груза является судно, но вначале груз будет с вагонов перегружен на соответствующий склад, а затем — со склада — на судно. Значит, склад будет текущим партнером в данном случае, не совпадающим с директивным партнером-судном. Кроме того, нам необязательно в каждый узловой момент без надобности привлекать директивные характеристики, несущие в общем-то излишнюю информационную нагрузку. Итак, следующим этапом сценария будет определение текущих характеристик *knm*-й емкости и *kn*-й подачи: номера операции (разгрузка или погрузка), типа груза для *knm*-й емкости, вида партнера для *kn*-й подачи, специализации *kn*-й подачи, объема груза *knm*-й емкости, индивидуального номера вида-партнера для *kn*-й подачи, индивидуального номера емкости — партнера для *knm*-й емкости, а также характеристик степени завершенности операции перегрузки для *kn*-й подачи.

9. Определение директивных характеристик емкостей, присутствующих в системе, и появившихся на входе системы в узловой момент. Для определения директивных характеристик последних будут использованы случайные последовательности.

10. Мы подошли к завершению описания сценария моделирования модулей-агрегатов "*kn* — я подача" и "*knm*-я емкость". Осталось только вычислить очередные (на момент t_1) остаточные времена пребывания емкостей и подач в их новых состояниях. К примеру, если в момент t_1 для *knm*-й емкости не наступил узловой момент, она останется в том же состоянии, однако, остаточное время пребывания ее в данном состоянии уменьшится на $X(t_1) = t_1 - t_0$. В противном случае (если для данной емкости наступил ее узловой момент), реализуются формулы перевычисления и нового состояния *knm*-й емкости, и новых ее текущих характеристик, и нового остаточного времени пребывания в новом состоянии.

11. Переходим к экономической части модели — к вычислению модуля-агрегата целей. Он состоит из автоматов двух видов. Автоматы первого вида осуществляют накопление искомых неслучайных характеристик процесса. К ним отнесем накопленные штрафы, доход порта, накопленные простойные времена, количество кризисных простоев, количество поломок и т.д. Этот перечень может быть продолжен в зависимости от целей, творческой направленности пользователей. Главное, что он может быть гарантированно реализован на основе информации, полученной при вычислении автоматов модулей-агрегатов "*kn*-я подача" и "*knm*-я емкость", полностью определяющих взаимодействие ТС в Порту в каждый момент модельного времени.

12. Автоматы второго вида агрегата целей усредняют искомые накопленные характеристики, их использование позволяет ставить и исследовать актуальные задачи совершенствования комбинированных перевозок, а также проводить анализ последствий принятых решений, сравнения вариантов решений по их эффективности. Автоматы агрегата целей будут приведены непосредственно перед изложением алгоритма экономической части модели.

2.7.4. Имитационная модель

Введем ряд упрощающих обозначений, заменяющих систему логических высказываний относительно ряда возникающих ситуаций.

Обозначим два смежных узловых момента через t_0 и t_1 и будем считать известными все значения автоматов модели в узловой момент t_0, целью же реализации алгоритма ТУФП модели будет вычисление значений всех автоматов модели в последующий узловой момент времени t_1.

1) $y^*(t_0) = \delta[OX^*(t_0), 0]$; в Порту в момент t_0 началась непогода.

2) $y_{kn}^{(-N\Pi)}(t_0) = \delta[N\Pi_{kn}(t_0), 0]$; для *kn*-го ТС (склада) отсутствует партнер по виду ТС (склад), другими словами, отсутствует вид-партнер.

3) $y_{knm}^{(-N\Pi^*)}(t_0) = \delta[N\Pi^*_{knm}(t_0), 0]$; для *knm*-й емкости *kn*-й подачи отсутствует емкость-партнер.

4) $y_{kn}^{(-Z1)}(t_0) = \delta[DIRvid_{kn}(Z1, t_0), 0]$; директивой не предусмотрена разгрузка *kn*-й подачи, либо она закончилась.

5) $y_{kn}^{(-Z2)}(t_0)=\delta[DIRvid_{kn}(Z2,t_0),0]$; директивой не предусмотрена погрузка kn-й подачи, либо она закончилась.

6) $y_{knm}^{(6*)}(t_0)=\delta[C_{knm}^{(6)}(t_0),0]$; для knm-й емкости непогода закончилась.

7) $y_{kn}(t_0)$ — индикатор ожидания начала операции для kn-й подачи при равенстве его единице, формула будет приведена в ТУФП.

8) $y_{knm}^{(7*)}(t_1)=\delta[C_{knm}^{(7)}(t_0),X(t_1)]$; в момент t_1 началась поломка knm-й емкости.

9) $y_{knm}^{(4*)}(t_0)=\delta[C_{knm}^{(4)}(t_0),0]$; в момент t_0 закончилась поломка knm-й емкости.

10) $y_{4n}^{(-np)}(t_0)=\delta[NП_{4n}^{(np)}(t_0),0]$; для n-го судна нет причала.

11) $y_{5n}(t_0)=1$, n-й причал свободен.

12) $y_{5n}^{(-NП)}(t_0)=1$; для n-го причала нет судна.

13) $y_{kn}^{(2)}(t_0)=\delta[A_{kn}^{(2)}(t_0),M_{kn}]$; индикатор завершения разгрузки kn-й подачи.

14) $y_{kn}^{(10)}(t_0)=\delta[A_{kn}^{(10)}(t_0),M_{kn}]$; индикатор завершения погрузки kn-й подачи.

15) $y_{knm}^{(+p)}(t_0)=1$, если

$V_{knm}(t_0)\le R\{DIRv_{knm}(Z2,t_0)-V_{knm}(t_0);vid_{kn}(t_0),NП_{kn}(t_0),NП_{knm}^{*}(t_0)\}$; равенство единице данного индикатора свидетельствует о полной разгрузке knm-й емкости в емкость-партнер.

16) $y_{knm}^{(-p)}(t_0)=1$, если

$V_{knm}(t_0)> R\{DIRv_{knm}(Z2,t_0)-V_{knm}(t_0);vid_{kn}(t_0),NП_{kn}(t_0),NП_{knm}^{*}(t_0)\}$; единичное значение индикатора фиксирует частичную разгрузку knm-й емкости в емкость-партнер.

17) $y_{knm}^{(+n)}(t_0)=1$, если

$DIRv_{knm}(Z2,t_0)-V_{knm}(t_0)\le R\{V_{knm}(t_0);vid_{kn}(t_0),NП_{kn}(t_0),NП_{knm}^{*}(t_0)\}$; загрузка knm-й емкости должна завершиться полностью.

18) $y_{knm}^{(-n)}(t_0)=1$, если

$DIRv_{knm}(Z2,t_0)-V_{knm}(t_0)> R\{V_{knm}(t_0);vid_{kn}(t_0),NП_{kn}(t_0),NП_{knm}^{*}(t_0)\}$; индикатор недогрузки knm-й емкости партнером-емкостью.

Правило, на основании которого формируются состояния автоматов в каждый момент времени, учитывает состояния автомата в предыдущий момент времени, значения его входного сигнала, а также отражает все вероятностные факторы, принимающие участие в функционировании автомата.

Формулы алгоритма модели будут записаны несколькими способами в зависимости от вида логических высказываний относительно автоматов. В случае, если происходящие события описаны с помощью двоичных индикаторов, формулы перевычисления состояний автоматов записываются в виде линейных разностных стохастических уравнений. Иногда, в случае надобности, в такие формулы включаются так называемые операторы, несущие очень важную нагрузку — упорядочения последовательностей, сравнения двух последовательностей, выборки необходимых членов последовательностей. Приведем описание операторов, участвующих в ТУФП модели порта.

$R\{A, i, j\}$ — оператор выборки члена двухиндексной последовательности. Его значение совпадает с тем членом последовательности A, который имеет своим первым индексом i, вторым — j.

$P\{A, B, c\}$ — оператор сравнения двух последовательностей. Если последовательность A содержит член, равный c, то значение этого оператора совпадает с тем членом последовательности B, который имеет тот же порядковый номер, что и член последовательности A, равный c.

$S\{A, i\}$ — оператор упорядочения номеров членов последовательности A. Значение его совпадает с индивидуальным номером i-го по величине (в порядке убывания) члена последовательности A.

$S^{-1}\{A, i\}$ — оператор упорядочения номеров членов последовательности A. Значение его совпадает с индивидуальным номером i-го по величине (в порядке возрастания) члена последовательности A.

$\Psi\{A, b, c, d, e\}$ — оператор поиска автомата, необходимого для перевычисления состояния описываемого в данный момент автомата. Значение его совпадает с тем автоматом, чьи атрибуты b, d совпадают с атрибутами c, e перевычисляемого автомата.

Состояния автоматов будут перевычисляться и в так называемой импликативной форме в виде двух подстрок. В верхней подстроке в терминах формальной логики записываются варианты возможных логических условий, в нижней — по каждому варианту записывается функционал реакции автомата. Будут применены также записи в терминах теории отношений в случаях отслеживания формирования последовательностей. И, наконец, будет представлена запись как индивидуального перевычисления состояний автоматов для каждого узлового момента времени, так и, там, где это целесообразно, перевычисление состояний целого блока автоматов при наличии единого для всего блока условия. Блочный способ записи весьма эффективен в плане наглядности, простоты, экономности в период программирования.

Введем перечень следующих последовательностей случайных факторов влияния внешней среды на систему.

ξt_k — моменты поступления k-го вида транспортных средств на вход системы;

ξOX — моменты наступления непогоды;

OX — период длительности непогоды;

$\xi Z1_{k(N+1)}$ — случайная входная директива на разгрузку для вновь поступившего $k(N+1)$-го транспортного средства (ТС);

$\xi Z2_{k(N+1)}$ — входная директива на погрузку для поступившей $(N+1)$-й подачи k-го вида транспортных средств;

$\xi \Gamma P1_{k(N+1)m}$ ó входная директива на тип груза при разгрузке поступившей m-й емкости в $(N+1)$-й подаче k-го вида ТС;

$\xi \Gamma P2_{k(N+1)m}$ ó входная директива на тип груза по погрузке поступившей $k(N+1)m$-й емкости;

$\xi SP1_{k(N+1)}$ — входная директива на специализацию $k(N+1)$-й подачи ТС при разгрузке (постоянный ассортимент грузов, в котором некоторых типов грузов в данной подаче может не присутствовать, но среди присутствующих типов не должно быть грузов, не принадлежащих данной специализации);

$\xi SP2_{k(N+1)}$ — входная директива на специализацию грузов при погрузке $k(N+1)$-й подачи;

$\xi vid1_{k(N+1)}$ — входная директива на вид партнера по разгрузке для поступившей на вход системы $(N+1)$-й подачи k-го вида ТС;

$\xi vid1_{k(N+1)}$ — входная директива на вид партнера по погрузке поступившей $k(N+1)$-й подачи;

$\xi V1_{k(N+1)m}$ — входная директива на объем разгрузки для поступившей m-й емкости $k(N+1)$-й подачи;

$\xi V2_{k(N+1)m}$ — входная директива на объем погрузки для поступившей $k(N+1)m$-й емкости;

$\xi C^{(7)}_{knm}$ — моменты наступления поломок для knm-й емкости.

Номером $N+1$ обозначен номер подачи ТС, появившегося на входе системы в текущий момент.

Приведем перечень выделенных для данного исследования управляемых параметров системы:

число причалов;

норма разгрузки: при $k = 3$ — это будет характеристикой класса складской грузоподъемной техники, при $k = 4$ — характеристикой класса причальной грузоподъемной техники;

тарифы за проведение разгрузочно-погрузочных работ в зависимости от типов грузов (номенклатуры);

время ремонта техники;

время ремонта емкости k-го вида;

верхняя граница времени ожидания партнера и начала операции (докризисный простой);

величина единичных штрафов.

2.7.5. Алгоритм модели

Приступим к записи алгоритма модели с соответствующими комментариями. Моделирующий алгоритм состоит из двух вложенных блоков. Внутренний блок служит для определения значений автоматов в каждый очередной узловой момент. Внешний блок проигрывает функционирование всей системы на некотором интервале времени, обеспечивающем сходимость искомых неслучайных характеристик. Вектор начальных состояний автоматов модели задается на начальный узловой момент времени моделирования t_0. Внутренний блок модельного алгоритма будет реализован, если нам удастся записать функционалы, определяющие вектор состояний автоматов на ближайший узловой момент времени t_1. Поэтому в первую очередь ставится задача выявления промежутка $X(t_1)$, отделяющего два смежных узловых момента: t_0 и t_1. Этой цели служит вычисление состояния автомата, который определяет остаточное время пребывания knm-й емкости, принадлежащей ТС или складу, в ее текущем состоянии.

Введем автомат $\Delta C^{(3*)}_{knm}(t)$ остаточного времени до появления емкости-партнера для knm-й емкости, частично или полностью не завершившей операцию перегрузки (из-за несоответствия объемов knm-й емкости и емкости-партнера, либо из-за отсутствия директивы у вид-партнера на перегрузку груза $ГР_{knm}(t)$, в этом случае $NП^*_{knm}(t) = 0$). Это остаточное время будет складываться из остаточного времени до окончания перегрузки для kn-й подачи плюс остаточное время по крайней мере до появления на входе системы нового партнера по виду:

$$\Delta C_{knm}^{(3*)}(t_0) = \delta[(y_{knm}^{(-p)}(t_0) + y_{knm}^{(-n)}(t_0)) \cdot y_{knm}^{(-N\Pi*)}(t_0), 1] \cdot [\max_{m_1 \neq m}\{C_{knm_1}^{(1)}(t_0) + C_{knm_1}^{(2)}(t_0) + C_{knm_1}^{(3)}(t_0) + C_{knm_1}^{(4)}(t_0)\} + C_{kn}^{(3*)}(t_0)].$$

Запишем автомат остаточного времени пребывания *knm*-й емкости в текущем состоянии:

$$\tau_{knm}^{(1)}(t_0) = a_{knm}^{(1)}(t_0) \cdot C_{knm}^{(1)}(t_0) + a_{knm}^{(7)}(t_0) \cdot C_{knm}^{(2)}(t_0) + a_{knm}^{(3)}(t_0) \cdot TREM_{knm}(t_0) + a_{knm}^{(6)}(t_0) \cdot C_{knm}^{(4)}(t_0) + a_{knm}^{(2)}(t_0) \cdot [y_{knm}^{(+p)}(t_0) \cdot \{y_{kn}^{(2)}(t_0) \cdot (y_{kn}^{(-Z2)}(t_0) \cdot 0 + (1 - y_{kn}^{(-Z2)}(t_0)) \cdot \{(1 - y_{kn}^{(-N\Pi)}(t_0)) \cdot \min\{DIRv_{knm}(Z2, t_0); R\{V_{knm}(t_0); DIRvid_{kn}(Z2, t_0), N\Pi_{kn}(t_0), N\Pi_{knm}^{*}(t_0)\}\} \div R\{NR_{kj}(t_0); DIRvid_{kn}(Z2, t_0), DIR\Gamma P_{knm}(Z2, t_0)\} + y_{kn}^{(-N\Pi)}(t_0) \cdot C_{kn}^{(3*)}(t_0)\}) + (1 - y_{kn}^{(2)}(t_0)) \cdot \max_{m1 \neq m}\{C_{knm1}^{(1)}(t_0); [C_{knm1}^{(3)}(t_0) + C_{knm1}^{(4)}(t_0) + V_{knm1}(t_0) \div R\{NR_{kj}(t_0); k, \Gamma P_{knm1}(t_0)]\} + y_{knm}^{(-p)}(t_0) \cdot [(1 - y_{knm}^{(-N\Pi*)}(t_0)) \cdot V_{knm}(t_0) \div R\{NP_{kj}(t_0); vid_{kn}(t_0), \Gamma P_{knm}(t_0)\} + y_{knm}^{(-N\Pi*)}(t_0) \cdot \Delta C_{knm}^{(3*)}(t_0)]] + a_{knm}^{(5)}(t_0) \cdot C_{knm}^{(3)}(t_0) + [a_{knm}^{(8)}(t_0) \cdot (1 - \gamma_{knm}(t_0) + a_{knm}^{(9)}(t_0)] \cdot \{(1 - y^*(t_0)) \cdot [(1 - y_{kn}(t_0)) \cdot (C_{knm}^{(1)}(t_0) + C_{knm}^{(2)}(t_0)) + y_{kn}(t_0) \cdot (1 - y_{kn}^{(-N\Pi)}(t_0)) \cdot [(1 - y_{kn}^{(-Z1)}(t_0)) \cdot \min\{DIRv_{knm}(Z1, t_0), R\{(DIRv_{knm}(Z2, t_0) - V_{knm}(t_0)); DIRvid_{kn}(Z1, t_0), N\Pi_{kn}(t_0), N\Pi_{knm}^{*}(t_0)\}\} \div R\{NP_{kj}(t_0); DIRvid_{kn}(Z1, t_0), DIR\Gamma P_{knm}(Z1, t_0)\} + y_{kn}^{(-Z1)}(t_0) \cdot (1 - y_{kn}^{(-Z2)}(t_0)) \cdot \min\{DIRv_{knm}(Z2, t_0), R\{V_{knm}(t_0); DIRvid_{kn}(Z2, t_0), N\Pi_{kn}(t_0), N\Pi_{knm}^{*}(t_0)\}\} \div R\{NR_{kj}(t_0); DIRvid_{kn}(Z2, t_0), DIR\Gamma P_{knm}(Z2, t_0)\}] + y_{kn}(t_0) \cdot y_{kn}^{(-N\Pi)}(t_0) \cdot C_{kn}^{(3*)}(t_0)] + y^*(t_0) \cdot OX(t_0)\} + a_{knm}^{(8)}(t_0) \cdot \gamma_{knm}(t_0) \cdot [(1 - y^*(t_0)) \cdot [y_{knm}^{(-N\Pi*)}(t_0) \cdot \Delta C_{knm}^{(3*)}(t_0) + (1 - y_{knm}^{(-N\Pi*)}(t_0)) \cdot (C_{knm}^{(1)}(t_0) + C_{knm}^{(2)}(t_0))] + y^*(t_0) \cdot OX(t_0)] + a_{knm}^{(10)}(t_0) \cdot [y_{knm}^{(+n)}(t_0) \cdot (y_{kn}^{(10)}(t_0) \cdot 0 + (1 - y_{kn}^{(10)}(t_0)) \cdot \max_{m1 \neq m}\{C_{knm1}^{(2)}(t_0); [C_{knm}^{(3)}(t_0) + C_{knm}^{(4)}(t_0) + V_{knm}(t_0) \div R\{NP_{kj}(t_0); k, \Gamma P_{knm1}(t_0)\}]\}) + y_{knm}^{(-n)}(t_0) \cdot ((1 - y_{knm}^{(-N\Pi*)}(t_0)) \cdot (DIRv_{knm}(Z2, t_0) - V_{knm}(t_0)) \div R\{NR_{kj}(t_0); vid_{kn}(t_0), DIR\Gamma P_{knm}(Z2, t_0)\} + y_{knm}^{(-N\Pi*)}(t_0) \cdot \Delta C_{knm}^{(3*)}(t_0))] + a_{knm}^{(4)}(t_0) \cdot \max\{y^*(t_0) \cdot OX(t_0); (1 - y^*(t_0)) \cdot (1 - y_{kn}^{(-N\Pi)}(t_0)) \cdot [(1 - y_{knm}^{(-N\Pi*)}(t_0)) \cdot R\{y_{knm}^{(7*)}(t_0) \cdot TREM_{knm}(t_0); vid_{kn}(t_0), N\Pi_{kn}(t_0), N\Pi_{knm}^{*}(t_0)\} + y_{knm}^{(-N\Pi*)}(t_0) \cdot \Delta C_{knm}^{(3*)}] + y_{kn}^{(-N\Pi)}(t_0) \cdot C_{kn}^{(3*)}(t_0)\}.$$

Каждое слагаемое этого линейного разностного стохастического уравнения несет информацию о качественном состоянии каждой *knm*-й емкости в момент t_0, включая взаимоотношения с текущим партнером и возможные возникновения различных ситуаций в системе, а также реакцию данного автомата (искомое остаточное время) на предлагаемые варианты условий. При этом, поскольку в каждый момент времени для каждой конкретной *knm*-й емкости реализуется лишь один единственный вариант событий, ненулевым будет лишь одно слагаемое реакции автомата $\tau^{(1)}_{knm}(t_0)$ остаточного времени. "Прочитаем" запись первой формулы подробно. Остаточное время пребывания *knm*-й емкости (*k* — вид ТС или склад, *n* — индивидуальный номер подачи или прибытия в Порт *k*-го ТС (номер склада, готового к соответствующей операции), m — порядковый номер емкости *kn*-й подачи) в текущем или вновь наступившем качественном состоянии на момент t_0 будет равно:

остаточному времени разгрузки, если емкость была в состоянии разгрузки;

остаточному времени погрузки, если она была в состоянии погрузки;

среднему времени ремонта, если момент t_0 для *knm*-й емкости стал моментом начала поломки ("личный узловой момент");

остаточному времени в ремонте, если емкость пребывала в состоянии "поломка продолжается";

остаточному времени в простое, если емкость пребывала в состоянии простоя.

Выше перечисленные пять вариантов ситуаций записаны в виде произведений двоичных индикаторов качественных состояний емкости на реакцию автомата, т.е. на заданные на момент t_0 соответствующие временные отрезки. Остальные пять вариантов требуют большего количества двоичных индикаторов для уточнения качественного состояния емкости.

Расшифруем реакцию автомата $\tau^{(1)}_{knm}(t_0)$ на состояние $a^{(2)}_{knm}(t_0)=1$, т.е. на состояние "разгрузка емкости закончена". Тут возможны варианты:

а) разгрузка и *knm*-й емкости , и всей *kn*-й подачи завершена полностью к моменту t_0 и директивой не предусмотрена погрузка. В этом случае реакция автомата — нулевая;

б) выполняются все предыдущие условия, однако дальнейшая погрузка предусмотрена директивой, а кроме того, *kn*-я подача имеет вид-партнера. Реакция автомата $\tau^{(1)}_{knm}(t_0)$ будет следующей: вычисляется сталийное время погрузки *knm*-й емкости — как частное от деления минимума между директивным объемом пустой *knm*-й емкости и наполненным объемом емкости-партнера — на норму разгрузки партнера;

в) вся kn-я подача разгружена и дана директива на дальнейшую погрузку. Вариант отличается от предыдущего тем, что в Порту не имеется вид-партнера для kn-й подачи. Реакцией автомата $\tau_{knm}^{(1)}(t_0)$ будет остаточное время ожидания появления в Порту по крайней мере вид-партнера (без уточнения его специализации по типам грузов и виду исходной операции);

г) условие таково: разгрузилась полностью knm-я емкость, однако не разгрузилась целиком вся kn-я подача. Реакцией автомата $\tau_{knm}^{(1)}(t_0)$ будет вычисление времени ожидания окончания разгрузки всей подачи как максимум среди остаточных времен разгрузки других емкостей, а также, если они пребывают в нерабочих состояниях (простой или поломка/ремонт) — еще и среди сумм остаточных времен пребывания емкостей в нерабочих состояниях с предполагаемыми значениями остаточного сталийного времени их разгрузки;

д) если же knm-я емкость разгрузилась не полностью (переполнение емкости-партнера) и имеется дополнительная емкость-партнер — условимся считать реакцией автомата $\tau_{knm}^{(1)}(t_0)$ вычисление остаточного времени разгрузки knm-й емкости в дополнительную емкость как частного от деления остатка груза на норму разгрузки без дальнейших дроблений;

е) если же для не полностью разгруженной емкости не имеется дополнительной емкости-партнера, емкость ожидает завершения загрузки вид-партнера и появления в Порту нового вид-партнера.

Рассмотрим реакцию данного автомата на такое условие: наша емкость пребывает в одном из "узловых" состояний ("простой закончен" или "поломка закончена"), и это записывается как сумма взаимно исключающих индикаторов этих состояний: $a_{knm}^{(8)}(t_0)+a_{knm}^{(9)}(t_0)$. Рассмотрим вытекающие отсюда все возможные варианты с учетом наступления конкретных ситуаций:

а) простой (поломка) knm-й емкости завершен, причем случился этот простой (поломка) не перед началом операции перегрузки, а где-то в процессе перегрузки, о чем свидетельствует запись индикатора $1-y_{kn}(t_0)$, равная единице. Реакцией автомата остаточного времени пребывания в текущем состоянии будет значение остаточного времени либо разгрузки, либо погрузки, что выразится в виде суммы этих двух взаимно исключающих на данный момент времени значений автоматов: $C_{knm}^{(1)}(t_0)+C_{knm}^{(2)}(t_0)$;

б) простой (ремонт) *knm*-й емкости завершен перед началом операции разгрузки и для *kn*-й подачи имеется вид-партнер, готовый к операции погрузки. Все эти дополнительные условия будут реализованы в формуле в случае равенства единице произведения соответствующих двоичных индикаторов:

$$y_{kn}(t_0)\cdot\left(1-y_{kn}^{(-NП)}(t_0)\right)\cdot\left(1-y_{kn}^{(-Z1)}(t_0)\right);$$

в данном случае автомат $\tau_{knm}^{(1)}(t_0)$ определится как сталийное время разгрузки *knm*-й емкости в виде частного от деления минимума между директивным объемом *knm*-й емкости и резервом объема емкости-партнера (разницей между директивным объемом и текущим объемом — если такой имеется) на норму погрузки груза в емкость-партнер;

в) вариант отличается от предыдущего видом операции — должна начаться погрузка *knm*-й емкости. Сталийное время погрузки *knm*-й емкости будет частным от деления минимума между директивным объемом данной емкости и текущим объемом емкости-партнера на норму разгрузки емкости-партнера.

г) простой *knm*-й емкости завершен перед началом операции перегрузки, но у *kn*-й подачи в момент t_0 не имеется вид-партнера. Реакцией искомого автомата будет остаточное время ожидания появления по крайней мере вида-партнера. Напомним, что окончательно вид-партнеры определяются, если они не только партнеры по виду, но и по специализации грузов и у них назначены взаимно противоположные операции перегрузки.

Рассмотрим варианты, возможные в случае завершения в момент t_0 операции погрузки *knm*-й емкости:

а) и *knm*-я емкость, и вся *kn*-я подача ТС (склад) полностью загружены. Если это ТС — оно уходит из Порта, если — склад — он переключается на операцию разгрузки или на ожидание разгрузки. Остаточное время $\tau_{knm}^{(1)}(t_0)=0$;

б) загрузка *knm*-й емкости завершена, но не завершена загрузка некоторых других емкостей *kn*-й подачи $(1-y_{kn}^{(10)}(t_0)=1)$. Тогда остаточным временем пребывания *knm*-й емкости в текущем состоянии будет остаточное время ожидания окончания загрузки всей подачи, вычисленное как максимум среди: остаточных времен погрузки погружаемых емкостей, а также остаточных времен простоя или поломки простаивающих емкостей, к которым должно быть прибавлено расчетное сталийное остаточное время их догрузки;

в) в случае недостаточного количества груза в емкости-партнере (knm-я емкость завершит частичную погрузку) и появления другой емкости-партнера реакцией искомого автомата будет расчетное сталийное время дозагрузки knm-й емкости;

г) если при завершении погрузки подачи емкость осталась недогруженной или пустой и при этом не нашлось резервной емкости-партнера — реакцией автомата текущего остаточного времени будет величина времени поиска (ожидания) резервной емкости-партнера $\Delta C_{knm}^{(3*)}(t_0)$.

Если в момент t_0 начался простой knm-й емкости, он продлится на величину максимума времени возможного пребывания емкости в таких ситуациях:

началась непогода — остаточное время непогоды;

началась поломка партнера — остаточное время поломки/ремонта емкости-партнера;

в отсутствие вид-партнера — остаточное время ожидания появления вид-партнера, в отсутствие емкости-партнера — остаточное время ожидания емкости- партнера.

Напомним, что модель функционирует в непрерывном режиме времени с дискретным вмешательством случая. Поэтому для определения автоматов — индикаторов качественных состояний емкостей в следующий узловой момент времени t_1 не достаточно будет знать их качественные состояния в момент t_0. Следует ввести индикаторы так называемых "плавающих" состояний knm-й емкости в интервале непрерывного времени $[t_0, t_1)$, примыкающем к моменту t_1 слева. Определение "плавающих индикаторов" в совокупности со знанием значений качественных состояний $a_{knm}^{(1)}(t_0) - a_{knm}^{(10)}(t_0)$ емкостей в предыдущий момент позволят определить качественные состояния емкостей $a_{knm}^{(1)}(t_1) - -a_{knm}^{(10)}(t_1)$ в момент t_1.

Двоичный "плавающий индикатор" состояний разгрузки или простоя knm-й емкости в промежутке времени $[t_0, t_1)$ можно записать следующим образом:

$$x_{knm}^{(1)}(t_1^-) = a_{knm}^{(1)}(t_0) + a_{knm}^{(4)}(t_0) + a_{knm}^{(5)}(t_0) + [a_{knm}^{(8)}(t_0) + a_{knm}^{(9)}(t_0)] \cdot (1 - y_{kn}^{(-Z1)}(t_0));$$

"Плавающий индикатор" состояний разгрузки или поломки knm-й емкости в интервале $[t_0, t_1)$ будет представлен таким образом:

$$x_{knm}^{(2)}(t_1^-) = a_{knm}^{(1)}(t_0) + a_{knm}^{(3)}(t_0) + a_{knm}^{(6)}(t_0) + [a_{knm}^{(8)}(t_0) + a_{knm}^{(9)}(t_0)] \cdot$$
$$(1 - y_{kn}^{(-Z1)}(t_0)) \cdot (1 - y_{knm}^{(-NП*)}(t_0)).$$

Одним из ключевых автоматов алгоритма является $X(t_1)$, определяющий момент наступления следующего узлового момента t_1 как ближайшее наступление одного или сразу нескольких событий:

наступления непогоды, появления очередной подачи ТС в Порту, ближайшее завершение остаточных времен пребывания подач (ТС, складов) и емкостей в текущих состояниях:

$$X(t_1) = \min\left\{\min_{k,n,m} \tau_{knm}^{(1)}(t_0), OX^*(t_0), \min_k t_k(t_0)\right\}.$$

Остаточное время до прибытия очередного ТС в Порт на момент t_1 определится логико-импликативным путем:

$$t_{k=1,2,4}(t_1) = \begin{cases} 1)\ \dfrac{t_k(t_0) - X(t_1) > 0}{t_k(t_0) - X(t_1);} \\ 2)\ \dfrac{t_k(t_0) - X(t_1) \le 0}{\xi t_k(t_1);} \end{cases}.$$

Сравнив для каждого вида k транспортных средств остаточное время на момент t_0 до прибытия в Порт ближайшей подачи с промежутком $X(t_1)$, получим два варианта определения очередного остаточного времени на момент t_1 до прибытия k-го ТС в Порт. Если остаточное время до прибытия k-го ТС превышает интервал $X(t_1)$ между двумя узловыми моментами, то новое остаточное время уменьшится на данный интервал. В противном случае новое остаточное время до прибытия k-го вида ТС в Порт будет текущей реализацией случайной величины момента поступления $\xi t_k(t_1)$.

Для складов ($k = 3$) $t_3(t_1) = \min_n\{t^*_{3n}(t_1)\}$; где $t_3(t_1)$ означает остаточное время до ближайшего окончания выполнения текущей операции одним или несколькими складами, а $t^*_{3n}(t_1)$ — остаточное время занятости склада $3n$ перегрузкой и запишется оно так:

$$t^*_{3n}(t_1) = \begin{cases} 1)\ \dfrac{y_{3n}^{(2)}(t_0) + y_{3n}^{(10)}(t_0) = 1}{0;} \\ 2)\ \dfrac{y_{3n}^{(2)}(t_0) + y_{3n}^{(10)}(t_0) = 0 \wedge NП_{3n}(t_0) \ne 0}{t^*_{3n}(t_0) - X(t_1);} \\ 3)\ \dfrac{y_{3n}^{(2)}(t_0) + y_{3n}^{(10)}(t_0) = 0 \wedge NП_{3n}(t_0) = 0}{0;} \end{cases}.$$

Данная формула содержит три варианта:

1) запись условия первого варианта означает, что в момент t_0 для n-го склада полностью (т.е. для всех его емкостей) завершена операция либо разгрузки, либо погрузки и в момент t_1 склад не занят. Реакция автомата $t^*{}_{3n}(t_1)$ — нулевая;

2) в условии второй импликации утверждается, что операция перегрузки для $3n$-го склада не завершена, а неравенство нулю номера вид-партнера подтверждает занятость данного склада. Реакция автомата — уменьшение остаточного времени занятости n-го склада на интервал $X(t_1)$ (узловой интервал);

3) равенство нулю номера вид-партнера для n-го склада, а также индикаторов завершения перегрузки обусловливает нулевое значение автомата $t^*{}_{3n}(t_1)$. То есть склад не занят.

Определим для каждой емкости knm ее "личный узловой момент", а это будет реализуемо в случае равенства текущего остаточного времени $\tau^{(1)}_{knm}(t_0)$ knm-й емкости узловому промежутку $X(t_1)$. Воспользуемся символом Кронекера:

$$x^{(3)}_{knm}(t_1) = \delta[\tau^{(1)}_{knm}(t_0), X(t_1)];$$

Перейдем к вычислению группы автоматов $a^{(1)}_{knm}(t_1) - a^{(10)}_{knm}(t_1)$, определяющих качественные состояния или стыковку состояний knm-й емкости в момент t_1:

$$a^{(1)}_{knm}(t_1) = x^{(1)}_{knm}(t_1^-) \cdot x^{(2)}_{knm}(t_1^-) \cdot (1 - x^{(3)}_{knm}(t_1)).$$

Поясним приведенную формулу. Произведение плавающих двоичных индикаторов качественных состояний емкости в узловом интервале, примыкающем слева к моменту t_1, со значением "единица" является в свою очередь индикатором, уточняющим единственное состояние knm-й емкости в интервале $[t_0, t_1)$ — "разгрузка продолжается". В случае его дальнейшего произведения на выражение $1 - x^{(3)}_{knm}(t_1)$, означающее отсутствие личного узлового момента для данной емкости в момент t_1, и равенства всего общего произведения единице получаем формулу, определяющую ненулевое (единичное) значение индикатора, фиксирующего состояние разгрузки knm-й емкости в момент t_1.

$$a^{(2)}_{knm}(t_1) = x^{(1)}_{knm}(t_1^-) \cdot x^{(2)}_{knm}(t_1^-) \cdot x^{(3)}_{knm}(t_1).$$

В приведенной формуле произведение индикатора состояния разгрузки в интервале $X(t_1)$ умножается, в свою очередь, на индикатор "личного" узлового момента для knm-й емкости в момент t_1, что для нее означает завершение в момент t_1 операции разгрузки.

В этом месте целесообразной будет запись автомата $A_{kn}^{(2)}(t_1)$, определяющего степень завершенности операции разгрузки для kn-й подачи, или другими словами, количество завершивших разгрузку емкостей подачи:

$$A_{kn}^{(2)}(t_1) = \sum_m a_{knm}^{(2)}(t_1) \cdot y_{knm}^{(+p)}(t_0).$$

Запишем также индикатор, фиксирующий полное завершение операции разгрузки для всей kn-й подачи ТС (склада):

$$y_{kn}^{(2)}(t_1) = \delta[A_{kn}^{(2)}(t_1), M_{kn}(t_0)];$$

где $M_{kn}(t_0)$ — общее количество емкостей в kn-й подаче.

Приведем формулу для автомата-индикатора начала поломки knm-й емкости в момент t_1:

$$a_{knm}^{(3)}(t_1) = \delta[C_{knm}^{(7)}(t_0), X(t_1)].$$

Запишем автоматы, чьи значения потребуются для вычисления последующих индикаторов состояний емкостей. Автомат остаточного времени до наступления непогоды на момент t_1 можно представить в логико-импликативной форме:

$$OX^*(t_1) = \begin{cases} 1)\dfrac{OX^*(t_0) - X(t_1) > 0}{OX^*(t_0) - X(t_1);} \\ 2)\dfrac{OX^*(t_0) - X(t_1) \le 0}{\xi OX(t_1);} \end{cases}.$$

Тогда индикатор наступления начала непогоды в момент t_1 с помощью символа Кронекера запишется:

$$y^*(t_1) = \delta[OX^*(t_1), 0].$$

Автомат-индикатор завершения погрузки knm-й емкости будет записан также в виде произведения плавающих индикаторов состояний емкости в узловом интервале, умноженного на индикатор личного узлового момента t_1 емкости:

$$a_{knm}^{(10)}(t_1) = (1 - x_{knm}^{(1)}(t_1^-)) \cdot (1 - x_{knm}^{(2)}(t_1^-)) \cdot x_{knm}^{(3)}(t_1).$$

Читается формула так: в узловом промежутке knm-я емкость была в состоянии погрузки, которая закончилась в момент t_1.

Запишем формулу для автомата $A_{kn}^{(10)}(t_1)$, определяющего степень завершенности погрузки kn-й подачи или общее количество завершивших погрузку емкостей:

$$A_{kn}^{(10)}(t_1) = \sum_m a_{knm}^{(10)}(t_1) \cdot y_{knm}^{(+n)}(t_0);$$
$$(0 \le A_{kn}^{(10)}(t_1) \le M_{kn}).$$

Индикатор завершения погрузки всего kn-го ТС будет равен:

$$y_{kn}^{(10)}(t_1) = \delta[A_{kn}^{(10)}(t_1), M_{kn}].$$

Напомним, что M_{kn} — это общее число емкостей описываемого ТС, а также, что под емкостью понимается некоторое конкретное количество вагонов, контейнеров, складских помещений, судовых емкостей и т.д., предназначенных только для одного типа груза в зависимости от вида операции.

Определим индикатор наступления в момент t_1 состояния “простой начался” для knm-й емкости:

$$\begin{aligned}
&a_{knm}^{(4)}(t_1) = (1 - x_{knm}^{(3)}(t_1)) \cdot [x_{knm}^{(1)}(t_1^-) \cdot x_{knm}^{(2)}(t_1^-) + (1 - x_{knm}^{(1)}(t_1^-)) \cdot (1 - x_{knm}^{(2)}(t_1^-))] \cdot \\
&[y^*(t_1) + (1 - y^*(t_1)) \cdot R\{y_{knm}^{(7*)}(t_1); vid_{kn}(t_0), NП_{kn}(t_0), NП_{knm}^*(t_0)\}] + x_{knm}^{(3)}(t_1) \cdot \\
&\{[x_{knm}^{(1)}(t_1^-) \cdot x_{knm}^{(2)}(t_1^-) \cdot y_{knm}^{(-p)}(t_0) + (1 - x_{knm}^{(1)}(t_1^-)) \cdot (1 - x_{knm}^{(2)}(t_1^-)) \cdot y_{knm}^{(-n)}(t_0)] + \\
&[x_{knm}^{(1)}(t_1^-) \cdot x_{knm}^{(2)}(t_1^-) \cdot y_{knm}^{(+p)}(t_0) \cdot (1 - y_{kn}^{(2)}(t_1)) + (1 - x_{knm}^{(1)}(t_1^-)) \cdot (1 - x_{knm}^{(2)}(t_1^-)) \cdot \\
&y_{knm}^{(+n)}(t_0) \cdot (1 - y_{kn}^{(10)}(t_1))]\};
\end{aligned}$$

Здесь n — один из номеров подач k-го вида ТС, присутствующий в данный момент в Порту и запишется это в следующем виде: $n = 1, ..., N$, где N — максимальный из присутствующих номер подачи, при этом не обязательно присутствие всех промежуточных номеров, поскольку некоторые из них могли покинуть систему. Рассмотрим реакцию автомата $a_{knm}^{(4)}(t_1)$ на следующие варианты условий:

а) в узловом промежутке емкость находится в рабочем состоянии (разгрузка или погрузка) и следующий узловой момент не будет для емкости узловым — простой начнется из-за наступления непогоды либо из-за поломки емкости-партнера;

б) состояние разгрузки емкости в узловом интервале $[t_0, t_1)$ прерывается в наступивший узловой момент из-за переполнения емкости-партнера, или — это фиктивное состояние разгрузки в случае, когда вид-партнер не загружается типом груза $ГР_{knm}(t_0)$;

в) состояние погрузки емкости в узловом интервале прерывается в узловой момент t_1 из-за нехватки груза в емкости-партнере, или — это фиктивное состояние погрузки, когда вид-партнер не имеет груза типа $ГР_{knm}(t_0)$;

г) в узловой момент t_1 разгрузка knm-й емкости завершилась, но начался простой в ожидании полного завершения разгрузки kn-й подачи;

д) в момент t_1 окончилась погрузка емкости, но начался ее простой в ожидании завершения погрузки всех еще недогруженных емкостей kn-й подачи.

Условимся, что для появившейся в момент $t_1(N+1)$)-й подачи k-го вида ТС на входе системы актуальным будет состояние "простой начался" и формула для этого случая будет такой:

$$a^{(4)}_{k(N+1)m}(t_1) = \delta[t_k(t_1), 0].$$

Приведем формулы оставшихся индикаторов состояний:

$$a^{(5)}_{knm}(t_1) = x^{(1)}_{knm}(t_1^-) \cdot (1 - x^{(2)}_{knm}(t_1^-)) \cdot (1 - x^{(3)}_{knm}(t_1)).$$

Прочтем запись: в узловом интервале емкость находится в состоянии простоя, в следующий узловой момент емкость будет продолжать оставаться в этом же состоянии.

$$a^{(6)}_{knm}(t_1) = (1 - x^{(1)}_{knm}(t_1^-)) \cdot x^{(2)}_{knm}(t_1^-) \cdot (1 - x^{(3)}_{knm}(t_1)).$$

Данная запись означает, что в узловом интервале knm-я емкость была в состоянии поломки, при отсутствии личного узлового момента емкость будет продолжать оставаться в том же состоянии.

$$a^{(8)}_{knm}(t_1) = x^{(1)}_{knm}(t_1^-) \cdot (1 - x^{(2)}_{knm}(t_1^-)) \cdot x^{(3)}_{knm}(t_1).$$

Формула приведена для случая, когда состояние простоя в узловом промежутке заканчивается в следующий узловой момент.

$$a^{(9)}_{knm}(t_1) = (1 - x^{(1)}_{knm}(t_1^-)) \cdot x^{(2)}_{knm}(t_1^-) \cdot x^{(3)}_{knm}(t_1).$$

Запись означает: состояние поломки емкости в узловом интервале прекращается в следующий узловой момент t_1.

$$a^{(7)}_{knm}(t_1) = (1 - x^{(1)}_{knm}(t_1^-)) \cdot (1 - x^{(2)}_{knm}(t_1^-)) \cdot (1 - x^{(3)}_{knm}(t_1)).$$

Приведенная формула означает, что состояние погрузки knm-й емкости, в котором она пребывает в течение узлового промежутка $X(t_1)$, будет ее состоянием и в момент t_1.

Определим последовательность номеров подач k-го транспортного средства на момент t_1 после поступления на вход (N+1)-й подачи:

$$N_k(t_1) = N_k(t_0) \supset N+1.$$

Остаточное время пребывания knm-й емкости в состоянии поломки на момент t_1 будет вычислено по формуле:

$$C^{(4)}_{knm}(t_1) = a^{(3)}_{knm}(t_1)\cdot TREM_{knm}(t_1) + a^{(6)}_{knm}(t_1)\cdot(C^{(4)}_{knm}(t_0) - X(t_1)).$$

Индикатор завершения поломки емкости:

$$y^{(4*)}_{knm}(t_1) = \delta[C^{(4)}_{knm}(t_1), 0].$$

Остаточное время пребывания емкости в непогоде:

$$C^{(6)}_{knm}(t_1) = \begin{cases} 1)\dfrac{C^{(6)}_{knm}(t_0) - X(t_1) > 0}{C^{(6)}_{knm}(t_0) - X(t_1);} \\ 2)\dfrac{C^{(6)}_{knm}(t_0) - X(t_1) \le 0 \wedge y^*(t_1) = 0}{0;} \\ 3)\dfrac{C^{(6)}_{knm}(t_0) - X(t_1) \le 0 \wedge y^*(t_1) = 1}{OX(t_1);} \end{cases}.$$

В данной формуле в логико-импликативной форме описана реакция автомата остаточного времени пребывания емкости в непогоде на три возможные варианта условий: если предыдущее остаточное время непогоды превышает узловой интервал $X(t_1)$, то новое остаточное время в следующий узловой момент t_1 уменьшится на величину этого интервала, в противном случае возможны два варианта, а именно: наступит ли тут же новая непогода и — в этом случае новое остаточное время станет реализацией случайной величины — очередного периода длительности непогоды, либо не наступит — и тогда новое остаточное время будет нулевым. Индикатор завершения непогоды будет равен единице в случае:

$$y^{(6*)}_{knm}(t_1) = \delta[C^{(6)}_{knm}(t_1), 0].$$

В отличие от сухопутных видов ТС суда могут считаться готовыми к операции перегрузки лишь после пришвартовки к причалу. Поэтому очередным этапом моделирования является определение накопленных времен ожидания судами на рейде начала пришвартовки. Напомним, что судам как виду ТС присвоен порядковый номер 4. Определим на момент t_1 накопленное время ожидания $4n$-ым судном (где n — номер подачи) начала пришвартовки, если судно находилось в Порту на рейде в момент t_0, а его индивидуальный номер или номер подачи принадлежит множеству номеров суден, находящихся в Порту с момента $t_0(n \in N_4(t_0))$:

$$t\text{ож}_{4n}^{(пр)}(t_1) = y_{4n}^{(-пр)}(t_0) \cdot (t\text{ож}_{4n}^{(пр)}(t_0) + X(t_1)) + (1 - y_{4n}^{(-пр)}(t_0)) \cdot (-1).$$

Для $n = (N+1) \cdot \delta[t_4(t_0), X(t_1)]$, то есть для номера судна, возможно поступившего на вход системы в момент t_1:

$$t\text{ож}_{4(N+1)}^{(пр)}(t_1) = \delta[t_4(t_0), X(t_1)] \cdot 0.$$

Поясним формулу для $n = \overline{1, N}$. Если индикатор $y_{4n}^{(-пр)}(t_0)$ указывает на то, что данное судно в предыдущий узловой момент не пришвартовалось, а это будет в случае единичного значения данного индикатора, то естественно считать, что в таком же состоянии это судно будет в течение всего узлового интервала $X(t_1)$ — и накопленное время ожидания пришвартовки для судна в момент t_1 будет увеличено на длину узлового интервала. Нулевое значение индикатора пришвартовки будет означать, что для судна причал определился — в этом случае присвоим искомому автомату значение (–1). Для $n = N+1$ накопленное время ожидания пришвартовки $4(N+1)$-го судна будет приравнено нулю функциональному и будет означать начало ожидания пришвартовки. И тут же зафиксируем единичное значение его индикатора пришвартовки:

$$y_{4(N+1)}^{(-пр)}(t_1) = 1.$$

Аналогично запишется формула для накопленного времени ожидания свободным причалом судна:

$$t\text{ож}_{5n}(t_1) = y_{5n}^{(-NП)}(t_0) \cdot (t\text{ож}_{5n}(t_0) + X(t_1)) + (1 - y_{5n}^{(-NП)}(t_0)) \cdot (-1).$$

Запишем последовательность индивидуальных номеров (номеров подач) судов, ожидающих на рейде освобождения причалов, в порядке убывания времен ожидания. Для этого используем оператор упорядочения номеров подач в порядке убывания неотрицательных значений накопленных времен ожидания пришвартовки:

$$N_{4n}^{+}(t_1) = S\{t\text{ож}_{4n}^{(пр)}(t_1) \cdot (1 - \delta[t\text{ож}_{4n}^{(пр)}(t_1), -1]), n\}.$$

Аналогично определяется последовательность номеров причалов, ожидающих пришвартовки судов, в порядке убывания времен ожидания:

$$N_{5n}^{+}(t_1) = S\{t\,\text{ож}_{5n}(t_1)\cdot(1-\delta[t\,\text{ож}_{5n}(t_1),-1]),n\}.$$

Сравнивая последовательности $N_{4n}^{+}(t_1)$ и $N_{5n}^{+}(t_1)$ индивидуальных номеров (или номеров подач) судов и номеров причалов, готовых к пришвартовке, с помощью оператора сравнения последовательностей и отфильтровывая с помощью оператора выбора причал, отвечающий требованиям противоположности операции перегрузки и соответствия специализации типов грузов по отношению к каждому индивидуальному номеру непришвартованного судна, находим для каждого судна причал, имеющий одинаковый с данным судном порядковый номер (в порядке убывания времен ожидания пришвартовки), причал, готовый к противоположной операции перегрузки и имеющий одинаковую с судном специализацию типов грузов:

$$NП_{4n}^{(пр)}(t_1) = (1-y_{4n}^{(-Z1)}(t_0))\cdot P\{N_{4n}^{+}(t_1),\Psi\{N_{5n}^{+}(t_1);\sum_{m}V_{3nm}(t_0),0;SP_{5n},$$
$$DIRSP_{4n}(Z1,t_0)\},n\}+y_{4n}^{(-Z1)}(t_0)\cdot(1-y_{4n}^{(-Z2)}(t_0))\cdot P\{N_{4n}^{+}(t_1),\Psi\{N_{5n}^{+}(t_1);$$
$$y_{3n}^{(10)}(t_0),1;SP_{5n},DIRSP_{4n}(Z2,t_0)\},n\}.$$

Каждое слагаемое в правой части равенства содержит информацию о виде операции перегрузки судна $4n$, а также операторы выборки и сравнения последовательностей. Оператор Ψ выбирает те члены последовательности $N_{5n}^{+}(t_1)$, или другими словами, те номера причалов, чьи склады пусты и готовы к операции погрузки, если судно $4n$ разгружается, либо наоборот. Выбираемые причалы одновременно также должны соответствовать специализации судна $4n$ в зависимости от директивного вида его операции перегрузки. Оператор P сравнивает последовательности индивидуальных номеров судов и выбранных причалов, расположенные в порядке убывания времен ожидания и назначает каждому номеру судна — номер причала для пришвартовки, имеющий аналогичный порядковый номер в последовательности ожидающих причалов (заметим, что причальный склад имеет тот же индивидуальный номер, что и искомый причал).

Попутно появилась возможность записать индикатор отсутствия причала для n-го судна на момент t_1:

$$y_{4n}^{(-np)}(t_1) = \delta[NП_{4n}^{(np)}(t_1), 0].$$

Аналогично выбирается номер (подача) судна для $5n$-го свободного причала ($3n$-го склада) — в порядке очередности, с учетом возможности начала взаимно противоположных операций и при условии взаимно однозначного соответствия специализации по типам грузов:

$$NП_{5n}(t_1) = y_{3n}^{(10)}(t_0) \cdot P\{N_{5n}^{+}(t_1), \Psi\{N_{4n}^{+}(t_1); (1 - y_{4n}^{(-Z2)}(t_0)), 1; DIRSP_{4n}(Z2, t_0),$$
$$SP_{5n}\}, n\} + y_{3n}^{(2)}(t_0) \cdot P\{N_{5n}^{+}(t_1), \Psi\{N_{4n}^{+}(t_1); (1 - y_{4n}^{(-Z1)}(t_0)), 1; DIRSP_{4n}(Z1, t_0),$$
$$SP_{5n}\}, n\}.$$

Одной из важных качественных характеристик ТС (складских емкостей) является двоичный индикатор $y_{kn}(t)$ ожидания начала операции. При этом как для k-го ТС, так и для склада определяется наличие вид-партнера для начала операции (его отсутствие означает дальнейшее ожидание начала операции). В случае пребывания ТС в рабочем разгрузочном состоянии фактор завершения его разгрузки и директива на дальнейшую погрузку определяют значение индикатора ожидания начала операции как единичное. Для складов учитывается завершение любой операции, которое указывает на момент начала ожидания складом операции, противоположной предыдущей.

Запишем двоичный индикатор ожидания kn-м ТС или складом начала операции перегрузки:

$$y_{kn}(t_1) = \delta[k, 4] \cdot y_{4n}^{(-np)}(t_0) \cdot (1 - y_{4n}^{(-np)}(t_1)) + (1 - \delta[k, 3]) \cdot [y_{kn}(t_0) \cdot y_{kn}^{(-NП)}(t_0) +$$
$$(1 - y_{kn}(t_0)) \cdot y_{kn}^{(2)}(t_1) \cdot (1 - y_{kn}^{(-Z2)}(t_0))] +$$
$$\delta[k, 3] \cdot [y_{3n}(t_0) \cdot y_{3n}^{(-NП)}(t_0) + (1 - y_{3n}(t_0)) \cdot (y_{3n}^{(2)}(t_1) + y_{3n}^{(10)}(t_1))].$$

Здесь $n = 1, N$; т.е. речь идет о номерах подач, пребывающих в Порту. Для номера поступившего на вход системы ТС в момент t_1 при условии $\delta[t_k(t_1), 0] = 1$ индикатор ожидания начала операции перегрузки будет записан так:

$$y_{k(N+1)}(t_1) = \delta[t_k(t_1), 0].$$

Определив момент пришвартовки судов к причалам как момент начала ожидания операции перегрузки, в то время как для сухопутных видов ТС этот момент начинается при поступлении ТС на вход системы (в Порт), а для складов — с момента окончания текущей операции, можем перейти к вычислению накопленного времени ожидания начала операции всеми видами ТС и складами:

$$
\begin{aligned}
&t\,\text{ож}_{kn}(t_1) = (t\,\text{ож}_{kn}(t_0) + X(t_1)) \cdot \delta[k, 1 \vee 2 \vee 3 \vee 4] \cdot y_{kn}(t_0) \cdot y_{kn}^{(-N\Pi)}(t_0) + \\
&0 \cdot \{\delta[k,4] \cdot y_{kn}^{(-np)}(t_0) \cdot (1 - y_{kn}^{(-np)}(t_1)) + \delta[k, 1 \vee 2] \cdot \delta[t_k(t_1), 0] \cdot \delta[n, N+1] + \\
&\delta[k,3] \cdot (y_{kn}^{(2)}(t_1) + y_{kn}^{(10)}(t_1)) + \delta[k, 1 \vee 2 \vee 4] \cdot y_{kn}^{(2)}(t_1) \cdot (1 - y_{kn}^{(-Z2)}(t_0)) + \\
&\delta[(1 - y_{kn}^{(2)}(t_1) - y_{kn}^{(10)}(t_1)), 1] \cdot \delta[R\{y_{k_1 n_1}^{(2)}(t_1) + y_{k_1 n_1}^{(10)}(t_1); vid_{kn}(t_0), N\Pi_{kn}(t_0)\}, 1]\} + \\
&+(-1) \cdot \{\delta[k, 1 \vee 2 \vee 3 \vee 4] \cdot (1 - y_{kn}^{(-N\Pi)}(t_0)) + \delta[k, 1 \vee 2 \vee 4] \cdot [y_{kn}^{(2)}(t_1) \cdot \\
&y_{kn}^{(-Z2)}(t_0) + (1 - y_{kn}^{(2)}(t_1)) \cdot y_{kn}^{(10)}(t_1]\};
\end{aligned}
$$

Поясним формулу. Реакция автомата $t\,\text{ож}_{kn}(t_1)$ накопленного времени ожидания kn-й подачей начала операции проявляется тремя значениями:

1) предыдущее его значение увеличивается к моменту t_1 на величину узлового интервала при одновременном единичном значении индикатора ожидания начала соответствующей операции и индикатора отсутствия вид-партнера на момент t_0.

2) значение автомата приравнивается к функциональному нулю как признак начала ожидания — для сухопутных видов ТС, появившихся на входе системы в момент t_1; для судов — в случае их пришвартовки в момент t_1; для складов — если момент t_1 будет для них моментом завершения текущей операции перегрузки; и наконец, для всех ТС, завершивших на момент t_1 разгрузку и имеющих директиву на погрузку, либо — для всех ТС, неполностью завершивших свою текущую операцию, тогда как их вид-партнеры завершили полностью свою текущую операцию.

3) значение автомата приравнивается к (–1) во всех случаях прерывания ожидания — при появлении вид-партнера, в случае пребывания в рабочем состоянии и завершения всех операций.

Определим в терминах теории отношения последовательность ожидающих начала операции на момент t_1 номеров подач k-го ТС (номеров складов):

$$
\begin{aligned}
&N_k^*(t_1) = N_k^*(t_0) / \Psi_n\{n; t\,\text{ож}_{kn}(t_1) < 0\} \supset (N+1) \cdot \delta[t_k(t_1), 0] \cdot \delta[k, 1 \vee 2] \supset \\
&\Psi_n\{n; y_{4n}^{(-np)}(t_0) \cdot (1 - y_{4n}^{(-np)}(t_1)) = 1\} \cdot \delta[k,4] \supset \Psi_n\{n; y_{3n}^{(2)}(t_1) + y_{3n}^{(10)}(t_1) = 1\} \cdot \\
&\delta[k,3] \supset \Psi_n\{n; y_{kn}^{(2)}(t_1) \cdot (1 - y_{kn}^{(-Z2)}(t_0)) = 1 \vee (1 - y_{kn}^{(2)}(t_1) - y_{kn}^{(10)}(t_1)) = 1 \wedge \\
&R\{(y_{k_1 n_1}^{(2)}(t_1) + y_{k_1 n_1}^{(10)}(t_1)); vid_{kn}(t_0), N\Pi_{kn}(t_0)\} = 1\} \cdot \delta[k, 1 \vee 2 \vee 3 \vee 4].
\end{aligned}
$$

Очевидно, что такая последовательность будет состоять из номеров, ожидающих начала операции с момента t_0, с отсечением всех тех номеров, которые по разным причинам не входят в число ожидающих на момент t_1, и с добавлением номеров, начавших ожидание в момент t_1 — для сухопутных ТС с добавлением номера, назначенного входящему ТС; для судов — с добавлением номеров, пришвартовавшихся к причалам; для складов — с добавлением номеров, завершивших текущую операцию перегрузки. А также с добавлением номеров, неполностью завершивших свою операцию (начало ожидания погрузки после завершения разгрузки, или начало ожидания нового вид-партнера для полного завершения текущей незавершенной операции) — для всех видов ТС.

Применим уже известные операторы поиска Ψ и упорядочения S для построения последовательности номеров подач k-го ТС (номеров складов), готовых к разгрузке грузов i-той специализации.

Для этого с помощью оператора поиска из последовательности времен ожидания начала операции $\{t\,\text{ож}_{kn}(t_1)\}$ k-ми ТС (или складами) выберем те члены, чьи номера n готовы к разгрузке грузов i-той специализации. А затем с помощью оператора упорядочения отобранные номера подач разместим в порядке убывания времен ожидания:

$$NZ1_{ki}(t_1) = S\{\Psi\{t\,\text{ож}_{kn}(t_1); DIRSP_{kn}(Z1, t_0) = i\}, n \in N_k^*(t_1)\}.$$

Аналогично выстраивается последовательность номеров подач (складов), ожидающих согласно директиве операцию погрузки грузов i-той специализации:

$$NZ2_{ki}(t_1) = S\{\Psi\{t\,\text{ож}_{kn}(t_1); DIRSP_{kn}(Z2, t_0) = i\}, n \in N_k^*(t_1)\}.$$

Следующий блок автоматов определяет текущие и директивные характеристики транспортных и складских подач, а также их емкостей. Особенность перевычисления функционалов этого блока заключается в том, что для каждого варианта реакции автоматов существует одно общее условие. Рассмотрим первый вариант:

$$a_{knm}^{(1)}(t_1) + a_{knm}^{(7)}(t_1) = 1.$$

Реакция автоматов — текущих характеристик подач и емкостей будет следующей:

$$NO_{kn}(t_1) = NO_{kn}(t_0); ГР_{knm}(t_1) = ГР_{knm}(t_0); vid_{kn}(t_1) = vid_{kn}(t_0);$$
$$SP_{kn}(t_1) = SP_{kn}(t_0); НП_{kn}(t_1) = НП_{kn}(t_0); НП^*_{knm}(t_1) = НП^*_{knm}(t_0);$$
$$V_{knm}(t_1) = a^{(1)}_{knm}(t_1) \cdot (V_{knm}(t_0) - R\{NR_{kj}(t_1), k, ГР_{knm}(t_1)\} \cdot X(t_1)) +$$
$$a^{(7)}_{knm}(t_1) \cdot (V_{knm}(t_0) + R\{NP_{kj}(t_1), k, ГР_{knm}(t_1)\} \cdot X(t_1));$$
$$A^{(2)}_{kn}(t_1) = A^{(2)}_{kn}(t_0) + a^{(1)}_{knm}(t_1) \cdot \sum_{m=1}^{M_{kn}} \delta[V_{knm}(t_1), 0];$$
$$A^{(10)}_{kn}(t_1) = A^{(10)}_{kn}(t_0) + a^{(7)}_{knm}(t_1) \cdot \sum_{m=1}^{M_{kn}} \delta[V_{knm}(t_1), DIRv_{knm}(Z2, t_0)];$$
$$y^{(2)}_{kn}(t_1) = \delta[A^{(2)}_{kn}(t_1), M_{kn}]; y^{(10)}_{kn}(t_1) = \delta[A^{(10)}_{kn}(t_1), M_{kn}].$$

При условии, что конкретная kn-я подача и knm-я емкость в момент t_1 находится в рабочем состоянии: "разгрузка/погрузка продолжается", значения текущих характеристик — вида операции перегрузки, типа груза для емкости, вида партнера и специализации грузов для всей kn-й подачи, индивидуального номера вид-партнера, порядкового номера емкости-партнера — остаются неизменными. Объем (наполнение) емкости по отношению к предыдущему объему — в случае разгрузки уменьшится на произведение нормы разгрузки на величину узлового интервала $X(t_1)$, а в случае погрузки — увеличится на произведение нормы погрузки на длину узлового интервала. Степень завершения разгрузки/погрузки всей подачи может увеличиться на число завершивших операцию в момент t_1 емкостей, а индикатор завершения разгрузки/погрузки всей подачи будет зависеть от завершения операции всеми емкостями. Поскольку директивные характеристики занимают большой объем при написании, условимся их функционалы записывать упрощенно:

$$DIR\{O_{kn}(Z1, Z2, t_1), ГР_{knm}(Z1, Z2, t_1), vid_{kn}(Z1, Z2, t_1), SP_{kn}(Z1, Z2, t_1),$$
$$V_{knm}(Z1, Z2.t_1), q^*_{kn}(Z1, Z2, t_1)\} = DIR\{O_{kn}(Z1, Z2, t_0), ГР_{knm}(Z1, Z2, t_0),$$
$$vid_{kn}(Z1, Z2, t_{0)}, SP_{kn}(Z1, Z2, t_0), V_{knm}(Z1, Z2, t_0), q^*_{kn}(Z1, Z2, t_0)\}.$$

Рассмотрим следующий вариант, в котором в условии перечисляются все возможные взаимоисключающие случаи поломок и простоев емкостей, случившиеся в процессе их обработки, либо в ожидании обработки:

$$(1-y_{kn}(t_1))\cdot(a^{(3)}_{knm}(t_1)+a^{(4)}_{knm}(t_1)+a^{(5)}_{knm}(t_1)+a^{(6)}_{knm}(t_1)+a^{(8)}_{knm}(t_1)+a^{(9)}_{knm}(t_1))+$$
$$+y_{kn}(t_1)\cdot(a^{(5)}_{knm}(t_1)+a^{(6)}_{knm}(t_1)+a^{(8)}_{knm}(t_1)+a^{(9)}_{knm}(t_1))=1.$$

Реакция автоматов текущих и директивных характеристик емкостей и подач на это условие будет неизменной. Другими словами, на момент t_1 значения искомых автоматов будут теми же, что и в момент t_0. Сохранят свои значения и характеристики степени завершения операции, а также индикаторы завершения операции для подач в целом:

$$NO_{kn}(t_1)=NO_{kn}(t_0); ГР_{knm}(t_1)=ГР_{knm}(t_0); vid_{kn}(t_1)=vid_{kn}(t_0);$$
$$SP_{kn}(t_1)=SP_{kn}(t_0); НП_{kn}(t_1)=НП_{kn}(t_0); НП^*_{knm}(t_1)=НП^*_{knm}(t_0);$$
$$V_{knm}(t_1)=V_{knm}(t_0); A^{(2)}_{kn}(t_1)=A^{(2)}_{kn}(t_0); A^{(10)}_{kn}(t_1)=A^{(10)}_{kn}(t_0);$$
$$y^{(2)}_{kn}(t_1)=y^{(2)}_{kn}(t_0); y^{(10)}_{kn}(t_1)=y^{(10)}_{kn}(t_0);$$
$$DIR\{O_{kn}(Z1,Z2,t_1); ГР_{knm}(Z1,Z2,t_1); vid_{kn}(Z1,Z2,t_1); SP_{kn}(Z1,Z2,t_1);$$
$$V_{knm}(Z1,Z2,t_1); q^*_{kn}(Z1,Z2,t_1)\}=DIR\{O_{kn}(Z1,Z2,t_0); ГР_{knm}(Z1,Z2,t_0);$$
$$vid_{kn}(Z1,Z2,t_0); SP_{kn}(Z1,Z2,t_0); V_{knm}(Z1,Z2,t_0); q^*_{kn}(Z1,Z2,t_0)\}.$$

Возможен также случай наступления состояний простоя либо поломки в момент t_1 для емкостей, ожидающих обработки по крайней мере с момента t_0, что запишется таким условием:

$$y_{kn}(t_1)\cdot(a^{(3)}_{knm}(t_1)+a^{(4)}_{knm}(t_1))=1; n=\overline{1,N}.$$

В этом случае текущие характеристики самих емкостей и подач примут директивные значения предыдущего момента времени t_0:

$$NO_{kn}(t_1)=(1-y^{(-Z1)}_{kn}(t_0))\cdot Z1+y^{(-Z1)}_{kn}(t_0)\cdot(1-y^{(-Z2)}_{kn}(t_0))\cdot Z2; ГР_{knm}(t_1)=$$
$$DIRГР_{knm}(NO_{kn}(t_1),t_0); vid_{kn}(t_1)=DIRvid_{kn}(NO_{kn}(t_1),t_0); SP_{kn}(t_1)=$$
$$DIRSP_{kn}(NO_{kn}(t_1),t_0); V_{knm}(t_1)=(1-y^{(-Z1)}_{kn}(t_0))\cdot DIRv_{knm}(Z1,t_0)+y^{(-Z1)}_{kn}(t_0)\cdot$$
$$(1-y^{(-Z2)}_{kn}(t_0))\cdot 0.$$

А такие текущие характеристики, как индивидуальные номера вид-партнеров и емкостей-партнеров, определятся с помощью известных операторов выборки и сравнения последовательностей:

$$NП_{kn}(t_1) = (1 - y_{kn}^{(-Z1)}(t_1)) \cdot P\{R\{NZ1_{ki}(t_1), k, SP_{kn}(t_1)\}, R\{NZ2_{k_1 i}(t_1), vid_{kn}(t_1),$$
$$SP_{kn}(t_1)\}, n\} + y_{kn}^{(-Z1)}(t_1) \cdot (1 - y_{kn}^{(-Z2)}(t_1)) \cdot P\{R\{NZ2_{ki}(t_1), k, SP_{kn}(t_1)\},$$
$$R\{NZ1_{k_1 i}(t_1), vid_{kn}(t_1), SP_{kn}(t_1)\}, n\};$$
$$NП^*_{knm}(t_1) = \Psi\{m_1; k_1 = vid_{kn}(t_1); n_1 = NП_{kn}(t_1);$$
$$NO_{k_1 n_1}(t_1) = \delta[NO_{kn}(t_1), Z1] \cdot Z2 + \delta[NO_{kn}(t_1), Z2] \cdot Z1;$$
$$ГP_{k_1 n_1 m_1}(t_1) = ГP_{knm}(t_1)\} \vee 0.$$

Директивные характеристики останутся без изменения.

Назначив индивидуальные номера с помощью операторов выборки и сравнения последовательностей для ожидающих начала операции вид-партнеров, скорректируем последовательности продолжающих ожидание индивидуальных номеров:

$$NZ1_{ki}(t_1) = NZ1_{ki}(t_1) / \Psi_{n \in N_k^*}\{n; (1 - y_{kn}^{(-NП)}(t_1)) = 1; SP_{kn}(t_1) = i; NO_{kn}(t_1) = Z1\};$$
$$NZ2_{ki}(t_1) = NZ2_{ki}(t_1) / \Psi_{n \in N_k^*}\{n; (1 - y_{kn}^{(-NП)}(t_1)) = 1; SP_{kn}(t_1) = i; NO_{kn}(t_1) = Z2\}.$$

Такая корректировка будет осуществляться при надобности до завершения определения текущих характеристик емкостей и подач.

Запишем условие следующего варианта:

$$a_{knm}^{(2)}(t_1) \cdot y_{knm}^{(+p)}(t_0) \cdot (1 - y_{kn}^{(2)}(t_1)) = 1 \wedge R\{y_{k_1 n_1}^{(10)}(t_1); vid_{kn}(t_0), NП_{kn}(t_0)\} = 0.$$

Условие читается следующим образом: *knm*-я емкость в момент t_1 полностью завершила разгрузку, однако для всей *kn*-й подачи (склада) операция не завершена. Не завершена она и для вид-партнера *kn*-й подачи. В этом случае все текущие характеристики емкости (тип отгруженного груза, номер емкости-партнера, объем емкости) будут нулевыми, а характеристики подачи останутся прежними (номер операции, вид партнера, специализация подачи по типам груза, индивидуальный номер вид-партнера). Директивные характеристики варианта останутся прежними:

$$NO_{kn}(t_1) = NO_{kn}(t_0); ГР_{knm}(t_1) = 0; vid_{kn}(t_1) = vid_{kn}(t_0); SP_{kn}(t_1) = SP_{kn}(t_0);$$
$$NП_{kn}(t_1) = NП_{kn}(t_0); NП^*_{knm}(t_1) = 0; V_{knm}(t_1) = 0;$$
$$DIR\{O_{kn}(Z1,Z2); ГР_{knm}(Z1,Z2); vid_{kn}(Z1,Z2); SP_{kn}(Z1,Z2); V_{knm}(Z1,Z2);$$
$$q^*_{kn}(Z1,Z2)\}(t_1) = DIR\{O_{kn}(Z1,Z2,); ГР_{knm}(Z1,Z2); vid_{kn}(Z1,Z2); SP_{kn}(Z1,$$
$$Z2); V_{knm}(Z1,Z2); q^*_{kn}(Z1,Z2)\}(t_0);$$
$$A^{(2)}_{kn}(t_1) = A^{(2)}_{kn}(t_0) + \sum_{m=1}^{M_{kn}} \delta[V_{knm}(t_1),0]; A^{(10)}_{kn}(t_1) = 0;$$
$$y^{(2)}_{kn}(t_1) = \delta[A^{(2)}_{kn}(t_1), M_{kn}]; y^{(10)}_{kn}(t_1) = 0.$$

Изменим условие предыдущего варианта на следующее:

$$a^{(2)}_{knm}(t_1) \cdot y^{(+p)}_{knm}(t_0) \cdot (1 - y^{(2)}_{kn}(t_1)) = 1 \wedge R\{y^{(10)}_{k_1n_1}(t_1); vid_{kn}(t_0), NП_{kn}(t_0)\} = 1.$$

Это тот случай, когда kn-я подача завершила разгрузку частично, а вид-партнер — загрузился полностью. Вариант описывает перегрузку грузов со складских емкостей на судно в количестве одной судовой партии или на ж/д вагоны. При этом директивные тип и объем отсутствующих у вид-партнера грузов имеют нулевые значения. Оставшиеся объемы недоразгруженных грузов или совсем неразгруженные типы грузов, входящие в специализацию kn-й подачи должны будут доразгружаться в следующий аналогичный вид-партнер. При этом номер (подача) нового вид-партнера выбирается из номеров, в специализацию которых не входят уже разгруженные kn-й подачей типы грузов. Текущие характеристики недоразгруженной kn-й подачи и разгруженной knm-й емкости в момент t_1 будут такими

$$NO_{kn}(t_1) = Z1; ГР_{knm}(t_1) = NП^*_{knm}(t_1) = V_{knm}(t_1) = 0; vid_{kn}(t_1) = vid_{kn}(t_0);$$
$$SP_{kn}(t_1) = SP_{kn}(t_0); NП_{kn}(t_1) = P\{R\{NZ1_{ki}(t_1), k, SP_{kn}(t_1)\}, R\{NZ2_{k_1i}(t_1),$$
$$vid_{kn}(t_1), SP_{kn}(t_1) / \bigcup_m (ГР_{knm}(t_1) \cdot \delta[V_{knm}(t_1),0])\}, n\}.$$

Рассмотрим подварианты неполного завершения операции разгрузки knm-й емкости по причине переполнения емкости-партнера:

$$a^{(2)}_{knm}(t_1) \cdot y^{(-p)}_{knm}(t_0) = 1 \wedge R\{y^{(10)}_{k_1n_1}(t_1); vid_{kn}(t_0), NП_{kn}(t_0)\} = 0.$$

Это случай — когда вид-партнер также не загрузился полностью.

В этом случае объем knm-й емкости уменьшится на резервный объем емкости-партнера, а новый номер емкости-партнера, возможно, будет найден (если такой имеется в наличии у вид-партнера) с помощью оператора поиска Ψ. Все остальные текущие и директивные характеристики емкости и всей подачи будут иметь прежние значения.

Следующий подвариант имеет вид

$$a_{knm}^{(2)}(t_1)\cdot y_{knm}^{(-p)}(t_0)=1\wedge R\{y_{k_1n_1}^{(10)}(t_1);vid_{kn}(t_0),N\Pi_{kn}(t_0)\}=1.$$

В этом подварианте knm-я емкость не завершила разгрузки из-за переполнения емкости-партнера, а вид-партнер завершил свою погрузку.

Для того, чтобы продолжилась разгрузка kn-й подачи, нужно с помощью соответствующей формулы отыскать аналогичного вид-партнера, готового к операции погрузки грузов специализации $SP_{kn}(t_1)$.

Текущие характеристики knm-й емкости и kn-й подачи будут такими:

$$NO_{kn}(t_1)=NO_{kn}(t_0);\Gamma P_{knm}(t_1)=\Gamma P_{knm}(t_0);vid_{kn}(t_1)=vid_{kn}(t_0);SP_{kn}(t_1)=$$
$$SP_{kn}(t_0);N\Pi_{kn}(t_1)=P\{R\{NZ1_{ki}(t_1),k,SP_{kn}(t_1)\},R\{NZ2_{k_1i}(t_1);$$
$$vid_{kn}(t_1),SP_{kn}(t_1)\},n\};$$
$$N\Pi_{knm}^{*}(t_1)=\Psi\{m_1;k_1=vid_{kn}(t_1);n_1=N\Pi_{kn}(t_1);NO_{k_1n_1}(t_1)=Z2;\Gamma P_{k_1n_1m_1}(t_1)=$$
$$\Gamma P_{knm}(t_1)\}\vee 0;V_{knm}(t_1)=V_{knm}(t_0)-R\{(DIRv_{k_1n_1m_1}(Z2,t_0)-V_{k_1n_1m_1}(t_0));$$
$$vid_{kn}(t_1),N\Pi_{kn}(t_1),N\Pi_{knm}^{*}(t_0)\}.$$

Директивные характеристики емкости и подачи будут прежними.

Введем индикатор прямого варианта перегрузки между ТС:

$$q_{kn}(t_1)=DIRq_{kn}^{*}(NO_{kn}(t_1),t_1).$$

Запишем условие следующего варианта, в словесной форме выражаемое следующим образом: knm-я емкость k-го ТС ($k\neq 3$) успешно, т.е. полностью завершила разгрузку одновременно с завершением разгрузки всей подачи. Директивой предусмотрена дальнейшая погрузка подачи:

$$a_{knm}^{(2)}(t_1)\cdot y_{knm}^{(+p)}(t_0)\cdot y_{kn}^{(2)}(t_1)\cdot(1-y_{kn}^{(-Z2)}(t_0))=1.$$

Значения текущих и директивных характеристик будут вычисляться так:

$$NO_{kn}(t_1)=DIRO_{kn}(Z2,t_0)=Z2; ГP_{knm}(t_1)=DIRГP_{knm}(Z2,t_0);$$
$$vid_{kn}(t_1)=q_{kn}(Z2,t_0)\cdot DIRvid_{kn}(Z2,t_0)+(1-q_{kn}(Z2,t_0))\cdot 3;$$
$$SP_{kn}(t_1)=DIRSP_{kn}(Z2,t_0); NП_{kn}(t_1)=P\{R\{NZ2_{ki}(t_1);k,SP_{kn}(t_1)\},$$
$$R\{NZ1_{ki}(t_1);vid_{kn}(t_1),SP_{kn}(t_1)\},n\};$$
$$NП_{knm}^{*}(t_1)=\Psi\{m_1;k_1=vid_{kn}(t_1);n_1=NП_{kn}(t_1);NO_{k_1n_1}(t_1)=Z1;$$
$$ГP_{k_1n_1m_1}(t_1)=ГP_{knm}(t_1)\};V_{knm}(t_1)=0;A_{kn}^{(2)}(t_1)=A_{kn}^{(10)}(t_1)=y_{kn}^{(2)}(t_1)=$$
$$y_{kn}^{(10)}(t_1)=0; DIR\{O_{kn},ГP_{knm},vid_{kn},SP_{kn},V_{knm},q_{kn}^{*}\}(Z2,t_1)=$$
$$DIR\{O_{kn},ГP_{knm},vid_{kn},SP_{kn},V_{knm},q_{kn}^{*}\}(Z2,t_0).$$

Поясним полученные формулы. Речь идет о подаче ТС, завершившей разгрузку и готовой к директивно заданной погрузке. Поэтому видом операции будет погрузка, типом груза для *knm*-й емкости будет тип, директивно заданный по погрузке. Специализация всей подачи также будет директивно заданной. Что касается вид-партнера, то он будет в зависимости от значения директивы по прямому варианту погрузки либо директивно заданным, либо соответствующим складом. Для определения индивидуального номера вид-партнера используются оператор выборки членов двухиндексной последовательности и оператор сравнения двух последовательностей. Если *kn*-я подача находится среди номеров подач, готовых к погрузке и имеющих такую же специализацию, что и искомая подача, то с помощью оператора выборки в последовательности номеров подач с такой же специализацией грузов и готовых к противоположной операции, отыскиваются номера подач требуемого вида. А с помощью оператора сравнения последовательностей отыскивается индивидуальный номер (подача) вид-партнера, имеющий тот же порядковый номер в своей последовательности, что и *kn*-я подача — в своей. Для определения номера $NП_{knm}^{*}(t_1)$ емкости-партнера воспользуемся оператором поиска значения величины m_1, для которой выполняются необходимые равенства, причем каждая такая проверка сужает круг поиска: вначале отыскивается необходимый вид — партнер, затем индивидуальный номер вид-партнера, который должен перегружаться по противоположной операции, и, наконец, идентичный по типу груза номер емкости-партнера. Объем готовой начать погрузку емкости равен нулю. Директивные характеристики определены лишь для случая операции погрузки.

Рассмотрим вариант завершения разгрузки складом ($k = 3$):

$$a_{3nm}^{(2)}(t_1) \cdot y_{3nm}^{(+p)}(t_0) \cdot y_{3n}^{(2)}(t_1) = 1.$$

Напомним, что в модельном варианте каждая складская емкость предназначена для одного и того же типа груза, аналогично, каждый склад имеет постоянную специализацию грузов. Определим характеристики склада на момент t_1:

$$NO_{3n}(t_1) = Z2; ГP_{3nm}(t_1) = ГP_{3nm}(t_0); vid_{3n}(t_1) = \Psi\{k_1; DIRO_{k_1 n_1}(Z1, t_0) = Z1;$$
$$DIRq^*_{k_1 n_1}(Z1, t_0) = 0; y_{k_1 n_1}(t_1) = 1; DIRSP_{k_1 n_1}(Z1, t_0) = SP_{3n}(t_1)\};$$
$$SP_{3n}(t_1) = SP_{5n}; NП_{3n}(t_1) = P\{R\{NZ2_{3i}(t_1), 3, SP_{3n}(t_1)\}, R\{NZ1_{k_1 l}(t_1), vid_{3n}(t_1),$$
$$SP_{3n}(t_1)\}, n\}; NП^*_{3nm}(t_1) = \Psi\{m_1; k_1 = vid_{3n}(t_1); n_1 = NП_{3n}(t_1); NO_{k_1 n_1}(t_1) = Z1;$$
$$ГP_{k_1 n_1 m_1}(t_1) = ГP_{3nm}(t_1)\}; V_{3nm}(t_1) = 0;$$
$$A_{3n}^{(2)}(t_1) = A_{3n}^{(10)}(t_1) = 0; y_{3n}^{(2)}(t_1) = y_{3n}^{(10)}(t_1) = 0; y_{3n}(t_1) = 1;$$

Поскольку для складов не предусмотрены директивы, вид-партнер для $3n$-го склада выбирается с помощью оператора поиска Ψ, он должен удовлетворять требованиям: противоположности операции, отсутствия директивы на прямой вариант перегрузки, вид-партнер должен быть в ожидании начала операции, его специализация должна соответствовать специализации данного склада. Что касается остальных автоматов данного блока, как-то номеров вид-партнеров и емкостей-партнеров, их формулы подробно пояснялись выше. Индикатор $y_{3n}(t_1)$ ожидания начала следующей рабочей операции $3n$-м складом станет равным единице.

Следующий вариант задан таким условием:

$$a_{knm}^{(2)}(t_1) \cdot y_{knm}^{(+p)}(t_0) \cdot y_{kn}^{(2)}(t_1) \cdot y_{kn}^{(-Z2)}(t_0) + a_{knm}^{(10)}(t_1) \cdot y_{knm}^{(+n)}(t_0) \cdot y_{kn}^{(10)}(t_1) = 1;$$
$$(k \neq 3).$$

Читается запись, как условие полного завершения разгрузки и для knm-й емкости, и для всей подачи в целом без директивы на дальнейшую погрузку этого ТС, либо как условие полного завершения погрузки kn-й подачи. В этом случае все текущие характеристики емкости и подачи приравниваются к (–1):

$$NO_{kn}(t_1) = ГР_{knm}(t_1) = vid_{kn}(t_1) = SP_{kn}(t_1) = НП_{kn}(t_1) = НП^*_{knm}(t_1) = V_{knm}(t_1) = -1.$$

Подразумевается, что в момент t_1 в этом случае kn-е ТС покидает систему, что сразу же фиксируется корректировкой последовательности $N_k(t_1)$ индивидуальных номеров (подач) k-го ТС, находящихся в Порту:

$$N_k(t_1) = N_k(t_1) / \Psi\{n; NO_{kn}(t_1) = -1\}.$$

Для $k = 3$ вариант полного завершения погрузки kn-го склада запишется в виде следующего равенства:

$$a^{(10)}_{3nm}(t_1) \cdot y^{(+n)}_{3nm}(t_0) \cdot y^{(10)}_{3n}(t_1) = 1.$$

Значения текущих характеристик $3n$-го склада и его емкостей будут вичисляться по формулам:

$$NO_{3n}(t_1) = Z1; ГР_{3nm}(t_1) = ГР_{3nm}(t_0); vid_{3n}(t_1) = \Psi\{k_1; DIRO_{k_1n_1}(Z2, t_0) = Z2;$$
$$DIRq^*_{k_1n_1}(Z2, t_0) = 0; y_{k_1n_1}(t_1) = 1; DIRSP_{k_1n_1}(Z2, t_0) = SP_{3n}(t_0)\}; SP_{3n}(t_1) = SP_{3n}(t_0);$$
$$НП_{3n}(t_1) = P\{R\{NZ1_{3i}(t_1), 3, SP_{3n}(t_1)\}, R\{NZ2_{k_1l}(t_1), vid_{3n}(t_1), SP_{3n}(t_1)\}, n\};$$
$$НП^*_{3nm}(t_1) = \Psi\{m_1; k_1 = vid_{3n}(t_1); n_1 = НП_{3n}(t_1); NO_{k_1n_1}(t_1) = Z2; ГР_{k_1n_1m_1}(t_1) =$$
$$= ГР_{3nm}(t_1)\};$$
$$V_{3nm}(t_1) = DIRv^0_{3nm}; A^{(2)}_{3n}(t_1) = A^{(10)}_{3n}(t_1) = 0; y^{(2)}_{3n}(t_1) = y^{(10)}_{3n}(t_1) = 0;$$
$$y_{3n}(t_1) = 1.$$

Формулы данного варианта не нуждаются в пояснениях, поскольку положенный в их основу подход был подробно разъяснен в предыдущих вариантах.

Пусть в момент t_1 полностью завершилась погрузка knm-й емкости, но не завершилась погрузка всей kn-й подачи и разгрузка вид-партнера:

$$a^{(10)}_{knm}(t_1) \cdot y^{(+n)}_{knm}(t_0) \cdot (1 - y^{(10)}_{kn}(t_1)) = 1 \wedge R\{y^{(2)}_{k_1n_1}(t_1); vid_{kn}(t_0), НП_{kn}(t_0)\} = 0.$$

В этом случае формулы текущих характеристик емкости будут определять номер емкости-партнера как нулевой, тип груза будет тем же, объем самой емкости будет равен директивно заданному (максимальное наполнение), а текущие характеристики всей подачи останутся без изменения:

$$NO_{kn}(t_1)=NO_{kn}(t_0);\Gamma P_{knm}(t_1)=\Gamma P_{knm}(t_0);vid_{kn}(t_1)=vid_{kn}(t_0);SP_{kn}(t_1)=$$
$$=SP_{kn}(t_0);N\Pi_{kn}(t_1)=N\Pi_{kn}(t_0);N\Pi^*_{knm}(t_1)=0;V_{knm}(t_1)=DIRv_{knm}(Z2,t_0);$$
$$A^{(2)}_{kn}(t_1)=0;A^{(10)}_{kn}(t_1)=A^{(10)}_{kn}(t_0)+\sum_1^m\delta[a^{(10)}_{knm}(t_1)\cdot y^{(+n)}_{knm}(t_0),1];$$
$$y^{(2)}_{kn}(t_1)=y^{(10)}_{kn}(t_1)=0.$$

Директивные характеристики для данного варианта остаются без изменения.

Рассмотрим вариант

$$a^{(10)}_{knm}(t_1)\cdot y^{(+n)}_{knm}(t_0)\cdot(1-y^{(10)}_{kn}(t_1))=1\wedge R\{y^{(2)}_{k_1n_1}(t_1);vid_{kn}(t_0),N\Pi_{kn}(t_0)\}=1.$$

Это — случай незавершенности погрузки kn-й подачи и полного завершения разгрузки ее вид-партнера в момент t_1. Завершение погрузки подачи начнется при условии отыскания аналогичного вид-партнера, готового к разгрузке грузов $SP_{kn}(t_1)$-й специализации:

$$NO_{kn}(t_1)=NO_{kn}(t_0);\Gamma P_{knm}(t_1)=\Gamma P_{knm}(t_0);vid_{kn}(t_1)=vid_{kn}(t_0);SP_{kn}(t_1)=$$
$$SP_{kn}(t_0);N\Pi_{kn}(t_1)=P\{R\{NZ2_{ki}(t_1);k,SP_{kn}(t_1)\},R\{NZ1_{k_1i}(t_1);vid_{kn}(t_1),$$
$$SP_{kn}(t_1)\},n\};N\Pi^*_{knm}(t_1)=0;V_{knm}(t_1)=DIRv_{knm}(Z2,t_0).$$

Директивные характеристики остаются без изменения.

Рассмотрим случай неполного завершения погрузки knm-й емкости по причине недостатка груза в емкости-партнере (вид-партнер также не завершил свою разгрузку):

$$a^{(10)}_{knm}(t_1)\cdot y^{(-n)}_{knm}(t_0)=1\wedge R\{y^{(2)}_{k_1n_1}(t_1);vid_{kn}(t_0),N\Pi_{kn}(t_0)\}=0.$$

В этом случае без изменения останутся все характеристики, кроме объема емкости, увеличившегося только на величину имеющегося резерва в емкости-партнере, а новый номер емкости-партнера с помощью оператора поиска Ψ отыщется, как номер того же вид-партнера, готовый догрузить knm-ю емкость, в противном случае он будет нулевым:

$NO_{kn}(t_1) = NO_{kn}(t_0); ГР_{knm}(t_1) = ГР_{knm}(t_0); vid_{kn}(t_1) = vid_{kn}(t_0); SP_{kn}(t_1) =$
$SP_{kn}(t_0); НП_{kn}(t_1) = НП_{kn}(t_0); НП^*_{knm}(t_1) = \Psi\{m_1; k_1 = vid_{kn}(t_1); n_1 = НП_{kn}(t_1);$
$NO_{k_1n_1}(t_1) = Z1; ГР_{k_1n_1m_1}(t_1) = ГР_{knm}(t_1)\} \vee 0; V_{knm}(t_1) = V_{knm}(t_0) + R\{V_{k_1n_1m_1}(t_0);$
$vid_{kn}(t_1), НП_{kn}(t_1), НП^*_{knm}(t_0)\}.$

Условие следующего варианта будет таким

$$a^{(10)}_{knm}(t_1) \cdot y^{(-n)}_{knm}(t_0) = 1 \wedge R\{y^{(2)}_{k_1n_1}(t_1); vid_{kn}(t_0); НП_{kn}(t_0)\} = 1.$$

В этом случае недогрузилась *knm*-я емкость, а вид-партнер полностью разгрузился. Догрузка начнется при условии отыскания ТС-партнера того же вида и той же специализации, готового к операции разгрузки в качестве вид-партнера *kn*-й подачи:

$NO_{kn}(t_1) = NO_{kn}(t_0); ГР_{knm}(t_1) = ГР_{knm}(t_0); vid_{kn}(t_1) = vid_{kn}(t_0); SP_{kn}(t_1) =$
$= SP_{kn}(t_0); НП_{kn}(t_1) = P\{R\{NZ2_{ki}(t_1); k, SP_{kn}(t_1)\}, R\{NZ1_{k_1i}(t_1); vid_{kn}(t_1),$
$SP_{kn}(t_1)\}, n\}; НП^*_{knm}(t_1) = \Psi(m_1; k_1 = vid_{kn}(t_1); n_1 = НП_{kn}(t_1); NO_{k_1n_1}(t_1) = Z1;$
$ГР_{k_1n_1m_1}(t_1) = ГР_{knm}(t_1)\} \vee 0; V_{knm}(t_1) = V_{knm}(t_0) + R\{V_{k_1n_1m_1}(t_0); vid_{kn}(t_1),$
$НП_{kn}(t_0), НП^*_{knm}(t_0)\}.$

Характеристики степени завершенности операции и директивные характеристики вычисляются так же, как в предыдущем варианте.

Последний вариант перевычисления текущих и директивных характеристик подач ТС и их емкостей реализуется в случае поступления на вход системы очередной подачи *k*-го ТС и присвоения ей индивидуального номера, большего на единицу уже существующего в системе максимального номера *k*-й подачи:

$$\delta[t_k(t_1), 0] = 1 \wedge n = N + 1.$$

В этом случае директивные характеристики реализуются, как очередные значения случайных последовательностей. Запишем подробно соответствующие формулы (по разгрузке и погрузке отдельно):

$$DIRO_{kn}(Z1, t_1) = \xi Z1_{kn}(t_1); DIRO_{kn}(Z2, t_1) = \xi Z2_{kn}(t_1);$$
$$DIRГР_{knm}(Z1, t_1) = \xi ГР1_{knm}(t_1); DIRГР_{knm}(Z2, t_1) = \xi ГР2_{knm}(t_1);$$
$$DIRvid_{kn}(Z1, t_1) = \xi vid1_{kn}(t_1); DIRvid_{kn}(Z2, t_1) = \xi vid2_{kn}(t_1);$$
$$DIRSP_{kn}(Z1, t_1) = \xi SP1_{kn}(t_1); DIRSP_{kn}(Z2, t_1) = \xi SP2_{kn}(t_1);$$
$$DIRv_{knm}(Z1, t_1) = \xi V1_{knm}(t_1); DIRv_{knm}(Z2, t_1) = \xi V2_{knm}(t_1);$$
$$DIRq^*_{kn}(Z1, t_1) = \xi q1_{kn}(t_1); DIRq^*_{kn}(Z2, t_1) = \xi q2_{kn}(t_1).$$

Текущим характеристикам n-й ($n = N+1$) подачи k-го ТС и $k(N+1)m$-й емкости в момент t_1 будут присвоены значения только что полученных директивных характеристик, а индивидуальные номера вид-партнера и емкости-партнера определятся с помощью модельных операторов:

$$NO_{kn}(t_1) = (1 - y_{kn}^{(-Z1)}(t_1)) \cdot Z1 + y_{kn}^{(-Z1)}(t_1) \cdot (1 - y_{kn}^{(-Z2)}(t_1)) \cdot Z2;$$
$$ГP_{knm}(t_1) = DIRГP_{knm}(NO_{kn}(t_1), t_1); q_{kn}(t_1) = DIRq_{kn}^{*}(NO_{kn}(t_1), t_1);$$
$$vid_{kn}(t_1) = [q_{kn}(t_1) \cdot DIRvid_{kn}(NO_{kn}(t_1), t_1) + (1 - q_{kn}(t_1)) \cdot 3];$$
$$SP_{kn}(t_1) = DIRSP_{kn}(NO_{kn}(t_1), t_1); V_{knm}(t_1) = (1 - y_{kn}^{(-Z1)}(t_1)) \cdot DIRv_{knm}(Z1, t_1) +$$
$$+ y_{kn}^{(-Z1)}(t_1) \cdot (1 - y_{kn}^{(-Z2)}(t_1)) \cdot 0;$$
$$NП_{kn}(t_1) = (1 - y_{kn}^{(-Z1)}(t_1)) \cdot P\{R\{NZ1_{ki}(t_1), k, SP_{kn}(t_1)\}, R\{NZ2_{k_1 i}(t_1),$$
$$vid_{kn}(t_1), SP_{kn}(t_1)\}, n\} + y_{kn}^{(-Z1)}(t_1) \cdot (1 - y_{kn}^{(-Z2)}(t_1)) \cdot P\{R\{NZ2_{ki}(t_1), k, SP_{kn}(t_1)\},$$
$$R\{NZ1_{k_1 i}(t_1), vid_{kn}(t_1), SP_{kn}(t_1)\}, n\};$$
$$NП_{knm}^{*}(t_1) = \Psi\{m_1; k_1 = vid_{kn}(t_1); n_1 = NП_{kn}(t_1); NO_{k_1 n_1}(t_1) = \delta[NO_{kn}(t_1), Z1] \cdot$$
$$\cdot Z2 + \delta[NO_{kn}(t_1), Z2] \cdot Z1; ГP_{k_1 n_1 m_1}(t_1) = ГP_{knm}(t_1)\} \vee 0;$$
$$A_{kn}^{(2)}(t_1) = A_{kn}^{(10)}(t_1) = 0.$$

В свое время по мере надобности мы уже определили некоторые остаточные времена на момент t_1. Нами определены остаточное время пребывания емкости в состоянии поломки, в состоянии непогоды. Приведем автомат остаточного времени пребывания емкости в состоянии разгрузки:

$$C_{knm}^{(1)}(t_1) = [a_{knm}^{(1)}(t_1) + a_{knm}^{(2)}(t_1) \cdot y_{knm}^{(-p)}(t_0) \cdot y_{knm}^{(-NП*)}(t_1) + (1 - y_{kn}^{(-Z1)}(t_1)) \cdot (1 -$$
$$- y_{kn}(t_1)) \cdot (a_{knm}^{(3)}(t_1) + a_{knm}^{(4)}(t_1))] \cdot (C_{knm}^{(1)}(t_0) - X(t_1)) + a_{knm}^{(2)}(t_1) \cdot y_{knm}^{(-p)}(t_0) \cdot (1 -$$
$$- y_{knm}^{(-NП*)}(t_1)) \cdot \min\{V_{knm}(t_1), R\{DIRv_{k_1 n_1 m_1}(Z2, t_1) - V_{k_1 n_1 m_1}(t_1); vid_{kn}(t_1),$$
$$NП_{kn}(t_1), NП_{knm}^{*}(t_1)\}\} \div R\{NR_{kj}(t_1), k, ГP_{knm}(t_1)\} + [a_{knm}^{(2)}(t_1) y_{knm}^{(+p)}(t_0) + a_{knm}^{(7)}(t_1) +$$
$$+ a_{knm}^{(10)}(t_1) + y_{kn}^{(-Z1)}(t_1) \cdot (a_{knm}^{(3)}(t_1) + a_{knm}^{(4)}(t_1) + a_{knm}^{(5)}(t_1) + a_{knm}^{(6)}(t_1) + a_{knm}^{(8)}(t_1) +$$
$$+ a_{knm}^{(9)}(t_1))] \cdot 0 + (1 - y_{kn}^{(-Z1)}(t_1)) \cdot \{(1 - y_{kn}(t_1)) \cdot (a_{knm}^{(5)}(t_1) + a_{knm}^{(6)}(t_1) + a_{knm}^{(8)}(t_1) +$$
$$+ a_{knm}^{(9)}(t_1)) \cdot C_{knm}^{(1)}(t_0) + y_{kn}(t_1) \cdot [a_{knm}^{(3)}(t_1) + a_{knm}^{(4)}(t_1) + a_{knm}^{(5)}(t_1) + a_{knm}^{(6)}(t_1) +$$
$$+ a_{knm}^{(8)}(t_1) + a_{knm}^{(9)}(t_1)] \cdot \min\{DIRv_{knm}(Z1, t_1); R\{DIRv_{k_1 n_1 m_1}(Z2, t_1) - V_{k_1 n_1 m_1}(t_1);$$
$$vid_{kn}(t_1), NП_{kn}(t_1), NП_{knm}^{*}(t_1)\}\} \div R\{NP_{k_1 j}(t_1), vid_{kn}(t_1), ГP_{knm}(t_1)\}\}.$$

Прочтем этот функционал. Если на момент t_1 knm-я емкость будет продолжать оставаться в состоянии разгрузки, либо разгрузка завершится неполностью из-за переполнения емкости-партнера и новой емкости-партнера не будет предоставлено, а также если разгрузка прервется, новое остаточное время разгрузки будет равно предыдущему, уменьшенному на длину узлового интервала. Если разгрузка завершится неполностью из-за переполнения емкости-партнера и тут же будет предоставлена новая емкость-партнер, новое остаточное время разгрузки knm-й емкости будет рассчитано как частное от деления минимума между недоразгруженным объемом емкости и резервным объемом емкости-партнера на норму разгрузки, т.е. будет вычислено как сталийное время доразгрузки. Если разгрузка емкости завершилась полностью в текущий узловой момент, либо если она завершилась раньше и емкость будет в погрузочном состоянии или во всех вариантах прерывания погрузки, остаточное время разгрузки будет нулевым. Если в момент t_1 емкость будет продолжать пребывать в одном из простойных состояний, прерывающих разгрузку, остаточное разгрузочное время останется прежним. Под всеми видами простойных времен имеются в виду наступление, продолжение и завершение состояний поломки и простоя. И, наконец, для емкости, пребывающей в одном из простойных состояний перед началом разгрузки, остаточное время ее разгрузки будет вычислено как сталийное время путем деления минимума между директивным объемом разгружаемой емкости и резервным объемом емкости-партнера — на норму погрузки груза.

Приведем функционал для перевычисления состояния автомата $C^{(2)}_{knm}(t_1)$ —остаточного времени пребывания емкости в состоянии погрузки:

$$\begin{aligned}
&C^{(2)}_{knm}(t_1)=[a^{(7)}_{knm}(t_1)+a^{(10)}_{knm}(t_1)\cdot y^{(-n)}_{knm}(t_0)\cdot y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1)+(1-y^{(-Z2)}_{kn}(t_1))\cdot(1-\\
&-y_{kn}(t_1))\cdot(a^{(3)}_{knm}(t_1)+a^{(4)}_{knm}(t_1))]\cdot(C^{(2)}_{knm}(t_0)-X(t_1))+a^{(10)}_{knm}(t_1)\cdot y^{(-n)}_{knm}(t_0)\cdot(1-\\
&-y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1))\cdot\min\{DIRv_{knm}(Z2,t_1)-V_{knm}(t_1);R\{V_{k_1n_1m_1}(t_1);vid_{kn}(t_1),NП_{kn}(t_1),\\
&NП^*_{knm}(t_1)\}\}\div R\{NR_{k_1j}(t_1),vid_{kn}(t_1),ГP_{knm}(t_1)\}+[a^{(10)}_{knm}(t_1)\cdot y^{(+n)}_{knm}(t_0)+\\
&+a^{(1)}_{knm}(t_1)+y^{(-Z2)}_{kn}(t_1)\cdot(a^{(2)}_{knm}(t_1)+a^{(3)}_{knm}(t_1)+a^{(4)}_{knm}(t_1)+a^{(5)}_{knm}(t_1)+a^{(6)}_{knm}(t_1)+\\
&+a^{(8)}_{knm}(t_1)+a^{(9)}_{knm}(t_1)]\cdot 0+(1-y^{(-Z2)}_{kn}(t_1))\cdot\{(1-y_{kn}(t_1))\cdot(a^{(5)}_{knm}(t_1)+a^{(6)}_{knm}(t_1)+\\
&+a^{(8)}_{knm}(t_1)+a^{(9)}_{knm}(t_1))\cdot C^{(2)}_{knm}(t_0))+y_{kn}(t_1)\cdot[a^{(2)}_{knm}(t_1)+a^{(3)}_{knm}(t_1)+a^{(4)}_{knm}(t_1)+\\
&+a^{(5)}_{knm}(t_1)+a^{(6)}_{knm}(t_1)+a^{(8)}_{knm}(t_1)+a^{(9)}_{knm}(t_1)]\cdot\min\{DIRv_{knm}(Z2,t_1);R\{V_{k_1n_1m_1}(t_1);\\
&vid_{kn}(t_1),NП_{kn}(t_1),NП^*_{knm}(t_1)\}\}\div R\{NR_{k_1j}(t_1),vid_{kn}(t_1),ГP_{knm}(t_1)\}\}.
\end{aligned}$$

Правая часть функционала перевычисления состояния автомата $C^{(2)}_{knm}(t_1)$ —остаточного времени погрузки *knm*-й емкости – представляет собой сумму, каждое слагаемое которой является произведением двоичных индикаторов, при единичном значении реализующих конкретную ситуацию для емкости, на вычисляемое адекватно данному условию значение искомого автомата. Все слагаемые являются, как видим, взаимоисключающими, а все перечисленные условия вариантов в совокупности составляют тождественно истинное высказывание. Перечислим возможные варианты. Если емкость в момент t_1 продолжает загружаться, либо погрузка прерывается, то значение автомата остаточного времени погрузки *knm*-й емкости будет уменьшено на величину текущего узлового интервала $X(t_1)$. Если погрузка завершилась неполностью из-за нехватки груза в емкости-партнере и нашлась новая емкость-партнер, остаточное время погрузки будет рассчитано как сталийное время догрузки и будет равно частному от деления минимума между резервным объемом *knm*-й емкости и объемом емкости-партнера на норму разгрузки партнера.

Если в момент t_1 емкость загрузилась полностью, а также если емкость разгружается, либо находится во всех вариантах прерывания разгрузки, тогда остаточное время погрузки будет нулевым. Если в момент t_1 емкость будет продолжать пребывать в одном из простойных состояний, прерывающих погрузку, остаточное время погрузки не изменится. И, наконец, для емкости, завершившей разгрузку и имеющей директиву на дальнейшую погрузку, либо находящейся в каком-либо простойном состоянии перед началом операции погрузки, остаточное время погрузки такой емкости будет рассчитано, как сталийное время, и будет равно частному от деления минимума между директивным объемом емкости и текущим объемом емкости-партнера (он может быть также директивным) на норму разгрузки партнера.

Введем обозначение двоичного индикатора $\gamma_{knm}(t)$, фиксирующего состояние простоя в ожидании дополнительной емкости-партнера $NП^*_{knm}(t)$ в случае незавершенности операции перегрузки. Договоримся о том, что *knm*-я емкость ожидает дополнительную емкость-партнера своего вид-партнера, либо соответствующую емкость следующего вид-партнера в течение промежутка времени $\Delta C^{(3*)}_{knm}$, по истечении которого должна появиться емкость-партнер, в противном случае будем операцию перегрузки для *knm*-й емкости считать завершенной. В экономической части модели будет учтен данный индикатор при расчете штрафных санкций.

$$1)\ \gamma_{knm}(t_1)=\frac{a^{(2)}_{knm}(t_1)\cdot y^{(-p)}_{knm}(t_0)\cdot y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1)=1 \vee a^{(10)}_{knm}(t_1)\cdot y^{(-n)}_{knm}(t_0)\cdot y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1)=1}{1;};$$

$$2)\ \gamma_{knm}(t_1)=\begin{cases}1, \text{ если } & a^{(5)}_{knm}(t_1)\cdot\gamma_{knm}(t_0)=1,\\ 0, \text{ если } & a^{(5)}_{knm}(t_1)\cdot(1-\gamma_{knm}(t_0))=1;\end{cases}$$

$$3)\ \gamma_{knm}(t_1)=\frac{a^{(8)}_{knm}(t_1)\cdot\gamma_{knm}(t_0)\cdot y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1)=1}{1;};$$

$$4)\ \gamma_{knm}(t_1)=\frac{a^{(8)}_{knm}(t_1)\cdot\gamma_{knm}(t_0)\cdot(1-y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1))=1 \vee a^{(8)}_{knm}(t_1)\cdot(1-\gamma_{knm}(t_0))=1}{0;}.$$

Запишем формулу остаточного времени до появления ТС (склада), являющегося по крайней мере партнером по виду для kn-й подачи:

$$C^{(3^*)}_{kn}(t_1)=R\{t_{k_1}(t_1), vid_{kn}(t_1)\}.$$

Приведем функционал перевычисления остаточного времени пребывания емкости в состоянии простоя:

$$\begin{aligned}
&C^{(3)}_{knm}(t_1)=a^{(2)}_{knm}(t_1)\cdot y^{(+p)}_{knm}(t_0)\cdot\{(1-y^{(2)}_{kn}(t_1))\cdot\max_{m_1\neq m}\{C^{(1)}_{knm_1}(t_1)+C^{(4)}_{knm_1}(t_1)+\\
&+(1-\delta[C^{(3)}_{knm_1}(t_0),0])\cdot(C^{(3)}_{knm_1}(t_0)-X(t_1))\}+y^{(2)}_{kn}\cdot(1-y^{(-Z2)}_{kn}(t_1))\cdot[(1-y^{(-NП)}_{kn}(t_1))\cdot\\
&\cdot 0+y^{(-NП)}_{kn}(t_1)\cdot C^{(3^*)}_{kn}(t_1)]+y^{(2)}_{kn}(t_1)\cdot y^{(-Z2)}_{kn}(t_1)\cdot 0\}+a^{(2)}_{knm}(t_1)\cdot y^{(-p)}_{knm}(t_0)\cdot\{(1-\\
&-y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1))\cdot 0+y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1)\cdot\Delta C^{(3^*)}_{knm}(t_1)\}+(\sum_{s=1,7,3,6,9} a^{(s)}_{knm}(t_1)+a^{(8)}_{knm}(t_1)\cdot(1-\gamma_{knm}(t_1)\cdot\\
&\cdot 0+(a^{(4)}_{knm}(t_1)+a^{(8)}_{knm}(t_1)\cdot\gamma_{k\tilde{n}m}(t_1))\cdot\max\{y^*(t_1)\cdot OX(t_1);\\
&(1-y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1))\cdot R\{y^{(7^*)}_{k_1n_1m_1}(t_1)\cdot TREM_{k_1n_1m_1}(t_1); vid_{kn}(t_1), NП_{kn}(t_1), NП^*_{knm}(t_1)\};\\
&(1-y_{kn}(t_1))\cdot y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1)\cdot\Delta C^{(3^*)}_{knm}(t_1); y_{kn}(t_1)\cdot y^{(-NП)}_{kn}(t_1)\cdot C^{(3^*)}_{kn}(t_1)\}+a^{(5)}_{knm}(t_1)\cdot\\
&\max\{(1-y^{(6^*)}_{knm}(t_1))\cdot(C^{(6)}_{knm}(t_0)-X(t_1));(1-y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1))\cdot R\{(1-y^{(4^*)}_{k_1n_1m_1}(t_1))\cdot\\
&(C^{(4)}_{k_1n_1m_1}(t_0)-X(t_1)); vid_{kn}(t_1), NП_{kn}(t_1), NП^*_{knm}(t_1)\};[(1-y_{kn}(t_1))\cdot y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1)+\\
&y_{kn}(t_1)\cdot y^{(-NП)}_{kn}(t_1)]\cdot(C^{(3)}_{knm}(t_0)-X(t_1))\}+a^{(10)}_{knm}(t_1)\cdot\{y^{(+n)}_{knm}(t_0)\cdot[(1-y^{(10)}_{kn}(t_1))\cdot\\
&\max_{m_1\neq m}\{C^{(2)}_{knm_1}(t_1)+C^{(4)}_{knm_1}(t_1)+(1-\delta[C^{(3)}_{knm_1}(t_0),0])\cdot(C^{(3)}_{knm_1}(t_0)-X(t_1))\}+\\
&y^{(10)}_{kn}(t_1)\cdot 0]+y^{(-n)}_{knm}(t_0)\cdot[(1-y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1))\cdot 0+y^{(-NП^*)}_{knm}(t_1)\cdot\Delta C^{(3^*)}_{knm}(t_1)]\}.
\end{aligned}$$

Приведенная формула не требует особого пояснения и "читается" аналогично выше описанным остаточным состояниям перегрузок.

Остаточное время до наступления поломки *knm*-й емкости будет вычислено следующим образом:

$$C_{knm}^{(7)}(t_1) = y_{knm}^{(7*)}(t_1) \cdot \xi C_k^{(7)}(t_1) + (1 - y_{knm}^{(7*)}(t_1)) \cdot (C_{knm}^{(7)}(t_0) - X(t_1)).$$

Скорректируем некоторые состояния емкостей:

1) $\dfrac{a_{knm}^{(2)}(t_1) \cdot y_{knm}^{(+p)}(t_0) \cdot (1 - y_{kn}^{(2)}(t_1)) = 1 \vee a_{knm}^{(10)}(t_1) \cdot y_{knm}^{(+n)}(t_0) \cdot (1 - y_{kn}^{(10)}(t_1)) = 1 \rightarrow}{\rightarrow a_{knm}^{(4)}(t_1) = 1;};$

2) $\dfrac{a_{knm}^{(2)}(t_1) \cdot y_{kn}^{(2)}(t_1) \cdot (1 - y_{kn}^{(-Z2)}(t_1)) \cdot (1 - y_{kn}^{(-НП)}(t_1)) = 1 \rightarrow}{\rightarrow a_{knm}^{(7)}(t_1) = 1;};$

3) $\dfrac{a_{knm}^{(2)}(t_1) \cdot y_{kn}^{(2)}(t_1) \cdot (1 - y_{kn}^{(-Z2)}(t_1)) \cdot y_{kn}^{(-НП)}(t_1) = 1 \rightarrow}{\rightarrow a_{knm}^{(4)}(t_1) = 1;};$

4) $\dfrac{a_{knm}^{(2)}(t_1) \cdot y_{knm}^{(-p)}(t_0) \cdot (1 - y_{knm}^{(-НП*)}(t_1)) = 1 \rightarrow}{\rightarrow a_{knm}^{(1)}(t_1) = 1;};$

5) $\dfrac{a_{knm}^{(10)}(t_1) \cdot y_{knm}^{(-n)}(t_0) \cdot (1 - y_{knm}^{(-НП*)}(t_1)) = 1 \rightarrow}{\rightarrow a_{knm}^{(7)}(t_1) = 1;};$

6) $\dfrac{a_{knm}^{(8)}(t_1) \cdot y_{knm}^{(-НП*)}(t_1) = 1 \rightarrow}{\rightarrow a_{knm}^{(4)}(t_1) = 1.}.$

На этом завершается описание формул, определяющих состояние модулей-агрегатов "*kn*-я подача " и " *knm*-я емкость" в кажд узловой момент модельного времени. В следующем пункте перейдем к экономической части модели — к описанию функционирования автоматов агрегата цели.

2.7.6. Модуль-агрегат цели

2.7.6.1. Накапливающие автоматы

Введем обозначения состояний накапливающих автоматов:

$W_k^{(s)}(t)$ — накопленный к узловому моменту t штраф-*k*о вида ТС или склада за сверхнормативные простои вид-партнера *s*-го вида, ожидающего начала операции перегрузки, в пользу s-го вида ТС. В случае $k=5 \wedge s=4$ рассчитывается накопленный штраф Порта за простои судов перед пришвартовкой в пользу Судовладельца. Если $k=4 \wedge s=5$, это будет накопленный штраф Судовладельца в пользу Порта за простои свободных причалов.

$W_{k(пол)}^{(s)}(t)$ — накопленный к моменту t штраф k-го вид-партнера из-за его поломки (неготовности), ведущей к сверхнормативному простою s-го вид-партнера, в пользу s-го вида.

$ДП(t)$ — накопленный доход Порта от перегрузочных операций, за хранение грузов на складах и за участие в перевозке грузов водным путем.

$ПП(t)$ — накопленная прибыль Порта, включающая доходы и издержки Порта.

$Hv_{kj}^{(p)}(t)$ — накопленный объем j-го типа груза, разгруженного с k-го вида ТС к моменту t.

$Hv_{kj}^{(n)}(t)$ — накопленный объем j-го типа груза, погруженного на k-й вид ТС к моменту t.

$T^{(k)}(t)$ — накопленное кризисное простойное время емкостей k-го вида в ожидании начала операции перегрузки к моменту t.

$T_{пол}^{(k)}(t)$ — накопленное простойное время емкостей k-го вида из-за поломок (неготовности) вид-партнеров к моменту t.

Введем в модель фиксатор превышения верхней границы $\Delta ож_4^{(пр)}$ для накопленного времени ожидания судном $4n$ пришвартовки:

$$y_{4n}^{(W\ пр)}(t_1) = \delta[tож_{4n}^{(пр)}(t_1) \ge \Delta ож_4^{(пр)}].$$

Аналогично записывается фиксатор превышения верхней границы $\Delta ож_5^{(пр)}$ для накопленного времени ожидания причалом $5n$ пришвартовки судна:

$$y_{5n}^{(W\ пр)}(t_1) = \delta[tож_{5n}^{(пр)}(t_1) \ge \Delta ож_5^{(пр)}].$$

Введем фиксатор превышения верхней границы $\Delta ож_k$ для накопленного времени ожидания kn-м ТС (складом) начала соответствующей операции:

$$y_{kn}^{(W)}(t_1) = \delta[tож_{kn}(t_1) \ge \Delta ож_k].$$

Приведем формулы накопленных штрафов Порта и ТС за простои судов перед пришвартовкой или перед началом соответствующей операции перегрузки в пользу Судовладельца:

$$W_5^{(4)}(t_1)=W_5^{(4)}(t_0)+\sum_{n\in N_4} y^{(W\ np)}_{4n}(t_1)\cdot y_{4n}^{(-np)}(t_1)\cdot(t\text{ож}_{4n}^{(np)}(t_1)-t\text{ож}_{4n}^{(np)}(t_0))\cdot W_{5_4};$$

$$W_3^{(4)}(t_1)=W_3^{(4)}(t_0)+\sum_{n\in N_4} y_{4n}^{(W)}(t_1)\cdot(1-q_{4n}(t_1))\cdot y_{4n}^{(-NП)}(t_1)\cdot(t\text{ож}_{4n}(t_1)-$$

$$-t\text{ож}_{4n}(t_0))\cdot W_{3_4};$$

$$W_1^{(4)}(t_1)=W_1^{(4)}(t_0)+\sum_{n\in N_4} y_{4n}^{(W)}(t_1)\cdot q_{4n}(t_1)\cdot\delta[vid_{4n}(t_1),1]\cdot y_{4n}^{(-NП)}(t_1)\cdot(t\text{ож}_{4n}(t_1)-$$

$$-t\text{ож}_{4n}(t_0))\cdot W_{1_4};$$

$$W_2^{(4)}(t_1)=W_2^{(4)}(t_0)+\sum_{n\in N_4} y_{4n}^{(W)}(t_1)\cdot q_{4n}(t_1)\cdot\delta[vid_{4n}(t_1),2]\cdot y_{4n}^{(-NП)}(t_1)\cdot(t\text{ож}_{4n}(t_1)-$$

$$-t\text{ож}_{4n}(t_0))\cdot W_{2_4};$$

$$W_4^{(4)}(t_1)=W_4^{(4)}(t_0)+\sum_{n\in N_4} y_{4n}^{(W)}(t_1)\cdot q_{4n}(t_1)\cdot\delta[vid_{4n}(t_1),4]\cdot y_{4n}^{(-NП)}(t_1)\cdot(t\text{ож}_{4n}(t_1)-$$

$$-t\text{ож}_{4n}(t_0))\cdot W_{4_4};$$

Пусть $W_3^{(1)}(t_1)$ и $W_4^{(1)}(t_1)$ — накопленные штрафы Порта и Судовладельца соответственно в пользу Железной дороги за простои железнодорожных составов (подач) перед началом операции перегрузки, определяемые следующими формулами:

$$W_3^{(1)}(t_1)=W_3^{(1)}(t_0)+\sum_{n\in N_1} y_{1n}^{(W)}(t_1)\cdot(1-q_{1n}(t_1))\cdot y_{1n}^{(-NП)}(t_1)\cdot(t\text{ож}_{1n}(t_1)-$$

$$-t\text{ож}_{1n}(t_0))\cdot W_{3_1};$$

$$W_4^{(1)}(t_1)=W_4^{(1)}(t_0)+\sum_{n\in N_1} y_{1n}^{(W)}(t_1)\cdot q_{1n}(t_1)\cdot y_{1n}^{(-NП)}(t_1)\cdot(t\text{ож}_{1n}(t_1)-t\text{ож}_{1n}(t_0))\cdot W_{4_1}.$$

Последняя формула рассчитывает штраф в случае прямого варианта перегрузки.

Аналогично рассчитываются штрафы Порта и Судовладельца в пользу Автовладельца за простои автотранспортных средств перед началом операции перегрузки по непрямому (через склады) и прямому вариантам перегрузки соответственно:

$$W_3^{(2)}(t_1)=W_3^{(2)}(t_0)+\sum_{n\in N_2} y_{2n}^{(W)}(t_1)\cdot(1-q_{2n}(t_1))\cdot y_{2n}^{(-NП)}(t_1)\cdot(t\text{ож}_{2n}(t_1)-$$

$$-t\text{ож}_{2n}(t_0))\cdot W_{3_2};$$

$$W_4^{(2)}(t_1) = W_4^{(2)}(t_0) + \sum_{n \in N_2} y_{2n}^{(W)}(t_1) \cdot q_{2n}(t_1) \cdot y_{2n}^{(-NП)}(t_1) \cdot (tож_{2n}(t_1) -$$

$$- tож_{2n}(t_0)) \cdot W_{4_2}.$$

Приведем формулы накопленных штрафов Судовладельца, Железной дороги, Автовладельца за простои причалов перед пришвартовкой ожидаемого судна и складов перед началом соответствующей операции перегрузки — в пользу Порта:

$$W_4^{(5)}(t_1) = W_4^{(5)}(t_0) + \sum_{n \in N_5} y_{5n}^{(W\ np)}(t_1) \cdot y_{5n}^{(-NП)}(t_1) \cdot (tож_{5n}^{(np)}(t_1) - tож_{5n}^{(np)}(t_0)) \cdot W_{4_5};$$

$$W_4^{(3)}(t_1) = W_4^{(3)}(t_0) + \sum_{n \in N_3} y_{3n}^{(W)}(t_1) \cdot \delta[vid_{3n}(t_1), 4] \cdot y_{3n}^{(-NП)}(t_1) \cdot (tож_{3n}(t_1) -$$

$$- tож_{3n}(t_0)) \cdot W_{4_3};$$

$$W_1^{(3)}(t_1) = W_1^{(3)}(t_0) + \sum_{n \in N_3} y_{3n}^{(W)}(t_1) \cdot \delta[vid_{3n}(t_1), 1] \cdot y_{3n}^{(-NП)}(t_1) \cdot (tож_{3n}(t_1) -$$

$$- tож_{3n}(t_0)) \cdot W_{1_3};$$

$$W_2^{(3)}(t_1) = W_2^{(3)}(t_0) + \sum_{n \in N_3} y_{3n}^{(W)}(t_1) \cdot \delta[vid_{3n}(t_1), 2] \cdot y_{3n}^{(-NП)}(t_1) \cdot (tож_{3n}(t_1) -$$

$$- tож_{3n}(t_0)) \cdot W_{2_3};$$

Запишем формулы накопленных штрафов за поломку или неготовность железнодорожных, автомобильных ТС и складов Порта, ведущих в результате к сверхнормативным простоям судов — в пользу Судовладельца:

$$W_{1(пол)}^{(4)}(t_1) = W_{1(пол)}^{(4)}(t_0) + \sum_{n \in N_1} q_{1n}(t_1) \sum_{m=1}^{M_{1n}} (a_{1nm}^{(3)}(t_1) + a_{1nm}^{(6)}(t_1) + a_{1nm}^{(9)}(t_1)) \cdot$$

$$\cdot \Psi\{ \sum_{n_1 \in N_4} \sum_{m_1=1}^{M_{4n_1}} (C_{4n_1m_1}^{(3)}(t_0) - C_{4n_1m_1}^{(3)}(t_1)); vid_{4n_1}(t_1) = 1; NП_{4n_1}(t_1) = n;$$

$$NП_{4n_1m_1}^{*}(t_1) = m\} \cdot W_{1(пол)_4};$$

$$W_{2(пол)}^{(4)}(t_1) = W_{2(пол)}^{(4)}(t_0) + \sum_{n \in N_2} q_{2n}(t_1) \sum_{m=1}^{M_{2n}} (a_{2nm}^{(3)}(t_1) + a_{2nm}^{(6)}(t_1) + a_{2nm}^{(9)}(t_1)) \cdot$$

$$\cdot \Psi\{ \sum_{n_1 \in N_4} \sum_{m_1=1}^{M_{4n_1}} (C_{4n_1m_1}^{(3)}(t_0) - C_{4n_1m_1}^{(3)}(t_1)); vid_{4n_1}(t_1) = 2; NП_{4n_1}(t_1) = n;$$

$$NП_{4n_1m_1}^{*}(t_1) = m\} \cdot W_{2(пол)_4}.$$

Очевидно, что данные две формулы относятся к прямому варианту перегрузки грузов. Следующая формула отразит накопленный штраф Порта из-за поломки (неготовности) склада (складской техники), являющегося вид-партнером по перегрузке для судна — в пользу Судовладельца:

$$W^{(4)}_{3(пол)}(t_1) = W^{(4)}_{3(пол)}(t_0) + \sum_{n \in N_3} \sum_{m=1}^{M_{3n}} (a^{(3)}_{3nm}(t_1) + a^{(6)}_{3nm}(t_1) + a^{(9)}_{3nm}(t_1)) \cdot$$

$$\cdot \Psi\{ \sum_{n_1 \in N_4} (1 - q_{4n_1}(t_1)) \sum_{m_1=1}^{M_{4n_1}} (C^{(3)}_{4n_1m_1}(t_0) - C^{(3)}_{4n_1m_1}(t_1)); vid_{4n_1}(t_1) = 3;$$

$$N\varPi_{4n_1}(t_1) = n; N\varPi^{*}_{4n_1m_1}(t_1) = m\} \cdot W_{3(пол)_4}.$$

Приведем формулы накопленных штрафов: Судовладельца — из-за поломки (неготовности) судов при прямом варианте перегрузки, и Порта — из-за поломки (неготовности) складов Порта при непрямом варианте прегрузки грузов на ж/д вид ТС — в пользу Железной дороги:

$$W^{(1)}_{4(пол)}(t_1) = W^{(1)}_{4(пол)}(t_0) + \sum_{n \in N_4} q_{4n}(t_1) \sum_{m=1}^{M_{4n}} (a^{(3)}_{4nm}(t_1) + a^{(6)}_{4nm}(t_1) + a^{(9)}_{4nm}(t_1)) \cdot$$

$$\cdot \Psi\{ \sum_{n_1 \in N_1} \sum_{m_1=1}^{M_{1n_1}} (C^{(3)}_{1n_1m_1}(t_0) - C^{(3)}_{1n_1m_1}(t_1)); vid_{1n_1}(t_1) = 4; N\varPi_{1n_1}(t_1) = n;$$

$$N\varPi^{*}_{1n_1m_1}(t_1) = m\} \cdot W_{4(пол)_1};$$

$$W^{(1)}_{3(пол)}(t_1) = W^{(1)}_{3(пол)}(t_0) + \sum_{n \in N_3} \sum_{m=1}^{M_{3n}} (a^{(3)}_{3nm}(t_1) + a^{(6)}_{3nm}(t_1) + a^{(9)}_{3nm}(t_1)) \cdot$$

$$\cdot \Psi\{ \sum_{n_1 \in N_1} (1 - q_{1n_1}(t_1)) \sum_{m_1=1}^{M_{1n_1}} (C^{(3)}_{1n_1m_1}(t_0) - C^{(3)}_{1n_1m_1}(t_1)); vid_{1n_1}(t_1) = 3; N\varPi_{1n_1}(t_1) = n;$$

$$N\varPi^{*}_{1n_1m_1}(t_1) = m\} \cdot W_{3(пол)_1}.$$

Аналогично запишутся формулы накопленных штрафов Судовладельца из-за поломки (неготовности) судна и Порта из-за поломки (неготовности) склада или складской техники — в пользу Автовладельца, если автомобильный вид ТС является вид-партнером для судов или портовых складов:

$$W^{(2)}_{4(пол)}(t_1)=W^{(2)}_{4(пол)}(t_0)+\sum_{n\in N_4} q_{4n}(t_1)\sum_{m=1}^{M_{4n}}(a^{(3)}_{4nm}(t_1)+a^{(6)}_{4nm}(t_1)+a^{(9)}_{4nm}(t_1))\cdot$$

$$\cdot\Psi\{\sum_{n_1\in N_2}\sum_{m_1=1}^{M_{2n_1}}(C^{(3)}_{2n_1m_1}(t_0)-C^{(3)}_{2n_1m_1}(t_1)); vid_{2n_1}(t_1)=4; NП_{2n_1}(t_1)=n;$$

$$NП^*_{2n_1m_1}(t_1)=m\}\cdot W_{4(пол)_2};$$

$$W^{(2)}_{3(пол)}(t_1)=W^{(2)}_{3(пол)}(t_0)+\sum_{n\in N_3}\sum_{m=1}^{M_{3n}}(a^{(3)}_{3nm}(t_1)+a^{(6)}_{3nm}(t_1)+a^{(9)}_{3nm}(t_1))\cdot$$

$$\cdot\Psi\{\sum_{n_1\in N_2}(1-q_{2n_1}(t_1))\sum_{m_1=1}^{M_{2n_1}}(C^{(3)}_{2n_1m_1}(t_0)-C^{(3)}_{2n_1m_1}(t_1)); vid_{2n_1}(t_1)=3; NП_{2n_1}(t_1)=n;$$

$$NП^*_{2n_1m_1}(t_1)=m\}\cdot W_{3(пол)_2}.$$

Учет накопленных штрафов при перегрузке по непрямому варианту из-за поломок (неготовности) различных видов ТС — в пользу Порта можно зафиксировать с помощью следующей обобщенной формулы:

$$W^{(3)}_{s(пол)}(t_1)=W^{(3)}_{s(пол)}(t_0)+\sum_{n\in N_s}(1-q_{sn}(t_1))\sum_{m=1}^{M_{sn}}(a^{(3)}_{snm}(t_1)+a^{(6)}_{snm}(t_1)+a^{(9)}_{snm}(t_1))\cdot$$

$$\cdot\Psi\{\sum_{n_1\in N_3}\sum_{m_1=1}^{M_{3n_1}}(C^{(3)}_{3n_1m_1}(t_0)-C^{(3)}_{3n_1m_1}(t_1)); vid_{3n_1}(t_1)=s; NП_{3n_1}(t_1)=n;$$

$$NП^*_{3n_1m_1}(t_1)=m\}\cdot W_{s(пол)_3}.$$

Здесь $s=1\vee 2\vee 4$, другими словами, в данном случае вместо трех формул приведена одна, обобщенная, формирующая накопление штрафов из-за поломки (неготовности) ж/д, автомобильного, речного (морского) видов ТС — в пользу Порта — в случае участия в перегрузке складов и складской техники (непрямой вариант перегрузки грузов).

Накопленный доход Порта от перегрузочных операций будет пересчитан с учетом прямого и непрямого вариантов перегрузки грузов, причем тариф $Tar^*_{k_1n_1j}(t_1)$ в непрямом варианте будет смешанным: это будет тариф и за перегрузочные операции, и за хранение грузов на складах Порта. Формула накопленного дохода Порта учитывает также доход от перевозки грузов водным видом ТС в зависимости от специализации подачи (судна):

$$ДП(t_1) = ДП(t_0) + \sum_{n \in N_4} q_{4n}(t_1) \sum_{m=1}^{M_{4n}} (y_{4n}^{(2)}(t_1) \cdot DIRv_{4nm}(Z1, t_0) + y_{4n}^{(10)}(t_1) \cdot$$

$$\cdot DIRv_{4nm}(Z2, t_0)) \cdot$$

$$R\{Tar_{k_1 n_1 j}(t_1); vid_{4n}(t_1), НП_{4n}(t_1), ГР_{4nm}(t_1)\} + \sum_{n \in N_3} \sum_{m=1}^{M_{3n}} (y_{3n}^{(2)}(t_1) \cdot DIRv_{3nm}(Z1, t_0) +$$

$$+ y_{3n}^{(10)}(t_1) \cdot DIRv_{3nm}(Z2, t_0)) \cdot \Psi\{Tar^{*}_{k_1 n_1 j}(t_1); q_{k_1 n_1}(t_1) = 0; k_1 = vid_{3n}(t_1);$$

$$n_1 = НП_{3n}(t_1); j = ГР_{3nm}(t_1)\} + \sum_{n \in N_4} \delta[NO_{4n}(t_1), -1] \cdot R\{Tar1_{4i}(t_1);$$

$$4, DIRSP_{4n}(Z1, t_0) + Tar2_{4i}(t_1); 4, DIRSP_{4n}(Z2, t_0)\}.$$

Накопленная прибыль Порта будет равна накопленному доходу плюс штрафы всех видов ТС за сверхнормативный простой причалов и складов в ожидании начала соответствующей операции перегрузки, за простой портовых сооружений и техники из-за поломки (неготовности) ТС — вид-партнеров складов Порта, а также определенные штрафы-отчисления от штрафов ТС, перегружающих грузы по прямому варианту, минус — штрафы Порта за сверхнормативный простой ТС в Порту в ожидании начала операции по непрямому варианту перегрузки грузов и штрафы Порта из-за поломок (неготовности) складов или складской техники Порта:

$$ПП(t_1) = ДП(t_1) + W_4^{(5)}(t_1) + W_4^{(3)}(t_1) + W_1^{(3)}(t_1) + W_2^{(3)}(t_1) + W_{1(пол)}^{(3)}(t_1) +$$

$$+ W_{2(пол)}^{(3)}(t_1) + W_{4(пол)}^{(3)}(t_1) + [W_4^{(1)}(t_1) + W_4^{(2)}(t_1) + W_1^{(4)}(t_1) + W_2^{(4)}(t_1)] \cdot \lambda\%(П) +$$

$$+ [W_{1(пол)}^{(4)}(t_1) + W_{2(пол)}^{(4)}(t_1) + W_{4(пол)}^{(1)}(t_1) + W_{4(пол)}^{(2)}(t_1)] \cdot \lambda\%_{(пол)}(П) - W_5^{(4)}(t_1) -$$

$$- W_3^{(4)}(t_1) - W_3^{(1)}(t_1) - W_3^{(2)}(t_1) - W_{3(пол)}^{(4)}(t_1) - W_{3(пол)}^{(1)}(t_1) - W_{3(пол)}^{(2)}(t_1) - \Delta П(t_1).$$

Все прочие траты Порта объединены термином $\Delta П(t_1)$ и включают эксплуатационные расходы и издержки на строительство дополнительных сооружений и расширение числа причалов за промежуток времени $[0, t_1]$.

Определим накопленный объем j-го типа груза, разгруженного с k-го вида ТС к моменту t_1:

$$Hv_{kj}^{(p)}(t_1) = Hv_{kj}^{(p)}(t_0) + \sum_{n\in N_k}\sum_{m=1}^{M_{kn}} a_{knm}^{(2)}(t_1)\cdot y_{knm}^{(+p)}(t_0)\cdot\delta[\Gamma P_{knm}(t_1), j]\cdot$$
$$\cdot DIRv_{knm}(Z1, t_0).$$

Аналогично запишется формула для вычисления накопленного объема j-го типа груза, погруженного на k-й вид ТС к моменту t_1:

$$Hv_{kj}^{(n)}(t_1) = Hv_{kj}^{(n)}(t_0) + \sum_{n\in N_k}\sum_{m=1}^{M_{kn}} a_{knm}^{(10)}(t_1)\cdot y_{knm}^{(+n)}(t_0)\cdot\delta[\Gamma P_{knm}(t_1), j]\cdot$$
$$\cdot DIRv_{knm}(Z2, t_0).$$

Вычислим накопленное кризисное простойное время емкостей k-го вида ТС или склада в ожидании начала операции перегрузки к моменту t_1:

$$T^{(k)}(t_1) = T^{(k)}(t_0) + \sum_{n\in N_k} y_{kn}^{(W)}(t_1)\cdot y_{kn}^{(-N\Pi)}(t_1)\cdot(to\text{ж}c_{kn}(t_1) - to\text{ж}c_{kn}(t_0)).$$

Тогда накопленное время простоя емкостей k-го вида ТС или склада из-за поломок (неготовности) вид-партнеров к моменту t_1 определится таким образом:

$$T_{\text{пол}}^{(k)}(t_1) = T_{\text{пол}}^{(k)}(t_0) + \sum_{k_1\neq k}\sum_{n_1\in N_{k_1}}\sum_{m_1=1}^{M_{k_1 n_1}} (a_{k_1 n_1 m_1}^{(3)}(t_1) + a_{k_1 n_1 m_1}^{(6)}(t_1) + a_{k_1 n_1 m_1}^{(9)}(t_1))\cdot$$
$$\cdot\Psi\{\sum_{n\in N_k}\sum_{m=1}^{M_{kn}}(C_{knm}^{(3)}(t_0) - C_{knm}^{(3)}(t_1)); vid_{kn}(t_1) = k_1; N\Pi_{kn}(t_1) = n_1; N\Pi_{knm}^{*}(t_1) = m_1\}.$$

2.7.6.2. Усредняющие автоматы: вычисление искомых величин

Введем автоматы — приближенные значения математических ожиданий искомых величин, полученные путем усреднения вышеперечисленных накапливающих автоматов за промежуток времени

$T(t_1) = T(t_0) + X(t_1)$ от начала функционирования системы до текущего узлового момента времени $t = t_1$:

$dW_k^{(s)}(t)$ — усредненный штраф k-го вида ТС за простои вид-партнера s-го вида ТС перед началом операции перегрузки в пользу s-го вида;

$dW_{k(пол)}^{(s)}(t)$ — усредненный штраф k-го вида ТС из-за поломок (неготовности), ведущих к сверхнормативным простоям s-го вид-партнера, в пользу s-го вида;

$dДП(t)$ — усредненный доход Порта от перегрузочных операций, за хранение грузов на складах, а также за участие Порта в перевозке грузов водным путем;

$dПП(t)$ — усредненная прибыль Порта, включающая доходы и издержки Порта;

$dHv_{kj}^{(p)}(t)$ — усредненный объем j-го типа груза, разгруженного с k-го вида ТС;

$dHv_k^{(p)}(t)$ — суммарный усредненный объем грузов, разгружаемых с k-го вида ТС $(k = 1 \vee 2 \vee 4)$;

$dHv_{kj}^{(n)}(t)$ — усредненный объем j-го типа груза, погруженного на k-й вид ТС;

$dHv_k^{(n)}(t)$ — суммарный усредненный объем грузов, погружаемых на k-й вид ТС $(k = 1 \vee 2 \vee 4)$;

$dT^{(k)}(t)$ — усредненное кризисное простойное время емкостей k-го вида в ожидании начала операции перегрузки;

$dT_{пол}^{(k)}(t)$ — усредненное простойное время емкостей k-го вида из-за поломок вид-партнеров.

Усредним приведенные выше накопленные за промежуток $T(t_1)$ функционирования модели неслучайные характеристики системы, абстрагируясь при этом от конкретных номеров видов ТС:

$dW_k^{(s)}(t_1) = W_k^{(s)}(t_1) \div T(t_1)$; $dW_{k(пол)}^{(s)}(t_1) = W_{k(пол)}^{(s)}(t_1) \div T(t_1)$ — усредненные штрафы k-го вида за кризисные простои ТС в ожидании начала операции перегрузки, а также за простои из-за поломок вид-партнеров — в пользу вида s;

$dДП(t_1) = ДП(t_1) \div T(t_1)$ — усредненный доход Порта;

$dПП(t_1) = ПП(t_1) \div T(t_1)$ — усредненная прибыль Порта;

$dHv_{kj}^{(P)}(t_1) = Hv_{kj}^{(P)}(t_1) \div T(t_1)$ — разгружаемый усредненный объем: j-й тип груза, k-й вид ТС;

$dHv_{kj}^{(n)}(t_1) = Hv_{kj}^{(n)}(t_1) \div T(t_1)$ — погружаемый усредненный объем: j-й тип груза, k-й вид ТС;

$dHv_{k}^{(p)}(t_1) = \sum_{j} Hv_{kj}^{(p)}(t_1) \div T(t_1)$ — суммарный усредненный объем грузов, разгружаемых с k-го вида ТС $(k = 1 \vee 2 \vee 4)$;

$dHv_{k}^{(n)}(t_1) = \sum_{j} Hv_{kj}^{(n)}(t_1) \div T(t_1)$ — суммарный усредненный объем грузов, погружаемых на k-й вид ТС $(k = 1 \vee 2 \vee 4)$;

$dT^{(k)}(t_1) = T^{(k)}(t_1) \div T(t_1)$ — усредненное кризисное простойное время k-го вида ТС в ожидании начала операции перегрузки;

$dT_{пол}^{(k)}(t_1) = T_{пол}^{(k)}(t_1) \div T(t_1)$ — усредненное простойное время k-го вида ТС из-за поломок (неготовности) вид-партнеров.

2.7.6.3. Выбор критерия эффективности

Как известно, экономическая эффективность системы определяется по тому или иному критерию, положенному в основу расчета, и является экономическим показателем, характеризующим функционирование моделируемой системы. Проблема выбора критерия эффективности или сходимости состоит в нахождении показателей, достаточно полно характеризующих затрату общественного труда, с другой стороны проблема выбора критерия эффективности напрямую зависит от выбора ЛПР первоочередной, главной цели оптимизации. Необходимо найти такой критерий оптимальности, который бы отражал достижение этой цели с позиции основных экономических факторов: рентабельности, прибыли, дохода. В качестве такого критерия экономической эффективности можно выбрать математическое ожидание прибыли Порта, которое включает доход за выполнение операций перегрузки, за хранение грузов на складах Порта, за участие Порта в перевозке грузов водным путем, а также суммарные издержки (штрафы) с плюсом — в случае вины ТС и с минусом — в случае вины Порта. Для второстепенных целей (с точки зрения ЛПР) вводятся ограничения, например, ограничение на объем перегружаемых грузов и на кризисные простойные времена для каждого вида ТС.

Конкретизируем первую постановку задачи оптимизации функционирования Порта: максимизировать усредненную прибыль Порта при ограничении на объем перегрузки:

$$dПП(t_1) \to \max,$$
$$dHv_k^{(p)н} \le dHv_k^{(p)}(t_1) \le dHv_k^{(p)в},$$
$$dHv_k^{(n)н} \le dHv_k^{(n)}(t_1) \le dHv_k^{(n)в}.$$

В качестве оптимизируемых параметров назначаются: число причалов — N_5, усредненный объем разгрузки j-го типа груза с k-го ТС — $dHv_{kj}^{(p)}$, усредненный объем погрузки j-го типа груза на k-ое ТС — $dHv_{kj}^{(n)}$, специализация причалов (складов) — SP_{5n}, где $n \in N_5$, нормы разгрузки/погрузки — NR_{kj}/NP_{kj}, усредненные тарифы по перегрузке грузов по прямому варианту, по перегрузке и хранению грузов по непрямому варианту, по перевозке различных типов грузов — Tar_{kj}, Tar^*_{kj}, $Tar1_{4i}$, $Tar2_{4i}$. Назначаются в качестве оптимизируемых параметров также нормы штрафов для s-виновников — ТС в пользу k-х ТС — $W_{s_k}, W_{s(пол)_k}$.

Приведем следующую постановку задачи: минимизировать суммарное усредненное кризисное простойное время для всех видов ТС в ожидании начала операции перегрузки и из-за поломки вид-партнера при ограничении на объем разгружаемых и погружаемых грузов, на прибыль Порта:

$$\sum_k (dT^{(k)}(t_1) + dT_{пол}^{(k)}) \to \min,$$
$$dHv_k^{(p)н} \le dHv_k^{(p)}(t_1) \le dHv_k^{(p)в},$$
$$dHv_k^{(n)н} \le dHv_k^{(n)}(t_1) \le dHv_k^{(n)в},$$
$$dПП^{(н)} \le dПП(t_1) \le dПП^{(в)}.$$

Оптимизируемые параметры — количество причалов — N_5, специализация причалов — SP_{5n}, нормы разгрузки/погрузки — NR_{kj}, NP_{kj} средние объемы перегрузок по каждому типу груза и виду ТС — $dHv_{kj}^{(p)}$, $dHv_{kj}^{(n)}$, а также среднее время ремонта емкости $TREM_{knm}$ и верхние границы докризисного простоя — $\Delta ож_4^{(np)}$, $\Delta ож_5^{(np)}$ — для судов и причалов в ожидании пришвартовки и — $\Delta ож_k$ — для k-го вида ТС в ожидании начала операции.

Следует отметить, что цель моделирования достигается лишь в случае одновременного выполнения условий стационарности:

$$\sum_{k=1\vee 2\vee 4} dHv_k^{(p)}(T) \le dHv_4^{(n)}(T) \wedge \sum_{k=1\vee 2\vee 4} dHv_k^{(n)}(T) \ge dHv_4^{(p)}(T).$$

то есть, суммарный усредненный объем грузов, разгружаемых с различных видов ТС, не должен превышать усредненный объем погружаемых грузов на суда, и усредненный объем грузов, разгружаемых с судов, не должен превышать суммарный усредненный объем грузов, погружаемых на различные виды ТС.

В современной теории оптимальных решений проблемы выбора решений изучаются в самых различных ситуациях, при этом отличие и сложность задачи оптимизации на основе имитационных моделей заключается в том, что анализируемые здесь закономерности не являются неизменными, а меняются с изменением решения. Процесс поиска неизвестных решений носит адаптивный характер и представляет собой чередование многократной имитации поведения системы Θ и реализации очередной оптимизирующей процедуры (шага итерации) по информации, получаемой в результате имитации. Процесс завершается нахождением такого набора X оптимизируемых параметров, при котором усредненное значение показателя качества (критерия эффективности) $f^{(0)}(X, \Theta)$ принимает наименьшее (наибольшее) значение при определенных ограничениях на средние значения остальных показателей.

2.7.6.4. Рекомендации по использованию модели

Задача моделирования перевозки грузов в прямом смешанном железнодорожно-водном (автомобильно-водном) сообщении направлена на исследование (прогнозирование) ситуаций и поиск стратегий, оптимизирующих транспортно-перегрузочный процесс в Порту. Выше были предложены две постановки задач, учитывающих, в основном, интересы компании Порт + Судовладелец. Однако, сотрудничество различных видов транспорта должно быть эффективным для всех его участников. Имитационное моделирование системы ТС — грузы. Порт предусматривает наращивание количества постановок задач, учитывающих интересы каждого участника такого транспортного узла с позиции основных экономических факторов. Пользователь может по своему пожеланию ввести в рассмотрение любую требуемую постановку задачи оптимизации. Так, к примеру, интересы Железной дороги, Автомобильной компании, Судовладельца могут быть учтены, если в качестве функции цели (критерия оптимизации) ввести их прибыль: штрафы всех остальных участников процесса в пользу "оптимизируемого" участника со знаком плюс, его штраф (в задаче учитывается штраф за простой вид-партнера в ожидании начала операции, или пришвартовки, за простой вид-партнера из-за поломки (неготовности) "провинившегося") — со знаком минус, плюс доход от перевозки (платит Грузовладелец), минус возможные проплаты (за перегрузку, за перевозку грузов, за услуги Порта). В рамки ограничений попадают прибыли остальных участников процесса, объемы перевалки грузов. Управляемые параметры — номенклатура грузов, тарифы за перегрузку и перевозку грузов, нормы штрафов. Можно предложить постановку задачи оптимизации интенсивности прохождения грузовых потоков через Порт при ограничении на кризисное простойное время ТС.

Важным этапом имитационного исследования является разработка вычислительного алгоритма и машинной программы. В случае автоматно-агрегатной имитации моделирующий алгоритм состоит из двух вложенных блоков. Внутренний блок служит для переопределения значений внутренних состояний всех автоматов модулей-агрегатов модели при переходе к следующему узловому моменту времени, а также для решения задачи оптимизации на текущий узловой момент. Второй, внешний блок имитирует поведение всей системы и определяет значение критерия оптимизации на некотором конечном интервале $T(t)$, обеспечивающем сходимость усредненных искомых характеристик к их математическим ожиданиям и критерия оптимизации — к оптимуму.

Глава 3

ИССЛЕДОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВНУТРЕННИМИ СВЯЗЯМИ

3.1. Основные особенности процессов перетекания

При исследовании сложных систем выбору подходящего метода математического решения задач всегда предшествует детальное изучение структурных и алгоритмических особенностей исследуемой системы. Это приводит к необходимости в каждом случае прибегать к тому или другому способу описания систем, строить в каждом случае определенную математическую модель исследуемой системы.

Модели сложных систем могут быть весьма разнообразными по своей структурной и алгоритмической сложности. В ряде случаев оказывается, что исследуемые системы обладают тем или иным свойством, позволяющим значительно облегчить их исследование. Очень важным является умение выявить определенные упрощающие свойства таких систем и использовать эти свойства при выборе наиболее результативного метода исследования. Это обстоятельство иногда позволяет выработать своеобразную методику выявления некоторых таких свойств, а также стандартизировать методы исследования таких систем. В результате сокращается время, необходимое для построения модели, облегчается и ускоряется получение результатов.

Именно с этой точки зрения в третьей главе рассматриваются задачи, исследующие определенный класс процессов. Эти процессы в дальнейшем будут именоваться процессами перетекания.

Если математическая модель системы представлена в виде вектора временных характеристик

$$\overline{X(t)} = \{x_1(t),\ x_2(t),\ \dots,\ x_n(t)\},$$

то одно из свойств модели, позволяющее успешно осуществить исследование системы, предполагает возможность разбиения компонент $x_i(t)$ $(i=\overline{1,n})$ на некоторое число $M (M \le n)$ взаимно непересекающихся упорядоченных множеств $u_m(m=\overline{1,M})$ таких, что существенные информационные связи между компонентами вектора временных характеристик имеют место лишь тогда, когда номера множеств u_m, которым принадлежат эти компоненты, отличаются не более, чем на единицу. Указанное свойство в некотором смысле сходно с хорошо известным в теории вероятностных процессов и теории массового обслуживания свойством ограниченности последействия и является как бы структурной его разновидностью — в отличие от обычной (временной) его разновидности. Это свойство в настоящей работе положено в основу определения процессов перетекания в сложных системах.

Выявлению упомянутого свойства благоприятствовал способ математического описания систем с ограниченными внутренними связями в виде систем вероятностных автоматов, описанных выше.

Следует различать структурную и алгоритмическую сложность автоматных моделей. К первой относится включение в модель большого числа автоматов или наличие в модели большого количества различных типов автоматов, а также присутствие в модели большого числа существенных связей между автоматами. Вторая — алгоритмическая — сложность проявляется в сложности аналитических зависимостей в ТУФП. Структурная и алгоритмическая сложности модели определенным образом взаимосвязаны. Так, например, большая структурная сложность по связям обычно влечет за собой алгоритмическую сложность, так как при этом логические высказывания и функционалы в ТУФП должны связывать большое число переменных.

Сложные модели трудно построить. Простые модели мало дают для удовлетворения потребностей практики. Поэтому при построении моделей сложных систем чрезвычайно важным бывает уметь выявить определенные упрощающие свойства систем, дающие возможность в каждом отдельном случае упростить модель по структуре или управлению. Стремление создания моделей из малого числа автоматов обычно не приводит к успеху, так как точность отражения реальных особенностей в таких моделях довольно низка. В то же время максимально возможная стандартизация автоматов модели, обусловливающая сведение до минимума числа типов автоматов, входящих в модель, оказывается весьма эффективной. Весьма наглядной в этом отношении явилась модель работы морского порта, описанная выше в пункте 2.7 второй главы.

Особо надо отметить модели, в которых оказывается возможным накладывать ограничения на число существенных связей модели. В большинстве сложных систем имеются существенные предпосылки для применения этого упрощения. Действительно, почти во всякой сложной системе для каждого ее звена обычно существует определенная ограниченная "функциональная окрестность" — небольшая группа других звеньев, от которых непосредственно зависит функционирование данного узла. Так, например, работа железнодорожной станции в значительной степени зависит от обстановки, сложившейся на близлежащих станциях и почти не зависит от положения на удаленных от этой станции участках дороги. Возможность упрощения модели по связям обычно влечет за собой возможность функционального упрощения модели, то есть возможность описания модели в компактном и удобном виде.

Простейшим является следующий случай. N автоматов $A_n (n=\overline{1,N})$, составляющих модель, можно разбить на $M (M \le N)$ взаимно непересекающихся множеств $u_m (m=\overline{1,M})$, для которых

$$\bigcup_{m=1}^{M} u_m = \gamma.$$

При всех $l \ne m$ из $A_k \in u_l$ и $A_r \in u_m$ следует

$$\aleph_{kr} = \aleph_{rk} = 0,$$

где $\aleph_{kr}$ — алфавит связи между автоматами A_k и A_r в направлении от A_k к A_r.

В этом случае (при надлежащей нумерации автоматов) элементы матрицы алфавитов, отличные от нуля, могут стать лишь на M диагональных полях. Матрица алфавитов в этом смысле является разложимой и вся модель разбивается на M взаимно независимых самостоятельных моделей. Указанное свойство обычно удается обнаружить до составления модели и при этом принимается решение проводить исследования на нескольких независимых взаимно дополняющих моделях.

В рассмотренном случае входная и выходная функциональные окрестности каждого из множеств $u_m (m=\overline{1,M})$ совпадает с самим этим множеством. В некотором смысле сформулированное свойство является как бы свойством отсутствия пространственного последействия для подмножеств автоматов.

Большой интерес в теоретическом и практическом отношениях представляет другой частный случай, не являющийся столь тривиальным, как предыдущий.

Определение 3.1.1. Предположим, что множество γ всех автоматов $A_n(n=\overline{1,N})$ модели можно разбить на $M(M \le N)$ взаимно непересекающихся подмножеств $u_m(m=\overline{1,M})$, так что при всех $l(1 \le l \le M)$ и $m > l+1$ или $m < l$ из $A_k \in u_l$ и $A_r \in u_m$ при

$$1 \le k \le N \quad \text{и} \quad 1 \le r \le N \tag{3.1.1}$$

следует

$$\aleph_{kr} = 0. \tag{3.1.2}$$

Модель, обладающую указанным свойством, назовем моделью разомкнутого процесса перетекания.

Определение 3.1.2. Моделью замкнутого процесса перетекания назовем модель, обладающую следующим свойством:

Пусть так же, как в определении 3.1.1, допустимо разбиение множества γ на подмножества $u_m(m=\overline{1,M})$ такие, что соотношение 3.1.2. следует из 3.1.1. при всех l, удовлетворяющих неравенствам

$$1 \le l < M \quad \text{и} \quad m > l+1 \quad \text{или} \quad m < l,$$

а также при $l = M$ и m, удовлетворяющих неравенству

$$1 < m < M.$$

Оба эти определения означают, что автоматы модели группируются в подмножества u_m множества γ таким образом, что во входную функциональную окрестность каждого из этих подмножеств включается предшествующее ему подмножество, в выходную — следующее за ним.

В модели разомкнутого процесса перетекания для подмножества u_1 входная функциональная окрестность совпадает с самим этим множеством, точно так же, как выходная функциональная окрестность для подмножества u_M.

В модели замкнутого процесса перетекания подмножество u_M включается во входную функциональную окрестность подмножества

u_1, а подмножества u_1 — в выходную функциональную окрестность подмножества u_M.

Отметим, что согласно определениям 3.1.1, 3.1.2. термин “процессы перетекания” указывает лишь на перетекание информации, а не на моделирование перетекания материальных частиц. Однако во многих случаях в моделях процессов перетекания наряду с перетеканием информации происходит также имитация перетекания материальных частиц, образующих потоки от одних звеньев моделируемой системы к другим.

Свойства, указанные в определениях 3.1.1, 3.1.2, чрезвычайно распространены во многих разработанных для практических целей моделях. Использование этих свойств во многом облегчает задачу исследователя. В некоторых особо простых случаях (это часто имеет место, когда подмножества u_m состоят из малого числа автоматов) использование свойств процессов перетекания дает возможность получить аналитическое решение задачи. В более сложных случаях удачное выявление процессов перетекания и использование их свойств позволяет построить модель в наиболее удобной и компактной форме, стандартизировать моделирующий алгоритм.

Первым удачным применением свойств процесса перетекания при решении задач исследования сложных систем следует считать задачу моделирования печной сварки труб, описанную в [1]. Использование ограниченных в пространстве связей дало возможность осуществить моделирование сложнейшего производственного процесса. Для аналитического исследования систем свойство замкнутых процессов перетекания применялось в [36, 35, 31], а разомкнутых процессов перетекания — в [38]. В следующем пункте предлагается пример использования свойств процессов перетекания при решении так называемой задачи о кольцевом маршруте в аналитическом и имитационном вариантах.

3.2. Задача о кольцевом маршруте

Задача, решение которой здесь описывается, имеет многочисленные приложения в поточном производстве, на транспорте, в экономике, технике и т.д. Постановка задачи, как будет видно дальше, допускает формальное описание в виде системы вероятностных автоматов. Однако, для большей наглядности будет дана содержательная постановка задачи, выполненная в транспортных терминах. Мы не будем конкретизировать вид транспорта и род перевозимых грузов. Вместо этого будем говорить о транспортных единицах и единицах груза.

Предположим, что имеется кольцевой транспортный маршрут, по которому допускается движение транспортных единиц только в одну определенную сторону. На маршруте находится l станций — пунктов, где происходит загрузка и выгрузка грузов. В каждый момент времени на маршруте циркулирует l вагонов (по числу станций) и движение организовано так, что моменты прибытия вагонов на станции в точности совпадают. В каждый такой момент на каждую станцию прибывает очередной вагон и каждый вагон прибывает на очередную станцию. Загрузка и выгрузка грузов производится мгновенно в момент прибытия вагона на станцию, после чего вагон сразу же отправляется.

Все перевозимые по маршруту грузы предполагаются однородными и штучными, количество их измеряется в условно выбранных единицах. Поступление грузов на станции происходит в течение всего времени функционирования системы. Груз, прибывший на станцию, хранится там до момента поступления на эту станцию очередного вагона. Вагоны предполагаются неограниченной емкости, и весь груз, находящийся на станции в момент прибытия вагона, загружается в этот вагон и отправляется со станции. Считается, что поток прибытия грузов на каждую станцию обладает свойством отсутствия последействия в том смысле, что распределение числа единиц груза, поступающего на станцию за промежуток времени между двумя последовательными моментами поступления вагонов на эту станцию не зависит от момента поступления последней единицы груза до этого промежутка. Груз, находящийся в вагоне в момент его прибытия на станцию, частично выгружается и покидает систему, частично следует дальше.

Обозначим через $\eta_j^{(k)}(k=\overline{0,l-1};\ j=1,2,...)$ целочисленную случайную величину — количество груза, поступающего на станцию с номером k за промежуток времени между прибытиями на эту станцию (j–1)-го и j-го вагонов по порядку от начала функционирования системы. При фиксированном $k(k=\overline{0,l-1})$ случайные величины $\eta_j^{(k)}(j=1,2,...)$ взаимно независимы и одинаково распределены. Их реализации могут рассматриваться как реализации одной и той же случайной величины $\eta^{(k)}(k=\overline{0,l-1})$. Случайные величины $\eta^{(k)}$ взаимно независимы. Их распределения $P_i^{(k)}=P\{\eta^{(k)}=i\}$ $(i=0,1,2,...;\ k=\overline{0,l-1})$

считаются заданными и при разных k могут различаться не только значениями параметров, но и своей функциональной формой.

Каждая единица груза, прибывшая в вагоне на станцию с номером k, либо выгружается из вагона и покидает систему с вероятностью $p_k (0 \le p_k \le 1)$, либо продолжает движение дальше в этом же вагоне с вероятностью $1 - p_k$. Вероятности $p_k (k = \overline{0, l-1})$ зависят от номера станции, но не зависят ни от пополнения вагона, ни от пути, уже пройденного данной единицей груза, ни от времени, прошедшего с начала функционирования системы.

Если хотя бы при одном значении k имеет место $p_k > 0$, то с течением времени в системе установится определенный стационарный режим, заключающийся в том, что распределения пополнения вагонов на каждом перегоне стремятся к определенным стационарным распределениям. Этот интуитивно очевидный факт найдет в дальнейшем изложении строгое подтверждение для некоторых конкретных распределений $P_i^{(k)}$. Основная задача исследования заключается в нахождении распределения накопления вагонов на различных перегонах в стационарном и нестационарном режимах. Решения всех остальных возникающих задач носит подчиненный характер и будут следовать из решения этой задачи. Перейдем к построению автоматной модели системы.

3.2.1. Автоматная модель функционирования кольцевого транспортного маршрута

Переходя к построению автоматной модели, определим содержательный смысл автоматов. Модель строится из $2l$ автоматов $A_k (k = \overline{0, l-1})$ и $B_k (k = \overline{0, l-1})$. Пусть

$a_k(t)(k = \overline{0, l-1})$ — количество груза, накопившееся на станции с номером k за промежуток времени $(t - 1, t]$;

$b_k(t)(k = \overline{0, l-1})$ — наполнение вагона, находящегося в промежутке времени $(t - 1, t]$ на перегоне между k-й и $(k + 1)$-й станциями (для $k = l - 1$ — между $(l - 1)$-й и нулевой станциями). $2l$ — мерный вектор $(a_0(t), b_0(t), a_1(t), b_1(t), ..., a_{l-1}(t), b_{l-1}(t))$ обладает свойством процесса Маркова.

Матрица алфавитов имеет вид

		A_1B_1	A_2B_2	....	$A_{l-2}\,B_{l-2}$	$A_{l-1}\,B_{l-1}$
A_0 B_0	$H\,H$ $0\,H$	0 0 $0\,H$				
A_1 B_1		$H\,H$ $0\,H$	0 0 $0\,H$			
A_2 B_2			$H\,H$ $0\,H$			
....	....	....	....	...	....	....
A_{l-2} B_{l-2}					$H\,H$ $0\,H$	0 0 $0\,H$
A_{l-1} B_{l-1}	0 0 $0\,H$					$H\,H$ $0\,H$

Проверка по этой матрице соотношений (3.1.1) и (3.1.2) убеждает нас в том, что строящаяся модель принадлежит к моделям перетекания.

В качестве вектора начальных состояний в данном случае может быть выбран любой набор $2l$ натуральных чисел

$$\{a_0^{(0)}, b_0^{(0)}, a_1^{(0)}, b_1^{(0)}, \ldots, a_{l-1}^{(0)}, b_{l-1}^{(0)}\}.$$

Определяя систему функций выходов, положим, что значения всех выходных сигналов совпадают со значениями внутренних состояний автоматов, из которых они исходят.

Запишем алгоритм функционирования автоматов модели:

$$A_k = \eta_k;$$

$$(k = \overline{0, l-1})$$

$$B_0 = \frac{b_{l-1}(t) = i \quad (i = 0, 1, 2, \ldots)}{\xi_i^{(0)} + a_0(t);}$$

$$B_k = \frac{b_{k-1}(t) = i \quad (i = 0, 1, 2, \ldots)}{\xi_i^{(k)} + a_k(t);} \quad (k = \overline{1, l-1}).$$

Первая строка записи представляет l строк ТУФП, являющихся обозначениями случайных величин $\eta_k(k=\overline{0,l-1})$, которые были введены выше как количества единиц груза, скапливающиеся на станции с номером k за промежуток времени между моментами прохождения через эту станцию двух последовательных вагонов. В остальных строках системы логических высказываний верхних подстрок реализуются при подстановках $i=0$, $i=1$, $i=2,\ldots$. Нижние подстроки этих строк заключают функционалы, в которые входит бесконечное множество случайных величин $\xi_i^{(k)}(k=\overline{0,l-1})$ $(i=0,1,2,\ldots)$.

Случайные величины $\eta_k(k=\overline{0,l-1})$ предполагаются заданными своими вероятностными распределениями

$$P_j^{(k)}=P\{\eta_k=j\}\quad (j=0,1,2,\ldots).$$

Функциональная форма этих распределений не конкретизируется и может быть различной для разных k. Относительно случайных величин

$$\xi_i^{(k)}(k=\overline{0,l-1};\ i=0,1,2,\ldots),$$

то их распределения

$$Q_j^{(k,i)}=P\{\xi_i^{(k)}=j\}\quad (j=\overline{0,i})$$

предполагаются биномиальными с параметрами p_k и i, то есть

$$Q_j^{(k,i)}=\binom{i}{j}(1-p_k)^j {p_k}^{i-j}\quad (j=\overline{0,i}).$$

В последнем равенстве символами $\binom{i}{j}$ обозначены биномиальные коэффициенты

$$\binom{i}{j}=\frac{i!}{j!\ (i-j)!}\quad (i=0,1,2,\ldots;\ j=\overline{0,i}).$$

Поясним смысл применения здесь биномиальных распределений. Как указывалось при формализации схемы, по прибытию на станцию (в вагоне) i единиц груза, каждая из прибывших единиц может быть выгружена с вероятностью p_k (k — номер станции) или не выгружена с вероятностью $1 - p_k$. Это приводит к тому, что оставшаяся часть груза в вагоне оказывается распределенной по биномиальному закону.

Свойство процессов перетекания, выявленное в нашей модели в данном параграфе, дает возможность среди случайных величин многомерного марковского процесса

$$\xi(t) = \{a_0(t), b_0(t), ..., a_{l-1}(t), b_{l-1}(t)\}$$

выделить одномерные случайные процессы, обладающие также марковским свойством. Перейдем к изложению аналитического решения задачи о кольцевом маршруте.

3.2.2. Вывод и решение функциональных уравнений

Рассмотрим следующие l последовательностей случайных величин:

$$\begin{aligned}
&\xi_0(t) = \{b_0(0), b_1(1), ..., b_{l-1}(l-1), b_0(l), b_1(l+1), ..., b_{l-1}(2l-1), b_0(2l), ...\} \\
&\xi_1(t) = \{b_1(0), b_2(1), ..., b_{l-1}(l-2), b_0(l-1), b_1(l), ..., b_{l-1}(2l-2), b_0(2l-1), ...\} \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
&\xi_{l-1}(t) = \{b_{l-1}(0), b_0(1), ..., b_{l-1}(l), b_0(l+1), b_1(l+2), ..., b_{l-1}(2l), b_0(2l+1), ...\}
\end{aligned} \qquad (3.2.2.1.)$$

Эти последовательности представляют собой простые одномерные неоднородные цепи Маркова. Неоднородность этих цепей заключается в том, что их матрицы переходных вероятностей периодически чередуются с периодом l. Все эти цепи эквивалентны между собой в том смысле, что в процессе функционирования цепей их переходами из одних состояний в другие управляют одни и те же стохастические матрицы, чередующиеся в том же порядке. Однако, в один и тот же момент времени переходами состояний различных цепей управляют различные матрицы. Сдвиг между номерами матриц, управляющих в один и тот же момент времени переходами состояний каждых двух цепей из (3.2.2.1), совпадает с разностью номеров этих цепей.

При исследовании стационарного режима системы все цепи (3.2.2.1) обладают одними и теми же наборами стационарных распределений вероятностей. Поэтому в данном случае достаточно исследовать только одну из рассматриваемых цепей, безразлично какую именно. В нестационарном случае существенным оказывается лишь то, с какой из матриц начинается их чередование. Этот случай также может быть сведен к изучению только одной цепи, но при различных начальных номерах управляющих матриц. Имеется l таких вариантов.

Исследование начнем для цепи $\xi_0(t)$ и полученные результаты обобщим на остальные цепи из (3.2.2.1). Запишем

$$\begin{aligned}&\xi_0(0)=b_0(0),\ \xi_0(1)=b_1(1),\dots,\xi_0(l-1)=b_{l-1}(l-1),\xi_0(l)=b_0(l),\\&\xi_0(l+1)=b_1(l+1),\dots,\xi_0(2l-1)=b_{l-1}(2l-1),\xi_0(2l)=b_0(2l),\ \dots\end{aligned}\tag{3.2.2.2}$$

Положим

$$t=\tau l+k,\tag{3.2.2.3}$$

где $\tau=0,1,2,\dots;\ k=\overline{0,l-1}$

и

$$\xi_0(t)=\xi(\tau,k)\tag{3.2.2.4}$$

Тогда цепь Маркова (3.2.2.2) запишется в виде

$$\begin{aligned}&\xi(0,0)=b_0(0),\xi(0,1)=b_1(1),\dots,\xi(0,l-1)=b_{l-1}(l-1),\\&\xi(1,0)=b_0(l),\xi(1,1)=b_1(l+1),\dots,\xi(1,l-1)=b_{l-1}(2l-1),\\&\xi(2,0)=b_0(2l),\xi(2,1)=b_1(2l+1),\dots\end{aligned}$$

или

$$\xi(\tau,k)=b_k(t),\tag{3.2.2.5}$$

где t, τ и k сведены соотношением (3.2.2.3) и $t=0,1,2,\dots;\ \tau=0,1,2,\dots;$ $k=\overline{0,l-1}.$

Цепь Маркова (3.2.2.5) неоднородная: при различных k и независимо от значения τ переходами

$$\xi(\tau,k)\to\xi(\tau,k+1)(k=\overline{0,l-2})\tag{3.2.2.6}$$

и

$$\xi(\tau,l-1)\to\xi(\tau+1,0)\tag{3.2.2.7}$$

управляют различные матрицы переходных вероятностей. При равных значениях k так же независимо от τ — одни и те же матрицы.

Таким образом, каждому фиксированному $k(k=\overline{0,l-1})$ ставится в соответствие определенная стохастическая матрица, управляющая переходом цепи из состояния в состояние в моменты времени $t=\tau l+k$. Обозначая эти матрицы через $D^{(k)}(k=\overline{0,l-1})$, будем считать, что матрица $D^{(k+1)}$, где $k=\overline{0,l-2}$, управляет переходом типа (3.2.2.6), а матрица $D^{(0)}$ — переходом типа (3.2.2.7).

Пусть $d_{ij}^{(k)}(k=\overline{0,l-1};\ i,j=0,1,2,...)$ — элементы матрицы $D^{(k)}$. Используя введенные в предыдущем параграфе вероятности, имеем

$$d_{ij}^{(k)}=\sum_{r=j-i}^{j}P_r^{(k)}\binom{i}{i+r-j}p_k^{i+r-j}(1-p_k)^{j-r} \text{ при } j>i \quad (3.2.2.8)$$

и

$$d_{ij}^{(k)}=\sum_{r=0}^{j}P_r^{(k)}\binom{i}{i+r-j}p_k^{i+r-j}(1-p_k)^{j-r} \text{ при } j\le i. \quad (3.2.2.9)$$

Положим

$$q_i(\tau,k)=P\{\xi(\tau,k)=i\}$$
$$(\tau=0,1,2,...;k=\overline{0,l-1};i=0,1,2,...). \quad (3.2.2.10)$$

Для всех пар τ и k очевидно, что

$$0\le q_i(\tau,k)\le 1\ \ (i=0,1,2,...);\ \sum_{i=0}^{\infty}q_i(\tau,k)=1. \quad (3.2.2.11)$$

Введем производящие функции $\varphi^{(k)}(\tau,z)$ и $R^{(k)}(z)$ распределений $\{q_i(\tau,k)\}$ и $\{P_i^{(k)}\}$ следующим образом

$$\varphi^{(k)}(\tau,z)=\sum_{i=0}^{\infty}q_i(\tau,k)z^i, \quad (3.2.2.12)$$

$$R^{(k)}(z)=\sum_{i=0}^{\infty}P_i^{(k)}z^i \quad (3.2.2.13)$$

$$(k=\overline{0,l-1};\tau=0,1,2,...;|z|\le 1).$$

Докажем следующее утверждение.

Теорема 1. Производящие функции (3.2.2.12) вероятностных распределений (3.2.2.11) состояний неоднородной цепи Маркова (3.2.2.5) удовлетворяют системе функциональных разностных уравнений

$$\begin{aligned}&\varphi^{(k+1)}(\tau,z)=R^{(k+1)}(z)\varphi^{(k)}(\tau,p_{k+1}+(1-p_{k+1})z)\\&(k=\overline{0,l-2};\tau=0,1,2,...;|z|\le 1),\end{aligned} \quad (3.2.2.14)$$

$$\begin{aligned}&\varphi^{(0)}(\tau+1,z)=R^{(0)}(z)\varphi^{(l-1)}(\tau,p_0+(1-p_0)z)\\&(\tau=0,1,2,...;|z|\le 1),\end{aligned} \quad (3.2.2.15)$$

где функции $R^{(k)}(z)(k=\overline{0,l-1})$ определены по (3.2.2.13).

Действительно, на основании того, что последовательность $\xi(\tau, k)$ является цепью Маркова (неоднородной) для каждого перехода типа (3.2.2.6) можно составить следующие системы разностных алгебраических уравнений

$$q_j(\tau,k+1)=\sum_{i=0}^{j}q_i(\tau,k)\sum_{r=j-i}^{j}P_r^{(k+1)}\binom{i}{i+r-j}p_{k+1}^{i+r-j}(1-p_{k+1})^{j-r}+$$
$$+\sum_{i=j+1}^{\infty}q_i(\tau,k)\sum_{r=0}^{j}P_r^{(k+1)}\binom{i}{i+r-j}p_{k+1}^{i+r-j}(1-p_{k+1})^{j-r}; \qquad (3.2.2.16)$$
$$(\tau=0,1,2,...;j=0,1,2,...;k=\overline{0,l-2}).$$

Переход типа (3.2.2.7) можно описать системой разностных уравнений такого вида:

$$q_j(\tau+1,0)=\sum_{i=0}^{j}q_i(\tau,l-1)\sum_{r=j-i}^{j}P_r^{(0)}\binom{i}{i+r-j}p_0^{i+r-j}(1-p_0)^{j-r}+$$
$$+\sum_{i=j+1}^{\infty}q_i(\tau,l-1)\sum_{r=0}^{j}P_r^{(0)}\binom{i}{i+r-j}p_0^{i+r-j}(1-p_0)^{j-r}; \qquad (3.2.2.17)$$
$$(\tau=0,1,2,...;j=0,1,2,...).$$

Системы (3.2.2.16) и (3.2.2.17) не имеют существенных различий и отличаются друг от друга лишь измененной индексацией, обусловленной цикличностью процесса.

Умножая обе части каждого j-го (j = 0, 1, 2,...) уравнения системы (3.2.2.16) на z^j и суммируя полученные равенства, приходим к (3.2.2.14). Действуя совершенно аналогично предыдущему, из системы (3.2.2.17) находим функциональное уравнение (3.2.2.15).

Полученные функциональные уравнения полностью описывают функционирование выделенной неоднородной марковской цепи.

Результаты доказанной теоремы можно обобщить на случай произвольного числа шагов в пределах одного цикла, т.е. описать в производящих функциях следующие переходы цепи (3.2.2.5):

$$\xi(\tau,k)\to\xi(\tau,k+n)$$
$$(k=\overline{0,l-2};n=\overline{1,l-k-1}), \qquad (3.2.2.18)$$

$$\xi(\tau,k)\to\xi(\tau+1,n-l+k)$$
$$(k=\overline{0,l-2};n=\overline{l-k,l-1}). \qquad (3.2.2.19)$$

В частности, при $n = l$

$$\xi(\tau, k) \to \xi(\tau+1, k)$$
$$(k = \overline{0, l-1}), \tag{3.2.2.20}$$
$$\text{при } n = \overline{1, l} \quad \xi(\tau, l-1) \to \xi(\tau+1, n-1).$$

Управление этими переходами осуществляют соответственно такие стохастические матрицы

$$B_k^{(k+n)} = \prod_{i=1}^{n} D^{(k+i)} \quad (k = \overline{0, l-2}; n = \overline{1, l-k-1}); \tag{3.2.2.21}$$

$$B_k^{(n-l+k)} = \prod_{i=1}^{l-k-1} D^{(k+i)} \prod_{j=0}^{n-l+k} D^{(j)} \quad (k = \overline{0, l-2}; n = \overline{l-k, l}); \tag{3.2.2.22}$$

$$B_{l-1}^{(n)} = \prod_{i=0}^{n} D^{(i)} \quad (n = \overline{1, l}); \tag{3.2.2.23}$$

Элементы данных матриц, как видно, могут быть найдены непосредственно в результате последовательного перемножения матриц $D^{(i)}(i = \overline{0, l-1})$, однако, более рациональный путь заключается в дальнейшем применении аппарата производящих функций.

Рассмотрим следующие последовательности случайных величин для каждого фиксированного $k(k = \overline{0, l-1})$:

$$\xi^{(k)}(\tau) = \{\xi(0, k), \xi(1, k), \ldots\} \quad (\tau = 0, 1, 2, \ldots).$$

Можно легко убедиться, что эти последовательности являются уже однородными марковскими цепями, вложенными в процесс (3.2.2.4).

Введем обозначения

$$\begin{aligned}
&\alpha(z, k+1, k+n) = 1 - (1-z)\prod_{i=1}^{n}(1 - p_{k+i})(k = \overline{0, l-2}; n = \overline{1, l-k-1});\\
&\alpha(z, k+1, n-l+k) = 1 - (1-z)\prod_{i=1}^{l-k-1}(1 - p_{k+i})\prod_{j=0}^{n-l+k}(1 - p_j)(n = \overline{l-k, l});\\
&\alpha(z, 0, n-1) = 1 - (1-z)\prod_{m=0}^{n-1}(1 - p_m)(n = \overline{1, l});\\
&\alpha(z, k, k) = 1 - (1-z)(1 - p_k)(k = \overline{0, l-1}).
\end{aligned} \tag{3.2.2.24}$$

Пусть далее

$$A = 1 - \prod_{j=0}^{l-1} (1 - p_j). \qquad (3.2.2.25)$$

Тогда обозначим

$$\alpha(z, A^i) = 1 - (1-z)\left[\prod_{j=0}^{l-1} (1-p_j)\right]^i = 1 - (1-z)(1-A)^i \, (i = 0,1,2,\ldots). \quad (3.2.2.26)$$

Положим

$$\begin{aligned} &q_i^{(k)}(\tau) = P\{\xi^{(k)}(\tau) = i\} \quad (\tau, i = 0,1,2,\ldots), \\ &\psi^{(k)}(\tau, z) = \sum_{i=0}^{\infty} q_i^{(k)}(\tau) z^i \quad (|z| \le 1). \end{aligned} \qquad (3.2.2.27)$$

С учетом (3.2.2.13) введем следующие производящие функции

$$S^{(k)}(z) = R^{(k)}(z) R^{(l-1)}(\alpha(z,0,k)) \prod_{r=1}^{k} R^{(k-r)}(\alpha(z, k+1-r, k)) \times$$
$$\times \prod_{s=2}^{l-k-1} R^{(l-s)}(\alpha(z, l-s+1, k)) \quad (k = \overline{1, l-3});$$
$$S^{(l-2)}(z) = R^{(l-2)}(z) R^{(l-1)}(\alpha(z, 0, l-2)) \prod_{r=3}^{l} R^{(l-r)}(\alpha(z, l-r+1, l-2));$$
$$S^{(l-1)}(z) = R^{(l-1)}(z) \prod_{r=2}^{l} R^{(l-r)}(\alpha(z, l-r+1, l-1));$$
$$S^{(0)}(z) = R^{(0)}(z) R^{(l-1)}(\alpha(z,0,0)) \prod_{r=2}^{l-1} R^{(l-r)}(\alpha(z, l-r+1, 0)).$$

Этим равенствам присвоим номер (3.2.2.28).
Имеет место следующее утверждение.

Теорема 2. Производящая функция $\psi^{(k)}(\tau, z)$ распределения состояний однородной марковской цепи (3.2.2.28) в моменты времени $\tau l + k$ ($\tau = 0,1,2,\ldots$; k — фиксировано, $k = \overline{0, l-1}$), удовлетворяет следующей системе функциональных уравнений

$$\psi^{(k)}(\tau+1, z) = S^{(k)}(z) \psi^{(k)}(\tau, \alpha(z, A)) \quad (k = \overline{0, l-1}); \qquad (3.2.2.29)$$

$$\psi^{(k)}(\tau+n,z)=\psi^{(k)}(\tau,\alpha(z,A^n))S^{(k)}(z)\prod_{i=1}^{n-1}S^{(k)}(\alpha(z,A^i)) \tag{3.2.2.30}$$
$$(n=2,3,...);$$

Прежде всего отметим, что (3.2.2.29) получается сразу же при $n = l$, если использовать обозначения (3.2.2.27) и (3.2.2.28).

Согласно (3.2.2.29) для момента $\tau + 2$ можно записать

$$\psi^{(k)}(\tau+2,z)=S^{(k)}(z)\psi^{(k)}(\tau+1,\alpha(z,A)). \tag{3.2.2.31}$$

Учитывая (3.2.2.26) и справедливость рекуррентного соотношения

$$\alpha\left[\alpha(z,A),A^i\right]=\alpha(z,A^{i+1})(i=0,1,2,...),$$

из (3.2.2.29) и (3.2.2.31) получим

$$\psi^{(k)}(\tau+2,z)=\psi^{(k)}(\tau,\alpha[\alpha(z,A),A])S^{(k)}(z)S^{(k)}(\alpha(z,A))$$

или

$$\psi^{(k)}(\tau+2,z)=\psi^{(k)}(\tau,\alpha(z,A^2))S^{(k)}(z)S^{(k)}(\alpha(z,A)). \tag{3.2.2.32}$$

Соотношение (3.2.2.32) показывает справедливость (3.2.2.30) при $n=2$.

Пусть соотношения (3.2.2.30) выполняются для фиксированного номера $n(n\geq 2)$. При этом очевидно, что

$$\psi^{(k)}(\tau+n+1,z)=S^{(k)}(z)\psi^{(k)}(\tau+n,\alpha(z,A)) \tag{3.2.2.33}$$
$$(\tau=0,1,2,...).$$

Используя (3.2.2.30), имеем

$$\psi^{(k)}(\tau+n+1,z)=\psi^{(k)}(\tau,\alpha[\alpha(z,A),A^n])S^{(k)}(z)S^{(k)}(\alpha(z,A))\times$$
$$\times\prod_{i=1}^{n-1}S^{(k)}(\alpha[\alpha(z,A),A^i]).$$

Или

$$\psi^{(k)}(\tau+n+1,z)=\psi^{(k)}(\tau,\alpha(z,A^{n+1}))S^{(k)}(z)\prod_{i=1}^{n}S^{(k)}(\alpha(z,A^i)).$$

Теорема доказана.

Следующая теорема описывает поведение системы в стационарном режиме.

Теорема 3. Пусть A, $q_i^{(k)}(\tau)$, $\psi^{(k)}(\tau,z)$, $R^{(k)}(z)$, $S^{(k)}(z)$ и $\alpha(z,A^i)$ определены в соответствии с (3.2.2.13), (3.2.2.24) и (3.2.2.27).

Если

$$A > 0 \;\; и \;\; \mu^{(j)} = \left.\frac{dR^{(j)}(z)}{dz}\right|_{z=1} < +\infty (j = \overline{0,l-1}), \qquad (3.2.2.34)$$

то для каждого $k(k = \overline{0,l-1})$ существует предельное распределение вероятностей состояний цепи $\xi^{(k)}(\tau) = \{\xi(0,k), \xi(1,k), \ldots\}$, т.е.

$$q_i^{(k)}(\tau) \to q_i^{(k)} \;\; \text{при} \;\; \tau \to \infty. \qquad (3.2.2.35)$$

При этом в случае $A = 1$

$$\psi^{(k)}(\tau,z) = R^{(k)}(z) (|z| \le 1, \; \tau = 0,1,2,\ldots) \qquad (3.2.2.36)$$

и в случае $0 < A < 1$

$$\psi^{(k)}(\tau,z) \to S^{(k)}(z) \prod_{i=1}^{\infty} S^{(k)}(\alpha(z,A^i)) (\tau \to \infty). \qquad (3.2.2.37)$$

Если $A = 0$ или хотя бы при одном $j(j = \overline{0,l-1})$ и $0 < A < 1$ нарушено условие (3.2.2.34), то

$$q_i^{(k)}(\tau) \to 0 \;\; \text{при} \;\; \tau \to \infty \;\; (k = \overline{0,l-1}). \qquad (3.2.2.38)$$

Пусть $A = 1$. С помощью (3.2.2.13), (3.2.2.24), (3.2.2.27) в этом случае убедимся в справедливости равенств:

$$\alpha(z,1^i) = 1 \;\; (i = 1,2,\ldots),$$
$$\psi^{(k)}(\tau,1) = 1 \;\; (k = \overline{0,l-1}); \; \tau = 0,1,2,\ldots),$$
$$\alpha(1,n,m) = 1 \;\; (n,m = \overline{0,l-1}),$$
$$R^{(k)}(1) = 1 \;\; (k = \overline{0,l-1}),$$
$$S^{(k)}(1) = 1 \;\; (k = \overline{0,l-1}).$$

Так как условие $A = 1$ эквивалентно условию $p_k = 1(k = \overline{0, l-1})$, то по (3.2.2.24) имеем

$$\alpha(z, n, m) = 1(n, m = \overline{0, l-1}); |z| \le 1).$$

Тогда по (3.2.2.28) найдем

$$S^{(k)}(z) = R^{(k)}(z)(k = \overline{0, l-1}).$$

С учетом отмеченных свойств (3.2.2.30) изменяется таким образом

$$\psi^{(k)}(\tau + n, z) = R^{(k)}(z)(k = \overline{0, l-1}; |z| \le 1; n = 1, 2, \ldots),$$

где правая часть равенства не зависит от n. Отсюда следует (3.2.2.36).

Если $A = 0$, то $p_k = 0$, и на основании (3.2.2.24) и (3.2.2.26) получим

$$\alpha(z, n, m) = z(n, m = \overline{0, l-1}),$$
$$\alpha(z, 0^i) = z(i = 1, 2, \ldots).$$

Обозначения (3.2.2.28) дают независимо от $k(k = \overline{0, l-1})$

$$S^{(k)}(z) = \prod_{r=0}^{l-1} R^{(r)}(z)(|z| \le 1).$$

Тогда (3.2.2.30) принимает вид

$$\psi^{(k)}(\tau + n, z) = \psi^{(k)}(\tau, z)[S^{(k)}(z)]^n (n = 1, 2, \ldots).$$

Отсюда следует, что
при $|z| < 1$ $\psi^{(k)}(\tau + n, z) \to 0$, если $n \to \infty$,
при $z = 1$ (независимо от n) $\psi^{(k)}(\tau + n, z) = 1$.
Это равносильно (3.2.2.38).

Теперь рассмотрим нетривиальный случай $0 < A < 1$.

Будем считать, что $k = \overline{1, l-3}$, и использовать соответствующее соотношение из (3.2.2.28). В остальных случаях значений $k(k = 0, l-1, l-2)$ доказательство такое же.

Рассмотрим последовательность производящих функций при фиксированном значении $k(k=\overline{1,l-3})$:

$$F_n^{(k)}(z)=S^{(k)}(z)\prod_{i=1}^{n-1}S^{(k)}(\alpha(z,A^i))(n=2,3,...;|z|\le 1).$$

Очевидно, что сходимость производящих функций $F_n^{(k)}(z)$ при $n\to\infty$ к некоторой производящей функции $F^{(k)}(z)$ будет зависеть от поведения этих функций в окрестности точки $z=1$, если будет доказана сходимость последовательности значений производных $\frac{dF_n^{(k)}(z)}{dz}$ в точке $z=1$ к некоторому конечному значению $M^{(k)}$.

Обозначим $\left.\frac{dF_n^{(k)}(z)}{dz}\right|_{z=1}=M_n^{(k)}$, $\left.\frac{dS^{(k)}(z)}{dz}\right|_{z=1}=m^{(k)}$.

Учитывая (3.2.2.28), неравенство $m^{(k)}<+\infty$ выполняется, если выполняется условие (3.2.2.34). С помощью (3.2.2.26) и (3.2.2.28) убеждаемся в справедливости равенства

$$\left.\frac{dS^{(k)}(\alpha(z,A^i))}{dz}\right|_{z=1}=m^{(k)}(1-A)^i(i=1,2,...).$$

Тогда

$$M_n^{(k)}=m^{(k)}(1+(1-A)+(1-A)^2+...+(1-A)^{n-1})(n=2,3,...)$$

и при $n\to\infty$ существует предел

$$\lim_{n\to\infty}M_n^{(k)}=\frac{m^{(k)}}{A}<+\infty.$$

Таким образом, в (3.2.2.30) допустим предельный переход при $n\to\infty$. В результате получаем (3.2.2.37). Используя теорему непрерывности Феллера [33], в результате получаем (3.2.2.35).

С точки зрения практических применений особый интерес представляют некоторые частные случаи полученных результатов. В частности, интересен случай, когда поступление грузов на станции распределено по закону Пуассона. Этот случай находит широкое применение в задачах пассажирского и грузового транспорта. Статистика показывает, что непланируемые перевозки пассажиров и грузов (городской пассажирский транспорт, мелкие грузовые отправки на железной дороге) подходят как раз под случай пуассоновского распределения.

Итак, положим

$$P_i^{(k)} = \frac{\lambda_k^{\,i}}{i\ !} e^{-\lambda_k} (k = \overline{0, l-1}; i = 0, 1, 2, \ldots).$$

При условии, когда хотя бы на одной из станций возможна разгрузка транспортных единиц, т.е. когда $A > 0$, существует стационарный режим. При этом стационарные распределения наполнения транспортных единиц также являются пуассоновскими с параметрами $\Lambda_k / A(k = \overline{0, l-1})$, где

$$\Lambda_k = \lambda_k + \sum_{i=0}^{k-1} \lambda_i \prod_{j=i+1}^{k} (1 - p_j) + \prod_{r=0}^{k} (1 - p_r) \left[\sum_{i=k+1}^{l-2} \lambda_i \prod_{j=i+1}^{l-1} (1 - p_j) + \lambda_{l-1} \right]$$

$(k = \overline{1, l-3})$,

$$\Lambda_{l-2} = \lambda_{l-2} + \sum_{i=0}^{l-3} \lambda_i \prod_{j=i+1}^{l-2} (1 - p_j) + \lambda_{l-1} \prod_{r=0}^{l-2} (1 - p_r),$$

$$\Lambda_{l-1} = \lambda_{l-1} + \sum_{i=0}^{l-2} \lambda_i \prod_{j=i+1}^{l-1} (1 - p_j),$$

$$\Lambda_0 = \lambda_0 + \lambda_{l-1}(1 - p_0) + (1 - p_0) \sum_{i=1}^{l-2} \lambda_i \prod_{j=i+1}^{l-1} (1 - p_j).$$

Полученные результаты могут быть обобщены на случаи, когда число транспортных единиц в ту или другую сторону отличается от числа станций, когда интенсивность поступления грузов на станции изменяется во времени, по некоторому заданному закону, когда маршрут не является кольцевым, а, например, маятниковым и т.д.

В более сложных случаях при построении имитационных моделей возможность использования свойства ограниченности структурных связей между отдельными звеньями исследуемых систем позволяет расчленять модели систем на определенные совокупности процессов, обладающих марковским свойством, помогает строить наиболее стандартизированные и компактные модели, удобные для компьютерной имитации.

Весьма успешным явилось использование свойства ограниченности внутренних связей сложных систем при построении имитационных моделей разнообразных транспортных систем. Так, была решена задача определения пропускной способности системы нефтебаз и исследования режимов работы отдельных ее звеньев [21]. Был смоделирован транспортно-перегрузочный процесс в порту, подробно описанный в предыдущей главе. Свойство ограниченности внутренних связей использовалось при построении моделей контейнерных перевозок, морских паромных переправ, работы железнодорожных станций и перегонов, при моделировании материальных потоков в процессе формирования современных логистических цепей, включающих производство, транспорт и потребление [22] и т.д.

В продолжение данной темы в следующем пункте предлагается описание одной из важных транспортных задач, а именно, задачи о пропускной способности узлов пассажирских комплексов.

3.3. Исследование транспортных систем с помощью автоматных моделей: задача о пропускной способности вокзала

Целью создания вероятностно-автоматной модели взаимодействия пассажирских потоков в пересадочных узлах явилось исследование функционирования сложных стохастических процессов обслуживания пассажиров на крупных вокзалах (в пересадочных узлах) и оценка пропускной способности вокзалов. Результаты разработки легли в основу задачи обеспечения стабильности качества обслуживания пассажиров, преследующей такие цели:

— определение оптимальных параметров системы — размеров площади вокзала, компоновки и ширины его входов-выходов, минимизирующих потери от задержки пассажиров на вокзале;

— обоснование планировочных и архитектурных решений новых (реконструируемых) вокзалов;

— оптимизация (корректировка) расписания пассажирского движения на направлениях и в регионах;

— определение рациональных параметров и компоновки существующих и резервных входов-выходов вокзалов в условиях экстремальных пассажиропотоков.

Исследуемая система состоит из двух подсистем: статичной, включающей в себя пространство (площадь) и всю инфраструктуру вокзала, и динамичной — собственно встречных потоков пассажиров, поступающих на территорию вокзала от его входа (выхода) и, в зависимости от целей каждого из пассажиров, разделяющихся на потоки, следующие сразу на выход (вход), и на потоки, следующие к какому-либо из объектов инфраструктуры вокзала. Учитываются также потоки пассажиров, следующие от объектов инфраструктуры к выходу (входу) вокзала. Приведем формализацию системы.

Условимся считать, что площадь вокзала представляет собой структуру, состоящую из $I*J$ прямоугольных "клеток", где I — общее количество клеток по горизонтали, а J — общее количество клеток по вертикали. Положение каждой клетки идентифицируется парой индексов (i,j), где $i=\overline{1,I}$, а $j=\overline{1,J}$. Договоримся называть переменный индекс j номером уровня. Назовем первым со стороны перрона или верхним уровнем уровень $j=1$. Тогда $j=J$ — последний или нижний уровень (со стороны выхода в город). Все структурные клетки считаются одинаковыми (с одинаковой длиной стороны, например, в 1,65 м) и клетки каждого уровня нумеруются слева направо.

Договоримся, что по каждой клетке площади вокзала в каждый момент времени возможны одновременные перемещения пассажиров в таких направлениях:

— из города к перрону;

— от поездов в город;

$$\left.\begin{array}{l} -\text{слева} \rightarrow \text{направо,} \\ -\text{справа} \rightarrow \text{налево.} \end{array}\right\} \text{к объектам инфраструктуры вокзала.}$$

Диагональные перемещения в модели не рассматриваются.

Анализ содержательного описания данной системы и формализованного представления площади вокзала в виде декартового произведения клеток $I*J$ позволяет сделать вывод о том, что такие факторы как сложность и вероятностный характер движения встречных потоков пассажиров по клеткам площади вокзала, включая клетки входа-выхода, потребность в определении искомых характеристик и анализе возникающих ситуаций в любой момент (срез) единого модельного времени обусловливают выбор исследования системы методом имитационного моделирования с помощью СВА. Модель будет строиться из двух модулей-агрегатов — агрегата $(i,j)\in I*J$ элементарных клеток, который с целью обеспечения свойства марковости необходимо будет полностью определить в каждый момент t, и — агрегата целей, накапливающего и усредняющего искомые неслучайные величины, определяемого по мере увеличения модельного времени вплоть до заданной величины Т.

Кроме того, анализируя систему “вокзал — пассажиропотоки”, убеждаемся в очевидности наличия свойства ограниченности структурно-функциональных и информационных связей между клетками $(i,j)\in I*J$. Для того, чтобы можно было воспользоваться этим свойством, приведем следующие формализующие договоренности. В реальности через каждую элементарную клетку вокзала в каждый момент времени одновременно передвигается восемь потоков пассажиров: четыре потока наружу из клетки и четыре потока внутрь в клетку. Каждый поток в отдельности, проходя через клетки вокзала, будет представлять собой модель перетекания в соответствии с определением (3.1.1) данной главы. Возможности имитационного моделирования позволяют осуществить разбиение совокупного разновекторного потока пассажиров на последовательность потоков по определенным направлениям для одного и того же текущего момента времени и рассчитать последовательно все промежуточные наполнения каждой клетки. Поэтому следует предварительно договориться об одинаковой последовательности расчета наполнения клеток в соответствии с зафиксированным чередованием направлений потоков через клетки.

Договоримся о введении следующей системы приоритетов направлений передвижения пассажиропотоков через (i,j)-ю клетку площади вокзала:

1) снизу → вверх (из города к перрону);
2) сверху → вниз (от поездов в город);
3) справа → налево, (3.3.1);
4) слева → направо.

Это дает возможность, в отличие от моделирования реального процесса одновременного перемещения различных пассажиропотоков внутри каждой элементарной клетки и внутри площади вокзала в целом, расчленить пассажиропотоки по приоритетным направлениям и исследовать промежуточное наполнение клеток по мере накопления учитываемых направлений движения потоков (см. 3.3.1), не изменяя хода времени.

Введем обозначения состояний автоматов модуля-агрегата “(i,j)-я клетка”:

$a_{ij}(t)$ — поток пассажиров в (i,j)-й клетке в момент t;

$\lambda_{ij}^{(1)}(t)$ — поток желающих выйти в момент t из (i,j)-й клетки вверх, в клетку $(i,j-1)$;

$L_{ij}^{(1)}(t)$ — поток вышедших в момент t из клетки (i,j) в клетку $(i,j-1)$;

$a_{ij}^{(1)}(t)$ — текущий поток пассажиров в клетке (i,j) после завершения вертикального перемещения потока — "снизу-вверх" на момент t;

$\lambda_{ij}^{(3)}(t)$ — поток желающих выйти вниз из (i,j)-й клетки в $(i, j + 1)$-ю клетку;

$L_{ij}^{(3)}(t)$ — поток вышедших в момент t из клетки (i,j) в клетку $(i,j+1)$;

$a_{ij}^{(3)}(t)$ — текущий поток в клетке (i,j) в момент t после завершения следующего вертикального перемещения потока — "сверху-вниз";

$\lambda_{ij}^{(5)}(t)$ — поток желающих выйти в момент t из клетки (i,j) влево, в клетку $(i,j-1)$;

$L_{ij}^{(5)}(t)$ — поток вышедших в момент t из клетки (i,j) влево, в клетку $(i-1,j)$;

$a_{ij}^{(5)}(t)$ — текущее количество пассажиров в (i,j)-й клетке в момент t после завершения последующего модельного горизонтального перемещения потока "справа-налево";

$\lambda_{ij}^{(7)}(t)$ — поток желающих выйти в момент t из ij-й клетки вправо — в клетку $(i+1,j)$;

$L_{ij}^{(7)}(t)$ — поток вышедших в момент t из клетки (i,j) в клетку $(i+1,j)$;

$a_{ij}^{(7)}(t)$ — завершающий текущий поток в клетке (i,j) в момент t после завершения перемещения потока "слева-направо";

Введем обозначения входящих потоков в (i,j)-ю клетку с четырех сторон в момент t, соблюдая приоритеты (3.3.1):

$L_{ij}^{(2)}(t)$ — поток вошедших в клетку (i,j) из нижней клетки $(i,j+1)$;

$L_{ij}^{(4)}(t)$ — поток вошедших в клетку (i,j) из верхней клетки $(i,j-1)$;

$L_{ij}^{(6)}(t)$ — поток вошедших в клетку (i,j) из соседней клетки справа $(i+1,j)$;

$L_{ij}^{(8)}(t)$ — поток вошедших в клетку (i,j) из соседней клетки слева $(i-1,j)$;

$A_{ij} = \text{const}$ — предельно допустимая пассажировместимость (i,j)-й клетки;

$X_{ij}^{(pq)}(t)$ — доля пассажиров от всего потока вошедших в клетку (i,j) по приоритету $q = 2 \vee 4 \vee 6 \vee 8$ и желающих выйти из нее по приоритету $p = 1 \vee 3 \vee 5 \vee 7$ в момент t;

Введем обозначения заданных статистически определенных случайных величин:

$\xi_i^{(1)}(t)$ — случайный поток пассажиров, поступивших в момент t на вход i-й клетки последнего (нижнего) j-го уровня из города;

$\xi_i^{(3)}(t)$ — случайный поток поступивших на вход i-й клетки верхнего первого уровня;

$\lambda_i^{*(1)}(t)$, $\lambda_i^{*(3)}(t)$ — число пассажиров, не вошедших в помещение вокзала из города (снизу) и от перрона (сверху) из-за переполнения клеток входа-выхода;

$\eta_{ij}^{(pq)}(t)$ — случайная доля потока желающих выйти из клетки (i,j) по приоритету $p = 1 \vee 3 \vee 5 \vee 7$ из всего потока пассажиров, вошедших в нее по приоритету $q = 2 \vee 4 \vee 6 \vee 8$.

Введем следующие двоичные индикаторы:

$z_{ij}^{(q)}(t)$ — принимает значение 1, если поток вошедших в (i,j)-ю клетку пассажиров в момент t по приоритету $q = 2 \vee 4 \vee 6 \vee 8$ отличен от нуля (поступление реально состоялось), в противном случае данная величина принимает значение 0.

$\rho_{ij}^{(p)}$ — фиксированная двоичная величина, ненулевое значение которой определяет принципиальную возможность выхода из клетки (i,j) (клетка не запретная, не занятая объектом инфраструктуры вокзала) согласно приоритету $p = 1 \vee 3 \vee 5 \vee 7$.

$V_{ij}^{(pq)}(t) = 1$, если выход из клетки (i,j) по приоритету p невозможен (выход в сторону "запретной" клетки) для пассажиров, поступивших в клетку (i,j) по приоритету q, и $V_{ij}^{(pq)}(t) = 0$ — в противном случае.

$y_{ij}(t)$ — индикатор "кризисного" простоя пассажиров в клетке (i,j).

Приведем описание автоматов агрегата целей.

$\tau_{ij}(t)$ — накопленное время пребывания клетки (i,j) в очередном кризисе на момент t;

$N_{ij}(t)$ — накопленное количество "кризисов" для клетки (i,j) на момент t;

$W_{ij}(t)$ — накопленный штраф для клетки (i,j) на момент t;

T — время имитации, достаточно длительный интервал времени, позволяющий ввести систему в стационарное состояние и решать задачи прогноза или оптимизации;

$N_{ij}^{(*)}(T)$ — усредненное количество "кризисных" ситуаций для клетки (i,j), полученное усреднением за время моделирования T;

$W_{ij}^{(*)}(T)$ — усредненный штраф для клетки (i,j) на момент T;

$W^{(**)}(T)$ — суммарный усредненный штраф по системе за время моделирования T.

Обозначим каждый предыдущий, в том числе и исходный, момент моделирования через $(t-1)$. Очевидно, что на этот момент заданы векторы начальных состояний автоматов $a_{ij}(t-1)$ и $\lambda_{ij}^{(p)}(t-1)$, отображающих соответственно степень наполнения клеток и потоки желающих выйти из них согласно системе приоритетов.

Приведем сценарий моделирования:

1. Моделируется динамика перемещения пассажиров из клетки (i,j) в клетку $(i,j-1)$, при этом определяется поток вышедших "вверх" $L_{ij}^{(1)}(t)$ — на последующий момент времени имитации t, а также первое текущее оставшееся число пассажиров в (i,j)-й клетке — $a_{ij}^{(1)}(t)$.

2. Определяется поток вышедших из (i,j)-й клетки "вниз" и остаток пассажиров в ней на момент t — $L_{ij}^{(3)}(t)$ и $a_{ij}^{(3)}(t)$ соответственно.

3. Производится перевычисление потока вышедших "влево" $L_{ij}^{(5)}(t)$ и новый остаток пассажиров для клетки (i,j) $a_{ij}^{(5)}(t)$ на момент t.

4. Осуществляется аналогичный "парный" шаг определения пассажиров, переместившихся "вправо" из клетки (i,j) — $L_{ij}^{(7)}(t)$, а также

текущее наполнение клетки $-a_{ij}^{(7)}(t)$, которое будет наполнением $a_{ij}(t)$ клетки в следующий момент единого модельного времени t.

5. Следующие четыре последовательные шага определят потоки вошедших в клетку согласно системе приоритетов вхождения — $L_{ij}^{(q)}(t)$, где $q=2\vee 4\vee 6\vee 8$.

6. Определяются двоичные индикаторы реальной реализации потоков вхождения в клетку (i,j) с различных сторон $z_{ij}^{(q)}(t)$ и оценки принципиальной возможности выхода по различным направлениям $\rho_{ij}^{(p)}$.

7. Определяются реальные доли $X_{ij}^{(pq)}(t)$ потоков желающих выйти из (i,j)-й клетки по трем направлениям из всего потока вошедших в клетку (i,j) в момент t с четвертой стороны.

8. Определяется поток желающих выйти из клетки (i,j) в разные стороны — $\lambda_{ij}^{(p)}(t)$.

В результате, на момент t переопределены все значения состояний автоматов модуля-агрегата "(i,j)-я клетка", определяющих состояние каждой клетки $(i,j)(i=\overline{1,I};\ j=\overline{1,J})$ площади вокзала на момент t. Вычисления состояний КВА системы, реализуемые в соответствии с описанным сценарием, имеют циклический характер, повторяясь для каждого следующего момента времени

$$t_n=t_{n-1}+\Delta t.$$

Для простоты вычислений примем $\Delta t=1$, а при записи ТУФП будем пользоваться такими двумя обозначениями временного аргумента:

— предыдущее значение временного аргумента, в том числе и для вектора начальных состояний, будет обозначаться как $t\ \ -1$;

— значение временного аргумента для перевычисляемых значений автоматов модели будет обозначено как t. В следующем цикле вычислений определенные на момент t значения автоматов модели будут уже считаться значениями на момент $(t\ \ 1)$ и служить для переопределения новых значений всех автоматов на следующий момент модельного времени $(t\ \ -1)\ 1=t$.

Искомые автоматы агрегата целей перевычисляются по мере накопления значений временного аргумента $\sum_n(t+n)\to T$.

Приведем алгоритм модели — ТУФП с краткими пояснениями:

1. $L_{i1}^{(1)}(t) = \lambda_{i1}^{(1)}(t-1); \ (i = \overline{1,I}; \ j = 1).$

Из клеток первого уровня в момент t к поездам на перрон вышли все желающие выйти "вверх" на момент $(t \quad -1)$.

2. $L_{ij}^{(1)}(t) = \min\left\{\lambda_{ij}^{(1)}(t-1); \ A_{i(j-1)} - a_{i(j-1)}(t-1)\right\}; \ (i = \overline{1,I}; \ j = \overline{2,J}).$

Поток вышедших в момент t "вверх" из клеток второго и ниже уровней будет равен минимуму между количеством желающих выйти в этом направлении из (i,j)-й клетки и резервной емкостью верхней клетки $(i, j-1)$ на момент $(t \quad -1)$.

3. $L_{i(J+1)}^{(1)}(t) = \min\left\{\xi_i^{(1)}(t) + \lambda_i^{*(1)}(t-1); \ A_{iJ} - a_{iJ}(t-1)\right\}; \ (i = \overline{1,I}).$

Поток входящих в клетки входа со стороны города определяется как минимум между суммой случайного количества пассажиров, поступивших в момент t к соответствующим клеткам уровня j и количества не поступивших в предыдущий момент времени к данным клеткам, и резервом соответствующих клеток (i,j) нижнего уровня.

4. $a_{ij}^{(1)}(t) = \min\left\{a_{ij}(t-1) - L_{ij}^{(1)}(t) + L_{i(j+1)}^{(1)}(t); \ A_{ij}\right\}; \ (i = \overline{1,I}; \ j = \overline{1,J}).$

Первое промежуточное наполнение клетки (i,j) на момент t определяется таким образом: предыдущий поток (на момент t 1-) уменьшается на количество выбывших "вверх" и увеличивается на количество вошедших в данную клетку "снизу" в момент t и проверяется на условие нормы пассажировместимости клетки.

5. $\lambda_i^{*(1)}(t) = \xi_i^{(1)}(t) + \lambda_i^{*(1)}(t-1) - L_{i(J+1)}^{(1)}(t); \ (i = \overline{1,I}).$

Вычисляется возможное наличие потока не вошедших в момент t на уровень j в случае переполнения (i,j)-й клетки входа в вокзал со стороны города.

6. $L_{iJ}^{(3)}(t) = \lambda_{iJ}^{(3)}(t-1); \ (i = \overline{1,I}; \ j = J).$

Выход в город всех желающих из клеток уровня j осуществляется без ограничений.

7. $L_{ij}^{(3)}(t) = \min\left\{\lambda_{ij}^{(3)}(t-1); \ A_{i(j+1)} - a_{i(j+1)}^{(1)}(t)\right\}; \ (i = \overline{1,I}; \ j = \overline{J-1, \ 1}).$

Поток вышедших из клетки (i,j) (кроме уровня j) "вниз" рассчитывается как минимум между потоком желающих выйти в этом направлении с момента t 1- и резервом вместимости нижней клетки на момент t.

8. $L_{i0}^{(3)}(t) = \min\left\{\xi_i^{(3)}(t) + \lambda_i^{*(3)}(t-1); \ A_{i1} - a_{i1}^{(1)}(t)\right\}; \ (i = \overline{1,I}; \ j = 0).$

Рассчитывается поток вошедших в клетки верхнего уровня (ко входу в вокзал со стороны перрона) как минимум между суммой случайного поступления потока от поездов и остатка не вошедших в вокзал с момента t 1-и наполнением клеток первого уровня после выхода из них желающих.

9. $a_{ij}^{(3)}(t)=\min\left\{a_{ij}^{(1)}(t)-L_{ij}^{(3)}(t)+L_{i(j-1)}^{(3)}(t);\ A_{ij}\right\};\ (i=\overline{1,I};\ j=\overline{1,J}).$

Текущее число пассажиров в каждой клетке (i,j), полученное на момент t в результате вертикального перемещения потока сверху-вниз через клетку — из клетки $(i,(j-1))$ в клетку (i,j) и одновременно из клетки (i,j) в клетку $(i,(j+1))$.

10. $\lambda_i^{*(3)}(t)=\xi_i^{(3)}(t)+\lambda_i^{*(3)}(t-1)-L_{i0}^{(3)}(t);\ (i=\overline{1,I}).$

Наличие потока не вошедших в вокзал со стороны перрона в момент t будет характеризоваться разностью между суммой поступивших с поездов на перрон в момент t и остатком не вошедших в вокзал с момента $(t-1)$ и потоком пассажиров, поступивших “вниз”, в клетки первого уровня на момент t.

11. $$\begin{aligned}&L_{1j}^{(5)}(t)=0;\ (i=1;\ j=\overline{1,J})\\&L_{ij}^{(5)}(t)=\min\left\{\lambda_{ij}^{(5)}(t-1);\ A_{(i-1)j}-a_{(i-1)j}^{(3)}(t)\right\};\ (i=\overline{1,I};\ j=\overline{1,J}).\end{aligned}$$

Определяется величина потока, переместившегося в момент t из (i,j)-й клетки в соседнюю “слева” $((i-1),j)$-ю клетку, в соответствии с приоритетом последовательности перемещений.

12. $a_{ij}^{(5)}(t)=\min\left\{a_{ij}^{(3)}(t)-L_{ij}^{(5)}(t)+L_{(i+1)j}^{(5)}(t);\ A_{ij}\right\};\ (i=\overline{2,I-1};\ j=\overline{1,J}).$

Производится вычисление текущего наполнения клеток вследствие горизонтального перемещения потоков “справа-налево” между клетками одного уровня.

13. $$\begin{aligned}&a_{Ij}^{(5)}(t)=a_{Ij}^{(3)}(t)-L_{Ij}^{(5)}(t);\ (i=I;\ j=\overline{1,J})\\&a_{1j}^{(5)}(t)=\min\left\{a_{1j}^{(3)}(t)+L_{2j}^{(5)}(t);\ A_{1j}\right\};\ (i=1;\ j=\overline{1,J}).\end{aligned}$$

Определяется текущее наполнение крайних правой и левой клеток одного уровня.

14. $$\begin{aligned}&L_{Ij}^{(7)}(t)=0;\ (i=I;\ j=\overline{1,J})\\&L_{ij}^{(7)}(t)=\min\left\{\lambda_{ij}^{(7)}(t-1);\ A_{(i+1)j}-a_{(i+1)j}^{(5)}(t)\right\};\ (i=\overline{1,I-1};\ j=\overline{1,J}).\end{aligned}$$

Моделируется движение пассажиров “вправо” из ij-й клетки.

$$a_{1j}^{(7)}(t) = a_{1j}^{(5)}(t) - L_{1j}^{(7)}(t);\ (i=1;\ j=\overline{1,J})$$

15. $$a_{Ij}^{(7)}(t)=\min\left\{a_{Ij}^{(5)}(t)+L_{(I-1)j}^{(7)}(t);\ A_{Ij}\right\};\ (i=I;\ j=\overline{1,J})$$

$$a_{ij}^{(7)}(t)=\min\left\{a_{ij}^{(5)}(t)-L_{ij}^{(7)}(t)+L_{(i-1)j}^{(7)}(t);\ A_{ij}\right\};\ (i=\overline{2,I-1};\ j=\overline{1,J}).$$

Определяется результирующая величина наполнения клетки ij в момент t (по итогам реализации выходящих потоков из клетки по всем чётырем направлениям).

Очевидно, что

$$a_{ij}(t)=a_{ij}^{(7)}(t).$$

Таким образом, мы переопределили на момент t состояние одного из автоматов агрегата "ij-я клетка", заданного на момент $(t-1)$, а именно: автомата $a_{ij}(t-1)$.

Перейдем к определению состояний автомата $\lambda_{ij}^{(p)}(t-1)$, идентифицирующего количество желающих выйти из ij-й клетки, на момент t. Для этого определим потоки вошедших в клетку (i,j) в момент t со всех допустимых направлений поступления пассажиров:

$$L_{ij}^{(2)}(t)=L_{i(j+1)}^{(1)}(t);$$
$$L_{ij}^{(4)}(t)=L_{i(j-1)}^{(3)}(t);$$
$$L_{ij}^{(6)}(t)=L_{(i+1)j}^{(5)}(t);$$
$$L_{ij}^{(8)}(t)=L_{(i-1)j}^{(7)}(t).$$

Сформируем текущие значения $z_{ij}^{(q)}(t)$ индикаторов поступления пассажиров в клетку (i,j) в момент t по направлениям $q=2\vee4\vee6\vee8$ — ("снизу", "сверху", "справа", "слева"):

$$z_{ij}^{(q)}(t)=\begin{cases}1, \text{ если } L_{ij}^{(q)}(t)\neq 0;\\ 0 \text{ в противном случае}\end{cases}.$$

Напомним, что заданными считаются индикаторы, определяющие принципиальную возможность выхода из клетки в направлении p (1 — "вверх", 3 — "вниз", 5 — "влево", 7 — "вправо"):

$$\rho_{ij}^{(p)}=\begin{cases}1, \text{ если выход возможен,}\\ 0 \text{ в противном случае.}\end{cases}$$

Приведем формулы вычисления долей (процентов) потоков желающих выйти из ij-й клетки в момент t в направлениях:

1. Доли желающих выйти "вверх", "влево" и "вправо" из потока пассажиров, поступивших "снизу" в ij-клетку

$$X_{ij}^{(12)}(t) = z_{ij}^{(2)}(t)\rho_{ij}^{(1)}\eta_{ij}^{(12)}(t);$$

$$V_{ij}^{(12)}(t) = \begin{cases} 1, \text{ если } X_{ij}^{(12)}(t) = 0; \\ 0 \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$X_{ij}^{(52)}(t) = z_{ij}^{(2)}(t)\rho_{ij}^{(5)}(\eta_{ij}^{(52)}(t) + V_{ij}^{(12)}(t)\eta_{ij}^{(12)}(t));$$

$$X_{ij}^{(72)}(t) = z_{ij}^{(2)}(t)\rho_{ij}^{(7)}(1 - X_{ij}^{(12)}(t) - X_{ij}^{(52)}(t)).$$

2. Доли желающих выйти "вниз", "влево" и "вправо" из потока поступивших "сверху"

$$X_{ij}^{(34)}(t) = z_{ij}^{(4)}(t)\rho_{ij}^{(3)}\eta_{ij}^{(34)}(t);$$

$$V_{ij}^{(34)}(t) = \begin{cases} 1, \text{ если } X_{ij}^{(34)}(t) = 0; \\ 0 \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$X_{ij}^{(54)}(t) = z_{ij}^{(4)}(t)\rho_{ij}^{(5)}(\eta_{ij}^{(54)}(t) + V_{ij}^{(34)}(t)\eta_{ij}^{(34)}(t));$$

$$X_{ij}^{(74)}(t) = z_{ij}^{(4)}(t)\rho_{ij}^{(7)}(1 - X_{ij}^{(34)}(t) - X_{ij}^{(54)}(t)).$$

3. Доли желающих выйти "вверх", "вниз" и "влево" из потока пассажиров, поступивших "справа" в ij-ю клетку в момент t будут такими

$$X_{ij}^{(16)}(t) = z_{ij}^{(6)}(t)\rho_{ij}^{(1)}\eta_{ij}^{(16)}(t);$$

$$V_{ij}^{(16)}(t) = \begin{cases} 1, \text{ если } X_{ij}^{(16)}(t) = 0; \\ 0 \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$X_{ij}^{(36)}(t) = z_{ij}^{(6)}(t)\rho_{ij}^{(3)}(\eta_{ij}^{(36)}(t) + V_{ij}^{(16)}(t)\eta_{ij}^{(16)}(t));$$

$$X_{ij}^{(56)}(t) = z_{ij}^{(6)}(t)\rho_{ij}^{(5)}(1 - X_{ij}^{(16)}(t) - X_{ij}^{(36)}(t)).$$

4. Доли желающих выйти "вверх", "вниз" и "вправо" из потока пассажиров, поступивших в момент t в ij-ю клетку "слева"

$$X_{ij}^{(18)}(t) = z_{ij}^{(8)}(t)\rho_{ij}^{(1)}\eta_{ij}^{(18)}(t);$$

$$V_{ij}^{(18)}(t) = \begin{cases} 1, \text{ если } X_{ij}^{(18)}(t) = 0; \\ 0 \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$X_{ij}^{(38)}(t) = z_{ij}^{(8)}(t) \cdot \rho_{ij}^{(3)} \cdot (\eta_{ij}^{(38)}(t) + V_{ij}^{(18)}(t) \cdot \eta_{ij}^{(18)}(t));$$

$$X_{ij}^{(78)}(t) = z_{ij}^{(8)}(t) \cdot \rho_{ij}^{(7)} \cdot (1 - X_{ij}^{(18)}(t) - X_{ij}^{(38)}(t)).$$

Теперь вычислим потоки желающих в момент t выйти из ij-й клетки по допустимым направлениям:

$$\lambda_{ij}^{(1)}(t)=\lambda_{ij}^{(1)}(t-1)-L_{ij}^{(1)}(t)+L_{ij}^{(2)}(t)X_{ij}^{(12)}(t)+L_{ij}^{(6)}(t)X_{ij}^{(16)}(t)+L_{ij}^{(8)}(t)X_{ij}^{(18)}(t).$$

Приведенная формула отображает результирующий поток желающих выйти "вверх" в момент t из ij-й клетки, складывающийся из таких потоков:

— возможный остаток пассажиров, не вышедших "вверх" с момента $(t\ -1)$;

— поток желающих выйти "вверх" из потока вошедших "снизу";

— поток желающих выйти "вверх" из потока вошедших "справа";

— поток желающих выйти "вверх" из потока вошедших "слева".

Ниже приведем аналогичные формулы для вычисления потоков желающих выйти "вниз", "влево" и "вправо" из ij-й клетки в момент t.

$$\lambda_{ij}^{(3)}(t)=\lambda_{ij}^{(3)}(t-1)-L_{ij}^{(3)}(t)+L_{ij}^{(4)}(t)X_{ij}^{(34)}(t)+L_{ij}^{(6)}(t)X_{ij}^{(36)}(t)+L_{ij}^{(8)}(t)X_{ij}^{(38)}(t);$$

$$\lambda_{ij}^{(5)}(t)=\lambda_{ij}^{(5)}(t-1)-L_{ij}^{(5)}(t)+L_{ij}^{(2)}(t)X_{ij}^{(52)}(t)+L_{ij}^{(4)}(t)X_{ij}^{(54)}(t)+L_{ij}^{(6)}(t)X_{ij}^{(56)}(t);$$

$$\lambda_{ij}^{(7)}(t)=\lambda_{ij}^{(7)}(t-1)-L_{ij}^{(7)}(t)+L_{ij}^{(2)}(t)X_{ij}^{(72)}(t)+L_{ij}^{(4)}(t)X_{ij}^{(74)}(t)+L_{ij}^{(8)}(t)X_{ij}^{(78)}(t).$$

Напомним, что в начальный момент моделирования $(t-1)$ был задан вектор начальных состояний автоматов $a_{ij}(t-1)$ и $\lambda_{ij}^{(p)}(t-1)$, составляющих тело агрегата "(i,j)-я клетка". Здесь p (р = 1, 3, 5, 7) обозначает направление выхода потоков из клетки. С помощью ТУФП были переопределены состояния этих автоматов на следующий момент модельного времени t.

Перейдем к построению алгоритма для автоматов агрегата целей. Зададим индикатор кризисного простоя пассажиров в ij-й клетке на момент t:

$$Y_{ij}(t)=\begin{cases} 1, \text{ если } a_{ij}(t)=A_{ij}; \\ 0 \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Сначала приведем функционалы так называемых накапливающих автоматов, записанные в логико-импликативной форме.

Запись в этом случае является двухстрочной: в верхней подстроке задаются варианты условий, в нижней — записываются условные функционалы переходов для искомых автоматов, соответствующие каждому из вариантов. Все условия в совокупности должны составлять тождественно-истинное высказывание.

Приведем варианты, определяющие значения таких накапливающих автоматов:

$\tau_{ij}(t)$ — накопленное на момент t время пребывания (i,j)-й клетки в очередном "кризисе";

$N_{ij}(t)$ — накопленное количество "кризисов";

$W_{ij}(t)$ — накопленный штраф (i,j)-й клетки на момент t.

Вариант 1.

$$\begin{array}{c} Y_{ij}(t-1)Y_{ij}(t)=1 \\ \hline \tau_{ij}(t)=\tau_{ij}(t-1)+1; \\ N_{ij}(t)=N_{ij}(t-1); \\ W_{ij}(t)=W_{ij}(t-1)+\alpha_{ij}. \end{array}$$

где α_{ij} — штраф за "кризисный" простой клетки (i,j) в течение интервала $(t-1]$. Здесь условие первого варианта означает, что клетка пребывает в "кризисе" от момента $t-1$ до момента t, поэтому накопленное время текущего кризиса увеличивается на единицу, количество "кризисов" остается тем же, накопленный штраф увеличивается на величину α_{ij}.

Вариант 2.

$$\begin{array}{c} (1-Y_{ij}(t-1))Y_{ij}(t)=1 \\ \hline \tau_{ij}(t)=1; \\ N_{ij}(t)=N_{ij}(t-1)+1; \\ W_{ij}(t)=W_{ij}(t-1)+\alpha_{ij}. \end{array}$$

Вариант 2 описывает реакцию автоматов накопления на ситуацию, когда в предыдущий момент $t-1$ клетка не была в "кризисе", но в момент t зафиксировано возникновение "кризиса" переполнения.

Вариант 3.

$$\begin{array}{c} (1-Y_{ij}(t-1))(1-Y_{ij}(t))=1 \vee Y_{ij}(t-1)(1-Y_{ij}(t))=1 \\ \hline \tau_{ij}(t)=0; \\ N_{ij}(t)=N_{ij}(t-1); \\ W_{ij}(t)=W_{ij}(t-1). \end{array}$$

Условие варианта 3 является дизъюнкцией высказываний: клетка не была в состоянии “кризиса” по меньшей мере в течение двух интервалов, либо “кризис” завершился в момент $t-1$. Тогда накопленное время очередного “кризиса” равно нулю, а накопленное количество “кризисов” и накопленный штраф остались неизменными.

Автомат, накапливающий период времени моделирования системы, запишем так

$$T(t)=T(t-1)+1.$$

Усредненные искомые величины, они же автоматы усреднения, вычисляются следующим образом:

$$N_{ij}^{*}(T(t))=\frac{N_{ij}(t)}{T(t)};$$

$$\tau_{ij}^{*}(T(t))=\frac{\tau_{ij}(t)}{T(t)};$$

$$W_{ij}^{*}(T(t))=\frac{W_{ij}(t)}{T(t)};$$

$$W^{**}(T(t))=\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}W_{ij}^{*}(T(t)).$$

Искомые усредненные величины могут рассматриваться как критерии оптимизации при постановке конкретных задач. Например, одна из постановок задачи обеспечения стабильности качества обслуживания пассажиров может быть описана следующим образом:

Определить оптимальные параметры системы “вокзал-пассажиропотоки” (размеры площади вокзала, компоновку и ширину его входов-выходов), минимизирующие суммарные усредненные потери

$$W^{**}(T(t))\rightarrow \min$$

(при условии независимости расписания движения поездов) с целью обоснования планировочных (реконструкторских) решений.

В рамках описанной многоцелевой модели могут быть также поставлены задачи оптимизации расписания пассажирского движения, либо определения рациональных параметров и компоновки существующих и резервных входов-выходов вокзалов в условиях экстремальных пассажиропотоков и т.д.

Глава 4

ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ И ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ АВТОМАТНЫХ МОДЕЛЕЙ

4.1. Применение задач математического программирования в имитационном моделировании

Следует отметить, что методы имитационного моделирования могут быть самодостаточными в случаях, когда целью исследования является мониторинг и исследование динамики системы в задачах прогноза, получения интегральных характеристик, а также в задачах определения оптимальных параметров модели в случаях перебора небольшого количества вариантов управления. В сложных случаях наличия в системе множества параметров управления и (или) множества проблемных ситуаций и целей, разработки модели в условиях неопределенности, слабой структурированности исследуемой системы имитационные методы необходимо сочетать с методами теории принятия решений и оптимизации.

Проблемы выбора решений в современной теории оптимальных решений изучаются в самых различных ситуациях, при этом отличие и сложность задачи оптимизации на основе имитационных моделей заключается в том, что анализируемые здесь закономерности не являются неизменными, а меняются с изменением решения. Процесс поиска неизвестных решений носит адаптивный характер и представляет собой чередование многократной имитации поведения системы Θ и реализации очередной оптимизирующей процедуры (шага итерации) по информации, получаемой в результате имитации. Процесс завершается нахождением такого набора X оптимизируемых параметров, при котором усредненное значение показателя качества (критерия эффективности) $f^{(0)}(X, \Theta)$ принимает наименьшее (наибольшее) значение при определенных ограничениях на средние значения остальных показателей.

Развитие методов оптимизации в имитационном моделировании в основном связано с развитием прямых методов стохастического программирования: метода стохастической аппроксимации, стохастического квазиградиентного метода, задачи многоэтапного стохастического программирования. Однако, относительная сложность математических средств этих методов для пользователя и длительное время проигрывания сценария каждой итерации (имитация + оптимизация), а, следовательно, и время сходимости процесса в целом обусловливают поиск других оптимизирующих процедур.

4.2. Коллектив оптимизирующих автоматов

Поиск процедур оптимизации, используемых в сочетании с имитационными моделями, показал, что язык вероятностных автоматов удобен не только для построения автоматных моделей, но и для анализа и синтеза алгоритмов случайного поиска при оптимизации процессов [29]. В данном случае используется имитационный аналог метода оптимизации с помощью коллектива оптимизирующих вероятностных автоматов (название принадлежит авторам [29]), реализующего процесс случайного поиска с обучением в сочетании с вероятностно-автоматным моделированием. Здесь также имеет место чередование процесса многократной имитации исследуемой системы и оптимизирующей итерации — до завершения процесса сходимости функции цели.

Идея автоматной оптимизации заключается в том, чтобы каждым параметром оптимизации управляли стохастические автоматы A_i, независимые друг от друга. Входом такого автомата является знак приращения показателя качества:

$$\Delta\Theta_N = \Theta_N - \Theta_{N-1},$$

а выходом — знак изменения i-го параметра:

$$\Delta X_i^{(N)} = \alpha_i^{(N)} a_i,$$

где $a_i = \text{const} > 0$, является модулем шага вдоль i-го параметра, а $\alpha_i^{(N)} = \pm 1$ — знак этого шага на N-м такте.

Направление рабочего шага по i-му параметру однозначно определяется состоянием i-го автомата $(i = \overline{1,n})$:

$$\alpha_i = \begin{cases} +1, \text{ если } \; S = S_j \; \left(j = \overline{1,m}\right); \\ -1, \text{ если } \; S = S_j \; \left(j = \overline{m+1,2m}\right). \end{cases}$$

Состояние автомата изменяется на соседнее слева или справа в зависимости от его входа в соответствии с принципом линейной тактики: закреплять то действие, которое поощряется ($\Delta\Theta < 0$), и менять на обратное то действие, которое наказывается ($\Delta\Theta \geq 0$). Для того, чтобы в пространстве параметров оптимизируемая система не двигалась вдоль одной прямой, в работу автоматов вводится несинхронность. В данном случае несинхронность вводится путем допущения обратного действия с определенной вероятностью $p > \frac{1}{2}$. При этом каждый раз некоторая малая случайная часть автоматов совершает “неразумные действия”, т.е. изменяет номера своих состояний не по алгоритму линейной тактики, а в обратном направлении, что снимает опасность синхронизации автоматов.

4.3. Сценарий оптимизации

1) Обозначим через $X_1, ..., X_i, ..., X_I$ управляемые количественные параметры, через $\Theta^{(0)}$ — оптимизируемый показатель качества; проведем имитацию в очередной узловой момент t_1; Вычислим значение $\Theta^{(0)}$ при заданном ограничении на остальные показатели качества (выбор осуществляется в зависимости от целей заказчика).

2) Зададим входные значения оптимизирующих автоматов по каждому X_i-му управляемому параметру, т.е. знаки приращения параметров $\alpha_i^{(1)}$, а также модули a_i их приращения на первом такте: $\Delta x_i^{(1)} = \alpha_i^{(1)} a_i$.

3) Вычислим новые значения параметров с учетом их приращений.

4) Проведем имитацию на текущем узловом интервале времени для вычисления $\Theta^{(1)}$.

5) Проверим знак приращения Θ.

6) Найдем функцию штрафа.

7) Проведем выбор алгоритма, вычисляющего номер состояния каждого оптимизирующего автомата.

8) Определим знак изменения для каждого параметра.

9) Определим усредненное значение показателя качества Θ^*:

$$\Theta^{*(u+1)} = \frac{\Theta^{*(u)} + \Theta^{(u+1)}}{2},$$

где u — номер такта.

10) Проведем сравнение усредненных значений показателя качества на текущем и предыдущем тактах, при этом в зависимости от результата осуществляется либо завершение процесса сходимости, а также выдача искомых рекомендаций по значениям параметров, либо осуществляется переход на пункт 1. При этом узловой момент t_1 переименовывается на момент t_0, которому присваивается абсолютное значение $t_1 (t_0 = t_1)$. Значения всех автоматов модели, вычисленные на момент t_1 в предыдущей итерации, будут в качестве аргумента иметь узловой момент t_0, а их совокупность будет в последующей итерации вектором исходной информации. Затем определяется очередной узловой интервал $X(t_1)$ и повторяется вычисление всех автоматов модели и показателя качества на новый момент $t_1 = t_0 + X(t_1)$.

4.4. Алгоритм оптимизации

1) Реализация ТУФП модели в узловой момент t_N, определение численного значения $\Theta^{(0)}$ — показателя качества; $N = 0, 1, 2, \dots$.

2) $\Delta x_i^{(N+1)} = \alpha_i^{(N+1)} a_i$; $N = 0, 1, \dots$, т.е. задается знак и модуль приращения X_i-го управляемого параметра на $(N + 1)$-м номере такта.

3) $X_i^{(N+1)} = X_i^{(N)} + \Delta x_i^{(N+1)}$, т.е. вычисляётся новое значение i-го параметра.

4) Реализация ТУФП в узловой момент t_{N+1}, определение численного значения показателя качества $\Theta^{(N+1)}$ — с новыми значениями параметров $X_i^{(N+1)}$.

5) Проверка знака приращения для показателя качества:

$$\Delta\Theta_{N+1} = \Theta^{(N+1)} - \Theta^{(N)}.$$

6) Определение функции штрафа:

$$C_{N+1} = \begin{cases} 1 & \text{при } \Delta\Theta_{N+1} \geq 0, \text{ штраф}, \\ 0 & \text{при } \Delta\Theta_{N+1} < 0, \text{ нештраф}; \end{cases}$$

$$\overline{C_{N+1}} = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad C_{N+1} = 0; \\ 0 & \text{при} \quad C_{N+1} = 1. \end{cases}$$

7) При $\Delta\Theta < 0$ действуем по алгоритму A_0:

$$j^{(N+1)} = \begin{cases} j^{(N)}, & \text{если} \quad j^{(N)} = 1, \\ j^{(N)} - 1, & \text{если} \quad j^{(N)} \le m, \\ j^{(N)} + 1, & \text{если} \quad j^{(N)} > m, \\ j^{(N)}, & \text{если} \quad j^{(N)} = 2m. \end{cases}$$

При $\Delta\Theta \ge 0$ действуем по алгоритму A_1:

$$j^{(N+1)} = \begin{cases} j^{(N)} + 1, & \text{если} \quad j^{(N)} \le m, \\ j^{(N)} - 1, & \text{если} \quad j^{(N)} > m. \end{cases}$$

Здесь $j^{(N)}$ — номер состояния автомата на N-м такте поиска.

8) $A_{N+1} = p_{N+1}(\overline{C_{N+1}}A_0 + C_{N+1}A_1) + q_{N+1}(C_{N+1}A_0 + \overline{C_{N+1}}A_1)$.

Здесь A_{N+1} — вероятностный алгоритм линейной тактики, p_{N+1} — элемент случайной двоичной последовательности, единичные значения которого индицируют закрепления поощряемых действий и смену действий, которые наказываются, на обратные — на $(N+1)$-м такте.

q_{N+1} — элемент на $(N+1)$-м такте — случайной двоичной последовательности, единичное значение которого означает сбой тактики алгоритма A_{N+1}, т.е. реализацию действий, обратных действиям при $p_{N+1} = 1$;

$$p_{N+1} = 1 - q_{N+1}.$$

Алгоритм A_{N+1} реализуется для каждого i-го оптимизирующего автомата. В результате определяется $\alpha_i^{(N+1)}$ — знак изменения i-го параметра;

9) $$\Theta^{*(N+1)} = \frac{\sum_{n=1}^{N+1} \Theta^{(n)}}{N+1}.$$

10) $\Delta\Theta^{*(N+1)} = \Theta^{*(N+1)} - \Theta^{*(N)}$.

На основе анализа последовательности $\Delta\Theta^{*(N)}$ отыскивается экстремум $\Delta\Theta^{*}$. Зададимся величиной ε. Если, начиная с некоторого N, для всех $n > N$ выполняется условие $\left|\Delta\Theta^{*(n)}\right| \leq \varepsilon$, то $\Theta^{*(N)}$ — приближенное значение искомого оптимизируемого показателя качества. Необходимые и достаточные условия сходимости последовательности $\Delta\Theta^{*(N)}$ доказываются рядом теорем о сходимости, дающих удобный для проверки набор требований сходимости [13].

11) В случае невыполнения условий пункта 10 осуществляется переход на пункт 1.

Следует отметить, что скорость сходимости зависит от памяти оптимизирующих автоматов, от случайных последовательностей p и q, управляющих несинхронностью автоматов. Чем больше единиц в последовательности p, тем более локализуется процесс поиска оптимума, при меньшей средней вероятности $M_p \approx \frac{1}{2}$ система блуждает по всему пространству параметров, ненадолго задерживаясь в локальных экстремумах. Этот режим соответствует глобальному поиску. Влияют на сходимость и величины модулей шагов сходимости по каждому из параметров. Регулировка всех этих величин осуществляется в диалоговом режиме в процессе реализации алгоритма оптимизации.

4.5.Проблемы моделирования слабоструктуризованных систем

Данный пункт посвящен описанию формирования информационной технологии компьютерного моделирования систем, характеризующихся так называемыми качественными параметрами, т.е. параметрами, способными принимать лишь конечные множества значений. К таким системам, в первую очередь, можно отнести социально-экономические системы. Основной целью работы, выполняемой при создании многоцелевых моделей сложных социально-экономических процессов, является получение системной информации, помогающей научно обосновать процессы принятия долгосрочных решений, повысить эффективность управления социально-экономическими процессами в период становления рыночных отношений.

Системный анализ проблем и использование имитационных моделей позволяют строить множество допустимых траекторий долгосрочного социально-экономического развития как на микро, так и на макроуровне. Множество этих траекторий представляет целостную научную информацию о возможных последствиях принятия соответствующих решений на перспективу и является основой для выбора определенной стратегии развития.

С формально-логической точки зрения проблема социально-экономического моделирования заключается в том, что основные методологические трудности, возникающие при имитации социально-экономических процессов, являются следствием неполноты представлений о действительной природе субъектов моделирования и слабой структуризованности имеющихся о них знаний.

Необходимость решения данной проблемы обусловлена требованиями определения параметров экономической реакции системы на частное изменение социально-экономических условий и оценки интегральной реакции системы на основании локальных предпочтений отдельных объектов исследования, а также требованием усовершенствования математического обеспечения систем управления в плане оснащения их задачами оценки и сравнения эффективности принимаемых решений, создания типовых имитационных модулей, допускающих построение любых конкретных моделей.

Создание компьютерных технологий исследования социально-экономических объектов позволяет:

1. Прогнозировать социальные процессы.

2. Принимать решения, проверяя на модели социальные последствия различных вариантов решений. Вычислительные эксперименты позволяют заменить эксперименты с реальными социальными объектами.

3. Интегрировать в единую систему большое количество данных, что позволяет учесть многофакторность социальных процессов.

4. Моделировать гипотезы, создавая модель на гипотетических данных, и проверять их на противоречивость.

5. Планировать эмпирическое исследование путем проведения вычислительных экспериментов, выявления чувствительных и наиболее важных точек модели и концентрирования усилий на получении приоритетной информации.

6. Восстанавливать отсутствующие в модели данные, оценивать неизвестные параметры.

Создание механизма, обеспечивающего постоянное отслеживание определяющих показателей социальных процессов, анализ причин изменения динамики и относительных уровней этих показателей, разработку методов адекватного воздействия относительно исправления социальных деформаций, становится все более острой и актуальной проблемой, без решения которой невозможны ни реализация социальной политики, ни стабилизация экономики, ни внедрение экономических реформ.

Базовым элементом разработки комплекса аналитико-ситуационных моделей, реализующего задачи оперативного контроля над ситуациями в среде социальных процессов, а также прогнозные задачи, должен стать механизм социального отслеживания. Кроме создания механизма социального мониторинга для решения задач оперативного контроля над ситуациями и задач прогнозирования социально-экономических процессов должны использоваться такие методы получения исходной информации как анализ ситуационных аналогов, экспертные оценки, эвристические подходы, результаты опросов. В процессе моделирования динамики социальных процессов вводятся кодовые идентификаторы факторов, определяющих 3 уровня показателей: направление нарушения стабильности динамики процессов, причины дестабилизации, источники этих причин. Вводится также набор критериев — количественных мер для оценки значений факторов, что позволяет сравнить их между собой, когда они относятся к различным моментам времени.

В памяти компьютерной системы следует иметь достаточно полный кодовый набор всех возможных внешних влияний и управлений и каждый раз выбирать из него для составления вариантов прогнозирования те, которые в данных условиях являются наиболее вероятными. Перечислим функции компьютерной системы:

1. Количественная оценка уровней состояния исследуемых процессов.

2. Анализ возникающих ситуаций.

3. Прослеживание динамики социально-экономических процессов без внешних влияний и без управления.

4. Исследование динамики процесса с внешними воздействиями.

5. Определение эффективности применяемых управлений.

6. Оценка вероятности резкого нарушения стабильности.

7.Оценка взаимной зависимости между характеристиками социальных процессов.

8. Имитационная модель стратегического прогнозирования.

Компьютерная система решает оценочные и динамические задачи. При решении динамической задачи оператор по ходу работы с системой может оперативно изменять виды внешних воздействий и управлений, моменты их нанесения, длительность их применения и интенсивность воздействия. Факторы дестабилизации, внешние воздействия и управления носят эвристический характер, поэтому количественно их оценивать нужно, лишь тщательно изучив объективные свойства рассматриваемых процессов, и с применением методов теории принятия решений. Результаты задач, решаемых компьютерной системой, должны стать базовым элементом социальной политики, обеспечивающим обоснованность социальных программ, определение социальных приоритетов, решение наиболее острых социальных проблем.

Существенное место в решении проблемы повышения эффективности социально-экономических процессов занимают вопросы регионального управления. В общем виде экономика включает следующие укрупненные элементы: промышленное производство, сельско-хозяйственное производство, производственную инфраструктуру, социальную инфраструктуру. При разработке региональных систем должны быть учтены соотношения и пропорции между отдельными элементами экономики региона с целью рационального решения производственных и социальных задач. Модель развития региона должна включать в себя модели отраслевых комплексов основного производства, производственной инфраструктуры, непроизводственной сферы.

Общий принцип функционирования региональных моделей основывается на том, что система прогнозирует и выдает не только возникающие отклонения от ранее рассчитанного варианта, но и имитирует действия органов управления различных уровней по их устранению. Для имитации таких действий выделяются статистические однородные ситуации, проводится "обучение" компьютера распознаванию соответствующих ситуаций и моделирование мер воздействия при различных ситуациях.

С появлением концепции баз данных появилась возможность реализации систем обеспечения принятия решений, предполагающих широкое использование экономико-математических методов и моделей самого различного типа. При этом появилась возможность создания особого банка моделей, в котором аккумулируется обобщенный опыт квалифицированных специалистов. Создание этого типа систем связано с одним из прикладных направлений исследований "искусственного интеллекта" — с разработкой экспертных систем [10, 20, 14].

Понятие экспертной системы объединяет широкий класс различных по своему характеру и структуре систем, имеющих некоторые более прогрессивные черты по сравнению с традиционными информационными системами. Экспертные системы в своем развитии вышли из информационно-справочных систем и оказались более эффективными в плане способности наращивания знаний о конкретной предметной области, а также с точки зрения увеличения общих возможностей обработки информации, в том числе развития и поддержания программного обеспечения, языков общения с системой интерактивного режима работы, использования знаний пользователя и т.д. Можно считать, что экспертные системы — один из видов систем, способствующих выработке решений, обладающих определенными знаниями предмета и опытом работы в данной области.

Общим для различных экспертных систем является наличие таких элементов, как базы знаний, блока управления знаниями и ситуационной модели. Более развернутую структуру экспертной системы можно представить следующим образом:

— блок представления знаний, содержащий модель предметной области;

— фактографическая часть, содержащая данные по предметной области;

— блок механизмов логического вывода, включающий набор правил и теорем;

— блок рабочей области, в котором осуществляется формулирование и ввод задач в систему;

— блок обеспечения диалогового режима работы с пользователем.

В конечном счете можно говорить о том, что система относится к классу экспертных в случае, если она обеспечивает усовершенствованную по сравнению с традиционными системами поддержку принимаемых решений. Совершенно очевидно, что такими свойствами экспертных систем в полной мере обладают вероятностно-автоматные модули и модели, широко используемые при исследовании и определении характеристик динамических ситуаций на разных этапах процесса принятия решений.

4.6. Динамические ситуации принятия решений

4.6.1. Организационно-технологический аспект

Организационно-технологический аспект управляющих решений имеет непосредственное значение для практики построения научно обоснованных процедур подготовки и принятия решений, применения современных методов и средств [23]. Именно в организации и технологии принятия решений прежде всего находит свое отражение научный подход, предполагающий:

— наличие теории принятия решений;

— наличие совокупности практических рекомендаций, вытекающих из теории и опыта ее применения;

— комплексное использование таких методов и средств для принятия решений, как: логическое мышление и интуиция, математические методы и компьютерная техника. Применение научного подхода позволяет руководителю более объективно оценивать проблемную ситуацию, учитывать имеющиеся ресурсы и ограничения, формулировать и анализировать варианты решений, выбирать из них оптимальное решение и предвидеть его возможные последствия.

В технологии принятия решений можно выделить три концепции: концепция математического выбора решений (нормативный подход), качественно-предметная концепция (дескриптивный подход) и комплексная концепция управленческих решений.

Основной акцент в **концепции математического выбора решений** делается на разработку математических методов, моделей и алгоритмов выбора решений, при этом в большинстве случаев игнорируется роль субъекта, сводящаяся к неформальной оценке предпочтительности критериев выбора. Применение результатов данного направления в области управленческих решений носит вспомогательный характер.

Качественно-предметная концепция характеризуется качественным (описательным) подходом к принятию решений. Большой вес имеет доказательство излагаемых положений методом прецедента. Важнейшее значение в этой концепции придается роли субъекта в процессе принятия решений. Однако, описательный характер исследований приводит к очень нечеткому представлению о закономерностях процессов принятия решений, ориентируя на общее представление процесса управления.

Комплексная концепция управляющих решений характеризуется всесторонним учетом всех аспектов, а также рациональным использованием логического мышления и интуиции субъекта управления, математических методов и методов программирования при формировании и выборе решений. Ведущая роль отводится субъекту управления. Математические методы и технические средства рассматриваются как вспомогательный инструмент. Большое внимание уделяется организационно-технологическому аспекту процесса принятия решений. Важной особенностью этой концепции является применение современных методов исчисления с использованием качественных данных, что позволяет качественные суждения субъектов подвергнуть количественному анализу, а это, в свою очередь, дает возможность шире использовать математические методы и технические средства.

В рамках данной концепции следует проводить такие исследования по решению проблем управления:

— генерация экспертами (ЛПР) элементов задач принятия решений, к которым относятся цели, ограничения, варианты решений, определение критериев или принципов выбора;

— проведение субъективных и объективных, количественных и качественных измерений характеристик элементов задач с учетом влияния психологии мышления;

— многоцелевой выбор решений;

— построение вероятностной модели;

— оценка эффективности;

— автоматизация процесса принятия решений.

4.6.2. Измерения характеристик элементов задач

Объективные качественные и количественные измерения производятся измерительными приборами с использованием физических законов. Субъективные измерения производятся человеком, поэтому они характеризуются как закономерностями процесса измерения, так и общим механизмом мышления. Общая формальная схема объективных и субъективных измерений, построенная на основе использования закономерностей формальной логики и теории отношений, предлагает следующее определение измерения:

Определим измерение как процедуру сравнения объектов по пространственным, временным, физическим, физиологическим, социологическим и др. показателям свойств и характеристик данных объектов. Процедура сравнения включает: определение отношений между объектами и способ их сравнения. Между объектами можно устанавливать такие отношения: "больше", "меньше", "равны", "хуже", "лучше", "предпочтительнее" и др.

Введем понятие эмпирической системы:

$$M = \langle X,\ R \rangle,$$

где $X = \{X_1, X_2, ..., X_m\}$ — множество объектов, $R = \{R_1, R_2, ..., R_s\}$ — множество отношений. Введем в рассмотрение бинарное отношение $X_i R_k X_j$ или $(X_i, X_j) \in R_k$ и приведем основные свойства бинарных отношений.

Отношение R называется полным (линейным), если все объекты из множества X сравнимы между собой по этому отношению, иначе R — неполное отношение.

Полное и неполное отношение R может иметь свойства: рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности. В зависимости от вариантов присутствия этих свойств существуют типы отношения: эквивалентности, строгого порядка, нестрогого порядка. Так, например, отношение эквивалентности может иметь свойства рефлексивности, симметричности и транзитивности. Отношение строгого порядка может иметь свойства антирефлексивности и транзитивности. Отношение нестрогого порядка может иметь свойства рефлексивности, антисимметричности и транзитивности. Отношение эквивалентности содержательно означает взаимозаменяемость (одинаковость) и обозначается символом "∞". Отношение нестрогого порядка является объединением отношений строгого порядка и эквивалентности. Для унификации процесса измерения используется универсальная система с отношениями — числовая система

$$N = \langle C,\ S \rangle,$$

где C — множество действительных чисел, S — множество отношений. Числовая система заключается в отображении объектов эмпирической системы на множество чисел. Свойства отношения объектов числовая система сохраняет при необходимом условии соблюдения изоморфности эмпирической системе, то есть соблюдения подобия и взаимнооднозначного отображения объектов на множество чисел.

В теории измерений существуют проблемы представления и единственности. Проблема представления заключается в доказательстве возможности представления эмпирической системы с помощью числовой системы, сохраняющей отношения между объектами. Было доказано существование числовых систем для описания объектов, связанных отношениями эквивалентности, строгого и нестрогого порядка. Проблема единственности заключается в выявлении всех возможных способов представления заданной эмпирической системы различными числовыми системами и установления между ними связи. Другими словами, проблему единственности можно сформулировать как проблему определения типа шкалы измерений, то есть совокупности эмпирической системы M, числовой системы N и отображения f:

$$\langle M, N, f \rangle.$$

В практике измерений наиболее употребляемыми являются такие шкалы

— **Шкала наименований**, использующаяся для описания принадлежности объектов к определенным классам. Это значит, что всем объектам одного и того же класса присваивается одно и то же число. Шкала сохраняет отношения эквивалентности и различия между объектами. Существует множество вариантов присвоения чисел классам эквивалентных объектов. В этом случае проблема единственности отображения для шкалы наименований состоит во взаимнооднозначности допустимого преобразования Ф.

— **Шкала порядка**, применяется для измерения упорядочения объектов по одному или ряду признаков. Числа в шкале определяют порядок следования объектов, но не дают возможности выявить, на сколько (во сколько раз) один объект предпочтительнее другого. Для порядковой шкалы допустимым преобразованием Ф является любое монотонное преобразование.

— **Шкала интервалов**, применяется для отображения величины различия между свойствами объектов. Применяется для оценки полезности объектов при экспертном оценивании. Особенностью этой шкалы является равенство интервалов. При этом шкала может иметь произвольные точки отсчета и масштаб. Допустимо линейное преобразование $\Phi(x) = ax + b$. Шкала интервалов единственна с точностью до линейного преобразования.

— **Шкала отношений**, используется для измерения длины, массы, веса. Допустимым преобразованием является преобразование подобия $\Phi(x) = ax$.

— **Шкала разностей**, вводится для измерений превосходства одних объектов над другими по одному или нескольким признакам. Допустимое преобразование — сдвиг $\Phi(x) = x + b$.

— **Абсолютная шкала**, является частным случаем шкалы интервалов с нулевой точкой отсчета и единичным масштабом. Допустимое преобразование абсолютной шкалы — тождественное преобразование $\Phi(x) = x$.

Шкалы наименований и порядка являются качественными шкалами, а шкалы интервалов, отношений, разностей и абсолютная шкала являются количественными шкалами.

При формировании и исследовании динамических ситуаций, целей, ограничений и вариантов решений эксперты производят объективные и субъективные измерения характеристик достоверности, важности и предпочтительности.

Для осуществления субъективных измерений применяются методы ранжирования, парного сравнения, непосредственной оценки и последовательного сравнения. Дадим краткое определение этих методов.

Ранжирование — процедура упорядочения объектов, выполняемая ЛПР на основе знаний и опыта, соответствует измерению в порядковой шкале.

Парное сравнение — сравнение пар объектов, измерение производится в порядковой шкале.

Непосредственная оценка — процедура приписывания объектам числовых значений в шкале интервалов.

Последовательное сравнение — процедура, включающая ранжирование и непосредственную оценку.

Сравнительная оценка вышеперечисленных методов показала, что наиболее эффективным является комплексное применение всех методов в рамках одной задачи. Приведем анализ информационной поддержки работы ЛПР и экспертов в условиях динамических ситуаций на разных этапах принятия решений.

При описании проблемной ситуации часто имеет место неопределенность, неполнота или недостоверность информации о проблеме. Поэтому для устранения этой неопределенности должен быть сформулирован полный состав альтернативных ситуаций, имеющих свои количественные характеристики. Важную роль среди них играет характеристика достоверности ситуаций — вероятность этих ситуаций. Приведем постановку задачи на измерение вероятностей ситуаций: пусть определена полная группа альтернативных ситуаций $S=\{S_1,S_2,...,S_n\}$,, необходимо измерить значения вероятностей этих ситуаций $p_1,p_2,...,p_n$, где $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

Возможны два способа измерения значений вероятностей ситуаций. Первый основан на использовании статистических данных о частотах появления ситуаций. Если в прошлом возникали подобные ситуации и накоплена статистика их возникновения, то оценки вероятностей ситуаций определятся как относительные частоты ситуаций. Их назовем объективными вероятностями ситуаций. Если же статистические данные о частотах появления ситуаций недостаточны либо отсутствуют, используется второй способ измерения, основанный на субъективных измерениях ЛПР.

Пусть имеется конечное множество ситуаций $S=\{S_1,S_2,...,S_n\}$.

Между ними определим бинарное отношение правдоподобия ($\succ$). Запись $S_i \succ S_j$ означает, что ситуация S_i более правдоподобна, чем ситуация S_j. Запись $S_i \infty S_j$ означает, что обе ситуации одинаково правдоподобны. Если предположить, что все ситуации из множества S сравнимы между собой по отношению правдоподобия, то отношение правдоподобия есть отношение полного нестрогого порядка. Поэтому измерение достоверности ситуаций есть отображение множества ситуаций на числовую ось с сохранением отношения правдоподобия и осуществляется методом непосредственной оценки с требованием равенства суммы всех вероятностей единице. Измерение производится в шкале отношений на отрезке числовой оси [0,1]. Для повышения точности измерений субъективных вероятностей целесообразно проводить групповую экспертизу.

После определения проблемной ситуации формируется множество конкретных целей, преследуемых при выборе принятия решения. Важным этапом при этом является определение количества целей и установление их приоритетности. В центре внимания управления находится главная цель, подчиненные же цели являются точками контроля за достижением главной цели. Измерение важности целей — функция ЛПР, поскольку не существует способа получения абсолютно объективных оценок важности целей на основе либо аналитических вычислений, либо формальных выводов. Профессиональная же практика исследователя обусловлена правильным пониманием законов общественного развития, целей и задач общества в целом, что обеспечивает предпосылку верности оценки важности целей при решении конкретной проблемы.

Числовая характеристика свойства важности целей называется приоритетом. Измерения приоритетов производят в порядковой шкале, или в шкале отношений, при этом эмпирической системой является множество целей с бинарным отношением нестрогого порядка.

Для упорядочения целей необходимо принять предположение о том, что все цели сравнимы между собой по выше упомянутому свойству важности. В качестве числовой системы принимается множество натуральных чисел с бинарным отношением нестрогого неравенства. В порядковой шкале измерение приоритетов производится методом ранжирования или парного сравнения с последующей обработкой для построения ранжировки. Так, наиболее важной цели присваивается первый ранг важности и т.д. В шкале отношений величины приоритетов выбирают на отрезке от нуля до единицы таким образом, чтобы сумма числовых значений приоритетов для всех целей была равна единице. В этом случае определяется относительный вес цели, приоритеты называются коэффициентами важности целей, оценивающими, во сколько раз каждая цель превосходит другие по свойству важности.

Пусть имеется n целей. Проведем их парное сравнение по отношению важности. Результаты измерения можно представить в виде матрицы $|z_{ij}|$, элементами которой являются нули и единицы. Единица ставится на пересечении i-й строки и j-го столбца в случае, если цель A_i не менее предпочтительна, чем цель A_j в смысле важности, в противном случае на этом месте ставится нуль.

Просуммируем z_{ij} по столбцам:

$$Z_i = \sum_{j=1}^{n} z_{ij} (i = \overline{1,n}).$$

Содержательно эта сумма интерпретируется как количество целей, которые “голосуют” за большую важность цели A_i, или как количество целей, по отношению к которым цель A_i более важна. Запишем коэффициент важности цели A_i в виде:

$$K_i = \frac{Z_i}{\sum_{i=1}^{n} Z_i} (i = \overline{1,n}).$$

Следующим шагом задачи принятия решений является измерение предпочтений решений, отображающее решения на числовую ось. Это отображение осуществляется функцией предпочтения

$$f(Y_i, S_j, A_k),$$

которая определяет предпочтительность решения Y_i в ситуации S_j для достижения цели A_k. Функция предпочтения описывает комплексную оценку положительных и отрицательных последствий решения и характеризует их эффективность и качество. Для обеспечения комплексной оценки предпочтений решений необходимо сформулировать полное множество целей и конкретизировать их путем назначения показателей степени достижения. Комплексная оценка решений требует учета всех существенных экономических, политических, социальных, технических, экологических и других факторов.

Для построения функции предпочтения необходимо измерить предпочтительность решений по каждому показателю достижения целей для каждой ситуации, после чего необходимо дать интегральную оценку, т.е. построить функцию предпочтения. По характеру отношения предпочтения делается вывод о возможности выбора решения (о виде функции выбора).

Пусть имеется отношение предпочтения R, при котором наилучшим называется такое решение, которое предпочтительнее любого другого решения во всем множестве решений. Возникает задача построения отношения предпочтения по наблюдению значений функции выбора $C_r(Y)$, отображающей исходное множество решений на подмножество лучших решений. Для того, чтобы существовали лучшие решения, отношение предпочтения R должно быть полным (линейным) нестрогим порядком. Если отношение R является нелинейным нестрогим порядком, то может не существовать единственного наилучшего решения. На практике задачей ЛПР является превращение отношения предпочтения R в линейный строгий порядок — строгое ранжирование.

4.6.3. Программно-информационное обеспечение поддержки принятия решений

Разработка структуры и принципов создания программно-информационного обеспечения поддержки работы ЛПР и экспертов предполагает информационное обеспечение ЛПР в предметной области решений. Определение содержания и объема информации может быть осуществлено на основе анализа типовых плановых и оперативных решений в конкретной предметной области. В результате этого анализа выявляются необходимые отчетные, статистические, ресурсные и нормативные данные, необходимые в процессе принятия типовых решений, позволяющие полно и своевременно провести анализ проблемной ситуации, оценить располагаемое время и ресурсы, сформулировать ситуации, цели, ограничения, варианты решений и определить их характеристики.

Потребность в большой по объему информации ставит вопрос о построении рациональной структуры этой информации. Организация структуры информации существенно зависит от используемых моделей, описывающих функционирование реальных систем. Наличие моделей создает определенный “каркас” для структуры информации, что обеспечивает компактность хранения и доступность ее использования. Наиболее полно описывают функционирование сложных реальных социально-экономических систем динамические стохастические имитационные модели.

Опыт применения динамических моделей показал целесообразность для исследования сложных динамических вероятностных систем использования метода вероятностно-автоматного моделирования, достоинствами которого, как известно, являются:

— простота и наглядность структурного и алгоритмического отображения особенностей функционирования реальных систем;

— наличие теоретического обоснования, обусловливающее достоверность и адекватность автоматных моделей (АМ) реальным системам;

— применение АМ к широкому классу реальных систем;

— возможность аналитического исследования;

— состыковка с другими методами (оптимизации, теории принятия решений, возможности применения в качестве экспертной системы и т.д.).

Необходимость применения АМ в задачах принятия решений обусловлена такими целями:

1. Определение информации, полученной в результате моделирования в случае невозможности получения ее изначально, вне

модели, и необходимой в процессе дальнейшего принятия типовых решений.

2. Изучение всех возможных вариантов принятия решений, учитывающих всю исходную и полученную в процессе моделирования информацию, а также достоверность проблемных ситуаций и формируемое ЛПР множество конкретных целей, для осуществления выбора наилучшего решения.

Анализ проблемной ситуации, формирование целей и ограничений, создание динамической модели реальной системы позволяют приступить к непосредственной разработке альтернативных вариантов решений. Прежде всего, определяются возможная область решений, их характер (организационный, технический, технологический, экономический) и требования к экспертам. Условно множество решений можно разделить на три типа: стандартные решения, решения усовершенствования и оригинальные решения. Наличие банка данных с типовыми проблемными ситуациями обеспечивает ЛПР стандартными оптимальными решениями. Наибольшее количество решений относится ко второму типу решений — усовершенствования, т.е. к определенному видоизменению известных вариантов решений. Для разработки оригинальных решений применяется один из видов экспертной оценки — метод генерации идей как попытка выдвижения возможно большего количества различных новых идей в решении проблемы. Для обеспечения определенной уверенности в степени полноты множества вариантов целесообразно сформулировать 2 крайних варианта решений — наилучшее и наихудшее, без учета возможности их реализации. Далее формулируются альтернативные варианты, расположенные между крайними. После формирования альтернативных вариантов решений необходимо приступать к оценке их предпочтений. Вначале целесообразно произвести качественное описание ожидаемых преимуществ и недостатков альтернатив. Затем следует оценить вероятности реализации решений, для чего следует определить виды и объемы ресурсов, необходимых для осуществления решений, ожидаемый эффект — степень достижения поставленных целей и возможность их реализации.

В процессе структуризации задачи принятия решений, а именно, в процессе анализа проблемных ситуаций, формирования гипотез, целей, ограничений, вариантов решений определяются основные элементы задачи принятия решений. Измерение характеристик данных элементов (вероятностей гипотез, приоритетов, критериев, показателей степени достижения целей, предпочтений решений) уменьшает неопределенность и обеспечивает условия для объективного выбора оптимального решения.

В зависимости от наличия или отсутствия гипотез, количества целей, ситуаций, индивидуального или группового ЛПР различаются типы задач принятия решений.

1. Простейшим типом задачи принятия решений является задача, в которой индивидуальное ЛПР формирует одну цель с одним показателем и имеется одна ситуация (гипотеза отсутствует).

2. Данный тип задачи отличается от предыдущего несколькими гипотезами.

3. Это тип задачи принятия решений, который характеризуется индивидуальным ЛПР, несколькими целями и одной ситуацией.

4. В отличие от предыдущего этот тип характеризуется несколькими целями и несколькими ситуациями.

Для группового ЛПР различаются следующие типы задач принятия решений:

1. Одна цель и одна ситуация.
2. Одна цель и несколько ситуаций.
3. Несколько целей и одна ситуация.
4. Несколько ситуаций и целей.

Полученная в процессе структуризации задачи и подготовки решения разносторонняя информация должна быть упорядочена и представлена в форме, удобной для проведения выбора решения. Это таблица, в которой приводятся цели A_q, варианты решений Y_i, значения функции предпочтения f_{ij}, гипотетические ситуации (гипотезы) S_j, вероятности ситуаций p_j. Измерение предпочтений может быть осуществлено в порядковой шкале (f_{ij} — ранги), либо в количественной (f_{ij} — числа, определяющие степень достижения цели и позволяющие определить, на сколько или во сколько раз одно решение лучше другого).

Выбор решения является заключительным и наиболее ответственным этапом процесса принятия решений. На этом этапе все еще сохраняется большая неопределенность информации, обусловленная наличием многих ситуаций и целей. В связи с этим используется принцип последовательного уменьшения неопределенности, последовательного сужения множества решений, разбиваемого на стадии. На первой стадии исходное множество альтернативных решений Y_i сужается до множества допустимых решений $Y_д \subseteq Y_i$. На второй стадии множество допустимых решений сужается до множества эффективных решений $Y_{эф} \subseteq Y_д$. Наконец, на третьей стадии осуществляется выбор единственного решения Y^* из множества эффективных решений $Y^* \subseteq Y_{эф}$.

Множество альтернативных решений сужается до множества допустимых решений на основе учета ограничений, поскольку приемлемыми или допустимыми называются решения, удовлетворяющие имеющемуся множеству ограничений. Такая процедура сужения может выполняться логически или формально и на практике начинает осуществляться еще на этапе формирования исходного множества Y_i.

Сужение множества $Y_д$ до множества эффективных решений $Y_{эф}$ осуществляется на основе анализа предпочтений. Решение называется эффективным, если не существует более предпочтительного. Множество эффективных решений называют также множеством Парето, множеством недоминируемых решений. Все эти решения между собой несравнимы. Если на множестве показателей достижения целей предпочтения решений могут быть измерены в качественной или количественной форме, то определение множества эффективных решений $Y_{эф}$ может быть формализовано.

Определение единственного оптимального решения Y^* из множества $Y_{эф}$ в силу несравнимости этих решений может быть осуществлено только с привлечением дополнительной информации. Это могут быть результаты исследований (решение задачи математического моделирования, использование методов оптимизации), экспериментов, анализ документации, экспертный опрос, мониторинг и т.д. В обобщенной форме вся дополнительная информация может быть сведена к весам важности целей (показателей) и членов группового ЛПР. Наличие таких относительных весов важности позволяет использовать математические методы и технические средства для определения единственного оптимального решения. Если дополнительную информацию в явной форме получить нельзя, ЛПР проводит неформальный анализ множества $Y_{эф}$ и определяет оптимальное решение, соотнося важность целей и различных положительных и отрицательных последствий решений.

Пусть в результате анализа постановки задачи определены все возможные возникающие ситуации $S = (S_1, ..., S_n)$ с вероятностями их появления $p = (p_1, ..., p_n)$ и множеством допустимых решений $Y_д = (Y_1, ..., Y_m)$ и проведено измерение предпочтений решений на множество ситуаций

$$f(Y_i, S_j) = f_{ij}(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}).$$

Неопределенность выбора оптимального решения обусловливает два пути ее устранения. В первом случае для каждой ситуации определяется свое оптимальное решение. Это возможно в случае появления конкретной ситуации, например, ситуации возникновения форс-мажорных обстоятельств.

Второй вариант заключается в том, что решение принимается до получения информации о возможной ситуации. В этом случае необходимо рассмотрение учета влияния всех ситуаций на выбор оптимального решения. Существует три вида способов учета этого влияния или три вида стратегий действия ЛПР: осторожная стратегия (пессимистическая), оптимистическая и рациональная. Каждому виду стратегии ставится в соответствие совокупность критериев выбора оптимального решения. Следует заметить, что критерий выбора оптимального решения и цель решения проблемы находятся в определенном соответствии. Цель определяет желаемый результат, а стратегия выбора определяет характер реакции ЛПР при достижении цели. Критерий выбора является конкретизацией стратегии. Так, одну и ту же цель можно достичь, действуя осторожно, рискованно или рационально.

Придадим каждому решению Y_i соответствующий численный коэффициент важности решения — B_i. Тогда выбор оптимального решения запишется в виде следующей операции

$$\underset{B_i}{extremum}\ (B_1,...,B_m) \to Y^*.$$

В случае, если большее значение коэффициента важности B_i соответствует лучшему решению, тогда операция нахождения экстремума соответствует нахождению максимума

$$\max_{B_i}\ (B_1,...,B_m) \to Y^*,$$

в противном случае находится минимум

$$\min_{B_i}\ (B_1,...,B_m) \to Y^*.$$

На практике используются следующие критерии:

1. Критерий пессимизма как критерий осторожной стратегии. Он используется в случаях, когда неизвестны вероятности возникновения проблемных ситуаций. В качестве коэффициента важности i-го решения выбирается наихудшее значение функции предпочте-

ния по всем ситуациям. Если ее наилучшему значению сопоставить наибольшее число, то наихудшее значение предпочтения будет наименьшим, а коэффициент важности решений будет вычисляться следующим соотношением

$$B_i = \min_j f_{ij} \, (i = \overline{1, m}),$$

т.е. для i-го решения выбирается по всем ситуациям j наименьшее значение функции предпочтения. Правило нахождения оптимального решения по критерию пессимизма записывается следующим образом

$$\max_i \min_j f_{ij} \to Y^*.$$

Этот критерий также называется максиминным.

2. При измерении предпочтений в порядковой шкале наихудшее предпочтение по всем ситуациям соответствует максимальному значению функции предпочтения и правило нахождения оптимального решения имеет вид

$$\min_i \max_j f_{ij} \to Y^*,$$

где f_{ij} — ранг i-го решения в j-й ситуации, а данный критерий называется минимаксным.

3. Критерий оптимизма соответствует стратегии "рассчитывай на лучший случай". Коэффициенты решений определяются как наилучшие оценки предпочтений по всем ситуациям. В случае количественных шкал

$$\max_i \max_j f_{ij} \to Y^*,$$

в случае порядковых шкал

$$\min_i \min_j f_{ij} \to Y^*.$$

Положительным свойством этого критерия является отсутствие требования значений вероятностей возникновения проблемных ситуаций.

4. Критерий максимума среднего выигрыша конкретизирует рациональную стратегию поведения ЛПР. Коэффициенты важности решений представляют собой средний выигрыш, полученный при каждом решении по всем ситуациям. В случае измерения предпочтения решений на множестве ситуаций в интервальной

шкале (либо в шкале отношений) средний выигрыш каждого решения B_i является математическим ожиданием выигрыша

$$B_i = \sum_{k=1}^{n} p_k f_{ik} \quad (i = \overline{1,m}),$$

здесь p_k — вероятность k-й ситуации, f_{ik} — значение функции предпочтения, оценивающей i-е решение в k-й ситуации.

Измерение функции предпочтения осуществляется методами ранжирования или парного сравнения. При каждой k-й ситуации результаты оценки предпочтений записываются в матрицу парных сравнений рангов решения $\left\| X_{ij}^{(k)} \right\|$, где

$$X_{ij}^{(k)} = \begin{cases} 1, \text{ если } f(Y_i) \le f(Y_j), \\ 0, \text{ если } f(Y_i) > f(Y_j) \end{cases} \qquad (i, j = \overline{1,m}).$$

Элементы средней матрицы $\left\| Y_{ij} \right\|$ обеспечивают минимальную удаленность в пространстве ранжировок от матриц парных сравнений $\left\| X_{ij}^{(k)} \right\|$ предпочтений решений для всех вероятных ситуаций и выбираются по правилу

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } p_k X_{ij}^{(k)} \ge \dfrac{1}{2}, \\ 0, \text{ если } p_k X_{ij}^{(k)} < \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Коэффициент среднего выигрыша определится таким образом

$$B_i = \frac{\sum_{j=1}^{m} Y_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} Y_{ij}} \qquad (i = \overline{1,m}).$$

Оптимальное решение выбирается по максимуму B_i.

5. Критерий пессимизма-оптимизма (Гурвица) также определяет рациональную стратегию выбора решений, но не требует знания вероятностей ситуаций. Он является взвешенной комбинацией критериев пессимизма и оптимизма:

$$\max_i \{h \min_j f_{ij} + (1-h) \max_j f_{ij}\} \to Y^*$$

где h — коэффициент веса пессимизма, $0 \le h \le 1$. При $h = 0$ критерий Гурвица превращается в критерий оптимизма, при $h = 1$ он становится критерием пессимизма. Выражение в скобках является коэффициентом решения. Коэффициент веса пессимизма выбирает ЛПР. Критерий Гурвица при измерении предпочтений в порядковой шкале реализуется следующим алгоритмом:

— определяются коэффициенты важности решений для критерия пессимизма и их ранжировка;

— вычисляются коэффициенты важности решений для критерия оптимизма и их ранжировка;

— обе ранжировки преобразуются в матрицы парных сравнений;

— полученные в результате умножения на коэффициенты h и $(1 - h)$ матрицы складываются;

— определяются элементы средней матрицы Y_{ij}:

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } hX_{ij}^{(1)} + (1-h)X_{ij}^{(2)} \ge \frac{1}{2}, \\ 0, \text{ если } hX_{ij}^{(1)} + (1-h)X_{ij}^{(2)} < \frac{1}{2}. \end{cases}$$

— коэффициенты важности решений для критерия Гурвица B_i вычисляются по формуле:

$$B_i = \frac{\sum_{j=1}^{m} Y_{ij}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} Y_{ij}} \qquad (i, j = \overline{1,m}).$$

— оптимальное решение определяется путем нахождения максимального значения коэффициента важности. Номер его соответствует номеру оптимального решения.

4.6.4. Использование математических методов при формировании и выборе решений: задача прогнозирования экономической сферы функционирования сельскохозяйственного региона

Приведем пример создания модели регионального управления, позволяющей региональному управляющему звену, опираясь на полученные в модели прогнозы, с помощью методов теории принятия решений участвовать в разработке стратегии и тактики регионального управления.

Формализация моделируемой системы предусматривает следующие упрощающие положения:

1. В модели учитываются государственный и рыночный секторы экономики региона.

2. При формализации учитываются как технологические связи, так и экономические механизмы регулирования хозяйственных процессов.

3. Отрасли промышленного производства представлены в модели агрегированными показателями.

4. В модели предусматривается воздействие на систему основных экономических регуляторов смешанного типа экономики.

5. Установленные договорные цены на потребительские товары как основа для расчета социально гарантированного дохода включаются региональными органами управления в госзаказы. Разница между оптовыми и розничными ценами компенсируется торговле из местного бюджета.

6. Сбалансированность спроса и предложения обеспечивается через механизмы ценообразования, наращивания выпуска товаров, производственных мощностей.

7. Население условно разделено на четыре социальных категории:

— граждане региона, занятые в производственной сфере, им присваивается 1-я категория;

— граждане, занятые в коммерческой сфере деятельности, относятся ко 2-й категории;

— граждане, работающие в непроизводственной сфере деятельности, относятся к 3-й социальной категории;

— граждане, получающие доходы из общественного фонда потребления (пенсионеры, студенты, инвалиды), относятся к 4-й социальной категории.

8. Единицей модельного времени считается год ввиду сезонности сельскохозяйственного производства.

Приведем сценарий моделирования хозяйственного механизма сельскохозяйственного (с/х) региона, предлагающий следующую последовательность шагов:

1. Расчет мощности выпуска конкретного вида с/х продукции, произведенного конкретным хозяйством (субъектом) региона в текущем году.

2. Определение практически возможной мощности выпуска с/х продукции.

3. Моделирование доходов различных социальных слоев (категорий) населения.

4. Выявление фактического спроса каждой категорией населения региона на каждый вид с/х продукции, в том числе на все исходные (сырьевые) виды, полуфабрикаты, а также готовые товары.

5. Определение коэффициентов дефицитности и фактического объема потребления всеми категориями населения всех видов с/х продукции, выпускаемых хозяйствами региона.

6. Моделирование структуры распределения объема всей с/х продукции, предназначаемой для потребления внутри региона, по госзаказу и оставшейся части объема продукции на экспорт (в другие регионы, в другие страны).

7. Расчет доходов, расходов и прибыли хозяйств за текущий год, а также рекомендаций по расчетам кредитов.

8. Расчет ресурсов и расходов регионального банка.

9. Определение годового регионального бюджета.

10. Использование методов теории принятия решений для выявления всего спектра проблемных альтернативных ситуаций, формирования и ранжировки множества целей задачи, преследуемых при выборе решения, учета ограничений, определения множества эффективных решений, критерия выбора оптимального решения.

Введем употребляемую в модели индексацию рассматриваемых субъектов региона:

— если $l \in (\overline{1,L})$, тогда l — обозначение одного из с/х субъектов региона;

— при $l \in (\overline{1,L^*})$ переменная l относится к первым L^* порядковым номерам с/х субъектов-рыночников (фермеров, акционерных коллективных хозяйств и т.д.);

— все $l \in (\overline{L^*+1,L})$ являются номерами хозяйств государственного типа;

— если $l_1 \in (\overline{L+1,L_1})$, то l_1 является индексом субъекта промышленного производства;

— при $l_1 \in (\overline{L+1,L_1^*})$ переменная l_1 является порядковым номером частного промышленного предприятия;

— все $l_1 \in (\overline{L_1^* + 1, L_1})$ являются индексами государственного промышленного предприятия;

— индексы $l_2 \in (\overline{L_1 + 1, L_2})$ являются индексами субъектов коммерческой деятельности;

— все $l_3 \in (\overline{L_2 + 1, L_3})$ — индексы субъектов непроизводственной деятельности государственного сектора.

Введем обозначения состояний автоматов модели:

— $m_{il}(t-1)$ — мощность по выпуску i-го вида с/х продукции l-м субъектом в году $t-1$;

— $IN_{il}(t-1)$ — инвестиция, подготовленная в $(t-1)$-м году для производства il-го вида с/х продукции (в l-м хозяйстве);

— μ_{il} — норма износа мощности, обусловленная износом оборудования, истощением земли;

— $\overline{C_{ilp}}(t)$ — цены на фондообразующие продукты p для выпуска единицы il-го вида с/х продукции;

— $\eta_{ilp}(t)$ — количество фондообразующих продуктов вида p, необходимых для выпуска единицы il-го вида с/х продукции;

— $C_{il}(t)$ — цена на il-й продукт.

Исходя из приведенных обозначений автоматов, входящих в ВНС модели, запишем формулу новой мощности по выпуску i-го вида с/х продукции в l-м хозяйстве в новом t-м году:

$$m_{il}(t) = \frac{IN_{il}(t-1) - \sum_{p} \overline{C_{ilp}(t)}\, \eta_{ilp}(t)}{C_{il}(t)} - \mu_{il} m_{il}(t-1).$$

Введем следующую порцию обозначений автоматов модели:

— $\lambda_{il}^{(1)}(t)$ — коэффициент трудоемкости (количество трудовых ресурсов, приходящихся на создание единицы мощности);

— $T_{il}^*(t)$ — спрос на трудовые ресурсы в l-м хозяйстве для производства i-го вида продукции в t-м году;

— $\lambda_{il}^{(2)}(t)$ — коэффициент зависимости мощности выпуска продукции от погодных условий;

— $\lambda_{il}^{(3)}(t)$ — стихийный коэффициент мощности;

— $T_{il}(t-1)$ — имеющиеся с предыдущего года трудовые ресурсы для производства il-го вида продукции;

— $P_{il}(t)$ — фактический выпуск с/х продукции i-го вида в l-м хозяйстве в t-м году.

Приведем формулу спроса на трудовые ресурсы для производства il-го вида продукции

$$T_{il}^{*}(t) = m_{il}(t)\lambda_{il}^{(1)}(t).$$

Формула коэффициента обеспеченности трудовыми ресурсами для производства il-го продукта в t-м году будет иметь вид

$$\lambda_{il}^{(4)}(t) = \min\left\{\frac{T_{il}(t-1)}{T_{il}^{*}(t)},\ 1\right\}.$$

Фактический выпуск il-го вида с/х продукции в t-м году можно записать таким образом

$$P_{il}(t) = m_{il}(t)\ \lambda_{il}^{(2)}(t)\ \lambda_{il}^{(3)}(t)\ \lambda_{il}^{(4)}(t).$$

Коэффициенты $\lambda_{il}^{(2)}(t)$, $\lambda_{il}^{(3)}(t)$ $(0 \le \lambda_{il}^{(2)}(t), \lambda_{il}^{(3)}(t) \le 1)$ ежегодно отслеживаются и обрабатываются по статистическим наблюдениям погодных условий.

Введем обозначения состояний автоматов:

— $D_k(t)$ — доходы k-й категории населения региона в t-м году. При $k = 1$ — это доходы лиц, занятых в материальной сфере (с/х и промышленное производство), при $k = 2$ — это доходы лиц, занятых коммерческой деятельностью, при $k = 3$ — это доходы лиц, занятых в непроизводственной сфере государственного сектора. Лица, получающие доходы из общественного фонда потребления, относятся к 4-й категории ($k = 4$) населения региона;

— $ZP_k(t)$ — средняя зарплата лица, занятого трудовой деятельностью $(k = \overline{1,3})$;

— $pod_k(t)$ — ставка подоход;ного налога во всех отраслях трудовой деятельности $(k = \overline{1,3})$;

— $ind(t)$ — индекс изменения розничных цен;

— $\alpha_k^{(\text{комп})}(t)$ — доля компенсации суммы удорожаний k-й категории лиц;

— $SB_k(t-1)$ — сбережения k-й категории населения $(k = \overline{1,4})$;

— $T^{(k)}(t)$ — имеющиеся трудовые ресурсы k-й категории лиц региона.

Запишем функционалы, определяющие доходы лиц всех категорий населения:

$$\underset{(k=1,2)}{D_k}(t) = ZP_k(t)T^{(k)}(t)[(1-pod_k(t)) + (ind(t)-1)\alpha_k^{(\text{комп})}(t)] + SB_k(t-1) + PRO,$$

где PRO — прочие поступления.

$$D_3(t) = \gamma(t)ZP_3(t)T^{(3)}(t)[(1-pod_3(t)) + \\ +(ind(t)-1)\alpha_3^{(\text{комп})}(t)] + SB_3(t-1).$$

Здесь $\gamma(t)$ — соотношение между заработной платой в материальной и непроизводственной сферах

$$D_4(t) = \sum_{i=1}^{I} \overline{C_i(t)} K_{i4}^{(0)}(t) + \sum_{i_1=I+1}^{I_1} \overline{C_{i_1}(t)} K_{i_1 4}^{(0)}(t) + SB_4(t-1).$$

Здесь $\overline{C_i(t)}$, $\overline{C_{i_1}}(t)$ — твердые розничные цены на необходимый набор предметов потребления i-го с/х вида и i_1-го промышленного вида, составляющий основу социально гарантированного минимума, $K_{i4}^{(0)}(t)$, $K_{i_1 4}^{(0)}(t)$ — объемы i-го и i_1-го видов продукции, составляющие основу социально гарантированного минимума для лиц, получающих доходы из общественного фонда потребления.

Обозначим через $K_{ik}^{(0)}(t)$ минимально требуемый объем потребления k-й категорией лиц i-го вида с/х продукции за t-й год (известный по предыдущим годам). Определим денежные затраты k-й категории лиц на минимально требуемый набор с/х продукции как

$$\underset{(k=1,3)}{Z_k}(t) = \sum_{i=1}^{I} C_i(t) K_{ik}^{(0)}(t),$$

где $C_i(t)$ — свободная цена i-го с/х продукта.

Для $k = 4$

$$Z_4(t) = \sum_{i=1}^{I} \overline{C_i}(t) K_{i4}^{(0)}(t),$$

где $\overline{C_i}(t)$ — твердая розничная цена.

Пусть $\alpha_k(t)$ — доля расходов k-й категории населения на продовольственные товары. Тогда фактический спрос k-й категорией населения на i-й с/х продукт определится как

$$K_{ik}^{(1)}(t) = K_{ik}^{(0)}(t)\frac{\alpha_k(t)D_k(t)}{Z_k(t)},$$

а совокупный спрос всех категорий населения региона на i-й с/х продукт будет таким

$$\overline{K_i^{(1)}}(t) = \sum_{k=1}^{4} K_{ik}^{(1)}(t).$$

Прогнозируемый выпуск i-го вида с/х продукции в l-м хозяйстве региона $P_{il}(t)$ должен включать три составляющие:

— $P_{il}^{(1)}(t)$ — часть, поставляемая на внутренний региональный рынок;

— $P_{il}^{(2)}(t)$ — часть, поставляемая по госзаказу;

— $P_{il}^{(3)}(t)$ — часть, посылаемая на экспорт без ущерба для внутреннего регионального рынка. Тогда

$$P_{il}(t) = P_{il}^{(1)}(t) + P_{il}^{(2)}(t) + P_{il}^{(3)}(t).$$

Обозначим через $P_i^*(t) = \sum_l P_{il}^{(1)}(t)$ объем i-го вида с/х продукции, предложенный всеми хозяйствами к реализации внутри региона.

Определим коэффициент дефицитности i-го продукта в регионе:

$$kd_i^{(1)}(t) = \min\left\{1, \frac{P_i^*(t)}{\overline{K_i^{(1)}}(t)}\right\}.$$

Фактический объем потребления k-й категорией населения i-го продукта будет:

$$K_{ik}^{*(1)}(t) = kd_i^{(1)}(t)K_{ik}^{(1)}(t),$$

а фактический объем потребления всеми категориями населения региона i-го с/х продукта в t году будет соответственно:

$$K_i^*(t) = \sum_{k=1}^{4} K_{ik}^{*(1)}(t).$$

Таким образом, фактические денежные затраты 4-й категории населения региона на продовольственные товары будут равны

$$\overline{Z_4}(t) = \sum_i K_{i4}^{*(1)}(t)\overline{C_i}(t).$$

В модели предлагается рассмотрение предположения о двойственном характере формул стоимости проданной с/х продукции хозяйствами региона, их прибыли и наличности на конец моделируемого года: рассмотрение формул, описывающих фактический результат, определяемый на основе общего экономического и бухгалтерского учета на уровне администрации региона, и формул, описывающих результат, декларируемый хозяйствами.

Введем величину δ_l — предельно допустимую разницу между фактической и декларируемой прибылью l-го хозяйства, объясняемую лишь неточностью административной оценки. В случае ее превышения в формуле наличности на конец года и в формуле регионального бюджета добавляется соответственно вычитаемое (слагаемое) в виде штрафа данного хозяйства, пропорционального величине несоответствия фактической и декларируемой прибыли хозяйства.

Введем двоичные индикаторы рыночных хозяйств:

$$X_l = \begin{cases} 1, \text{ если } l \in \overline{(1, L^*)}, \\ 0, \text{ если } l \in \overline{(L^* + 1, L)}. \end{cases}$$

Запишем формулу стоимости проданной l-м хозяйством с/х продукции в t-м году:

$$ST_l^*(t) = \sum_i (P_{il}^{(1)}(t)C_{il}^{(1)}(t) + P_{il}^{(2)}(t)(C_{il}^{(2)}(t)X_l + \overline{C_{il}^{(2)}}(t)(1 - X_l)) +$$

$$+ P_{il}^{(3)}(t)C_{il}^{(3)}(t)),$$

где $C_{il}^{(1)}(t)$, $C_{il}^{(2)}(t)$, $C_{il}^{(3)}(t)$ — оптовые договорные цены для региона, цены по госзаказу, экспортные цены соответственно, а $\overline{C_{il}^{(2)}}(t)$ — твердые оптовые цены.

Приведем формулу фактической прибыли l-го хозяйства:

$$PR_l(t) = ST_l^*(t) - \sum_i (ST_{il}(t)kz_{il}(t) - ZP_{il}(t)T_{il}(t)(1-dpr_l)(1+cs_l)) -$$
$$- \overline{ST_l}(t)\,NI_l,$$

здесь $ST_{il}(t)$ — стоимость проданного i-го продукта, kz_{il} — коэффициент прямых затрат, dpr_l — доля премий, cs_l — ставка отчислений на соцстрах, $\overline{ST_l}(t)$ — стоимость выбывающих мощностей, NI_l — норма износа мощности, обусловленная износом.

Пусть наряду с фактической стоимостью проданной продукции и прибылью l-го хозяйства это хозяйство декларирует свои данные $ST_l^{(\text{д})}(t)$ и $PR_l^{(\text{д})}(t)$.

Введем индикаторы "лжи" (несоответствия декларируемых хозяйствами результатов фактическим данным на конец года):

$$\beta_l = \begin{cases} 1, \text{ если } PR_l(t) - PR_l^{(\text{д})}(t) > \delta_l, \\ 0, \text{ если } PR_l(t) - PR_l^{(\text{д})}(t) \le \delta_l. \end{cases}$$

Тогда в конце года t фактическая наличность в l-м хозяйстве должна быть такой

$$ND_l(t) = PR_l(t) - NPR_l(t)PR_l^{(\text{д})}(t) - NO_l(t)ST_l^{(\text{д})}(t) - NZ_l(t) - SF_lPR_l^{(\text{д})}(t) +$$
$$+ND_l(t-1) - ZPR_l(t) - \sum_i ZP_{il}(t)T_{il}(t) - \overline{\lambda_l}\%(t)krD_l(t) - \lambda_l\%SB_l^*(t) +$$
$$+(1-X_l)\text{ДОГ}_l(t) + \lambda_l^{DEP}\%(t)DEP_l(t) - \beta_l\text{Ш}_l(t)(PR_l(t) - PR_l^{(\text{д})}(t)).$$

Здесь

$NPR_l(t)$ — норма налога на прибыль;

$PR_l^{(\text{д})}(t)$ — декларируемая хозяйством прибыль;

$NO_l(t)$ — норма налога с оборота;

$ST_l^{(\text{д})}(t)$ — декларируемая хозяйством стоимость проданной продукции;

$NZ_l(t)$ — налог на землю;

SF_l — норматив отчисления в стабилизационный фонд;

$ZPR_l(t)$ — затраты на покупку ресурсов и техники;

$\overline{\lambda_l}\%(t)krD_l(t)$ — объем возврата в текущем году задолженности по долгосрочному кредиту;

$\lambda_l\%(t)$ — ставка процента по ссудам банка;

$SB_l^*(t)$ — годовая задолженность по ссудам банка;

$ДОГ_l(t)$ — дотация государства для традиционных хозяйств;

$\lambda_l^{DEP}\%(t)$ — ставка процента по депозиту;

$Ш_l(t)$ — норма штрафа.

Если затраты на ресурсы, технику и трудовые ресурсы превышают наличность денег в конце года, принимается одно из двух альтернативных решений: либо брать дополнительный кредит, либо уменьшить расходы и планируемый выпуск продукции. В случае принятия решения брать краткосрочный кредит величины дополнительного кредита $\Delta SB_l^*(t)$ и инвестиции $IN_l^*(t)$, необходимой на следующий год, будут рассчитаны как

$$\Delta SB_l^*(t) = \begin{cases} ZPR_l(t) - ND_l(t), \text{ если } ZPR_l(t) + \sum_i ZP_{il}(t)T_{il}(t) > ND_l(t), \\ 0, \text{ в противном случае;} \end{cases}$$

$$IN_l^*(t) = \begin{cases} ND_l(t) + \Delta SB_l^*(t), \text{ если } \Delta SB_l^*(t) \neq 0, \\ ND_l(t), \text{ если } \Delta SB_l^* 9(t) = 0. \end{cases}$$

Приведем следующие ключевые формулы прогнозирования экономической сферы функционирования региона:

Ресурсы регионального банка:

$$RB^+(t) = \Phi(t) + ГВ(t) + \sum_{l_r=l}^{l_2} (\lambda_{l_r}\%(t) SB_{l_r}^*(t) + \overline{\lambda_{l_r}}\%(t) KRD_{l_r}(t)) +$$
$$+ \sum_{l_r=l}^{l_3} \Delta DEP_{l_r}(t) + \sum_{k=1}^{4} \Delta SB_k(t) + \tilde{K}\tilde{R}\tilde{D}(t) + \hat{\lambda}\%(t)\hat{K}\hat{R}\hat{D}(t).$$

Расшифруем значения используемых переменных:

$\Phi(t)$ — уставный фонд;

$ГВ(t)$ — государственная поддержка банку;

$\lambda_{l_r}\%(t)SB^*_{l_r}(t)(l_r=\overline{l,l_2})$ — объем возврата задолженностей по ссудам банка;

$\overline{\lambda_{l_r}}\%(t)KRD_{l_r}(t)(l_r=\overline{l,l_2})$ — объем возврата задолженностей по долгосрочному кредиту;

$\Delta DEP_{l_r}(t)(l_r=\overline{l,l_3})$ — прирост депозитов;

$\Delta SB_k(t)(k=\overline{1,4})$ — прирост сбережений от населения;

$\tilde{K}\tilde{R}\tilde{D}(t)$ — кредиты от других регионов (банков);

$\hat{\lambda}\%(t)$ — ставка процента от кредитов другим банкам;

$\hat{K}\hat{R}\hat{D}(t)$ — кредиты другим банкам.

Расходы регионального банка:

$$RB^-(t)=\sum_{l_r=l}^{l_2}(SB^*_{l_r}(t)+KRD_{l_r}(t))+\sum_{l_r}^{l_3}(\Delta SB^*_{l_r}(t)+\lambda^{DEP}_{l_r}\%(t)DEP_{l_r}(t))+$$

$$+\sum_{k=1}^{4}\lambda^{SB}_k\%(t)(SB_k(t-1)+\Delta SB_k(t))+\tilde{\lambda}\%(t)\tilde{K}\tilde{R}\tilde{D}(t)+\hat{K}\hat{R}\hat{D}(t).$$

В формуле участвуют переменные:

— $SB^*_{l_r}(t)(l_r=\overline{l,l_2})$ — годовая задолженность субъектов отраслей материального производства и коммерческой деятельности;

— $\Delta SB^*_{l_r}(t)(l_r=\overline{l,l_3})$ — дополнительные кредиты, полученные субъектами в t году;

— $KRD_{l_r}(t)$ — задолженность по долгосрочному кредиту;

— $\lambda^{DEP}_{l_r}\%(t)DEP_{l_r}(t)(l_r=\overline{l,l_3})$ — объем возврата по депозитам;

— $\lambda^{SB}_k\%(t)(k=\overline{1,4})$ — ставка процента по вкладам населения;

— $\Delta SB_k(t)$ — прирост сбережений населения;

— $\tilde{\lambda}\%(t)\tilde{K}\tilde{R}\tilde{D}(t)$ — объем задолженностей другим банкам;

— $\hat{K}\hat{R}\hat{D}(t)$ — кредиты другим регионам.

Региональный бюджет:

$$RB(t)=\sum_{l_r=l}^{l_2}(NPR_{l_r}(t)PR_{l_r}^{(д)}(t)+NO_{l_r}(t)ST_{l_r}^{(д)}(t)+\beta_{l_r}Ш_{l_r}(t)(PR_{l_r}(t)-$$

$$-PR_{l_r}^{(д)}(t))+X_{l_r}NZ_{l_r}(t)+REN_{l_r}(t)+NNED_{l_r}(t)NED_{l_r}(t))+\sum_{l_r=l}^{l_3}(NAR_{l_r}(t)+$$

$$+CS_{l_r}(t)ZP_{l_r}(t)T_{l_r}(t)+PRI_{l_r}(t)+POD(t)+PR(t).$$

Расшифруем вновь введенные обозначения:

— $NZ_{l_r}(t)$ $(l_r=\overline{l,l_2})$ — налог на землю l_r-го хозяйства;

— $REN_{l_r}(t)$ — рентные отчисления в бюджет;

— $NNED_{l_r}(t)$ — норма налога на недвижимость;

— $NED_{l_r}(t)$ — параметры объекта недвижимости;

— $NAR_{l_r}(t)(l_r=\overline{l,l_3})$ — плата за аренду субъекта хозяйствования l_r-го хозяйства;

— $CS_{l_r}(t)$ — ставка отчислений на соцстрах;

— $PRI_{l_r}(t)$ — поступления от приватизации;

— $POD(t)$ — общая сумма подоходных налогов с населения;

— $PR(t)$ — налоги на ввозимую продукцию и прочие.

Расходы регионального бюджета:

$$RRB(t)=\sum_{l_r=l}^{l_2}IN_{l_r}^{*}(t)+\sum_{l_r=l}^{l_1}(1-X_{l_r})DOT_{l_r}(t)+ФВД(t)+ДН(t)+СКМ(t)+$$

$$+ПБ(t)+ФН(t)+ГБ(t).$$

В данной формуле участвуют такие переменные:

— $IN_{l_r}^{*}(t)(l_r=\overline{l,l_2})$ — инвестиции регионального уровня;

— $DOT_{l_r}(t)(l_r=\overline{l,l_1})$ — дотации нерентабельным субъектам материального производства государственного сектора;

— ФВД(t) — объем финансирования внешнеэкономической деятельности;

— ДН(t) — компенсация денег населению;

— СКМ(t) — социально-культурные мероприятия;

— ПБ(t) — пособия по безработице;

— ФН(t) — финансирование региональной науки;

— ГБ(t) — отчисления в госбюджет (зарплаты, пенсии, стипендии).

В качестве основных показателей, характеризующих степень сбалансированности экономики региона, можно использовать:

1. Разность между объемами выпуска и потребления по видам с/х и промышленной продукции (выше были определены совокупный фактический объем потребления в регионе i-го с/х продукта — $K_i^*(t)$ и его объем, предложенный всеми хозяйствами для реализации в регионе — $P_i^*(t)$).

Общий баланс между спросом и предложением на i-й вид с/х продукции может быть достигнут за счет межрегиональных поставок

$$\sum_{i=1}^{I}(P_i^*(t)-K_i^*(t))C_i(t).$$

Аналогично для i_1-го вида промышленной продукции

$$\sum_{i_1=I+1}^{I_1}(P_{i_1}^*(t)-K_{i_1}^*(t))C_{i_1}(t).$$

В целом

$$\sum_{i_r=1}^{I_1}(P_{i_r}^*(t)-K_{i_r}^*(t))C_{i_r}(t)=SP,$$

где SP — сальдо межрегиональных поставок, $C_{i_r}(t)$ вектор договорных цен на соответствующие товары, закупаемые в других регионах (странах) или вывозимые за пределы региона.

Общеизвестно, что в платежном балансе положительное сальдо означает превышение всех поступлений данного региона над его платежами другим регионам (странам), отрицательное — превышение платежей региона над его поступлениями из других регионов (стран). Отрицательное сальдо ($-SP$) региона не должно превышать объем финансирования внешнеэкономической деятельности

$$ФВД(t) \geq |-SP|.$$

Приведем остальные условия, характеризующие степень сбалансированности экономики региона.

2. Условие $D_4(t)-\overline{Z_4}(t) \geq 0$ означает, что доход 4-й категории населения, получаемый из общественного фонда потребления, должен обеспечивать наполнение минимальной продовольственной корзины.

3. Условие $RB(t)-RRB(t) \geq \rho^*$ — условие бездефицитности регионального бюджета. В случае его невыполнения администрация региона должна приступить к реализации проекта создания экономических субъектов, гарантирующих региону поступления в бюджет, покрывающие величину дефицита.

4. Условие $RB^+(t)-RB^-(t) > DM(t)$, где $DM(t)$ — денежная масса на конец t-го года, включающая наличные деньги на руках населения плюс в кассах предприятий, средства населения на счетах, средства бюджетных организаций и Госстраха, денежную наличность отраслей. Данное условие является (в соответствии с теорией долгосрочного экономического роста) критерием макроэкономического тезиса о том, что объем денежной массы в регионе должен расти одновременно с ростом уровня реальной активности экономики региона.

5. Условие $\Delta SB(t)=\sum_{l_r=l}^{l_3} \Delta SB_{l_r}^*(t)$, где $\Delta SB(t)$ — сумма, которую региональный банк гарантирует для выплаты дополнительных кредитов (ссуд), необходимых субъектам регионального хозяйственного механизма.

Приведенная достаточно условная модель может стать основой для построения конкретных моделей экономики с/х региона, демонстрируя возможность обеспечения устойчивости и самостоятельности регионального хозяйственного механизма. Регулируемыми параметрами модели могут служить цены, ставки налогов, штрафы, проценты за кредиты, заработная плата бюджетной сферы, соотношение зарплаты в производственной и непроизводственной сферах, инвестиции. Регулирование вариантов этих параметров в процессе реализации моделей должно осуществляться экспертами (ЛПР) в соответствии с политикой регионального административного управления и принципами рыночной экономики.

Рассмотрим модель экономики с/х региона с точки зрения реализации ее в задаче определения оптимальных решений при управлении региональным хозяйственным механизмом. Исследования следует проводить в рамках комплексной концепции управленческих решений, учитывающей субъективный фактор и использующей математические методы и компьютерные технологии при формировании и выборе решений.

В процессе создания базовой имитационной модели управления региональным хозяйственным механизмом становится очевидной целесообразность применения методов теории принятия решений, обусловленная устранением неопределенности информации. На этапе постановки задачи такое устранение неопределенности реализуется выявлением всего спектра проблемных альтернативных ситуаций, формированием и ранжировкой множества целей, преследуемых при выборе решения, учетом ограничений. На этапе выбора решения это будет определение множества допустимых, эффективных решений, критерия выбора оптимального решения, вида ЛПР — индивидуального или группового.

Перечислим виды проблемных ситуаций, которые могут иметь место в данной задаче:

1. Зависимость мощности выпуска конкретного i-го $(i=\overline{1,I})$ вида с/х продукции в l-м $(l=\overline{1,L})$ хозяйстве региона от погодных условий, обозначенная в виде "погодного" вероятностного коэффициента мощности.

2. Зависимость мощности $m_{il}(t)$ выпуска il-го вида с/х продукции от стихийных бедствий, обозначенная в виде так называемого "стихийного" коэффициента мощности. Значения обоих коэффициентов — "погодного" и "стихийного" — находятся в интервале (0,1), причем большему значению каждого из коэффициентов соответствует меньшая вероятность наступления неблагоприятных (форс-мажорных) ситуаций, значению 1 соответствует отсутствие таковых.

3. Степень обеспеченности трудовыми ресурсами при производстве il-го продукта.

4. Проблемная ситуация, при которой фактический спрос населения на i-й с/х продукт превышает объем его предложения внутри региона.

5. Объем предложения i-го совокупного по региону продукта превышает спрос на него внутри региона.

6. Ситуация, при которой доход 4-й категории населения региона не обеспечивает наполнение минимальной продовольственной корзины.

7. Ситуация, когда наличность l-го хозяйства на конец года не покрывает затрат на требуемые ресурсы, технику на следующий год.

8. Расходы регионального банка не могут обеспечить необходимых статей расхода регионального бюджета.

9. Отрицательное сальдо межрегиональных поставок превышает объем финансирования внешнеэкономической деятельности.

Перечисленный спектр проблемных ситуаций может быть дополнен, либо пересмотрен в каждой конкретной модели и обязательно должен присутствовать при построении алгоритма (ТУФП) в качестве альтернативных постулатов, участвующих в определении состояний автоматов модели на каждый последующий момент модельного времени. Так, тождественно истинное высказывание относительно первых трех видов проблемных ситуаций обеспечивается вероятностным характером коэффициентов. Для ситуаций 4–9 — возможностью смены знаков неравенств, характеризующих данные ситуации, на противоположные, характеризующие наступление противоположных ситуаций. Таким образом, можно говорить о достоверности и полноте информации об условиях, в которых может протекать моделируемый процесс.

Сформируем множество целей, преследуемых при выборе решений.

1. Желательно, чтобы сальдо межрегиональных поставок SP было положительным, т.е чтобы в платежном балансе между спросом и предложением было превышение всех поступлений данного региона над его платежами другим регионам.

2. Цель — бездефицитность регионального бюджета.

3. Цель — обеспечение прибыльности хозяйственных субъектов.

4. Ресурсы регионального банка должны превалировать над его расходами.

5. Регион должен быть обеспечен продуктами с/х производства.

6. Цель — обеспечение социальной защиты 4-й категории населения региона.

Определим коэффициенты относительной важности целей. Проведем парное сравнение целей по отношению важности. Таблица с i строками и j столбцами целей с учетом того, что субъективный фактор выбора остается за ЛПР, может выглядеть так

1	0	1	1	0	0	3
1	1	0	1	0	1	4
0	1	1	1	1	1	5
0	0	1	1	1	0	3
0	1	0	0	1	0	2
1	0	0	1	1	1	4
						21

Определим сумму единиц в каждой строке — Z_i. Содержательно она будет интерпретироваться как количество целей, "голосующих" за превалирующую важность цели A_i. Последний столбец демонстрирует важность целей, так, первая цель получила 3 "голоса", вторая — 4 и т.д. Просуммируем Z_i по всем строкам, получим 21 — общее число "голосов". Разделим эту сумму на каждое из значений Z_i и получим значения коэффициентов относительной важности каждой из целей:

$$\frac{3}{21}, \frac{4}{21}, \frac{5}{21}, \frac{3}{21}, \frac{2}{21}, \frac{4}{21}.$$

Таким образом, самой важной является 3-я цель — реализация прибыльности хозяйственных субъектов, которая обеспечивает достижение 5-й и 1-й целей. Вторая цель также является весьма важной, от нее зависит цель 4. Значение цели 6 также велико, ибо социальная защита является важным гуманистическим и политическим аспектом существования демократического общества. Итак, приоритеты целей расположились в таком порядке: 3, 2, 6, 1, 4, 5.

Для конкретизации целей необходимо определить их характеристики, то есть критерии достижения целей и показатели степени достижения целей. Соотношение между показателями степени достижения и критериями достижения целей состоит в том, что показатели — это меры измерения, а критерии — это точки или интервалы 100%-го достижения целей на шкалах измерения. К примеру, цель увеличения производства зерна для обеспечения потребностей населения, животноводства и промышленности может характеризоваться критерием “производство 1 т зерна на человека в год” и показателем степени достижения “производство 0,8 т зерна на человека в год”.

В данном случае цели 1 может соответствовать критерий SP^*, устанавливаемый ЛПР или экспертом. В случае положительного сальдо SP

$$SP^* \leq SP,$$

в случае отрицательного сальдо — SP

$$-SP^* \geq -SP.$$

Величина SP или $-SP$ будет показателем степени достижения цели 1. Критерий достижения цели 2 — оптимальная требуемая величина превышения регионального бюджета на t-й год над его расходом. В процессе реализации модели будет известна реальная величина этой разности, которая и будет показателем степени достижения цели 2.

В случае цели 3 введем индикаторы прибыльности хозяйств

$$\gamma_l(t) = \begin{cases} 1, \text{ если } PR_l(t) > 0, \\ 0, \text{ если } PR_l(t) \leq 0. \end{cases}$$

Просуммируем $\gamma_l(t)(l = \overline{1, L})$ по всем с/х субъектам

$$\gamma_L(t) = \sum_{l=1}^{L} \gamma_l(t).$$

При $\gamma_L(t) = L$ можно говорить о критерии достижения цели 3 — γ^*, где $\gamma^* = \gamma_L(t)$, если же $\gamma_L(t) < L$, то $\gamma_L(t)$ будет показателем степени достижения цели 3.

Для цели 4 вводится критерий $DM^*(t)$ — требуемая величина превышения поступлений над расходами регионального банка в t-м году. Величина вычисляемой на момент t разности между ними $DM(t)$ будет показателем достижения цели 4.

Для цели 5, как видно из модели, по каждому i-му продукту должно выполняться неравенство, которое одновременно будет и соответствующим показателем достижения цели, и критерием достижения цели

$$P_i^*(t) \geq K_i^*(t),$$

где $P_i^*(t)$ — объем совокупного предложения региональных хозяйств по i-му продукту, $K_i^*(t)$ — фактический совокупный объем потребления этого продукта населением региона. При $K_i^*(t) - P_i^*(t) > 0$ дефицит i-го с/х продукта можно покрыть либо из объема данного продукта, предназначенного для госзаказа, либо за счет импорта (межрегиональных поставок). В данном случае величина дефицита будет соответствующим показателем достижения цели.

Цель 6 (обеспечение социальной защиты) имеет в качестве критерия достижения цели выполнение неравенства

$$D_4(t) - \overline{Z_4}(t) \geq 0,$$

где $D_4(t)$ — совокупный доход в t-м году населения 4-й категории, $\overline{Z_4}(t)$ — требуемые денежные затраты на продовольственные товары 4-й категории населения региона.

В данном случае назначались критерии осторожной стратегии поведения, то есть критерии по типу "надейся на худшее".

Важное значение имеет определение существенных ограничений, влияющих на выбор оптимального решения. Оптимизируя приоритетную с точки зрения разработчика цель, ЛПР на остальные цели накладывает ограничения, отражающие влияние внешних и внутренних факторов в задаче принятия решения. Очевидно, что ограничения дополняют цели и в определенной степени с ними взаимозаменяемы.

Следующим этапом подготовки к выбору решения является определение типа задачи принятия решения. В данном случае это задача с 9-ю видами ситуаций $S_j(j=\overline{1,9})$, 6-ю целями $A_q(q=\overline{1,6})$ и с последовательностью B_q приоритетов целей. В общем случае для задачи принятия решений такого типа строится вспомогательная таблица — трехмерная матрица вида

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & & S_1 & & & S_2 & & & & S_n & \\
 & A_1 & & A_k & A_1 & & A_k & \ldots & A_1 & & A_k \\
Y_1 & f_{111} & & f_{11k} & f_{121} & & f_{12k} & \ldots & f_{1n1} & & f_{1nk} \\
 & & & & & & & & & & \\
Y_m & f_{m11} & & f_{m1k} & f_{m21} & & f_{m2k} & \ldots & f_{mn1} & & f_{mnk} \\
 & B_1 & \ldots & B_k & B_1 & \ldots & B_k & \ldots & B_1 & \ldots & B_k \\
 & & P_1 & & & P_2 & & & & P_n &
\end{array}
$$

Здесь Y_i — решения, f_{ijq} — значения функции предпочтения, P_j — вероятности ситуаций.

При решении сложных экономических задач, в том числе такого типа, как разработка моделей регионального управления, построение выше приведенной матрицы является необходимым этапом структуризации исходной информации, обеспечивая охват всех проблем, целей, вариантов принятия решений при формализации системы, идентификации объектов, ситуаций и моделируемых процессов, построении алгоритма модели и выборе оптимизируемой функции цели.

Очевидно, что практическое сочетание применения метода автоматного моделирования и использования методов теории принятия решений позволяет алгоритму ТУФП автоматной модели, включающей оптимизационный блок, выдавать рекомендации по оптимизации управляемых параметров задачи с учетом всех допустимых сочетаний ситуаций, целей и ограничений.

При назначении и коррекции управляемых параметров (инвестиций, цен, налогов, штрафов, процентов за кредиты, зарплат и т.д.) необходимы рекомендации экспертов, обеспечивающие быстрое и эффективное проведение расчетов.

Динамический режим реализации модели регионального хозяйственного механизма используется при решении прогнозной задачи. В процессе моделирования автоматически проигрывается смена во времени ситуаций, в том числе угрожающих стабильности, проигрываются внешние и внутренние влияния и управления. Оптимизация осуществляется в соответствии с применяемыми современными оптимизационными методами и обеспечивает достижение приоритетной цели.

Статическая или оценочная задача решается для зафиксированного фактического сочетания ситуаций, внешних влияний, имеющих место в реальности. В этом случае ЛПР также ранжирует цели и определяет, возможно, с помощью экспертов, необходимые управляющие параметры. Затем определяются функции предпочтения решений в конкретных ситуациях для достижения конкретных целей и в соответствии с выбранной стратегией выбора находится экстремальное решение.

Автоматизация задачи принятия решения включает две конкретные задачи: разработку комплекса программ для реализации на компьютере расчетных алгоритмов задачи выбора и разработку сервисных программ для обеспечения диалогового режима работы, ввода и вывода информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алиев Г.А., Бусленко И.Н., Климов Г.П., Назаренко А.Н. Моделирование производственного процесса автоматизированного стана печной сварки труб.— Проблемы кибернетики, выпуск 9. К.— 1963.

2. Бакаев А.А., Костина Н.И., Яровицкий Н.В. Автоматные модели экономических систем.— К.: "Наукова думка", 1970.— 190 с.

3. Бакаев А.А., Костина Н.И., Яровицкий Н.В. Имитационные модели в экономике.— К.: "Наукова думка", 1978.— 300 с.

4. Беляев Ю.К. Линейчатые марковские процессы и их приложения к задачам теории надежности. Труды VI Всесоюзного совещания по теории вероятности и математической статистике, 1960.

5. Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности.— М.: "Наука", 1965.— 524 с.

6. Берж. Теория графов.— М.: "Иностранная литература", 1970.— 319 с.

7. Бусленко Н.П. К теории сложных систем. Известия АН СССР, Техническая кибернетика, № 5, 1968.

8. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем.— М.: "Наука", 1978.— 309 с.

9. Бусленко Н.П., Калашников В.В., Коваленко И.Н. Лекции по теории сложных систем.— М.: "Советское радио", 1973.— 439 с.

10. Глушков В.М. Основы безбумажной информатики.— М.: "Наука". 1982.— 552 с.

11. Дал У., Нигард К. СИМУЛА-67 — универсальный язык программирования.— М.: "Мир", 1969.— 99 с.

12. Дуб Дж. Вероятностные процессы.— М.: "Иностранная литература", 1959.— 605 с.

13. Ермольев Ю.М. Методы стохастического программирования.— М.: "Наука", 1976.— 239 с.

14. Жеребин В.М., Романов А.Н., Одинцов Б.Е. Автоматизация проектирования экономических информационных систем.— М.: "Наука", 1988.— 170 с.

15. Калиниченко Л.А. СЛЕНГ — экспериментальный язык программирования, ориентированный на описание и моделирование вычислительных машин и систем. Труды семинара "Теория автоматов". К.:РИО ИК АН УССР, выпуск 1, 1967.

СОДЕРЖАНИЕ

МОНОГРАФІЯ

БАКАЄВ Олександр Олександрович
ГРИЦЕНКО Володимир Ілліч
САКУНОВА Ірена Сигізмундівна

АВТОМАТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Технічний редактор *М. С. Чабан*
Комп'ютерна верстка *І. В. Шмушковича*
Художнє оформлення обкладинки *В. М. Тригуб*

Підписано до друку 20.08.2007. Формат 60 × 84 1/16. Папір офс. № 1.
Гарнітура "Таймс". Друк офс. Ум. друк. арк. 12,1. Обл.-вид. арк. 14,0.
Наклад 100 прим. Зам. 894.

Видавництво "ЛОГОС"
Свідоцтво ДК № 201 від 27.09.2000 р.
01030, Київ-30, вул. Богдана Хмельницького, 10, тел. 235-60-03