

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ ИНДУКТИВНОСТИ С НАСЫЩЕНИЕМ

Для оцінки усього спектру енергетичних питань аналізуються параметри миттєвої потужності індуктивності, що насичується. Показана недопустимість використання виразів для втрат у сталі без урахування реальних фізичних процесів перетворення енергії при змінній індуктивності. Отримана оцінка миттєвої потужності у формі трьох складових.

Для оценки всего спектра энергетических вопросов анализируются параметры мгновенной мощности насыщаемой индуктивности. Показана недопустимость использования выражений для потерь в стали без учета реальных физических процессов преобразования энергии при меняющейся индуктивности. Получена оценка мгновенной мощности в форме трех составляющих.

The parameters of instantaneous power of the inductance with saturation are analyzed for energy problems evaluation. It has been proved that the equations of iron loss can not be applied without taking into account real physical processes of energy transformation in various inductance conditions. The instantaneous power has been evaluated in the form of instantaneous power three components.

Введение. Поведение электромеханического комплекса, включающего в себя электромеханическую систему, производственный механизм с передаточным устройством полностью определяется энергетическими процессами, протекающими в отдельных элементах комплекса. Эти процессы с одной стороны определяются воздействиями со стороны источников питания, а с другой – электрическими, электромагнитными и механическими параметрами отдельных звеньев системы и комплекса. Общим выражением, отражающим процессы в наиболее общей форме является закон сохранения, представляемый уравнениями баланса мощностей, энергий или некоторых других параметров, отражающих их [7].

Уравнения баланса мощностей, представляемые чаще всего в форме независимых уравнений для активной и реактивной мощности, являются неполной математической базой для характеристики энергопроцессов [1,2,4]. Эти составляющие представляются интегральными характеристиками (усредненными значениями зависимостей мгновенной мощности $P(t) = U(t)I(t)$) [4].

Неполнота энергетической картины при использовании интегральных составляющих мощности является основной причиной, из-за которой их применение рекомендуется лишь для проверки правильности полученных результатов.

Представление энергопроцессов в форме уравнений баланса мгновенной мощности в элементах анализируемой системы позволяет решить целый ряд задач диагностического и энергетического характера для сколь угодно сложной электротехнической системы [7,8,9].

Условием для эффективного применения такого подхода является совокупность уравнений для мгновенной мощности в любом элементе электротехнического комплекса. Базовым уравнением баланса является равенство мгновенной мощности

источника $P_u(t)$ и компонент мгновенной мощности на элементах, входящих в комплекс элементарных потребителей:

$$P_u(t) = \sum_{p=1}^{p=k} P_p(t),$$

где p – индекс соответствующего элементарного потребителя.

Так, если рассматривать известную Т-образную схему замещения асинхронного двигателя с индуктивностями рассеяния статора и ротора L_1 и L_2 , индуктивностью контура намагничивания L_μ и сопротивлениями статора R_1 и ротора R_2 , то в качестве элементарных потребителей выступает каждый из перечисленных элементов. Тогда уравнение баланса будет:

$$P_u(t) = P_{R1}(t) + P_{R2}(t) + P_{L1}(t) + P_{L2}(t) + P_{L\mu}(t). \quad (1)$$

Известно, что мгновенная мощность при гармонических сигналах определяется зависимостью [6,10,11]:

$$P(t) = P_0 + P_a(t) + P_b(t), \quad (2)$$

где P_0, P_a, P_b – нулевая, косинусная и синусная составляющие мгновенной мощности.

При полигармонических сигналах напряжения

$$U(t) = \sum_{n=0}^{n=N} U_n \cos n\Omega t \quad \text{и} \quad \text{тока}$$

$$I(t) = \sum_{m=0}^{m=M} I_m \cos(m\Omega t - \varphi_m) \quad \text{мгновенная мощность}$$

будет включать гармоники k -го порядка. Для i -го элемента имеем суммы из k -гармоник мощности:

$$P_i(t) = \sum_{k=0}^{k=2M=2N} P_{0k} + \sum_{k=1}^{k=M+N} P_{ak_i} \cdot \cos(k\Omega t - \varphi_k) + \sum_{k=1}^{k=M+N} P_{bk_i} \cdot \sin(k\Omega t - \varphi_k) \quad (3)$$

В уравнении (3) порядок гармонических мощности определяется зависимостью $k = m \pm n$.

В соответствии с известными положениями приведенное уравнение для полигармонических сигналов можно представить в форме трех независимых уравнения баланса:

$$\begin{aligned} P_{0и} &= \sum_{k=0, m=n}^{k=2M=2N} P_{0и}; \\ P_{ak_{и}} &= \sum_{p_i=1}^{i=p, k=M+N} \sum_{k=1}^{k=M+N} P_{a_i k} \cos(k\Omega t - \varphi_k), \\ P_{bk_{и}} &= \sum_{p_i=1}^{i=p, k=M+N} \sum_{k=1}^{k=M+N} P_{b_i k} \sin(k\Omega t - \varphi_k). \end{aligned} \quad (4)$$

Зависимости (3) и (4) имеют самый общий характер и справедливы для любого набора элементов, включая нелинейные, характеристики которых зависят от тока, времени и др. Зависимости для мгновенной мощности конкретных элементов определяются независимо друг от друга [6,7,9].

Целью исследования является определение зависимостей для мгновенной мощности одного из важнейших элементов электрических машин – индуктивностей обмоток со сталью с насыщением. Этот вопрос в литературе до настоящего времени не анализировался.

Результаты исследования. Наиболее часто при анализе процессов в электрических машинах используется следующая зависимость для потерь в стали [3].

$$\Delta P_c = I_\mu^2 \cdot R_\mu \cdot v^\alpha, \quad (5)$$

где I_μ – ток намагничивания; v – относительная частота тока; α – коэффициент, рекомендуемый авторами ($2 \geq \alpha \geq 1,5$).

Приведенная зависимость имеет определенный смысл, в случае пропорциональности между током намагничивания и потоком. По существу (5) является некоторым аналогом более точной зависимости:

$$\Delta P_c = c B^2 \cdot v^\alpha, \quad (6)$$

где B – индукция в стали; c – постоянный коэффициент.

Выражение для потерь определим, предположив гармонический характер изменения индукции:

$$B(t) = C_1 \cdot B_m \cdot \sin \Omega t. \quad (7)$$

Так как потери пропорциональны квадрату скорости изменения индукции, то

$$\begin{aligned} \Delta P_c(t) &= C_1 \left(\frac{d}{dt} B(t) \right)^2 = \\ &= \frac{C_1}{2} B_m^2 \cdot \Omega^2 + \frac{C_1}{2} B_m \cdot \Omega^2 \cdot \cos 2\Omega t. \\ \Delta P_c &= \frac{1}{T} \int_0^T \Delta P_c(t) dt = \frac{C_1}{2} B_m^2 \Omega^2 = \\ &= C \cdot B_m^2 \cdot \Omega^2; \quad C = \frac{C_1}{2} \end{aligned}$$

Полученные зависимости практически мало пригодны при решении конкретных технических задач в виду сложностей, связанных с определением зависимости $B(t)$. Эта зависимость достаточно сложна, свя-

зана соответствующим образом с кривой намагничивания.

Исследования показывают, что даже при напряжениях, отличающихся от номинального (меньше номинального) проявляются нелинейные свойства стали. Эти свойства по существу являются причиной потерь в стали. Наличие петли гистерезиса, проявляющейся при любой степени насыщения, подтверждает вывод о том, что нелинейные свойства проявляются практически при любом напряжении. Этот факт делает неприемлемой аргументацию наличия линейной и нелинейной части кривой намагничивания. Нелинейность означает, прежде всего, то, что она является причиной появления высших гармоник в кривых индукции, ЭДС и тока. Процессы в стали при значительном насыщении отличаются сложностью, а потери при этом существенно увеличиваются, превышая номинальные в несколько раз [5].

Для решения задач диагностического характера необходимо определение зависимостей мгновенной мощности в индуктивных элементах. Выражения для мощности должны адекватно отражать реальные физические процессы, связывающие ток обмотки, ее индуктивность и потери. Общая зависимость, описывающая мгновенную мощность на индуктивности, имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta P_c(t) &= c \frac{d}{dt} (L(t) \cdot I(t)) \cdot I(t) = \\ &= c \frac{dL(t)}{dt} \cdot I^2(t) + c L(t) I(t) \cdot \frac{dI(t)}{dt} = E(t) \cdot I(t), \end{aligned} \quad (8)$$

где $L(t)$ – зависимость индуктивности во времени при протекании по обмотке тока $I(t)$; $E(t) = \frac{d}{dt} (L(t) \cdot I(t))$ – ЭДС в обмотке, вызванная изменяющимся током $I(t)$ и переменной индуктивностью $L(t)$; c – коэффициент пропорциональности.

Зависимость $L(t)$ – мгновенная индуктивность, обусловленная протекающим по обмотке током $I(t)$.

На рис. 1 приведены варианты представлений потока, индуктивности от тока в зависимости от общего вида кривой намагничивания. Зависимость рис.1,а определяет вариант индуктивного элемента без потерь, насыщения ($L = \text{const}$). Это – наиболее распространенная и энергетически неадекватная модель.

На рис. 1,б представлены кривые для насыщаемой индуктивности, но без потерь. Особенностью является то, что при наличии такого элемента в электрической сети, в ней присутствуют кроме основной гармоники тока и высшие гармонические, уровень которых зависит от характера нелинейности $\Phi(I)$.

Фрагмент 2,в, показывает зависимости $\Phi(I)$ и $L(I)$ с учетом реальных процессов в индуктивности, обуславливающих петлю гистерезиса в кривой намагничивания и, как следствие, потерь в магнитном сердечнике. Анализ процессов показывает, что нелинейные свойства насыщаемой индуктивности проявляются при любой степени насыщенности. Поэтому понятие линейной части кривой намагничивания, являющейся широко используемым приближением, лишь

частично соответствует реальным физическим процессам.

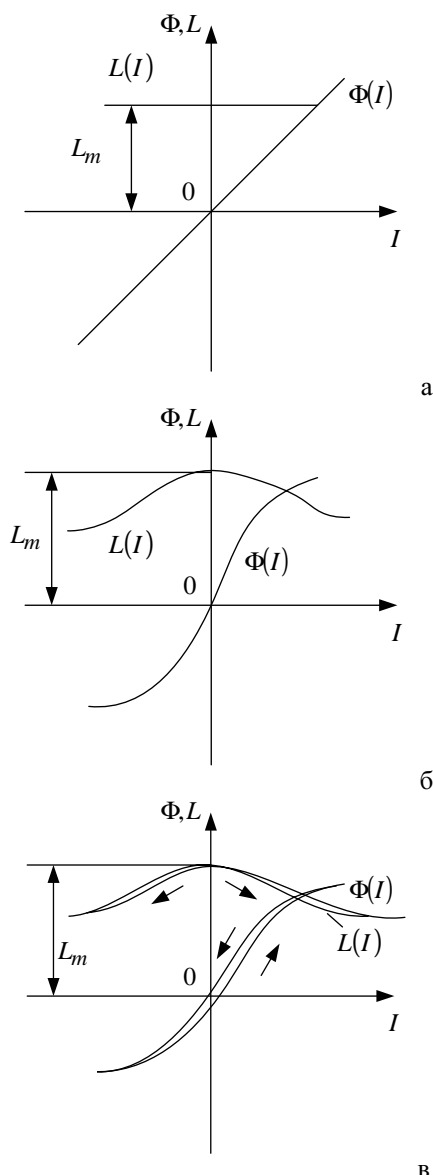


Рис. 1. Варианты представлений зависимостей индуктивности L , потока Φ от тока обмотки

Наличие петли гистерезиса определяется отставанием процессов намагничивания (размагничивания) сердечника от тока в обмотке. Это запаздывание в основном зависит от качества электротехнической стали сердечника.

При исследованиях это может быть учтено двумя возможными путями:

- представлением насыщаемой индуктивности в форме (рис. 1,б), когда изменение индуктивности не имеет фазового сдвига относительно тока, а потери выносятся на отдельное сопротивление R_μ , включаемое параллельно идеальной (без потерь) насыщаемой индуктивности:

- мгновенная индуктивность $L(t)$ имеет отставание β_t от тока $I(t)$, что позволяет учитывать как эффект насыщения, так и потери мощности одной

математической зависимостью.

Каждый из вариантов имеет свои положительные и отрицательные моменты. Достаточно сказать, что контур, образованный R_μ априори предполагает квадратичную зависимость потерь от напряжения на идеальной насыщаемой индуктивности. Опыт показывает, что при существенном коэффициенте искажения напряжения на индуктивности отмеченное предположение оказывается ошибочным в том плане, что возможны недопустимые ошибки в результатах при глубоком насыщении стали.

Эксперимент подтверждает сказанное и указывает на то, что при первом представлении (вынесенный контур R_μ) потери практически пропорциональны производной ЭДС на нелинейной индуктивности. Здесь не останавливаемся на доказательстве этого положения, но уделим внимание второму представлению, в котором сказанное учитывается результирующей математической моделью.

Для анализа ограничимся простейшим случаем, когда в кривой тока, протекающего по обмотке присутствует лишь гармоника основной частоты. Пусть ток, протекающий по обмотке равен:

$$I(t) = I_m \cos \Omega t.$$

Кривая намагничивания представляется зависимостью:

$$\Phi(I) = a_1 I + a_3 I^3 + a_5 I^5. \quad (9)$$

Индуктивность обмотки:

$$L(I) = \alpha \cdot \frac{d\Phi(I)}{dI} = \alpha_1 + \alpha_2 I^2 + \alpha_4 I^4 \quad (10)$$

$$\alpha_2 = 3a_3; \alpha_4 = 5a_5.$$

Подставив значение $I(t)$ в (10) получим временную зависимость индуктивности – мгновенную индуктивность:

$$L(t) = \alpha_1 + \alpha_2 (I_m \cos \Omega t)^2 + \alpha_4 (I_m \cos \Omega t)^4.$$

С целью получения обобщающих выводов ограничимся только двумя первыми членами для описания $L(t)$:

$$\begin{aligned} L(t) &= \alpha_1 + \alpha_2 (I_m \cos \Omega t)^2 = \\ &= \alpha_1 + \frac{\alpha_2 I_m}{2} + \frac{\alpha_2 I_m}{2} \cos 2\Omega t = \\ &= L_0 + \frac{\alpha_2 I_m}{2} \cos 2\Omega t, \end{aligned}$$

где $L_0 = \alpha_1 + \frac{\alpha_2 I_m}{2}$, при $\alpha_2 < 0$ т.к. $a_3 < 0$. (11)

Как видно из (11), постоянная составляющая индуктивности L_0 с увеличением степени насыщения уменьшается. Вследствие этого, наблюдается рост переменного тока основной частоты и ЭДС, наводимой в обмотке.

Путем введения запаздывания мгновенной индуктивности от тока в форме угла $\beta \approx \Omega \cdot \beta_1$, получим выражение для индуктивности в такой форме:

$$L(t) = L_0 + L_a \cos 2\Omega t + L_b \sin 2\Omega t,$$

где $L_a = \frac{\alpha_2 I_m}{2} \cos \beta$; $L_b = \frac{\alpha_2 I_m}{2} \sin \beta$.

Воспользовавшись зависимостью (8) и выполнив необходимые преобразования, получим выражение для мгновенной мощности, насыщаемой индуктивностью:

$$\Delta P_c(t) = \Delta P_{c0} + \Delta P_{2a} \cdot \cos 2\Omega t + \Delta P_{2b} \cdot \sin \Omega t + \Delta P_{4a} \cdot \cos 4\Omega t + \Delta P_{4b} \cdot \sin 4\Omega t, \quad (12)$$

где $\Delta P_{c0} = \frac{1}{8} \Omega \alpha_2 \cdot I_m^3 \cdot \sin \beta$;

$$\Delta P_{2a} = \Omega \cdot L_b \cdot I^2 = \Omega \frac{\alpha_2 \cdot I_m^3}{2} \sin \beta ;$$

$$\Delta P_{2b} = -L_0 \cdot \frac{\Omega \cdot I_m^2}{2} - \Omega L_a \cdot I_m^2 =$$

$$= -L_0 \cdot \frac{\Omega \cdot I_m^2}{2} - \frac{\Omega \cdot \alpha_2 \cdot I_m}{2} \cos \beta ;$$

$$\Delta P_{4a} = \frac{3}{4} \Omega L_b \cdot I_m^2 = \frac{3}{8} \Omega \cdot \alpha_2 \cdot I_m^3 \sin \beta ;$$

$$\Delta P_{4b} = -\frac{3}{4} L_a \cdot \Omega I_m^2 = -\frac{3}{8} \Omega \cdot \alpha_2 \cdot I_m^3 \cos \beta.$$

Изложенный теоретический подход позволяет получить выражение для мгновенной мощности при любой сложности зависимостей тока $I(t)$, и мгновенной индуктивности $L(t)$. Мощность потерь в стали можно получить путем интегрирования зависимости (12). Очевиден такой результат:

$$\Delta P_c = \Delta P_{c0}. \quad (13)$$

Зависимость ΔP_c от угла сдвига β интересна во многих отношениях. Так как угол β достаточно близок к нулю, то можно воспользоваться упрощенной зависимостью $\sin \beta \approx \beta$, которая для высших гармоник превращается в другую, где угол сдвига пропорционален относительной частоте гармоники тока $\sin \beta_n \approx n \cdot \beta$. Здесь сомножитель перед β по существу эквивалентен оператору дифференцирования при учете высших гармоник тока с порядком n .

Кроме указанной области использования полученных результатов (идентификация параметров и диагностика режимов) полученные результаты можно использовать при построении систем регулирования энергетических режимов регулируемых приводов.

Список использованной литературы

1. Баланс энергий в силовых цепях / В.Е. Тонкаль, А.В.Новосельцев, С.П.Денисюк и др. –К.: Наук.думка, 1992. - 312 с.
2. Зиновьев Г.С. Определение результирующих энергетических показателей вентильных преобразователей // Силовые вентильные преобразователи. - Новосибирск: НЭТИ. – 1984. - С. 89-100.
3. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. - М: Энергия, 1980. - 926 с.
4. Маевский О.А. Энергетические показатели вентильных преобразователей. -М.: Энергия, 1975. - 320 с.
5. Петров Л.П. Управление пуском и торможением асинхронных двигателей. М. Энергоиздат, - 1981. - 184 с.

6. Родькин Д.И. Декомпозиция составляющих мощности полигармонических сигналов // Электротехника. - 2003.- № 3. - С. 34-37.

7. Родькин Д.И. Оценка составляющих мгновенной мощности полигармонических сигналов // Электротехника. – К.: - 2003. - № 3. - С.13 – 15.

8. Родькин Д.И., Кожушок Г.Н. Особенности использования метода энергодиагностики // Вестн. Харьковского политехн. ун-та. Проблемы автоматизированного электропривода. – 2002. - Т.2. - С. 526-531.

9. Родькин Д.И., Бялобржеский А.В., Ломонос А.И. Показатели энергопроцессов в сети с полигармоническим напряжением и током // Электротехника. – 2004. - № 6. - С. 37 – 42.

10. A New Definition of Instantaneous Active – Reactive Current and Power Based on Instantaneous Space Vectors on Polar Coordinates in Three-Phase Circuits, Aktira Nabal Toshiko Tanaka // IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 11. – 1996. - No 3. - P. 1238-1244.

11. Comments on Active Power Flow and Energy Accounts In Electrical Systems With Nonsinusoidal Waveforms and Asymmetry Gzarnecki L // IEEE Transaction on Power Delivery, Vol 11. – 1996. - No 3. – P. 1244-1250.

Получено 07.07.06



Родькин Дмитрий Иосифович, – д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины. Заведующий кафедрой «Системы автоматического управления и электропривод» Кременчугского государственного политехнического университета. г. Кременчуг, ул. Первомайская, 20 Полтавская обл., Украина, 39614 тел. 805366 3-11-47, факс. 805366 3-60-00