

Термонапружений стан біметалевого шару за електромагнітної дії в режимі з імпульсним модульним сигналом

Роман Мусій¹, Наталія Мельник²

¹ д. ф.-м. н., професор, Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: musij@polynet.ua

² к. ф.-м. н., Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: melnyk.n.pz@gmail.com

Сформульовано початково-крайову задачу термомеханіки для біметалевого шару за дії імпульсного електромагнітного поля. За визначальні функції вибрано дотичну до основ шару компоненту вектора напруженості магнітного поля, температуру та нормальні компоненти тензора напружень. Запропоновано методику розв'язування отриманих контактних задач електродинаміки, теплопровідності і термонапруженості, яка використовує квадратичну апроксимацію розподілів всіх визначальних функцій за товщинною координатою в кожному складовому шарі. На основі цієї методики вихідні початково-крайові задачі на визначальні функції зведено до задач Коші на їх інтегральні (сумарні по пакету шарів) характеристики. Отримано загальні розв'язки цих задач за однорідної нестационарної електромагнітної дії, на основі яких записано розв'язки задачі за електромагнітної дії в режимі з імпульсним модульним сигналом. Чисельно проаналізовано термонапружений стан і несучу здатність біметалевого шару залежно від його параметрів та амплітудно-частотних характеристик такої дії.

Ключові слова: термонапружений стан, несуча здатність, біметалевий шар, імпульсна електромагнітна дія, режим з імпульсним модульним сигналом.

Вступ. У сучасних механізмах і пристроях широко використовують кусково-однорідні електропровідні структурні елементи, які перебувають в умовах багатофакторних навантажень. Від збереження їх несучої здатності залежить надійність роботи відповідних пристроїв [1, 2]. Елементами електромагнітних переходників, що зазнають впливу імпульсних електромагнітних полів (ЕМП), часто є біметалеві пластини. У літературі відомі дослідження термонапруженого стану та несучої здатності однорідних електропровідних пластин за дії імпульсних ЕМП [3-5], проте недостатньо висвітлено такі дослідження для біметалевої пластини за електромагнітної дії в режимі з імпульсним модульним сигналом (РІМС).

У даній роботі розглядається початково-крайова задача термомеханіки для біметалевого шару за дії однорідного нестационарного ЕМП і пропонується методика її розв'язування. Досліджується термонапружений стан і несуча здатність розгляданого шару за електромагнітної дії в РІМС за частоти несучих електромагнітних коливань поза околom резонансних [6].

1. Формулювання задачі

Розглядається біметалевий шар постійної товщини безмежний за координатами x , у прямокутній декартовій системі координат $Oxyz$, координатна площина XOY якої співпадає з площиною $z = 0$ з'єднання складових шарів товщинами h_1 і h_2 .

Матеріали складових шарів однорідні, ізотропні та неферомагнітні, а їх фізико-механічні характеристики вважаються сталими. Біметалевий шар знаходиться під дією зовнішнього нестационарного ЕМП, заданого значеннями $H_y^\pm(t)$ дотичної компоненти $H_y^{(n)}(z,t)$ вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}^{(n)} = \{0; H_y^{(n)}; 0\}$ в n -ому ($n=1,2$) шарі. Дія нестационарного ЕМП проявляється двома фізичними чинниками — джоулевими тепловиділеннями $Q^{(n)}$ і пондеромоторними силами $\vec{F}^{(n)}$, які зумовлюють термонапружений стан шару.

Відповідно розрахункова модель даної задачі термомеханіки для біметалевого шару складається з трьох етапів [7]. На першому етапі зі співвідношень Максвелла визначаються параметри ЕМП, на другому етапі з рівняння теплопровідності за знайденими джоулевими тепловиділеннями $Q^{(n)}$ знаходиться температура $T^{(n)}$, на третьому етапі за знайденими пондеромоторними силами $\vec{F}^{(n)}$ і температурою $T^{(n)}$ описується термонапружений стан шару, який характеризується компонентами тензора динамічних напружень $\hat{\sigma}^{(n)}$. Основи шару перебувають в умовах конвективного теплообміну з довкіллям та вільні від силового навантаження. У площині з'єднання шарів виконуються умови ідеального електромагнітного, теплового та механічного контактів. Розглядаємо одновісну деформацію, за якої відмінними від нуля є компоненти $\sigma_{jj}^{(n)}$, $j = x, y, z$ тензора динамічних напружень.

У розглядуваному випадку однорідної дії ЕМП за визначальні функції даної задачі термомеханіки в n -ому ($n=1,2$) складовому шарі вибираємо компоненту $H_y^{(n)}(z,t)$ вектора $\vec{H}^{(n)}$, температуру $T^{(n)}$ і компоненти $\sigma_{jj}^{(n)}(z,t)$ тензора динамічних напружень $\hat{\sigma}^{(n)}$. Відповідно до вибраної розрахункової моделі задача термомеханіки для розглядуваного біметалевого шару полягає в послідовному визначенні ЕМП, температури та термонапруженого стану.

1.1. Визначення ЕМП. Дотична компонента $H_y^{(n)}(z,t)$ вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}^{(n)} = \{0; H_y^{(n)}; 0\}$ в кожному n -ому шарі визначаємо з рівняння [8]

$$\frac{\partial^2 H_y^{(n)}}{\partial z^2} - \sigma_n \mu_n \frac{\partial H_y^{(n)}}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

за крайових умов

$$H_y^{(1)}(-h_1, t) = H_y^-(t), \quad H_y^{(2)}(h_2, t) = H_y^+(t), \quad (2)$$

де $H_y^+(t)$, $H_y^-(t)$ — задані функції часу t на основах $z = -h_1$ і $z = h_2$ біметалевого шару, умов ідеального електромагнітного контакту

$$H_y^{(1)}(0, t) = H_y^{(2)}(0, t), \quad \frac{\partial H_y^{(1)}(0, t)}{\partial z} = k_\sigma \frac{\partial H_y^{(2)}(0, t)}{\partial z} \quad (3)$$

в площині $z = 0$ з'єднання складових шарів та початкової умови

$$H_y^{(n)}(z, 0) = 0. \quad (4)$$

За знайденою функцією $H_y^{(n)}(z, t)$ питомі густини джоулевих тепловиділень $Q^{(n)}(z, t)$ і пондеромоторних сил $F_z^{(n)}(z, t)$ в кожному n -ому складовому шарі визначаються за формулами

$$Q^{(n)}(z, t) = \frac{1}{\sigma_n} \left(\frac{\partial H_y^{(n)}(z, t)}{\partial z} \right)^2, \quad F_z^{(n)}(z, t) = -\mu_n \frac{\partial H_y^{(n)}(z, t)}{\partial z} H_y^{(n)}(z, t). \quad (5)$$

1.2. Визначення температурного поля. Температурне поле $T^{(n)}(z, t)$ в n -ому складовому шарі визначається з рівняння теплопровідності [9]

$$\frac{\partial^2 T^{(n)}}{\partial z^2} - \frac{1}{\kappa_n} \frac{\partial T^{(n)}}{\partial z} = -\frac{Q^{(n)}}{\lambda_n} \quad (6)$$

за крайових умов

$$\frac{\partial T^{(1)}(-h_1, t)}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T^{(2)}(h_2, t)}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

теплоізоляції зовнішніх поверхонь шару, умов ідеального теплового контакту

$$T^{(1)}(0, t) = T^{(2)}(0, t), \quad \frac{\partial T^{(1)}(0, t)}{\partial z} = k_\lambda \frac{\partial T^{(2)}(0, t)}{\partial z} \quad (8)$$

в площині $z = 0$ з'єднання складових шарів та початкової умови

$$T^{(n)}(z, 0) = 0. \quad (9)$$

1.3. Визначення термонапруженого стану. В умовах одновісної деформації складових шарів для визначення компоненти $\sigma_{zz}^{(n)}(z, t)$ тензора напружень біметалевого шару маємо рівняння [6, 7]

$$\frac{\partial^2 \sigma_{zz}^{(n)}}{\partial z^2} - \frac{1}{c_{1n}^2} \frac{\partial^2 \sigma_{zz}^{(n)}}{\partial t^2} = \alpha_n \rho_n \frac{1 + \nu_n}{1 - \nu_n} \frac{\partial^2 T^{(n)}}{\partial t^2} - \frac{\partial F_z^{(n)}}{\partial z}, \quad (10)$$

де c_{1n} — швидкість пружної хвилі розширення в n -ому складовому шарі за його ізотермічної деформації.

На основі принципу суперпозиції фізичних дій відмінні від нуля компоненти $\sigma_{jj}^{(n)}$, $j = x, y, z$ тензора динамічних напружень $\hat{\sigma}^{(n)}$ шукаємо у вигляді суми двох складників

$$\sigma_{jj}^{(n)} = \sigma_{jj}^{Q(n)} + \sigma_{jj}^{F(n)}. \quad (11)$$

Складник напружень $\sigma_{zz}^{Q(n)}$ визначається з рівняння (10) при $F_z^{(n)} = 0$, а складник напружень $\sigma_{zz}^{F(n)}$ — для $T^{(n)} = 0$. Крайові умови на вільних від силового навантаження основах шару для обох складників будуть такими

$$\sigma_{zz}^{j(1)}(-h_1, t) = 0, \quad \sigma_{zz}^{j(2)}(h_2, t) = 0, \quad j = Q, F. \quad (12)$$

Умови ідеального механічного контакту в площині з'єднання складових шарів для складників $\sigma_{zz}^{Q(n)}$ і $\sigma_{zz}^{F(n)}$ мають вигляд

$$\sigma_{zz}^{Q(1)}(0, t) = \sigma_{zz}^{Q(2)}(0, t), \quad \frac{\partial \sigma_{zz}^{Q(1)}(0, t)}{\partial z} = k_p \frac{\partial \sigma_{zz}^{Q(2)}(0, t)}{\partial z}, \quad (13)$$

$$\sigma_{zz}^{F(1)}(0, t) = \sigma_{zz}^{F(2)}(0, t), \quad \frac{\partial \sigma_{zz}^{F(1)}(0, t)}{\partial z} + F_z^{(1)}(0, t) = \frac{\partial \sigma_{zz}^{F(2)}(0, t)}{\partial z} + F_z^{(2)}(0, t), \quad (14)$$

а початкові умови для їх визначення будуть такими

$$\sigma_{zz}^{Q(n)}(z, 0) = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{zz}^{Q(n)}(z, 0)}{\partial t} = -\frac{\alpha_n E_n}{1 - 2\nu_n} \frac{\partial T^{(n)}(z, 0)}{\partial t}, \quad (15)$$

$$\sigma_{zz}^{F(n)}(z, 0) = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{zz}^{F(n)}(z, 0)}{\partial t} = 0. \quad (16)$$

За отриманими компонентами $\sigma_{zz}^{l(n)}(z, t)$ ($l = Q, F$) тензора напружень компоненти $\sigma_{xx}^{l(n)}(z, t)$ і $\sigma_{yy}^{l(n)}(z, t)$ визначаються зі співвідношень

$$\sigma_{xx}^{Q(n)} = \sigma_{yy}^{Q(n)} = \frac{\nu_n}{1 - \nu_n} \sigma_{zz}^{Q(n)} - \frac{\alpha E_n T^{(n)}}{1 - 2\nu_n}, \quad \sigma_{xx}^{F(n)} = \sigma_{yy}^{F(n)} = \frac{\nu_n}{1 - \nu_n} \sigma_{zz}^{F(n)}. \quad (17)$$

Для оцінки несучої здатності і збереження властивостей контактного з'єднання біметалевого шару аналізуємо інтенсивності напружень $\sigma_i^{(n)}$ в кожному складовому шарі, які визначаємо за формулою [10, 11]

$$\sigma_i^{(n)} = \left| \sigma_{xx}^{(n)} - \sigma_{zz}^{(n)} \right|. \quad (18)$$

Біметалеве шарувате тіло втрачає несучу здатність в цілому, якщо її втрачає хоча б один із складових шарів, тобто за виконання в n -ому складовому шарі умови $\max \sigma_i^{(n)} \geq \sigma_d^{(n)}$ [12]. Тут $\sigma_d^{(n)}$ — величина інтенсивності напружень в n -ому складовому шарі, що відповідає межі плинності його матеріалу. Ця умова узгоджується з умовою Губера-Мізеса початку пластичності в ізотропному тілі. У технічних пристроях, які містять біметалеві елементи конструкцій, є важливим також збереження властивостей контактного з'єднання шарів, для оцінки якого величини максимальних значень інтенсивностей напружень $\max \sigma_i^{(n)*}$ в складових шарах в площині контакту $z = 0$ порівнюються з межею міцності σ_M контактного з'єднання. За виконання умови $\max \sigma_i^{(n)*} \leq \sigma_M$ властивості контактного з'єднання зберігаються.

2.Методика побудови розв'язків початково-крайових задач

Для розв'язування сформульованих початково-крайових задач електродинаміки, теплопровідності і термопружності стосовно визначальних функцій $\Phi^{(n)} = \{H_y^{(n)}(z, t), T^{(n)}(z, t), \sigma_{jj}^{(n)}(z, t)\}$ ($j = x, y, z$) апроксимуємо їх розподіли за товщинною координатою z в кожному n -ому складовому шарі квадратичними многочленами [4, 7]

$$\Phi^{(n)}(z, t) = \sum_{i=0}^2 a_i^{\Phi^{(n)}}(t) z^i. \quad (19)$$

Коефіцієнти $a_i^{\Phi^{(n)}}(t)$ апроксимаційних поліномів (19) визначаємо через інтегральні (сумарні по пакету шарів) характеристики $\Phi_s(t)$ ключових функцій $\Phi^{(n)}(z, t)$

$$\Phi_s(t) = \sum_{n=1}^2 \int_{r_{n-1}}^{r_n} \Phi^{(n)}(z, t) z^s dz, \quad s = 1, 2 \quad (20)$$

та задані крайові умови на основах біметалевого шару і на поверхні з'єднання його шарів. Для знаходження інтегральних характеристик $\Phi_s(t)$ вихідні рівняння (1, 6, 10) інтегруємо відповідно до (20) за врахування виразів (19). У результаті вихідні початково-крайові задачі на ключові функції зводимо до відповідних задач Коші на інтегральні характеристики цих функцій, які описуються системами рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dH_1(t)}{dt} - d_1 H_1(t) - d_2 H_2(t) = d_3 H_y^-(t) + d_4 H_y^+(t), \\ \frac{dH_2(t)}{dt} - d_5 H_1(t) - d_6 H_2(t) = d_7 H_y^-(t) + d_8 H_y^+(t), \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} + d_1^T T_1 + d_2^T T_2 = Q_1^*(t), & \left\{ \frac{d^2 \sigma_{zz1}}{dt^2} - d_1^* \sigma_{zz1} - d_2^* \sigma_{zz2} = W_1^*(t), \right. \\ \frac{dT_2}{dt} + d_3^T T_1 + d_4^T T_2 = Q_2^*(t), & \left. \left\{ \frac{d^2 \sigma_{zz2}^O}{dt^2} - d_3^* \sigma_{zz1} - d_4^* \sigma_{zz2}^O = W_2^*(t) \right. \right. \end{cases}$$

і розв'язуються за відповідних початкових умов з використанням перетворення Лапласа. Тут коефіцієнти d_{1+8} , d_{1+4}^T , d_{1+4}^* визначаються через геометричні параметри та фізико-механічні характеристики складових шарів, $Q_s^*(t)$, $W_s^*(t)$ ($s = 1, 2$) — праві частини рівнянь (6) і (10), зінтегровані відповідно до співвідношення (20) з урахуванням виразів $T^{(n)}$ і $F_r^{(n)}$ на поверхні з'єднання шарів.

Розв'язки задач Коші (21) запишемо у вигляді згорток функцій, що описують задані крайові умови та однорідні розв'язки. Отримуємо вирази компоненти $H_y^{(n)}(z, t)$

$$H_y^{(n)}(y, t) = \sum_{i=0}^2 \left\{ \sum_{s=1}^2 a_{is}^{(n)} \sum_{k=10}^2 \int_0^t [A_{s1}(k) H_j^-(\tau) + A_{s2}(k) H_j^+(\tau)] e^{p_k(t-\tau)} d\tau + a_{i3}^{(n)} H_j^-(t) + a_{i4}^{(n)} H_j^+(t) \right\} z^i, \quad (22)$$

температури $T^{(n)}(z, t)$

$$T^{(n)}(z, t) = \sum_{k=0}^2 \sum_{s=1}^2 \left(b_{ks}^{(n)} \sum_{m=10}^2 \int_0^t [B_{s1}(m) W_1^O(\tau) + B_{s2}(m) W_2^O(\tau)] e^{p_m(t-\tau)} d\tau \right) z^k \quad (23)$$

та компоненти $\sigma_{zz}^{(n)}(z, t)$ тензора напружень

$$\sigma_{zz}^{(n)}(z, t) = \sum_{i=0}^2 \left(\sum_{s=1}^2 c_{is}^{(n)} \sum_{\alpha=10}^4 \int_0^t [R_{s1}^*(\alpha) W_1^*(\tau) + R_{s2}^*(\alpha) W_2^*(\tau)] e^{p_\alpha(t-\tau)} d\tau \right) z^i. \quad (24)$$

Тут $A_{sj}(k)$, $B_{sj}(m)$, $R_{sj}^*(\alpha)$ ($s, j = 1, 2$) — вирази, що залежать від коренів p_k , p_m , p_α відповідних характеристичних рівнянь задач для визначення функцій $H_y^{(n)}$, $T^{(n)}$, $\sigma_{zz}^{(n)}$. Отримані вирази (22)-(24) описують розв'язок задачі термомеханіки для біметалевого шару за однорідної нестационарної електромагнітної дії. На основі цих загальних розв'язків запишемо розв'язок даної задачі за електромагнітної дії в РІМС.

3. Розв'язки задачі за електромагнітної дії в РІМС

Електромагнітна дія в РІМС математично описується значенням функції $H_y^\pm(t)$ у вигляді $H_y^\pm(t) = k_0 H_0 (e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t}) \cos \omega t$ [2,4]. Тут k_0 — нормувальний множник,

β_1 і β_2 — параметри, що характеризують відповідно часи фронтів наростання t_{iner} і спадання t_{dekr} модульованого імпульсу тривалості t_i , H_0 — амплітуда синусоїдальних несучих електромагнітних коливань частоти ω . Для зручності математичних перетворень подаємо функцію $H_y^\pm(t)$ у комплексній формі [4, 7, 12]

$$H_y^\pm(t) = \frac{k_0 H_0}{2} \left(e^{(i\omega - \beta_1)t} - e^{(i\omega - \beta_2)t} + e^{-(i\omega + \beta_1)t} - e^{-(i\omega + \beta_2)t} \right), \quad i = \sqrt{-1}. \quad (25)$$

Підставляючи вираз (25) у формули (22)-(24), записуємо розв'язки задачі термомеханіки для розглядуваного шару. Отримуємо вирази компоненти $H_y^{(n)}(z, t)$ вектора напруженості магнітного поля

$$H_y^{(n)}(z, t) = \frac{k_0 H_0}{2} \sum_{i=0}^2 \left(e^{-(\beta_1 - i\omega)t} B_{i1}^{(n)} + e^{-(\beta_2 - i\omega)t} B_{i2}^{(n)} + e^{-(\beta_1 + i\omega)t} B_{i3}^{(n)} + e^{-(\beta_2 + i\omega)t} B_{i4}^{(n)} + e^{p_1 t} B_{i5}^{(n)} + e^{p_2 t} B_{i6}^{(n)} \right) z^i,$$

питомих густин джоулевого тепла та пондеромоторних сил

$$Q^{(n)}(z, t) = \frac{1}{\sigma_n} \frac{k_0^2 H_0^2}{4} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 ij \sum_{l=1}^{20} C_{ijl}^{(n)} e^{\alpha_l t} z^{i+j-2},$$

$$F_z^{(n)}(z, t) = -\mu_n \frac{k_0^2 H_0^2}{4} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 i \sum_{l=1}^{20} C_{ijl}^{(n)} e^{\alpha_l t} z^{i+j-1}$$

та температури

$$T^{(n)}(z, t) = \frac{k_0^2 H_0^2}{4} \sum_{s=1}^2 \left(b_{0s}^{(n)} + b_{1s}^{(n)} z + b_{2s}^{(n)} z^2 \right) \sum_{m=1}^2 \sum_{k=1}^2 B_{skm} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{ij}{i+j+k-2} \times \\ \times \sum_{l=1}^{20} \frac{e^{p_m t} - e^{\alpha_l t}}{p_m - \alpha_l} \left(\frac{\kappa_2 h_2^{i+j+k-2} C_{ijl}^{(2)}}{\lambda_2 \sigma_2} - \frac{\kappa_1 (-h_1)^{i+j+k-2} C_{ijl}^{(1)}}{\lambda_1 \sigma_1} \right).$$

Тут коефіцієнти $B_{ij}^{(n)}$, $C_{ijl}^{(n)}$, B_{sjm} , $b_{ij}^{(n)}$ подаються через геометричні та фізико-механічні параметри біметалевого шару.

Складники $\sigma_{zz}^{(n)Q}$ і $\sigma_{zz}^{(n)F}$ компоненти $\sigma_{zz}^{(n)}(z, t)$ тензора напружень мають вигляд

$$\sigma_{zz}^{(n)Q}(z, t) = \frac{k_0^2 H_0^2}{4} \sum_{f=1}^2 \left(c_{0f}^{(n)} + c_{1f}^{(n)} z + c_{2f}^{(n)} z^2 \right) \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \sum_{\alpha=1}^4 \sum_{q=1}^2 R_{f\alpha q} \sum_{x=1}^2 \left\{ c_{11}^2 \alpha_1 \rho_1 \frac{1+v_1}{1-v_1} \left(b_{0x}^{(1)} \frac{(-h_1)^q}{q} + b_{1x}^{(1)} \frac{(-h_1)^{q+1}}{q+1} + b_{2x}^{(1)} \frac{(-h_1)^{q+2}}{q+2} \right) - \right. \\
 & \left. - c_{12}^2 \alpha_2 \rho_2 \frac{1+v_2}{1-v_2} \left(b_{0x}^{(2)} \frac{h_2^q}{q} + b_{1x}^{(2)} \frac{h_2^{q+1}}{q+1} + b_{2s}^{(2)} \frac{h_2^{q+2}}{q+2} \right) \right\} \left\{ \sum_{m=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{ij B_{xmk}}{i+j+k-2} \times \right. \\
 & \times \left[\frac{\kappa_2 h_2^{i+j+k-2}}{\lambda_2 \sigma_2} \left(\sum_{l=1}^{20} C_{ijl}^{(2)} \frac{p_m^2 e^{p_\alpha t} - p_m^2 e^{p_m t}}{(p_m - \alpha_l)(p_\alpha - p_m)} - \frac{\alpha_l^2 e^{\alpha_l t} - \alpha_l^2 e^{p_\alpha t}}{(p_m - \alpha_l)(p_\alpha - \alpha_l)} \right) - \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\kappa_1 (-h_1)^{i+j+k-2}}{\lambda_1 \sigma_1} \left(\sum_{l=1}^{20} C_{ijl}^{(1)} \frac{p_m^2 e^{p_\alpha t} - p_m^2 e^{p_m t}}{(p_m - \alpha_l)(p_\alpha - p_m)} - \frac{\alpha_l^2 e^{\alpha_l t} - \alpha_l^2 e^{p_\alpha t}}{(p_m - \alpha_l)(p_\alpha - \alpha_l)} \right) \right] \right\}, \\
 & \sigma_{zz}^{(n)F}(z, t) = \frac{k_0^2 H_0^2}{4} \sum_{m=1}^2 z^m \left\langle \sum_{s=1}^2 c_{ms}^{(n)F} \times \left\{ \sum_{\alpha=1}^4 \sum_{q=1}^2 P_{s\alpha q} \left[\sum_{i=1}^2 \sum_{j=0}^2 \frac{i}{i+j+q} \times \right. \right. \right. \\
 & \times \left(C_{11}^2 \mu_1 (-h_1)^{i+j+q} \sum_{l=1}^{20} C_{ijl}^{(1)} \frac{e^{\alpha_l t} - e^{p_\alpha t}}{p_\alpha - \alpha_l} - C_{12}^2 \mu_2 h_2^{i+j+q} \sum_{l=1}^{20} C_{ijl}^{(2)} \frac{e^{\alpha_l t} - e^{p_\alpha t}}{p_\alpha - \alpha_l} \right) + \\
 & \left. \left. \left. + d_5^F \frac{k_0^2 H_0^2}{4} \left(\mu_1 \sum_{l=1}^{20} C_{10l}^{(1)} \frac{e^{\alpha_l t} - e^{p_\alpha t}}{p_\alpha - \alpha_l} - \mu_2 \sum_{l=1}^{20} C_{10l}^{(1)} \frac{e^{\alpha_l t} - e^{p_\alpha t}}{p_\alpha - \alpha_l} \right) \right] \right\} + c_{m3}^{(n)F} F_0(t) \right\rangle,
 \end{aligned}$$

де $F_0(t)$ — комбінація значень $F_z^{(n)}$ на поверхні $z=0$, вирази $c_{0f}^{(n)}$, $c_{ms}^{(n)F}$ подаються через геометричні та фізико-механічні параметри біметалевого шару.

4. Чисельний аналіз задачі за електромагнітної дії в РІМС

Чисельний аналіз проведено для біметалевого шару, складові шари якого мають однакову товщину 1 мм та виготовлені з неферромагнітних матеріалів — сталі X18H9T та міді. Тривалість модульованого імпульсу рівна $t_i = 10^{-4}$ с. Параметри β_1 і β_2 вибрано таким чином, щоб співвідношення між часом фронту наростання $t_{ф.н.}$ і часом фронту спадання $t_{ф.с.}$ імпульсу становило $t_{ф.н.}/t_{ф.с.} \approx 0,1$. У такому випадку $\beta_1 = 69000$, $\beta_2 = 138000$, нормувальний коефіцієнт $k = 4$ [4, 5, 12].

Обчислено першу і другу резонансні частоти електромагнітних коливань, які становлять відповідно $4,443 \cdot 10^6$ 1/с та $9,138 \cdot 10^6$ 1/с. Досліджено термомеханічну поведінку розглядуваної пластини за електромагнітної дії в РІМС

за частоти $\omega = 6,28 \cdot 10^5$ 1/с поза околom резонансних. При цьому в час тривалості t_i модульованого імпульсу вкладається 10 періодів коливань.

На рис. 1 зображено зміну в часі t пондеромоторної сили $F_z^{(n)}$ (а) та температури $T^{(n)}$ (рис. 1б) в площині $z = 0$ з'єднання складових шарів. Тут і надалі всі величини віднесені до квадрату амплітуди несучого сигналу H_0^2 .

Розподіли функцій $F_z^{(n)}$ та $T^{(n)}$ за товщиною біметалевого шару в моменти часу $t = 0,1 t_i$ (товсті лінії) і $t = 0,2 t_i$ (тонкі лінії) проілюстровано на рис. 2.

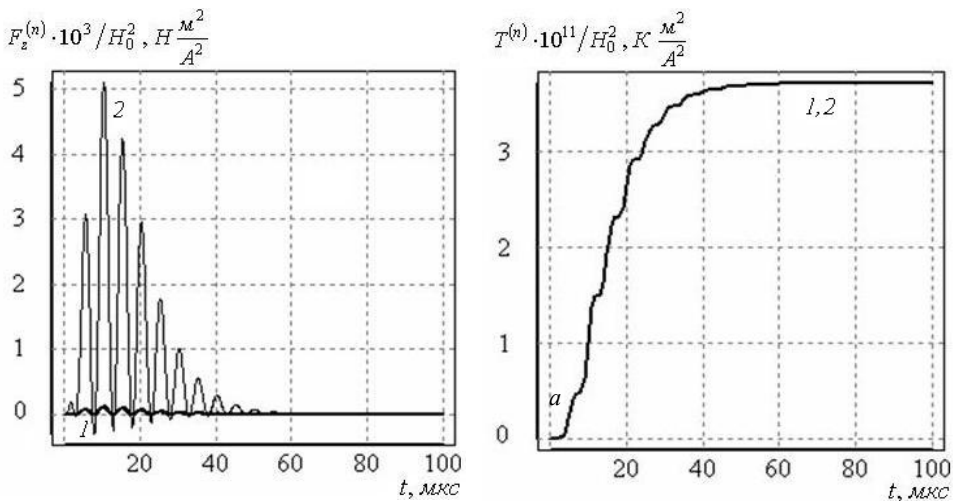


Рис. 1. Зміна в часі пондеромоторної сили і температури в площині з'єднання складових шарів

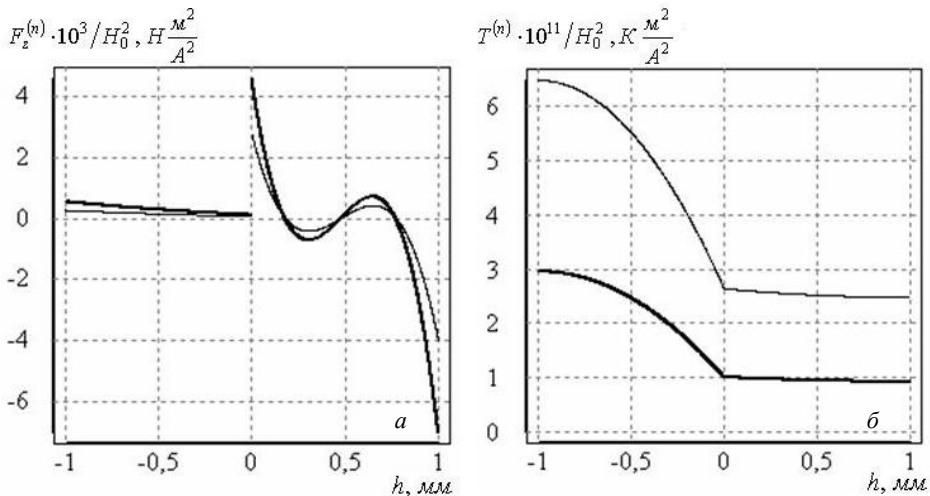


Рис. 2. Розподіл пондеромоторної сили та температури за товщиною біметалевого шару

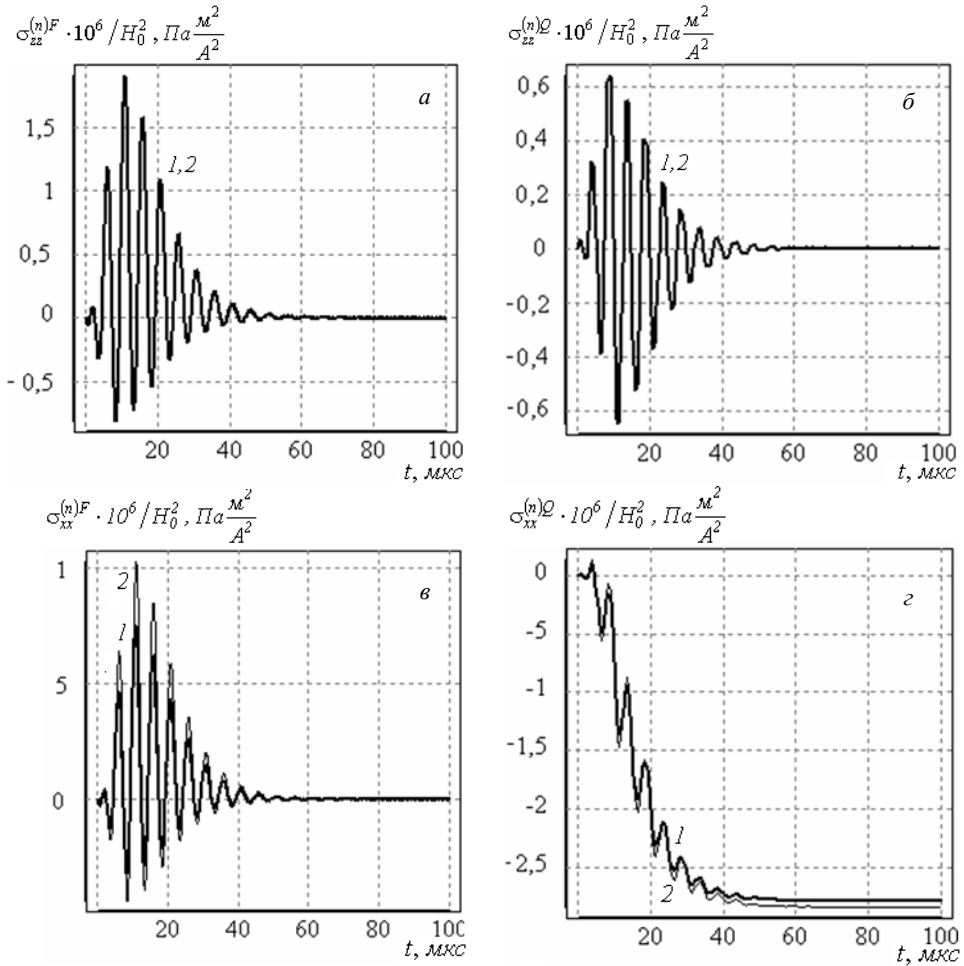


Рис. 3. Зміна в часі напружень $\sigma_{zz}^{(n)}$ і $\sigma_{xx}^{(n)}$ в площині $z = 0$ з'єднання складових шарів

На рис. 3 зображено графіки зміни в часі складників $\sigma_{zz}^{(n)F}$, $\sigma_{xx}^{(n)F}$ (рис. 3а, в) зумовлених дією пондеромоторної сили та складників $\sigma_{zz}^{(n)Q}$, $\sigma_{xx}^{(n)Q}$, зумовлених джоулевыми тепловиділеннями компонент $\sigma_{zz}^{(n)}$ та $\sigma_{xx}^{(n)}$ (рис. 3б, г) тензора напружень у площині $z = 0$ з'єднання складових шарів.

Графіки на рис. 4 ілюструють розподіл складників компонент напружень $\sigma_{zz}^{(n)F}$, $\sigma_{zz}^{(n)Q}$ (рис. 4а, б) і $\sigma_{xx}^{(n)F}$, $\sigma_{xx}^{(n)Q}$ (рис. 4в, г) за товщиною біметалевого шару в моменти часу $t = 10$ мкс (товсті лінії) і $t = 20$ мкс (тонкі лінії).

На рис. 5 показано зміну в часі інтенсивності напружень $\sigma_i^{(n)}$ на зовнішніх поверхнях складових шарів (а), посередині шарів (б) та в площині $z = 0$ їх з'єднання (в). Розподіл інтенсивності напружень $\sigma_i^{(n)}$ за товщиною біметалевого шару в моменти часу $t = 0,1 t_i$, $t = 0,25 t_i$ і $t = 0,5 t_i$ проілюстровано на рис. 5г (лінії 1-3).

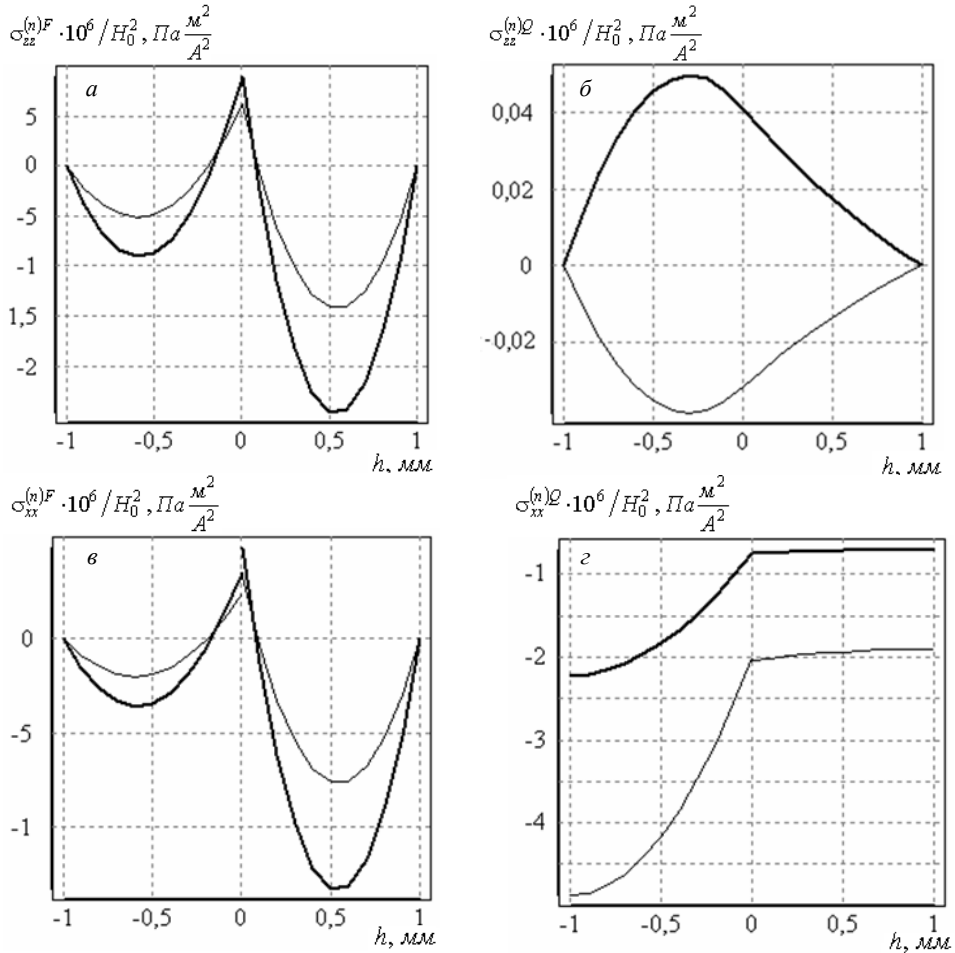


Рис. 4. Розподіл напружень $\sigma_{zz}^{(n)}$ і $\sigma_{xx}^{(n)}$ за товщиною шару в різні моменти часу

Аналогічні дослідження термонапруженого стану біметалевого шару «сталь Х18Н9Т-мідь», проведені для тривалостей модульвіних імпульсів $t_i = 10^{-3}$ с і $t_i = 10^{-2}$ с, показали, що характер зміни в часі всіх величин зберігається, а максимальні значення компонент напружень та їх інтенсивностей лінійно зростають зі збільшенням тривалості t_i модульвіного імпульсу.

На рис. 6 наведено залежності максимальних значень інтенсивностей напружень $\sigma_{i \max}^{(n)}$ в площині з'єднання складових шарів від величини H_0 за різних тривалостей модульвіного імпульсу. Лінії 1-3 відповідають тривалостям модульвіного імпульсу $t_i = 10^{-4}$ с, $t_i = 10^{-3}$ с і $t_i = 10^{-2}$ с. Суцільними лініями подано залежності $\sigma_{i \max}^{(n)}$ для сталевого, а штриховими — для мідного шарів.

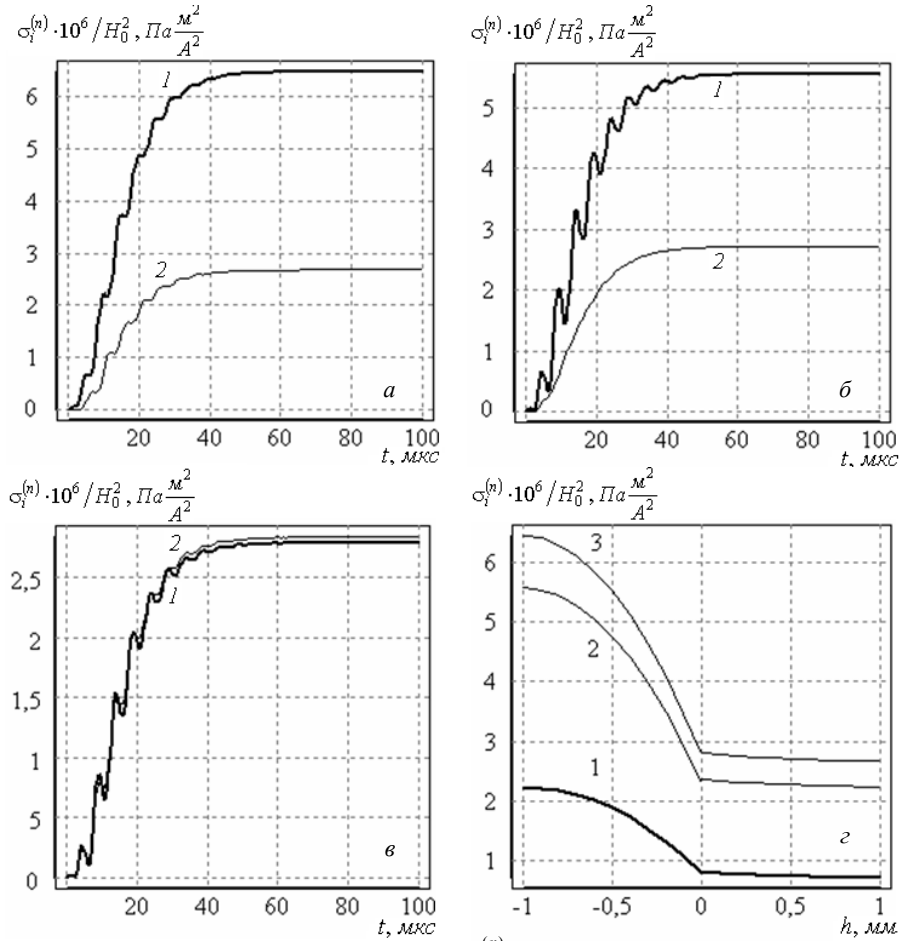


Рис. 5 Зміна в часі інтенсивностей напружень $\sigma_i^{(n)}$ на зовнішніх поверхнях (а), посередині шарів (б), на поверхні з'єднання (в) та їх розподіл за товщиною у різні моменти часу (г)

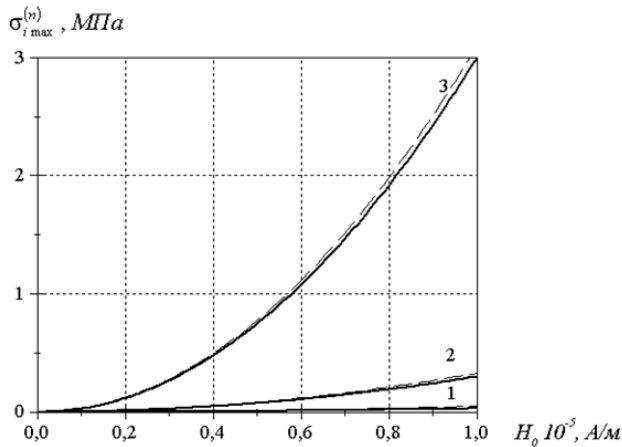


Рис. 6. Залежність максимальних значень інтенсивності напружень σ_i^{\max} від величини H_0

Із проведених досліджень випливає, що для дії в РІМС за частоти несучого сигналу поза околom резонансних межа міцності контактного з'єднання біметалевого шару «сталь Х18Н9Т-мідь» $\sigma_M = 200-250$ МПа не досягається, тобто його несуча здатність і властивості контактного з'єднання зберігаються.

Висновки. Квадратична апроксимація розподілів всіх визначальних функцій розглядуваної задачі термомеханіки за товщиною біметалевого шару дала змогу точно врахувати в розв'язках складових контактних задач електродинаміки, теплопровідності і термопружності всі задані крайові умови як на основах біметалевого шару, так і в площині з'єднання складових шарів. Вихідні початково-крайові задачі на визначальні функції зведено до задач Коші на інтегральні характеристики цих функцій. Розв'язки задач Коші для довільної однорідної нестационарної електромагнітної дії на всьому часовому проміжку її зміни знайдено з допомогою інтегрального перетворення Лапласа у вигляді згорток функцій, що описують задані крайові умови та однорідні розв'язки. На основі запропонованої методики записано розв'язки даної задачі за електромагнітної дії в РІМС у вигляді зручних для числового аналізу аналітичних виразів. Встановлено закономірності термомеханічної поведінки і несучої здатності біметалевого шару за електромагнітної дії в РІМС залежно від її амплітудно-частотних характеристик.

Література

- [1] Батыгин Ю. В., Лавинский В. И., Хименко Л. Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий — Харьков: МОСТ — Торнадо, 2003. — 288 с.
- [2] Херлах Ф., Сильные и сверхсильные магнитные поля и их применение / Под ред. — М.: Мир, 1988. — 456 с.
- [3] Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Мусій Р. С. Термопружність електропровідних тіл за умов дії імпульсних електромагнітних полів // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2006. — 49, № 1. — С. 75-84.
- [4] Гачкевич О. Р., Мусій Р. С., Тарлаковський Д. В. Термомеханіка неферромагнітних електропровідних тіл за дії імпульсних електромагнітних полів з модуляцією амплітуди. — Львів: СПОЛОМ, 2011. — 216 с.
- [5] Мусій Р. С. Динамічні задачі термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми. — Львів: Вид-во «Растр-7», 2010. — 216 с.
- [6] Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Гачкевич А. Р., Чернявская Л. В. Термоупругость электропроводных тел. — К.: Наукова думка, 1977. — 247 с.
- [7] Hachkevych O. R., Musij R., Melnyk N., Szymczak J. Rearing capability of bimetallic plate at effect of pulse electromagnetic field with amplitude modulation // Optimization of manufacturing processes and work environment/ Ed/ by M.Gajek/. Studia i monografie z. 276. Ch. 6. Opole: Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej. 2010. — Pp. 57-70.
- [8] Тамм И. Е. Основы теории электричества. — М.: Наука, 1976. — 616 с.
- [9] Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Обобщенная термомеханика. - Киев: Наукова думка, 1976. — 312 с.
- [10] Ионов В. Н., Огибалов П. М. Напряжения в телах при импульсивном нагружении. — М.: Высш. школа, 1975. — 463 с.
- [11] Лурье А. И. Теория упругости. — М.: Наука, 1970. — 940с.
- [12] Мусий Р. С., Мельник Н. Б., Терлецький Р. Ф., Шимчак И. Термонапряженное состояние и несущая способность биметаллических цилиндров при импульсных электромагнитных воздействиях // Теоретическая и прикладная механика. — 2013. — № 6 (52). — С. 89-98.

Thermostressed state of the bimetallic layer by electromagnetic action mode with pulse modulating signal

Roman Musij, Nataliya Melnyk

Formulated initial boundary value problems for thermomechanics bimetallic layer under the influence of pulsed electromagnetic field. By defining the function selected tangent to the basics layer component of the vector magnetic field, temperature and normal components of the stress tensor. The method for solving contact problems derived electrodynamics, thermal conductivity and thermoelasticity, using quadratic approximation distributions of determining the thickness coordinate functions in each composite layer. Based on this methodology initial boundary problem on defining feature reduced to Cauchy problems for their integral (total on a package of layers) characteristics. The common solutions for these challenges homogeneous non-stationary electromagnetic action on which is written for the solution of the problem of electromagnetic action mode with pulse modulating signal. Numerical analysis thermostressed condition and bearing capacity of bimetallic layer depending on the parameters and amplitude-frequency characteristics such action.

Термонапруженого состояние биметаллического слоя при электромагнитном воздействии в режиме с импульсным модулирующим сигналом

Роман Мусій, Наталія Мельник

Сформулирована начально-краевая задача термомеханики для биметаллического слоя при воздействии импульсного электромагнитного поля. В качестве определяющих функций выбраны касательная к основам слоя компонента вектора напряженности магнитного поля, температура и нормальные компоненты тензора напряжений. Предложена методика решения полученных контактных задач электродинамики, теплопроводности и термоупругости, которая использует квадратичную аппроксимацию распределений всех определяющих функций по толщине каждого составляющего слоя. На основе этой методики исходные начально-краевые задачи на определяющие функции сведены к задачам Коши на их интегральные (суммарные по пакету слоев) характеристики. Получены общие решения этих задач для однородного нестационарного электромагнитного воздействия, на основе которых записано решения задачи при электромагнитном воздействии в режиме с импульсным модулирующим сигналом. Численно проанализированы термонапруженное состояние и несущая способность биметаллического слоя в зависимости от его параметров и амплитудно-частотных характеристик такого воздействия.

Отримано 25.04.16