УДК 539.3

Передача тепла через міжфазну щілину змінної висоти з теплопровідним заповнювачем

Христина Середницька

[1] К. ф.-м. н., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3*б*, Львів, 79060, e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

Досліджено передачу тепла через міжфазну щілину, що має задану початкову висоту і містить теплопровідний заповнювач. На основі розв'язку задачі термопружності для біматеріальної площини з такою щілиною визначено розподіл дотичної і нормальної компоненти вектора теплового потоку на міжфазній лінії та проаналізовано їх залежність від коефіцієнта теплопровідності заповнювача.

Ключові слова: міжфазна щілина змінної висоти, теплопровідний заповнювач, теплопередача, нормальна та дотична складові вектора теплового потоку.

Вступ. Сучасні технічні структури часто функціонують в умовах високотемпературного нагріву, який впливає на їх надійність і міцність. Розподіл температури в багатокомпонентних структурах істотно залежить від теплообміну на поверхнях з'єднання компонент, де можуть виникати різного роду дефекти (тріщини, щілини тощо). Передача тепла через міжфазні тріщини та щілини відбувається або через безпосередній контакт їх поверхонь або через заповнювач їх порожнин. В першому випадку в літературі використовується модель тріщини з шорсткими поверхнями [1-2], теплопроникність якої визначається контактним тиском її поверхонь. В другому випадку теплопередача між поверхнями тріщини моделюється термоопором, залежним від теплопровідності заповнювача та від розкриття дефекту, що змінюється в процесі навантаження [3]. В літературі [4-6] дослідження в рамках другої моделі проводилися переважно за припущення, що термоопір не залежить від розкриття або розкриття дефекту є сталим. Лише в окремих працях [7, 8] враховано зміну термоопору заповнювача дефекту зі зміною його розкриття. Зокрема, у праці [8] запропоновано модель теплопередачі через міжфазну щілину змінної висоти з урахуванням теплопровідності заповнювача та залежності термоопору від висоти щілини, що змінюється в процесі навантаження. На основі цієї моделі побудовано аналітично-числовий розв'язок задачі термопружності для біматеріалу з міжфазною щілиною, що має початкову висоту і заповнена теплопровідним середовищем. Основні розрахунки проведено для визначення стрибка температури між берегами щілини та її розкриття. Нижче буде проаналізовано вплив коефіцієнта теплопровідності заповнювача щілини на розподіл компонент вектора теплового потоку вздовж міжфазної лінії біматеріалу.

1. Формулювання задачі

Розглянемо біматеріальну площину, складену з двох пружних ізотропних півплощин D_1 і D_2, на лінії з'єднання яких розташована міжфазна щілина завдовжки $2a$ з початковою висотою $h_0(x)$. Береги такої щілини плавно змикаються в її крайніх точках, тобто виконуються умови $h_0'(\pm a)=0$. Матеріали півплощин наділені різними коефіцієнтами теплопровідності λ_1, λ_2 і лінійного теплового розширення α_1, α_2 та модулями зсуву G_1, G_2 і коефіцієнтами Пуассона ν_1, ν_2, причому $(1-2\nu_1)/G_1=(1-2\nu_2)/G_2$. На безмежності біматеріал піддається дії перпендикулярних до міжфазної лінії зусиль p і стаціонарного однорідного теплового потоку q. Крім того, до кожної з півплощин D_1 і D_2 на нескінченності в напрямку, паралельному осі Ox, прикладено лінійно розподілені по координаті y напруження S_1 і S_2. Вони компенсують поздовжню деформацію в напрямку осі Ox і глобальне викривлення спряжених півплощин та їх меж, що зумовлені зусиллями p і потоком q відповідно. Вважаємо, що в біматеріалі реалізується двовимірне температурне поле і стан плоскої деформації. Порожнина щілини заповнена середовищем з коефіцієнтом теплопровідності λ_c. Вважаємо, що заповнювач не чинить опору деформуванню тіла. Теплопередача між поверхнями щілини моделюється термоопором, який пропорційний розкриттю тріщин $h(x)$, набутому після навантаження, і обернено пропорційний коефіцієнту теплопровідності заповнювача λ_c. На ділянці поза щілиною виконуються умови ідеального теплового і механічного контакту півплощин D_1 і D_2.

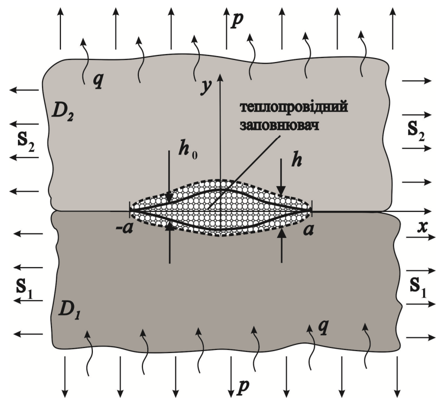

Рис. 1

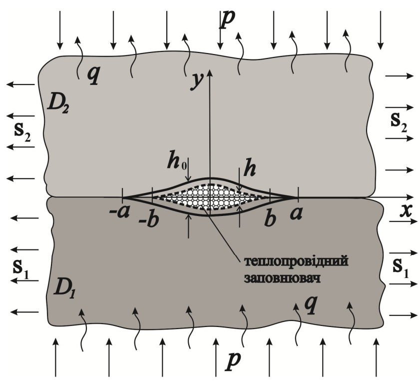

Рис. 2

Розглянемо два випадки нормального до міжфазної лінії силового навантаження — розтягувального навантаження, коли $p > 0$ (рис. 1), та стискального навантаження, коли $p < 0$ (рис. 2). У першому випадку щілина цілком розкрита, у другому — береги щілини контактують без тертя на привершинних ділянках $[-a, -b]$ та $[b, a]$, довжина яких є невідомою і залежить від навантаження. Тому для кожного з цих випадків розв'язуються окремі задачі.

2. Методика розв'язування задачі

Використовуючи метод комплексних потенціалів [9], температуру і напруження в біматеріалі з щілиною виражено [7, 8] через стрибок температури між берегами щілини та її розкриття, для визначення яких отримано нелінійні системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь. Розроблено [7, 8] аналітично-числову ітераційну процедуру розв'язування цих систем у випадку повністю розкритої щілини та за часткового контакту її берегів, що базується на методі послідовних наближень та методі колокацій [10]. Для визначення ширини ділянок контакту берегів частково закритої щілини використано умову плавного змикання берегів щілини в крайніх точках $x = \pm b$ її розкритої частини.

3. Аналіз числових результатів

На основі отриманих аналітично-числових розв'язків задачі термопружності для міжфазної щілини, початкова висота якої задана функцією $h_0(x) = 0.001a\left(1-(x/a)^2\right)^{3/2}$, проаналізовано розподіл дотичної і нормальної складової вектора теплового потоку вздовж міжфазної лінії біматеріалу.

Числові розрахунки проведено для наступних безрозмірних величин: $\overline{x} = x/a$, $\overline{p} = pK$, $\overline{q} = qa(\eta_2 - \eta_1)$, $\overline{\lambda}_c = \lambda_c/\lambda$,

де $K = (1-\kappa_1\kappa_2)/\left(G_1(1-\kappa_2)\right)$, $\kappa_{1,2} = 3 - 4\nu_{1,2}$, $\eta_i = \alpha_i(1+\nu_i)/\lambda_i$ — термічна дистортивність компонент біматеріалу D_i. Зауважимо, що безрозмірний тепловий потік є додатній ($\overline{q} > 0$), якщо тепловий потік скерований до матеріалу з більшою термічною дистортивністю (ТД), і від'ємний ($\overline{q} < 0$), якщо потік скерований до матеріалу з меншою ТД.

На рис. 3-10 проілюстровано вплив коефіцієнта теплопровідності заповнювача щілини $\overline{\lambda}_c$ на компоненти вектора теплового потоку вздовж міжфазної лінії. Зауважимо, що в межах щілини виникають нормальна $\overline{q}_y$ і дотична $\overline{q}_x$ складова вектора теплового потоку, а на ділянках ідеального теплового контакту — лише нормальна складова $\overline{q}_y$.

На рис. 3-6 зображено розподіл поздовжньої (дотичної) складової $\overline{q}_x^+$ вектора теплового потоку на верхньому березі тріщини (на нижньому березі $\overline{q}_x^- = -\overline{q}_x^+$) за теплового потоку, скерованого до матеріалу з більшою ТД ($\overline{q} > 0$) і з меншою ТД ($\overline{q} < 0$). Бачимо, що збільшення коефіцієнта теплопровідності заповнювача $\overline{\lambda}_c$ приводить до зменшення абсолютної величини $\overline{q}_x^+$ для двох напрямів теплового потоку. Абсолютна величина поздовжньої складової $\overline{q}_x^+$ вектора теплового потоку набуває більших значень у разі теплового потоку, скерованого до матеріалу з меншою ТД. У випадку розтягувального навантаження ($\overline{p} > 0$) (рис. 3-4) при наближенні до кінців тріщини $\overline{x} = \pm 1$ дотична складова $\overline{q}_x$ прямує до нескінченності (оскільки має кореневу особливість при $\overline{x} = \pm 1$). У випадку стискального навантаження ($\overline{p} < 0$) абсолютна величина складової $\overline{q}_x^+$ досягає скінченного максимального значення поблизу кінців відкритої частини щілини $\overline{x} = \pm \overline{b}$, (тут $\overline{b} = b/a$).

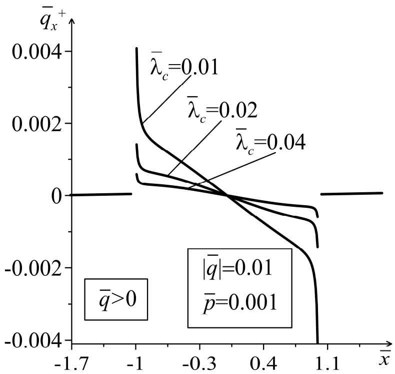

Рис. 3

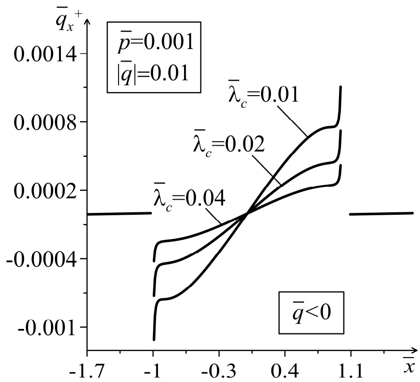

Рис. 4

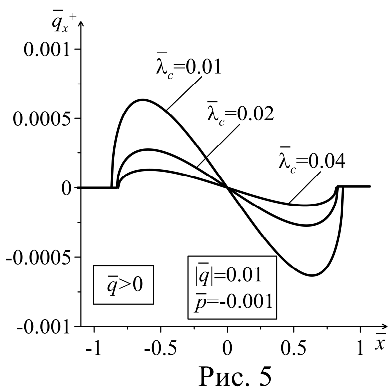

Рис. 5

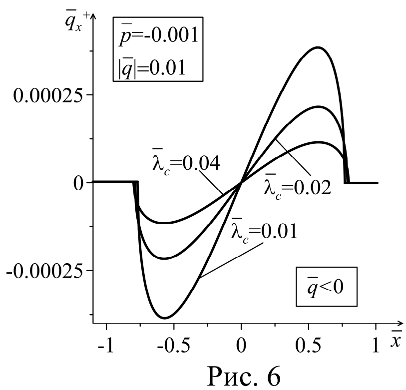

Рис. 6

На рисунках 7-10 показано розподіл нормальної складової вектора теплового потоку $\overline{q}_y = \overline{q}_y^+ = \overline{q}_y^-$ на міжфазній лінії для різних значень коефіцієнта теплопровідності заповнювача щілини $\overline{\lambda}_c$. Зі збільшенням коефіцієнта теплопровідності заповнювача $\overline{\lambda}_c$ абсолютне значення нормальної складової $\left|\overline{q}_y\right|$ зростає в межах щілини і спадає поза нею незалежно від напряму теплового потоку та виду силового навантаження. Абсолютна величина $\left|\overline{q}_y\right|$ досягає мінімальних значень в центрі тріщини. У випадку розтягувального навантаження ($\overline{p} > 0$) в околі кінців тріщини $\overline{q}_y$ прямує до нескінченності, а з віддаленням від тріщини, $\overline{q}_y$ асимптотично наближається до значення заданого на нескінченності теплового потоку $\overline{q}$. У випадку стискального навантаження ($\overline{p} > 0$) абсолютна величина складової $\overline{q}_y$ досягає скінченного максимального значення на кінцях відкритої частини щілини ($\overline{x} = \pm\overline{b}$). Модуль нормальної складової $\left|\overline{q}_y\right|$ набуває більших значень, коли тепловий потік скерований до матеріалу з меншою ТД. Аналізуючи розподіл $\overline{q}_y$ вздовж тріщини, можемо зробити висновок, що загальна кількість тепла, що проходить через тріщину, зростає зі збільшенням теплопровідності заповнювача, і у випадку, коли тепловий потік скерований до матеріалу з меншою ТД це зростання завжди більше, ніж у випадку, коли він скерований до матеріалу з більшою ТД.

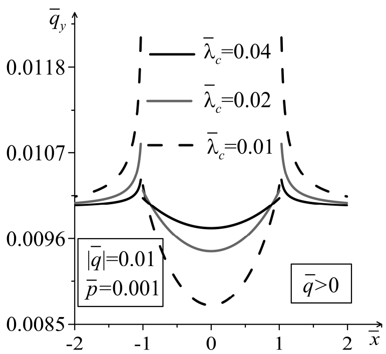

Рис. 7

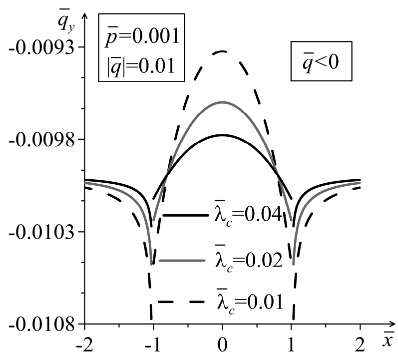

Рис. 8

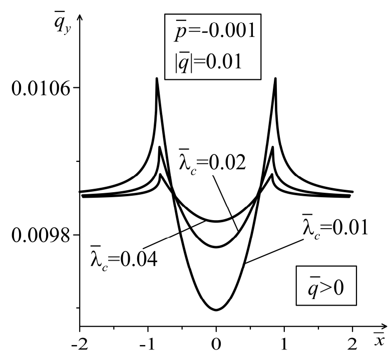

Рис. 9

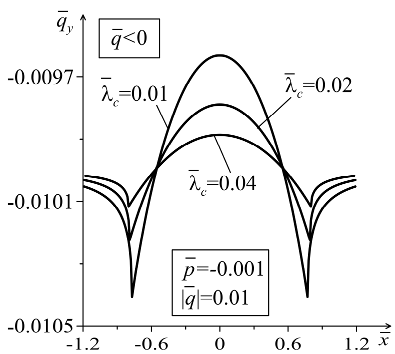

Рис. 10

Висновки. Розв'язано задачу термопружності для біматеріальної площини з міжфазною щілиною, що має початкову висоту і містить теплопровідний заповнювач. Розглянуто два види силового навантаження — розтягувальне, за якого щілина повністю розкрита, і стискальне — за якого береги щілини контактують по краях. Проаналізовано розподіл нормальної і дотичної складової вектора теплового потоку для різних значень коефіцієнта теплопровідності заповнювача щілини. Виявлено, що абсолютна величина нормальної складової вектора теплового потоку зі збільшенням коефіцієнта теплопровідності заповнювача зростає в межах щілини і спадає поза нею, мінімальних значень досягає в центрі тріщини та завжди набуває більших значень, коли тепловий потік скерований до матеріалу з меншою термічною дистортивністю.

Література

[1] *Шлыков Ю. П., Ганин Е. А., Царевский С. Н.* Контактное термическое сопротивление. — Москва: Энергия, 1977. — 328 с.

[2] *Мартиняк Р. М.* Термонапружений стан біматеріалу із закритою міжфазною тріщиною з шорсткими поверхнями // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2010. — 53, № 1. — С. 71–79.

[3] *El-Borgi S., Erdogan F., Hidri L.* A partially insulated embedded crack in an infinite functionally graded medium under thermo-mechanical loading / S. El-Borgi, // Inter. J. Eng. Sci. — 2004. — 42. — P. 371–393.

[4] *Giannopoulos G.I. Anifantis N.K.* A BEM analysis for thermomechanical closure of interfacial cracks incorporating friction and thermal resistance / G.I. Giannopoulos, // Comput. Meth. Appl. Mech. Eng. — 2007. — 196, № 4-6. — P. 1018-1029.

[5] *Kuo A.Y.* Interface crack between two dissimilar half-spaces subjected to a uniform heat flow at infinity — open crack // ASME. J. Appl. Mech. — 1990. — 57, № 2. — P. 359-364.

[6] *Мартиняк Р. М., Гончар Х. І., Нагалка С. П.* Моделювання термомеханічного закриття початково розкритої міжфазної тріщини, наділеної термоопором // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2003. — 39, № 5. — С. 59–66.

[7] *Мартыняк Р.М., Гончар Х.И.* Термоупругое деформирование биматериала с межфазным дефектом, заполненным теплопроводной средой // Теорет. и прикладная механика. — 2005. — Вып. 41. — С. 58-62.

[8] *Мартиняк Р.М., Середницька Х.І.* Міжфазна теплопроникна щілина змінної висоти у біматеріалі з нульовим параметром Дандерса // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Фізико-математичні науки. - 2015. - Спецвипуск. - С.243-247.

[9] *Мусхелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Наука, 1966. — 708 с.

[10] *Габдулхаев Б.Г.* Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений первого рода. — Казань: Изд. Казанского ун-та, 1994. — 288 с.

Heat transfer across an interface crack of variable height with a heat-conducting filler

Kristina Serednytska

The heat transfer across an interface crack, which has a given initial height and contains a heat-conducting filler, is investigated. Based on the solution of the thermoelastic problem for a *bimaterial plane with such a crack, the distribution of the tangential and normal components of the heat flow vector at the interface is determined and the dependence of them on the filler's thermal conductivity is analyzed.*

Передача тепла через межфазную щель переменной высоты с теплопроводным заполнителем

Христина Середницкая

Исследована передача тепла через межфазную щель, имеющую заданную начальную высоту, которая содержит теплопроводный заполнитель. На основе решения задачи термоупругости для биматериальной плоскости с такой щелью определено распределение касательной и нормальной компоненты вектора теплового потока на межфазной линии и проанализированы их зависимости от теплопроводности заполнителя.

Отримано 20.12.16