

УДК 621.39

КЛИМАШ М.М., д.т.н., професор (Національний університет “Львівська політехніка”),  
ГОРБАТИЙ І.В., к.т.н., доцент, докторант (Національний університет “Львівська політехніка”)

## Теоретичні дослідження ймовірності помилки в телекомунікаційних системах та мережах при використанні фазової або амплітудно-фазової модуляції сигналу

*Проведено теоретичні дослідження ймовірності помилки в телекомунікаційних системах та мережах при використанні фазової або амплітудно-фазової модуляції сигналу. За результатами досліджень ряду сучасних відомих та запропонованих нових різновидів модуляції сигналу показано, що запропонована амплітудна модуляція багатьох складових (АМБС) є перспективною для застосування в телекомунікаційних системах та мережах з метою зменшення ймовірності помилки при передаванні даних порівняно з використанням фазової маніпуляції (ФМн) і квадратурної амплітудної модуляції (КАМ).*

**Ключові слова:** телекомунікаційна система, телекомунікаційна мережа, ймовірність помилки, фазова маніпуляція, квадратурна амплітудна модуляція, амплітудна модуляція багатьох складових.

### Вступ

В епоху бурхливого розвитку людської цивілізації постійно зростають об'єми інформації, яку необхідно передавати на значні відстані. Для цього застосовують телекомунікаційні системи та мережі, до яких, зокрема, належать супутникові системи зв'язку, радіорелейні системи передавання, мережі проводового зв'язку, локальні й глобальні комп'ютерні мережі, системи та мережі службового зв'язку, телеметрії й телеуправління на залізничному, авіаційному, автомобільному й трубопроводному транспорті та ін.

Одною із важливих характеристик якості телекомунікаційних систем та мереж є достовірність переданих даних. Для передавання даних застосовують лінії зв'язку, у яких, як правило, наявні шуми та завади. Передавання даних через лінії зв'язку з завадами обумовлює спотворення інформаційних сигналів, що спричинює появу помилок. Тому важливою характеристикою достовірності телекомунікаційних систем та мереж є ймовірність помилки при передаванні даних.

Серед телекомунікаційних систем та мереж передавання даних значна частина характеризується обмеженими смугою пропускання та потужністю сигналу. Саме в таких системах та мережах особливо важливо забезпечити мінімальну ймовірність помилки в процесі передавання даних в умовах завад.

На появу помилок при передаванні даних впливають застосовані в системі чи мережі методи формування й оброблення сигналів, зокрема обрані різновиди модуляції сигналу та коректующого кодування. Дослідженню завадозахищеності телекомунікаційних систем та мереж при застосуванні ряду відомих різновидів модуляції сигналу й коректующого кодування присвячена значна кількість публікацій. У працях [1-6] детально розглянуті сучасні відомі різновиди модуляції сигналу, зокрема різновиди фазової та амплітудно-фазової модуляції, досліджені їх характеристики, а також проаналізовані відомі широко вживані методи коректующого кодування.

У зв'язку з необхідністю подальшого підвищення якості телекомунікаційних систем та мереж доцільно застосовувати нові запропоновані різновиди модуляції сигналу [7] та коректующого кодування [8]. Актуальною задачею, вирішення якої потребує додаткових наукових досліджень, є порівняння властивостей нових та відомих різновидів модуляції сигналу й коректующого кодування з метою виявлення таких, що забезпечать найвищу якість телекомунікаційних систем та мереж з обмеженими смугою пропускання та потужністю сигналу в умовах завад.

**Метою цієї роботи** є теоретичні дослідження ймовірності помилки у телекомунікаційних системах та мережах з обмеженими смугою пропускання та потужністю сигналу при передаванні даних в умовах завад при застосуванні сучасних відомих і запропонованих нових різновидів фазової й амплітудно-фазової модуляції сигналу.

**Сучасні відомі різновиди модуляції сигналу в телекомунікаційних системах та мережах**

У сучасних телекомунікаційних системах та мережах з обмеженими смугою пропускання та потужністю сигналу активно використовують різновиди фазової й амплітудно-фазової модуляції. Для передавання даних переважно застосовують різновиди маніпуляції сигналу, при здійсненні яких вживають модулюючі сигнали з певною обмеженою кількістю дискретних рівнів амплітуди. Серед них широкого застосування набула М-фазна маніпуляція (М-ФМн), при якій початкова фаза сигналу може приймати  $M_\phi$  дискретних значень. М-ФМн-сигнал (В) має вигляд [2, 9]:

$$u_{M-ФМн_m}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \phi_m(t) + \phi_0),$$

$$T_{сим} \cdot k_{сим} < t \leq T_{сим} \cdot (1 + k_{сим}), \quad (1)$$

де  $U_0$ ,  $\omega_0$ ,  $\phi_0$  – амплітуда (В), кутова частота (рад/с) й початкова фаза (рад) носійного коливання;  $\phi_m(t)$  – змінна складова фази, рад; номер фази  $m = 1, 2, \dots, M_\phi$ ; номер інформаційного символу

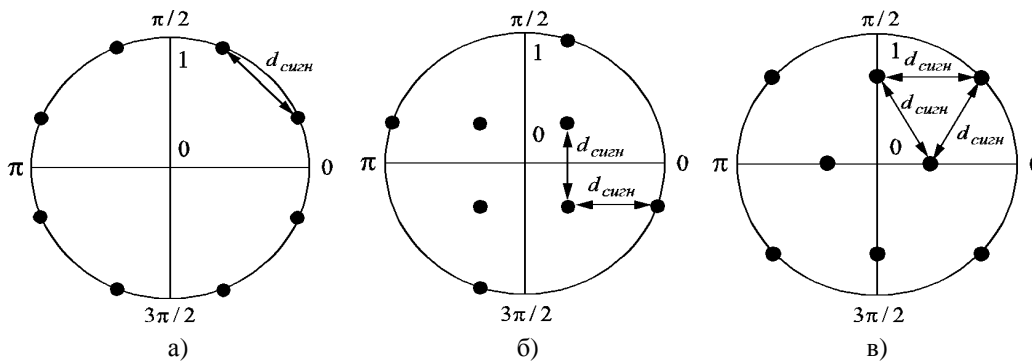


Рис. 1. Сигнальні сузір'я: а) 8-ФМн; б) 8-КАМ; в) 8-АМБС зі зсувом

Для модуляції ФМн мінімально можлива відстань між сусідніми точками сигнального сузір'я (відстань Евкліда) з  $M$  можливими символами дорівнює (В)

$$d_{сигн} = 2U_0 \cdot \sin(\pi/M), \quad (3)$$

За допомогою такої маніпуляції можливо передавати  $\log_2 M$  біт інформації за час  $T_{сим}$  передавання одного інформаційного символу.

У телекомунікаційних системах використовують М-ФМн-сигнали із 2, 4, 6, 8, 12, 16 чи 32 фазами.

Якщо необхідно передавати більше інформації протягом одного інформаційного такту, тоді

$k_{сим} = 0, 1, \dots, \infty$ ;  $T_{сим}$  – час передавання інформаційного символу, с.

Найбільш уживаним є випадок, коли застосовують такі значення змінної складової фази сигналу при передаванні  $m$ -го символу:

$$\phi_m = 2\pi(m-1)/M_\phi. \quad (2)$$

При використанні такої маніпуляції за час передавання інформаційного символу  $T_{сим}$  можливо передати один із  $M$  можливих інформаційних символів, при цьому  $M = M_\phi$ .

М-ФМн-сигнали можливо відобразити в полярній системі координат у вигляді векторів із початками в початку координат, нахилених до нульового меридіана на кути  $\phi_m$ , та з довжинами, рівними амплітудам сигналів  $U_0$ , тобто у вигляді векторів на сигнальній площині. Сукупність сигнальних точок на кінцях таких векторів утворює сигнальне сузір'я для обраного різновиду маніпуляції сигналу. Для прикладу, на рис. 1, а наведене сигнальне сузір'я 8-ФМн-сигналу.

застосовують амплітудно-фазомодульовані сигнали, зокрема М-позиційну квадратурну амплітудну модуляцію (М-КАМ) [2, 9]. КАМ-сигнал (В) представляють у вигляді суми двох ортогональних складових – синфазної та квадратурної:

$$u_{M-КАМ}(t) = U_0 a_I u_{mI}(t) \cos(\omega_0 t + \phi_0) + U_0 a_Q u_{mQ}(t) \cos\left(\omega_0 t + \phi_0 - \frac{\pi}{2}\right), \quad (4)$$

де  $a_I$ ,  $a_Q$  – коефіцієнти пропорційності (1/В) для синфазного I та квадратурного Q каналів, що є

параметрами модулятора;  $u_{mI}(t)$ ,  $u_{mQ}(t)$  – модулюючі сигнали (В) на синфазному I та квадратурному Q входах модулятора.

При здійсненні такої модуляції використовують модулюючі сигнали, що є послідовностями прямокутних імпульсів із можливими значеннями амплітуди  $U_{mI} = \pm U_{m\max}$ ,  $U_{mQ} = \pm U_{m\max}$ , де  $U_{m\max}$  – максимально можлива амплітуда модулюючого сигналу. Сигнальне сузір'я 8-КАМ-сигналу зображене на рис. 1, б.

Мінімально можлива відстань між сусідніми точками сигнального сузір'я КАМ-сигналу з максимально можливою амплітудою модульованого сигналу  $U_{c\max}$  та  $M_U$  рівномірно віддаленими можливими рівнями амплітуди модулюючих інформаційних сигналів  $u_{mI}(t)$  та  $u_{mQ}(t)$  дорівнює (В)

$$d_{\text{сигн}} = \frac{\sqrt{2}U_{c\max}}{M_U - 1}, \quad (5)$$

а кількість комбінацій модулюючих інформаційних сигналів, при яких отримують неповторювані КАМ-сигнали (а значить і кількість можливих символів), дорівнює

$$M = (M_U)^2. \quad (6)$$

При цьому протягом тривалості одного інформаційного символу може бути передано  $\log_2 M$  біт інформації.

**Запропоновані нові різновиди модуляції сигналу в телекомунікаційних системах та мережах**

Для підвищення якості й ефективності телекомунікаційних систем та мереж передавання даних запропоновано використовувати нове сімейство модуляцій на основі амплітудної модуляції багатьох складових (АМБС, амплітудная модуляция многих составляющих – АММС, amplitude modulation of many components – АММС). АМБС-сигнал формують у вигляді суми N модульованих за амплітудою гармонічних складових, що відрізняються початковими фазами  $\varphi_n$  [7, 9, 10]:

$$u_{\text{АМБС}}(t) = \sum_{n=1}^N U_0 a_n u_{m_n}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_n), \quad (7)$$

де  $a_n$  – коефіцієнти пропорційності для n-их каналів модулятора, що є параметрами модулятора;  $u_{m_n}(t)$  – модулюючі сигнали на n-их входах модулятора.

При використанні M-позиційної АМБС (M-АМБС, M-позиционная амплитудная модуляция многих составляющих – M-АММС, M-ary amplitude modulation of many components – M-АММС) за час  $T_{\text{сим}}$  передають один із M можливих інформаційних символів.

До такого сімейства модуляцій крім традиційної АМБС належить запропонована амплітудна маніпуляція багатьох складових (АМнБС, амплітудная манипуляция многих составляющих – АМнМС, amplitude shift keying of many components – АСКМС), при здійсненні якої модулюючі сигнали є дискретними. Іншим різновидом запропонованого сімейства модуляцій є M-АМБС зі зсувом модулюючих сигналів один відносно одного в часі (M-позиционная амплитудная модуляция многих составляющих со сдвигом – M-АММС со сдвигом, M-ary offset amplitude modulation of many components – M-ОАММС).

Таке запропоноване сімейство модуляцій на основі АМБС у загальному (за винятком випадку, коли  $N = 2$  і  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi/2$ ) належить до класу неортогональних амплітудно-фазових модуляцій.

З практичної точки зору заслуговує увагу АМБС-сигнал, що формують у вигляді суми складових, зсунутих між собою на фазові кути

$$\Delta\varphi = \pi/N. \quad (8)$$

Для прикладу, на рис. 1, в наведене сигнальне сузір'я 8-АМБС-сигналу із трьома складовими зі зсувом рівнів амплітуди модулюючих сигналів.

За результатами проведених досліджень отримано співвідношення для обчислення відстані  $d_{\text{сигн}}$  (В) між сигнальними точками на сигнальній площині для АМБС при  $N = 3$ , початкових фазах складових, що задовольняють (8), та максимально можливій амплітуді модульованого сигналу  $U_{c\max}$  (В) при модуляції кожної складової модулюючими сигналами з кількістю рівномірно віддалених рівнів  $M_U$ :

$$d_{\text{сигн}} = \frac{U_{c\max}}{M_U - 1}, \quad (9)$$

а кількість комбінацій модулюючих інформаційних сигналів, при яких отримують неповторювані АМБС-

сигнали (а значить і ефективна кількість символів), дорівнює

$$M_{\text{еф}} = 3M_U(M_U - 1). \quad (10)$$

Загальна кількість символів, що можна отримати з використанням усіх можливих комбінацій модулюючих інформаційних сигналів при довільних початкових фазах складових АМБС-сигналу, дорівнює

$$M_{\text{заг}} = (M_U)^N. \quad (11)$$

При цьому протягом тривалості одного інформаційного символу може бути передано  $\log_2 M_{\text{еф}}$  біт інформації.

#### Методи формування й оброблення фазоманіпульованих та амплітудно-фазоманіпульованих сигналів

ФМн- або КАМ-сигнал може бути представлений у полярній формі (1) або квадратурній формі (4). Для здійснення таких маніпульованих сигналів застосовують полярний модулятор або квадратурний модулятор відповідно [9, 11].

ФМн- або КАМ-сигнал, що протягом тривалості  $T_{\text{сим}}$  передавання одного інформаційного символу характеризується певним значенням амплітуди і початкової фази носійного гармонічного коливання, може бути здійснений за допомогою полярного модулятора у вигляді керованого автогенератора [11]. При цьому за допомогою зовнішнього опорного генератора формують високостабільне високочастотне опорне коливання, що застосовують для стабілізації центральної частоти автогенератора з точністю до заданої початкової фази. Далі під дією вхідних двійкових даних, які необхідно передати, формують модулюючий сигнал, який подають безпосередньо на автогенератор. Під дією модулюючого сигналу змінюють амплітуду і (або) частоту (початкову фазу) автогенератора відносно його центральної частоти (заданої початкової фази). Такий модулятор є складним в реалізації та знайшов обмежене застосування в сучасному обладнанні, що застосовують при побудові телекомунікаційних систем та мереж.

Демодуляцію ФМн- або КАМ-сигналів можливо здійснити за допомогою полярного когерентного демодулятора. При цьому прийнятий модульований сигнал подають на перший вхід перемножувача в демодуляторі, на другий вхід якого подають високочастотне коливання опорного генератора (гетеродина) демодулятора, синхронізоване за частотою й фазою з високостабільним

високочастотним опорним коливанням опорного генератора модулятора. З виходу перемножувача сигнал подають на фільтр нижніх частот (ФНЧ). На виході ФНЧ отримують модулюючий сигнал, з якого формують вхідні двійкові дані. Недоліком такого демодулятора є те, що з його допомогою можливо однозначно розрізнити АФМн-сигнали, фаза яких відрізняється не більше, ніж на  $\pi$  рад.

Простіше здійснити ФМн або КАМ за допомогою квадратурного модулятора, що дозволяє реалізувати на практиці математичне представлення (4) ФМн- або КАМ-сигналу [9, 11]. У квадратурному модуляторі за допомогою формувача модулюючих сигналів під дією вхідних двійкових даних, які необхідно передати, формують перший та другий дискретні модулюючі сигнали з  $M_U$  можливими рівнями амплітуди. За допомогою опорного генератора модулятора і фазоповертача формують перше та друге високочастотні коливання, що за фазою зсунуті одне відносно одного на  $\pi/2$ . За допомогою двох перемножувачів та суматора формують модульований сигнал, що дорівнює сумі добутків першого модулюючого сигналу і першого високочастотного коливання та другого модулюючого сигналу і другого високочастотного коливання відповідно до співвідношення (4).

У квадратурному демодуляторі за допомогою опорного генератора (гетеродина) демодулятора і фазоповертача формують перше та друге високочастотні коливання, що за фазою зсунуті одне відносно одного на  $\pi/2$  і синхронізовані за частотою й фазою з високостабільним високочастотним опорним коливанням опорного генератора модулятора. Прийнятий модульований сигнал подають на перші входи двох перемножувачів в демодуляторі, на другі входи яких подають перше та друге високочастотні коливання опорного генератора демодулятора. З виходу перемножувачів сигнали подають на перший і другий ФНЧ. Сигнали з виходів ФНЧ подають на формувач двійкових даних, на виході якого отримують двійкові дані.

За допомогою квадратурного модулятора й демодулятора досить просто формувати й обробляти М-КАМ-сигнали що характеризуються сигнальними сузір'ями прямокутної форми (наприклад, 16-КАМ). За їх допомогою можливо формувати й обробляти також М-ФМн-сигнали. Так, при застосуванні у модуляторі першого та другого дискретних модулюючих інформаційних сигналів з амплітудами  $\pm 0,294$  В і  $\pm 0,383$  В можливо сформувати 8-ФМн-сигнал, сигнальне сузір'я якого зображене на рис. 1, а [12]. Недоліком цього методу є те, що необхідно забезпечити високу точність формування нерівномірно віддалених рівнів амплітуди модулюючих сигналів.

Недоліком квадратурного модулятора і демодулятора є порівняно велика складність при формуванні й обробленні амплітудно-фазомодульованих сигналів, що характеризуються сигнальними сузір'ями непрямокутної форми. Такі сигнали доцільно формувати й обробляти за допомогою запропонованих модулятора АМБС і демодулятора АМБС [9, 10]. У модуляторі АМБС при здійсненні АМБС-сигналу із  $N$  складовими за допомогою формувача модулюючих сигналів під дією вхідних двійкових даних, які необхідно передати, формують  $N$  дискретних модулюючих сигналів з  $M_u$  можливими рівнями амплітуди. За допомогою опорного генератора модулятора і  $N$  фазоповертачів формують  $N$  високочастотних коливань, що за фазою зсунуті одне відносно одного на  $\Delta\varphi$ . За допомогою  $N$  перемножувачів та суматора формують модульований сигнал, що дорівнює сумі добутків  $n$ -х модулюючих сигналів і  $n$ -х високочастотних коливань відповідно до співвідношення (7).

У демодуляторі АМБС за допомогою опорного генератора (гетеродина) демодулятора і  $N$  фазоповертачів формують  $N$  високочастотних коливань, що за фазою зсунуті одне відносно одного на  $\Delta\varphi$  і синхронізовані за частотою й фазою з високостабільним високочастотним опорним коливанням опорного генератора модулятора. Прийнятий модульований сигнал подають на перші входи  $N$  перемножувачів в демодуляторі, на другі входи яких подають  $n$ -і високочастотні коливання опорного генератора демодулятора. З виходів  $n$ -х перемножувачів сигнали подають на  $n$ -і ФНЧ. Сигнали з виходів  $N$  ФНЧ подають на формувач двійкових даних, на виході якого отримують двійкові дані.

Перевагою модулятора АМБС є мала необхідна кількість рівномірно віддалених рівнів амплітуди модулюючих сигналів, що спрощує формування фазомодульованих або амплітудно-фазомодульованих сигналів, зокрема АМБС-сигналів. Перевагою демодулятора АМБС є мала кількість рівномірно віддалених рівнів амплітуди на виходах ФНЧ при обробленні фазомодульованих або амплітудно-фазомодульованих сигналів, зокрема АМБС-сигналів, що підвищує захищеність демодулятора від внутрішніх завад при його практичній реалізації. Наприклад, для здійснення 8-ФМн-сигналу (рис. 1, а) за допомогою АМБС-модулятора, що формує  $N = 4$  складових зі зсувом між ними  $\Delta\varphi = \pi/4$ , необхідні модулюючі сигнали з амплітудами  $\pm 1$  В.

Сигнальне сузір'я 8-КАМ формують модулятором КАМ, проте його також можливо формувати

модуляторам АМБС. При цьому в процесі формування сигналів приймає участь тільки два перемножувачі та один фазоповертач на  $\Delta\varphi = \pi/2$ .

Сигнальне сузір'я 8-АМБС-сигналу із трьома складовими зі зсувом рівнів амплітуди модулюючих сигналів (рис. 1, в) формують модулятором АМБС з базового сузір'я 19-АМБС виключенням одинадцяти надлишкових точок. При цьому у процесі формування сигналів приймає участь три складові, що зсунуті між собою на  $\Delta\varphi = \pi/3$ . Точки, які залишились, розташовують симетрично відносно початку координат амплітудно-фазової площини зсувом рівнів амплітуди модулюючих сигналів.

### Теоретичні методи дослідження ймовірності помилки в телекомунікаційних системах та мережах

Розглянемо теоретичні методи дослідження ймовірності помилки в телекомунікаційних системах та мережах при застосуванні різновидів фазової та амплітудно-фазової модуляції.

Найпростішою в реалізації є бінарна телекомунікаційна система. Для передавання даних у ній застосовують сигнал, що може набувати лише одне із двох можливих значень  $U_{c_1}$  або  $U_{c_2}$ . З [2, 9] відомо, що ймовірність символної помилки  $P_{\text{сим}}$  в такій системі при наявності білого шуму з гауссовим розподілом амплітуд може бути обчислена за допомогою наступного співвідношення:

$$P_{\text{сим}} = Q_1\left(\frac{U_{c_1} - U_{c_2}}{2\sigma_0}\right), \quad (12)$$

де  $U_{c_1} - U_{c_2} = d_{\text{сигн}}$  – відстань між символами (точками на сигнальній площині);  $\sigma_0$  – середньоквадратичне відхилення білого шуму;  $Q_1(x)$  – функція густини ймовірності гауссової випадкової величини, яка визначається як

$$Q_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp^{-\frac{u^2}{2}} du. \quad (13)$$

З урахуванням того, що дисперсія білого шуму, який пройшов через перемножувач або фільтр, дорівнює  $\sigma_0^2 = N_0/2$  ( $N_0$  – спектральна густина потужності білого шуму), співвідношення (12) можна представити у вигляді

$$P_{\text{сим}} = Q_1 \left( \sqrt{\frac{d_{\text{сигн}}}{2N_0}} \right). \quad (14)$$

При використанні бінарної фазової маніпуляції (БФМн, binary phase shift keying – BPSK) застосовують антиподні сигнали з амплітудами  $u_{\text{ФМн}_1} = \sqrt{E_6}$ ,  $u_{\text{ФМн}_2} = \sqrt{E_6}$  та фазами  $\varphi_1 = 0$ ,  $\varphi_1 = \pi$  ( $E_6$  – енергія одного біта інформації). У такому випадку відстань між символами дорівнює  $d_{\text{сигн}} = 2\sqrt{E_6}$ . Тоді з урахуванням (14) можливо отримати наступне співвідношення для обчислення ймовірності символної помилки в телекомунікаційній системі при застосуванні БФМн:

$$P_{\text{сим}_{\text{БФМн}}} = Q_1 \left( \sqrt{\frac{2E_6}{N_0}} \right). \quad (15)$$

Для М-ФМн при  $M > 2$  імовірність символної помилки обчислюють згідно такої формули [2, 9]:

$$P_{\text{сим}_{\text{М-ФМн}}} \approx 2Q_1 \left( \sqrt{\frac{2E_6 \log_2 M}{N_0}} \sin \left( \frac{\pi}{M} \right) \right). \quad (16)$$

При використанні М-КАМ з  $M = 2^k$  ( $k$  – натуральне число) можливими символами та рівномірно віддаленими рівнями амплітуди модулюючих сигналів по двох каналах I і Q модулятора ймовірність символної помилки дорівнює [3, 9]

$$P_{\text{сим}_{\text{М-КАМ}}} = 1 - \left[ 1 - 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) Q_1 \left( \sqrt{\frac{3 \log_2(M) E_{\sigma_{\text{ср}}}}{(M-1)N_0}} \right) \right], \quad (17)$$

де  $E_{\sigma_{\text{ср}}}$  – середня енергія одного біта інформації.

Недоліком цього співвідношення є недостатня точність обчислення ймовірності символної помилки при використанні в телекомунікаційній системі М-КАМ-сигналів з непрямокутними сигнальними сузір'ями або при нерівномірно віддалених рівнях амплітуди модулюючих сигналів по двох каналах I і Q модулятора, зокрема при використанні 8-КАМ-сигналу (рис. 1, б).

В телекомунікаційних системах при застосуванні М-АМБС запропоновано використовувати наступну залежність для обчислення ймовірності символної помилки [13]:

$$P_{\text{сим}_{\text{М-АМБС}}} \cong n_c \cdot Q \left( \sqrt{K_E \cdot \log_2(M_{\text{эф}}) \cdot \frac{E_{\sigma_{\text{ср}}}}{2N_0}} \right), \quad (18)$$

де  $n_c$  – середня кількість сусідніх точок, що знаходяться навколо однієї з точок сигнального сузір'я;  $K_E$  – відношення мінімально можливої енергії  $\Delta E_{\text{мін}}$  різниці двох символів, що відповідають сусіднім точкам, до середньої енергії  $E_{\text{сим}_{\text{ср}}}$  всіх символів, що відповідають неповторюваним сигнальним точкам.

Необхідно зазначити, що при застосуванні формули (18) можливо досягнути прийнятної точності обчислення ймовірності символної помилки за умови, що  $P_{\text{сим}_{\text{М-АМБС}}} < 0,1$ .

#### Дослідження ймовірності помилки в телекомунікаційних системах та мережах теоретичними методами й методами математичного моделювання

Дослідимо ймовірність помилки в телекомунікаційних системах та мережах передавання даних при застосуванні ряду сучасних відомих та запропонованих нових розглянутих різновидів модуляції сигналу, що описуються співвідношеннями (1)-(11) для виявлення таких із них, що забезпечать найвищу достовірність при передаванні даних через телекомунікаційні системи та мережі з обмеженими смугою пропускання та потужністю сигналу в умовах завад.

Дослідження здійснимо теоретично з використанням розглянутих вище співвідношень (12)-(18) для обчислення ймовірності символної помилки залежно від відношення  $E_6 / N_0$  енергії одного біта інформації до спектральної густини потужності білого шуму при застосуванні певних різновидів модуляції сигналу та за допомогою раніше запропонованого методу дослідження й оптимізації модуляції сигналу засобами математичного моделювання [14].

Для здійснення досліджень обрані різновиди модуляції 8-ФМн, 8-КАМ і 8-АМБС з трьома складовими зі зсувом рівнів амплітуди модулюючих сигналів, сигнальні сузір'я яких наведені на рис. 1. Математичне моделювання реалізоване за допомогою персональної електронно-обчислювальної машини і розробленої програми в середовищі MathCAD [14]. Отримані залежності ймовірності символної помилки  $P_{\text{сим}}$  від відношення  $E_b / N_0$  в телекомунікаційній системі чи мережі передавання даних при обмеженій смузі пропускання й потужності сигналу в умовах білого шуму при застосуванні досліджених різновидів модуляції сигналу наведені на рис. 2.

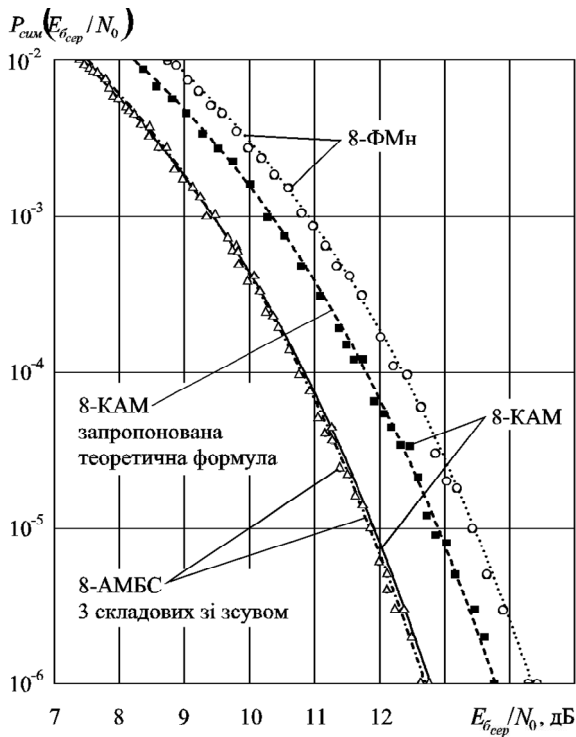


Рис. 2. Залежність імовірності символної помилки  $P_{\text{сим}}$  від відношення  $E_{\text{бср}}/N_0$  в телекомунікаційній системі чи мережі для різних видів модуляції сигналу

На рис. 2 точками трикутної, квадратної та круглої форми позначені дані, отримані за допомогою запропонованого методу дослідження й оптимізації модуляції сигналу засобами математичного моделювання, а лініями – теоретично обчислені за допомогою формул (16)-(18).

Як видно з результатів досліджень, у телекомунікаційній системі чи мережі може бути досягнута найменша ймовірність символної помилки  $P_{\text{сим}}$  при використанні 8-АМБС, більша ймовірність символної помилки виникає при застосуванні 8-КАМ і найбільша – при використанні 8-ФМн. Наприклад, при відношенні  $E_b/N_0 = 12,78$  дБ ймовірність символної помилки становить  $P_{\text{сим}} = 1 \cdot 10^{-6}$  при застосуванні 8-АМБС,  $P_{\text{сим}} = 1,3 \cdot 10^{-5}$  при 8-КАМ і  $P_{\text{сим}} = 4,4 \cdot 10^{-5}$  при 8-ФМн. Слід зазначити, що при збільшенні відношення  $E_b/N_0$  зменшується ймовірність символної помилки при 8-АМБС порівняно з 8-КАМ і 8-ФМн. Також встановлено, що ймовірність символної помилки при 8-АМБС найменша в усьому діапазоні значень відношення  $E_b/N_0$  порівняно з 8-КАМ і 8-ФМн.

Також за результатами досліджень встановлено, що співвідношення (16) забезпечує достатню точність обчислення ймовірності символної помилки в телекомунікаційній системі чи мережі при застосуванні М-ФМн, а формула (18) придатна для застосування при обчисленні ймовірності символної помилки як для М-АМБС, так і для М-ФМн і М-КАМ. При цьому за допомогою співвідношення (17) неможливо забезпечити прийнятну точність обчислення ймовірності символної помилки при використанні 8-КАМ, оскільки такий різновид модуляції характеризується прямокутним сузір'ям без використання частини сигнальних точок.

Таким чином, на підставі співпадіння результатів теоретичних обчислень та результатів математичного моделювання підтверджено адекватність запропонованої залежності (18) та можливість її застосування для обчислення ймовірності символної помилки в телекомунікаційній системі чи мережі, що використовує М-ФМн, М-КАМ і М-АМБС. Також підтверджено, що запропонована АМБС, зокрема 8-АМБС зі зсувом рівнів амплітуди модулюючих сигналів, є перспективною для застосування в телекомунікаційних системах та мережах для підвищення достовірності при передаванні даних, що пояснюється збільшенням відстані між сигнальними точками на сигнальній площині для М-АМБС-сигналів порівняно з М-ФМн- і М-КАМ-сигналами.

### Висновки

Проведено теоретичні дослідження ймовірності символної помилки в телекомунікаційних системах та мережах, що використовують фазову чи амплітудно-фазову модуляцію. За результатами досліджень ряду сучасних відомих та запропонованих нових різновидів модуляції сигналу підтверджено, що запропонована АМБС є перспективною для застосування в телекомунікаційних системах та мережах для підвищення достовірності (а саме зменшення ймовірності символної помилки) при передаванні даних, що пояснюється збільшенням відстані між сигнальними точками на сигнальній площині для М-АМБС-сигналів порівняно з М-ФМн- і М-КАМ-сигналами. Зокрема, при використанні запропонованої 8-АМБС зі зсувом зменшується ймовірність помилки на виході демодулятора телекомунікаційної системи при відношенні  $E_b/N_0 = 12,78$  дБ до 13 раз порівняно з використанням 8-КАМ і до 44 раз – порівняно з 8-ФМн при однакових максимальній потужності та інформативності модульованого сигналу. Ймовірність символної помилки при застосуванні 8-АМБС найменша в усьому діапазоні значень відношення  $E_b/N_0$  порівняно з 8-КАМ і 8-ФМн.

Також за результатами досліджень встановлено, що запропоноване співвідношення (18) придатне для застосування при обчисленні ймовірності символної помилки в телекомунікаційних системах та мережах, що використовують М-ФМн, М-КАМ і М-АМБС.

Запропоноване співвідношення для визначення ймовірності символної помилки (18) в телекомунікаційних системах та мережах, що використовують М-ФМн, М-КАМ і М-АМБС, і запропоноване сімейство модуляції на основі АМБС доцільно застосовувати при проектуванні сучасних телекомунікаційних систем та мереж передавання даних.

### Література

1. Marvin K. Simon, Bandwidth-Efficient Digital Modulation with Application to Deep-Space Communications, Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, 2001, 228 p.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение : [пер. с англ.] / Б. Скляр. – 2-е изд., испр. – М. : Издательский дом “Вильямс”, 2004. – 1104 с. : ил.
3. Прокис Д. Цифровая связь. Пер. с англ. / Под. ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь. 2000. – 800 с.: ил.
4. Теория передачи сигналов: Учебник для вузов / А.Г. Зюко, Д.Д. Кловский, М.В. Назаров, Л.М. Финк. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1986. – 304 с.: ил.
5. Жураковский Ю.П. Каналы связи / Ю.П. Жураковский, В.Д. Назаров. – Киев : Вища шк. Головное изд-во, 1985. – 232 с.
6. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы : учебник / С.И. Баскаков. – М. : Высш. школа, 1983. – 536 с. : ил.
7. Горбатий І.В. Амплітудна модуляція багатьох складових / І.В. Горбатий // Зб. наук. пр. (Ін-т проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України). – Київ, 2009. – Вип. 50. – С. 186–190.
8. Банкет В.Л. Сигнально-кодовые конструкции в телекоммуникационных системах / В.Л. Банкет. – Одесса: Фенікс, 2009. – 180 с.
9. Горбатий І.В. Системи дистанційного зондування Землі з космосу: монографія / І.В. Горбатий. – Львів : СПОЛОМ, 2011. – 612 с.
10. Горбатий І.В. Метод та пристрій для здійснення амплітудної модуляції багатьох складових / І.В. Горбатий // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Львів, 2009. – №646 : Електроніка. – С. 185–190.
11. Галкин В.А. Цифровая мобильная связь : учебное пособие для вузов / В.А. Галкин. – М. : Горячая линия – Телеком, 2007. – 432 с. : ил.
12. Парфенов Ю.А. Цифровые сети доступа: медные кабели и оборудование / Ю.А. Парфенов, Д.Г. Мирошников. – М. : Эко-Трендз, 2005. – 288 с.
13. Горбатий І.В. Дослідження інформаційної ефективності амплітудної модуляції багатьох складових / І.В. Горбатий // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Львів, 2010. – №681 : Електроніка. – С. 191–196.
14. Горбатий І.В. Дослідження й оптимізація модуляції сигналу засобами математичного моделювання / І.В. Горбатий, М.М. Климаш // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Львів, 2010. – №680 : Радіоелектроніка і телекомунікації. – С. 217–224.

**Климаш М.Н., Горбатий І.В. Теоретические исследования вероятности ошибки в телекоммуникационных системах и сетях при использовании фазовой или амплитудно-фазовой модуляции сигнала.** Проведены теоретические исследования вероятности ошибки в телекоммуникационных системах и сетях при использовании фазовой или амплитудно-фазовой модуляции сигнала. По результатам исследований ряда современных известных и предложенных новых разновидностей модуляции сигнала показано, что предложенная амплитудная модуляция многих составляющих (АММС) является перспективной для применения в телекоммуникационных системах и сетях с целью уменьшения вероятности ошибки при передаче данных по сравнению с использованием фазовой манипуляции (ФМн) и квадратурной амплитудной модуляции (КАМ).

**Ключевые слова:** телекоммуникационная система, телекоммуникационная сеть, вероятность ошибки, фазовая манипуляция, квадратурная амплитудная модуляция, амплитудная модуляция многих составляющих.

**Klymash M.M., Gorbaty I.V. Theoretical researches of error probability in telecommunication systems and networks when using phase or amplitude-phase signal modulation.** The theoretical researches of an error probability in telecommunication systems and networks when using phase or amplitude-phase signal modulation have been conducted. The results of researches of some known modern and offered new varieties of signal modulation showed that offered amplitude modulation of many components (АММС) was perspective for the application in telecommunication systems and networks with the purpose of an error probability reduction while transmitting data compared to the use of phase shift keying (PSK) and quadrature amplitude modulation (QAM).

**Key words:** telecommunication system, telecommunication network, error probability, phase shift keying, quadrature amplitude modulation, amplitude modulation of many components.

Рецензент д.т.н., доцент, професор кафедри телекомунікацій Національного університету «Львівська політехніка» Пелішок В.О.

Поступила 14.01.2014г.