

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКРАНИРОВАННОГО РАСПРЕДЕЛЁННОГО ФИЛЬТРА

В.В. Козловский¹, Р.М. Лысенко²

¹ Государственный университет информационно-коммуникационных технологий,
ул. Соломенская, 7, Киев, 03680, Украина; e-mail: valerey@ukr.net

² Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
просп. Победы, 37, Киев, 03056, Украина

Разработана математическая модель экранированного распределённого фильтра низких частот на основе теории восьмиполосников, проведено ее исследование при различных исходных данных. Даны рекомендации для моделирования процессов фильтрации.

Ключевые слова: фильтр низких частот, восьмиполосник, экранированные линии передачи, амплитудно-частотная характеристика, каналы утечки информации

Введение

Для предотвращения утечки информации по цепям питания в настоящее время широко используются фильтры низких частот (ФНЧ) [1], которые рассчитываются методами теории линий передач без учёта влияния экрана, что приводит к ошибкам в реализации амплитудно-частотных характеристик фильтров. В работе [2] для построения ФНЧ предложено использовать более точную концептуальную модель фильтра, которая представляет собой соединение восьмиполосников. Однако математический анализ данной модели отсутствует.

Целью статьи является разработка математической модели распределённого ФНЧ на основе теории восьмиполосников и её исследование при различных исходных данных.

Основная часть

В целях определённости рассмотрим ФНЧ, составленный из однородных отрезков линий передачи. При этом различие в волновых сопротивлениях каждой секции фильтра достигается включением диэлектрических вставок с различными диэлектрическими проницаемостями.

Сопоставим ФНЧ на отрезках экранированных линий передачи восьмиполосник рис. 1.

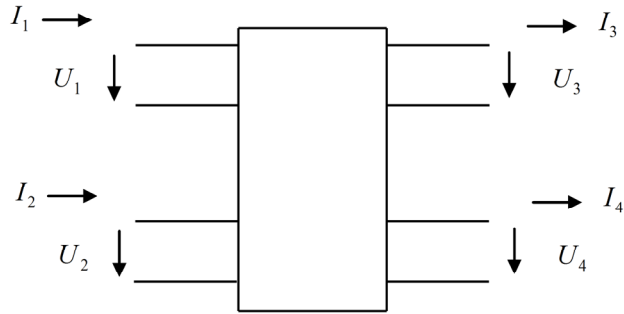


Рис. 1. Схема восьмиполюсника

Запишем уравнения восьмиполюсника через систему A - параметров:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= A_{11}U_3 + A_{12}U_4 + A_{13}I_3 + A_{14}I_4 \\ U_2 &= A_{21}U_3 + A_{22}U_4 + A_{23}I_3 + A_{24}I_4 \\ I_1 &= A_{31}U_3 + A_{32}U_4 + A_{33}I_3 + A_{34}I_4 \\ I_2 &= A_{41}U_3 + A_{42}U_4 + A_{43}I_3 + A_{44}I_4 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Составим математическую модель фильтра в предположении, что к плечам 3 и 4 подключены в общем случае комплексные сопротивления R_3, R_4 (рис. 2)

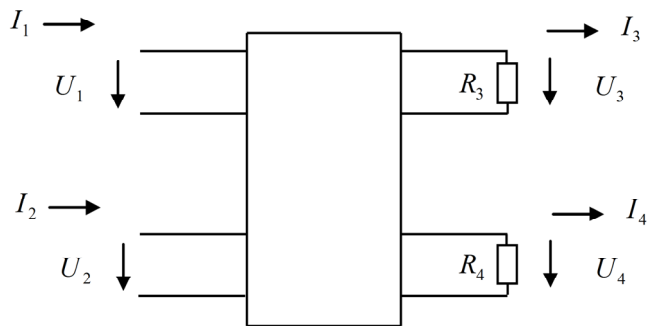


Рис. 2. Схема нагруженного восьмиполюсника

Выразим напряжения U_3, U_4 через напряжения возбуждения U_1, U_2 . В этом случае граничные условия запишутся в виде

$$\begin{aligned} U_3 &= I_3 R_3, \\ U_4 &= I_4 R_4. \end{aligned} \quad (2)$$

С учётом (2) из уравнений (1) имеем:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= A_{11}U_3 + A_{12}U_4 + A_{13}G_3U_3 + A_{14}G_4U_4 = (A_{11} + A_{13}G_3)U_3 + (A_{12} + A_{14}G_4)U_4, \\
 U_2 &= A_{21}U_3 + A_{22}U_4 + A_{23}G_3U_3 + A_{24}G_4U_4 = (A_{21} + A_{23}G_3)U_3 + (A_{22} + A_{24}G_4)U_4, \\
 G_3 &= \frac{1}{R_3}, \quad G_4 = \frac{1}{R_4}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Из системы уравнений (3) находим

$$\begin{aligned}
 U_3 &= \frac{b_{22}U_1 - b_{12}U_2}{\Delta}, \\
 U_4 &= \frac{b_{11}U_2 - b_{21}U_1}{\Delta},
 \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\begin{aligned}
 b_{11} &= A_{11} + A_{13}G_3, \\
 b_{12} &= A_{12} + A_{14}G_4, \\
 b_{21} &= A_{21} + A_{23}G_3, \\
 b_{22} &= A_{22} + A_{24}G_4, \\
 \Delta &= b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Воспользовавшись соотношениями (4), составим математическую модель трёх-секционного экранированного ФНЧ (рис. 3), где Z_{e1}, Z_{e2}, Z_{e3} — волновые сопротивления неэкранированных линий передачи, $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ — электрические длины секций. Считаем, что сопротивления нагрузок фильтра равны 50 м.

Для симметричного ФНЧ

$$Z_{e1} = Z_{e3}, \quad \Theta_1 = \Theta_3. \tag{6}$$

В этом случае цепная матрица передачи ФНЧ (рис. 3) равна произведению матриц передачи каждого звена:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \cos \Theta_1 & jZ_{e1} \sin \Theta_1 \\ \frac{j}{Z_{e1}} \sin \Theta_1 & \cos \Theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Theta_2 & jZ_{e2} \sin \Theta_2 \\ \frac{j}{Z_{e2}} \sin \Theta_2 & \cos \Theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Theta_1 & jZ_{e1} \sin \Theta_1 \\ \frac{j}{Z_{e1}} \sin \Theta_1 & \cos \Theta_1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{7}$$

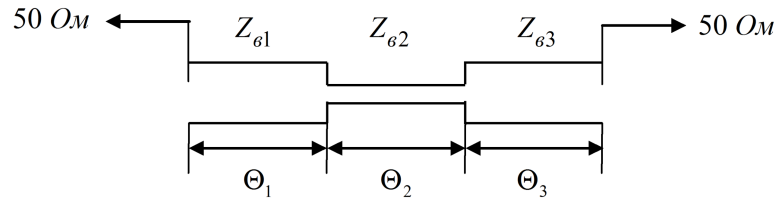


Рис. 3. Симметричный трёхступенчатый ФНЧ

Для симметричной цепи затухание определяется известной формулой [3]

$$L_A = 10 \lg \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{A_{12}}{jR} - \frac{A_{21}R}{j} \right)^2 \right], \text{ дБ.} \quad (8)$$

Обозначим $\Theta_1 = \Theta_3 = \Theta$, $\Theta_2 = m\Theta$. Из анализа зависимостей (рис. 4) следует, что наибольшая область заграждения наблюдается при $m = 1$ ($Z_{\epsilon 1} = Z_{\epsilon 3} = 11,6 \text{ Ом}$, $Z_{\epsilon 2} = 144 \text{ Ом}$).

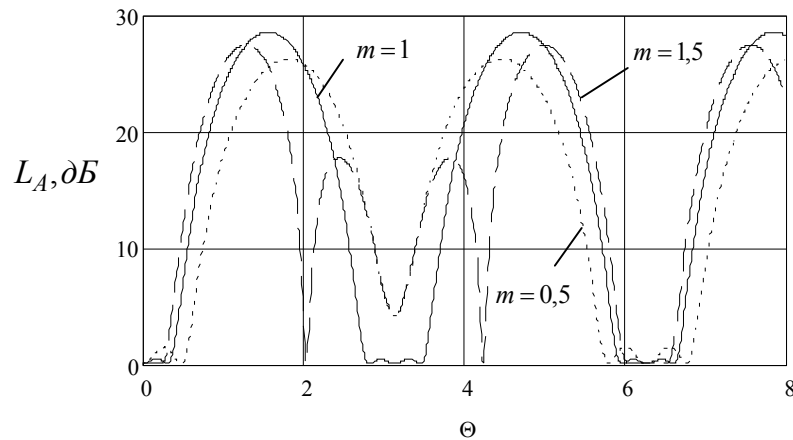


Рис. 4. Зависимость затухания ФНЧ рис. 3 от электрической длины

Рассмотрим влияние экрана на характеристики ФНЧ в предположении, что фильтр реализован на основе двухпроводной линии (рис. 5).

Исходные данные конструкции ФНЧ, рассчитанного на основе двухпроводной неэкранированной линии – $a = 3 \text{ мм}$, $d = 0,5 \text{ мм}$.

Волновое сопротивление $Z_{\epsilon 1} = Z_{\epsilon 3} = 11,6 \text{ Ом}$ реализуется включением диэлектрической шайбы с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_{r1} = 656$. Волновому сопротивлению $Z_{\epsilon 2} = 144 \text{ Ом}$ соответствует диэлектрическая шайба с $\epsilon_{r2} = 4,26$.

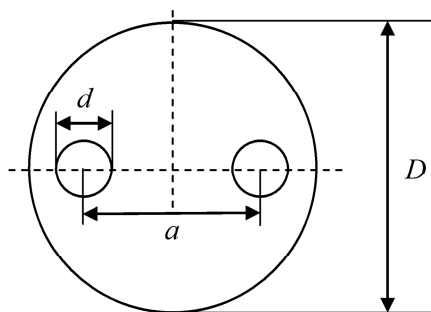


Рис. 5. Двухпроводная экранированная симметричная линия проводников

При наличии круглого экрана (рис. 5) диаметром $D = 6$ мм волновые сопротивления экранированной линии составляют:

- при нечётном возбуждении

$$Z_{oo1} = Z_{oo3} = 9.228 \text{ Ом}, \quad Z_{oo2} = 114.512 \text{ Ом};$$

- при чётном возбуждении

$$Z_{oe1} = Z_{oe3} = 14.217 \text{ Ом}, \quad Z_{oe2} = 176.421 \text{ Ом}.$$

В этом случае восьмиполусная модель (схема) ФНЧ приобретает вид представленный на рис. 6.

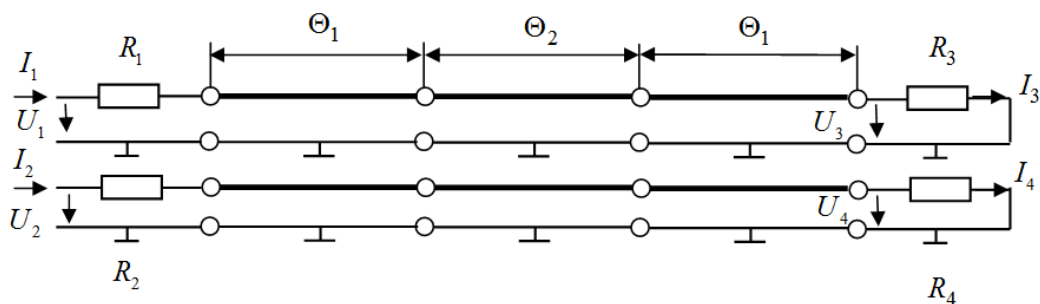


Рис. 6. Схема трёхступенчатого ФНЧ на связанных линиях

Амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) будем оценивать отношением мощностей, поглощаемых нагрузками R_3, R_4 , к мощности источников возбуждения. В соответствии со схемой рис. 6 матрица A восьмиполусника, расположенного левее сопротивлений R_3, R_4 , равна

$$A_{\Sigma} = A_R A_1 A_2 A_1, \quad (9)$$

где A_R — A -матрица восьмиполусника, состоящего из внутренних сопротивлений R_1, R_2 источников возбуждения [2]; A_1, A_2 — A -матрицы связанных линий, имеющих электрические длины Θ_1, Θ_2 соответственно (рис. 6).

Таким образом, для схемы рис. 6 напряжения на нагрузках описываются формулами (4), (5), где под элементами матрицы A_{ij} понимаются элементы матрицы A_2 (9). По напряжениям U_1, U_2, U_3, U_4 из (1) и (2) находим токи I_1, I_2, I_3, I_4 .

Мощности источников возбуждения:

$$P_{e1} = \operatorname{Re}\left(U_1 I_1^*\right),$$

$$P_{e2} = \operatorname{Re}\left(U_2 I_2^*\right).$$
(10)

Мощности, поглощаемые нагрузками R_3, R_4 :

$$P_{R3} = \operatorname{Re}\left(U_3 I_3^*\right),$$

$$P_{R4} = \operatorname{Re}\left(U_4 I_4^*\right).$$
(11)

Фильтрующие свойства фильтра будем оценивать коэффициентом передачи по мощности K , равным отношению мощности нагрузок к мощности источников или затуханием L

$$K = \frac{P_{R3} + P_{R4}}{P_{e1} + P_{e2}}, \quad L, \quad \partial B = 10 \lg \frac{1}{K}.$$
(12)

На рис. 7 показаны характеристики ФНЧ на связанных линиях, рассчитанные при следующих исходных данных: все нагрузки (рис. 6) равны 50 Ом, электрические длины всех секций равны между собой $x = \omega t = \Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_3$, где t — время задержки одной секции связанных линий, напряжения $U_1 = 1B$, $U_2 = U_1 e^{j\varphi}$. Проведенный анализ показал, что изменение диаметра внешнего проводника D , а также фазового сдвига φ от 0 до 2π слабо влияет на характеристики ФНЧ (рис. 7).

Из анализа зависимостей рис. 7 следует, что при $\omega t = k\pi, k = 1, 2, \dots$ ФНЧ имеет паразитные (нерабочие) полосы пропускания, которые образуют несанкционированные каналы утечки информации. Просчёт характеристик ФНЧ при различных конструктивных параметров линий показал, что протяжённость областей заграждения при всех номерах k одинакова и является максимальной при равенстве электрических длин секций фильтра. При различных электрических длинах секций степень изрезанности затухания фильтра возрастает и при этом возрастает количество паразитных полос пропускания, то есть возрастает количество частотных каналов утечки информации. Общая картина получается аналогичной рис. 4.

Если нагрузки ФНЧ (рис. 6) различны или являются комплексными, то АЧХ фильтра с учётом экрана и без него сильно отличаются друг от друга. В этом случае при синтезе ФНЧ следует обязательно учитывать влияние экрана.

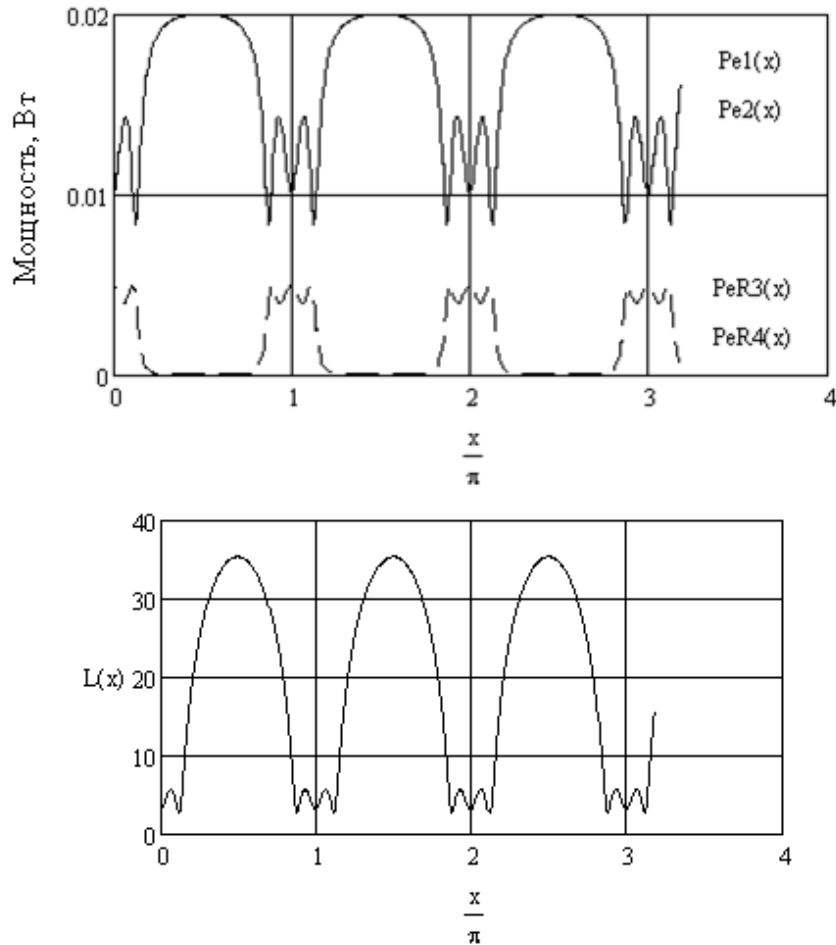


Рис. 7. Характеристики трёхступенчатого ФНЧ на связанных линиях

Выводы

Разработана математическая модель фильтров низких частот, позволяющая учитывать влияние экранирования на процесс фильтрации. Эквивалентная схема модели представляет собой каскадное соединение восьмиполосников, в общем случае нагруженных на четыре различные комплексные нагрузки.

При моделировании процессов фильтрации, происходящих в реальных системах, следует иметь в виду, что

- внутренние сопротивления источников возбуждения должны быть одинаковыми (или мало отличаться друг от друга), когда расстояние между источниками значительно меньше длины возбуждающей волны;

- если расстояние между источниками соизмеримо с длиной волны, то комплексные сопротивления источников могут сильно отличаться друг от друга. Такая ситуация может возникнуть в сверхскоростных системах передачи информации, в которых геометрия устройства соизмерима с длиной информационной волны.

Очевидно, что всё сказанное справедливо и для сопротивлений нагрузок ФНЧ.

Список литературы

1. Хорошко, В.А. Методы и средства защиты информации [Текст] : научное издание / В.А. Хорошко, А.А. Чекатков; Ред. Ю.С. Ковтанюк. — К. : ЮНИОР, 2003. — 505 с.
2. Козловский, В.В. Концептуальная модель СВЧ канала утечки информации по цепи питания / В.В. Козловский, Р.М. Лысенко // Сучасний захист інформації. — 2013. — № 1. — С. 12–18.
3. Маттей, Д.Л. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи [Текст] : в 2-х т. : пер. с англ. / Д.Л. Маттей, Л. Янг, Е.М.Т. Джонс ; ред.: Л.В. Алексеев, Ф.В. Кушнир. — М. : Связь, 1971–1972.
Т. 1. — 1971. — 493 с.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕКРАНОВАНОГО РОЗПОДІЛЕНОГО ФІЛЬТРА

В.В. Козловський¹, Р.М. Лисенко²

¹ Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій,
вул. Солом'янська, 7, Київ, 03680, Україна; e-mail: valerey@ukr.net

² Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,
просп. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна

Розроблено математичну модель екранованого розподіленого фільтра низьких частот на основі теорії восьмиполосників, проведено її дослідження при різних вхідних даних. Дано рекомендації для моделювання процесів фільтрації.

Ключові слова: фільтр низьких частот, восьмиполосник, екрановані лінії передачі, амплітудно-частотна характеристика, канали витоку інформації

MATHEMATICAL MODEL OF SHIELDED DISTRIBUTED FILTER

Valery V. Kozlovsky¹, Roman M. Lysenko²

¹ State University of Information and Communication Technologies,
7 Solomenskaya str., Kyiv, 03680, Ukraine; e-mail: valerey@ukr.net

² National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»,
37 Peremogy Ave., Kyiv, 03056, Ukraine

This paper focuses on development of mathematical model for shielded distributed low-pass filter based on eight-terminal circuit theory. The proposed model is assessed using different initial data. Recommendations for the simulation of filtration are given.

Keywords: low-pass filter, eight-terminal circuit, shielded transmission line, amplitude and frequency characteristics, information leakage channels