

УДК 514.18

Егорченков В.А.

Национальный авиационный университет, Институт аэропортов, Киев

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ СВЕТОВОЙ СРЕДЫ ПОМЕЩЕНИЙ С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Егорченков В.О. Принципи побудови моделі світлового середовища приміщень з криволінійними поверхнями. В роботі отримано рівняння, за допомогою якого формується точкова множина для гіперболічної, циліндричної та бочарної поверхонь. Це являється основою для визначення принципів моделювання світлового середовища приміщень з такими покриттями

Ключові слова: сучасна архітектура, точкове числення, світлове середовище, точкове рівняння, криволінійні поверхні, освітленість.

Егорченков В.А. Принципы построения модели световой среды помещений с криволинейными поверхностями. В работе получено уравнение формирования точечного множества для гиперболической, цилиндрической и бочарной поверхностей. Это является основой для определения принципов моделирования световой среды помещений с такими покрытиями

Ключевые слова: современная архитектура, точечное исчисление, световая среда, точечное уравнение, криволинейные поверхности, освещенность.

Постановка проблемы. Начало XXI века характеризуется богатством и разнообразием стилей в городской архитектуре: от классицизма до авангарда. Сегодня встречаются здания самых разных форм: цилиндрических, сферических, многогранных и различных нестандартных объемов.

Необычная, причудливая архитектура зданий, требует нестандартных подходов и конструкторских решений. В них своеобразными являются как световая среда, так и формирующие ее системы естественного освещения.

Одна из основных задач специалистов найти такие принципы моделирования световой среды в таких зданиях, которые позволили бы максимально приблизить параметры среды к оптимальным значениям. Т.е. архитекторам необходимо не только создавать объекты, гармонично вписывающиеся в окружающую среду, но и знать, какие параметры при этом получаются в помещениях и насколько они отличаются от природных.

Анализ последних исследований и публикаций. Классические методы расчета параметров светового поля от какого-либо источника [1] основаны на подсчете величины телесного угла излучаемого элемента методом интегрирования. Этот метод является точным для светопроемов частного положения и простых форм. Но для зданий и проемов не стандартной формы возникают проблемы с определением границ интегрирования. Это обстоятельство снижает точность расчетов и увеличивает компьютерное время работы.

В настоящее время создано ряд мощных программных продуктов для светотехнического проектирования (Lightscape, 3D Studio Viz, Radiance [2] и др.). Однако в расчетных алгоритмах этих программ заложен метод конечных элементов, решение которого осуществляется численно. Если световой элемент находится в плоскости общего положения, то для учёта его положения в пространстве во время расчётов необходимо использование, так называемых, матриц преобразований (матрица поворота, матрица перехода и т.д.), что приводит к неточностям в расчетах, значительно увеличивает время вычислительных операций и нагрузку на центральный процессор и оперативную память.

Формулирование цели статьи. Целью данной работы является разработка принципов построения модели светового поля помещения с криволинейными поверхностями на основе использования БН-исчисления (точечное исчисление Балюбы-Найдыша) [3].

В отличие от других математических аппаратов точечное исчисление позволяет работать непосредственно с объектом, в каком бы пространстве он не находился, а не с его проекциями. Эта его особенность возможна благодаря использованию особых параметров, которые являются инвариантами параллельного проецирования. Такой подход позволяет решить требуемую задачу без использования матриц преобразований.

Основная часть. Представим себе помещение, имеющее покрытие в виде, например, бочарного свода (рис.1).

Определим уравнение гауссовой поверхности через заданные координаты вершин симплекса $ACBB_0$ (пунктирные линии). Зададим опорные контуры поверхности тремя дугами парабол с помощью известных (вид уравнения (3)) точечных уравнений [3]:

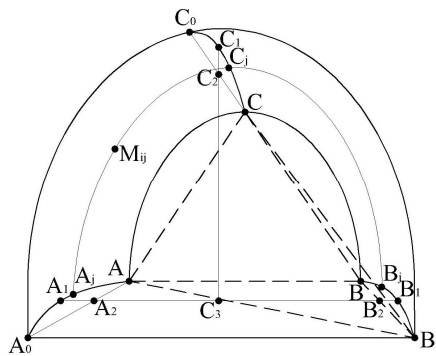


Рис. 1. Расчетная схема помещения с бочарным сводом.

Неизвестные координаты определяются с использованием следующих соотношений, характеризующих показатель кривизны поверхности w :

$$\frac{C_1 - B_1}{C - B} = \frac{C_3 - B_1}{C_3 - B_2} = \frac{C_3 - A_1}{C_3 - A_2} = w. \quad (1)$$

Выразив параметры, входящие в это выражение, через координаты симплекса, получаем следующие уравнения:

$$\begin{aligned} A_j &= A((1-2u)^2 + 2u(1+w)(1-u)) + B_0(1-u) - B(1-u)(2uw+1-2u); \\ B_j &= 2Au(1-u)(1-w) + B_0(1-u) + Bu[2w(1-u) + 2u - 1]; \\ C_j &= 2Au(1-u)(1-w) - B(1-u)(2uw - 2u + 1) + B_0(1-u) + C[(1-2u)^2 + 4uw(1-u)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь A_j, C_j, B_j - текущие точки дуг $A_0A_1A_2$, $C_0C_1C_2$ и $B_0B_1B_2$;

$0 \leq u \leq 1$ - параметр, определяющий соответствующие дуги: $u = j/n$, где $j = 0, 1, 2, 3, \dots, n$.

Для определения точечного уравнения поверхности с параболической кривизной составляем уравнение

$$M_{ij} = A_j(1-v)(1-2v) + 4C_jv(1-v) + B_jv(2v-1). \quad (3)$$

После подстановки выражений (2) в уравнение (3) получаем окончательный вид точечного уравнения исходной поверхности в симплексе $ACBB_0$:

$$\begin{aligned} M_{ij} &= A[(1-v)(1-2v)(1+2u(1-u)(w-1)) + 2uv(1-u)(1-w)(3-2v)] + \\ &+ B[2u(1-u)(w-1)(2v(2v-1)-1) + v(2v-1) - (1-u)] + B_0(1-u) + \\ &+ 4Cv(1-v)[(1-2u)^2 + 4uw(1-u)] \end{aligned} \quad (4)$$

Реализация этого уравнения в среде Maple представлена на рис. 2.

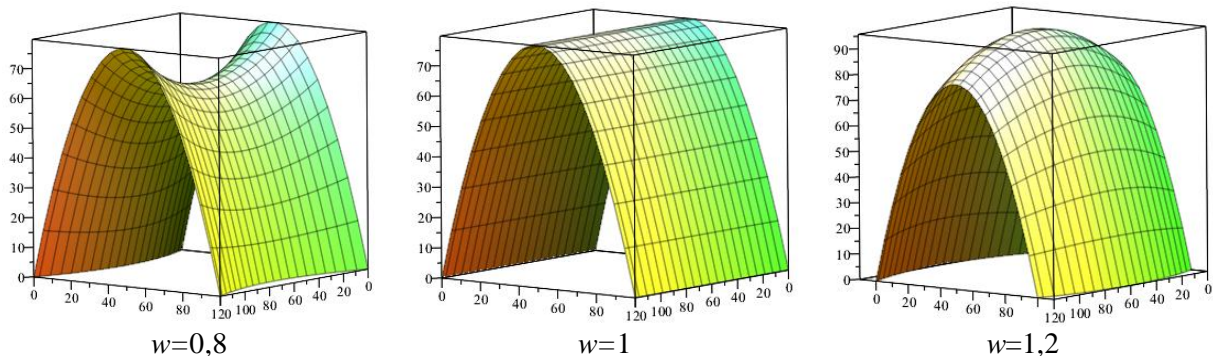


Рис. 2. Визуализация точечного уравнения поверхностей второго порядка:
 при $w=0,8$ – гипар; $w=1$ – цилиндр; $w=1,2$ – бочарный свод.

Если четыре соседние точки сканирования принять за основание элементарной пирамиды с известной яркостью, $L_{\text{ев}}, \text{кд/м}^2$, а ее вершина находится в расчетной точке данной плоскости (рис. 3), то проекция вектора телесного угла на нормаль R к этой плоскости $\sigma_{\text{ев}}^D$, ср, определится по известной формуле Виннера.

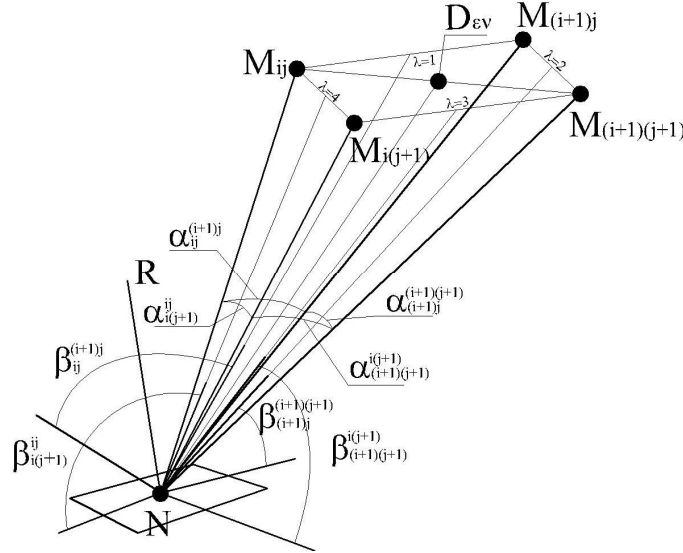


Рис. 3. К определению проекции вектора элементарного телесного угла.

Углы α_{ij} определяются также с использованием точечного исчисления на основе метрических операторов [3] следующим образом (для примера показано определение угловых параметров только для одной грани):

$$\alpha_{ij}^{(i+1)j} = \arccos \frac{(x_{ij} - x_N)(x_{(i+1)j} - x_N) + (y_{ij} - y_N)(y_{(i+1)j} - y_N) + (z_{ij} - z_N)(z_{(i+1)j} - z_N)}{\sqrt{[(x_{ij} - x_N)^2 + (y_{ij} - y_N)^2 + (z_{ij} - z_N)^2][(x_{(i+1)j} - x_N)^2 + (y_{(i+1)j} - y_N)^2 + (z_{(i+1)j} - z_N)^2]}} \quad (5)$$

Величина $\cos\beta_{ij}$ между расчетной плоскостью и гранью элементарной пирамиды определяется как угол между их нормальми. Нормаль к плоскости $M_{ij}M_{(i+1)j}N$ в покоординатном алгоритме определится так

$$\begin{aligned} x_{ij}^{(i+1)j} &= y_{ij}z_{(i+1)j} - y_{(i+1)j}z_{ij} + y_N \left[z_{ij} - z_{(i+1)j} \right] + z_N \left[y_{(i+1)j} - y_{ij} \right]; \\ y_{ij}^{(i+1)j} &= z_{ij}x_{(i+1)j} - z_{(i+1)j}x_{ij} + z_N \left[x_{ij} - x_{(i+1)j} \right] + x_N \left[z_{(i+1)j} - z_{ij} \right]; \\ z_{ij}^{(i+1)j} &= x_{ij}y_{(i+1)j} - x_{(i+1)j}y_{ij} + x_N \left[y_{ij} - y_{(i+1)j} \right] + y_N \left[x_{(i+1)j} - x_{ij} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

В результате косинус угла между плоскостями определится следующим образом

$$\cos\beta_{ij}^{(i+1)j} = \frac{x_R x_{ij}^{(i+1)j} + y_R y_{ij}^{(i+1)j} + z_R z_{ij}^{(i+1)j}}{\sqrt{[x_{ij}^{(i+1)j}]^2 + [y_{ij}^{(i+1)j}]^2 + [z_{ij}^{(i+1)j}]^2}} \quad (7)$$

где x_R, y_R, z_R – координаты точки, определяющей единичную нормаль NR к освещаемой площадке. Они задаются так, чтобы отрезок был перпендикулярен к площадке, а его модуль $|NR|=1$. Подобным образом определяются косинусы углов для других граней элементарной пирамиды.

Тогда величина проекции вектора элементарного телесного угла находится из следующего выражения

$$\sigma_{\text{ев}}^D = \frac{1}{2} \left(\alpha_{ij}^{(i+1)j} \cos\beta_{ij}^{(i+1)j} + \alpha_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} \cos\beta_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} + \alpha_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} \cos\beta_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} + \alpha_{i(j+1)}^{ij} \cos\beta_{i(j+1)}^{ij} \right) \quad (8)$$

Освещенность в расчетной точке $E_{\varepsilon v}^D$, лк, от участка поверхности в пределах элементарной четырехугольной пирамиды определяется по формуле:

$$E_{\varepsilon v}^D = L_{\varepsilon v}^D \sigma_{\varepsilon v}^D \quad (9)$$

А общая освещенность от всей поверхности в расчетной точке N данной плоскости будет равна:

$$E_N^D = \sum_{\varepsilon=1}^v \sum_{l=1}^l L_{\varepsilon v}^D \sigma_{\varepsilon v}^D \quad (10)$$

Величина модуля светового вектора в пределах элементарной четырехгранной пирамиды определится также по формуле (10). Его начало расположено в точке N , а направление совпадает с направлением от расчетной точки до центра основания элементарной пирамиды, который может определяться как середина одной из диагоналей

$$\begin{aligned} xE_{\varepsilon v}^D &= \frac{L_{\varepsilon v}^D \sigma_{\varepsilon v}^D (x_{\varepsilon v}^D - x_N)}{\sqrt{(x_{\varepsilon v}^D - x_N)^2 + (y_{\varepsilon v}^D - y_N)^2 + (z_{\varepsilon v}^D - z_N)^2}}; \\ yE_{\varepsilon v}^D &= \frac{L_{\varepsilon v}^D \sigma_{\varepsilon v}^D (y_{\varepsilon v}^D - y_N)}{\sqrt{(x_{\varepsilon v}^D - x_N)^2 + (y_{\varepsilon v}^D - y_N)^2 + (z_{\varepsilon v}^D - z_N)^2}}; \\ zE_{\varepsilon v}^D &= \frac{L_{\varepsilon v}^D \sigma_{\varepsilon v}^D (z_{\varepsilon v}^D - z_N)}{\sqrt{(x_{\varepsilon v}^D - x_N)^2 + (y_{\varepsilon v}^D - y_N)^2 + (z_{\varepsilon v}^D - z_N)^2}}. \end{aligned} \quad (11)$$

А координаты светового вектора от всей поверхности в данной расчетной точке определяются как сумма координат конечных точек векторов всех элементарных пирамид. Имея составляющие светового вектора нетрудно определить величину его модуля. Угловая высота светового вектора (от горизонтальной плоскости) определится

$$\phi E_N^D = \arctg \frac{ZE_{\varepsilon v}^D - z_N}{\sqrt{(x_{\varepsilon v}^D - x_N)^2 + (y_{\varepsilon v}^D - y_N)^2}} \quad (12)$$

и азимут светового вектора от оси Y

$$\beta E_N^D = \arctg \frac{XE_{\varepsilon v}^D - x_N}{YE_{\varepsilon v}^D - y_N} \quad (13)$$

Средняя сферическая освещенность в данной точке помещения в пределах элементарного телесного угла определяется по следующей формуле

$$E_{\varepsilon v}^{4\pi} = 0,25 L_{\varepsilon v}^D \omega_{\varepsilon v}^D, \quad (14)$$

где $\omega_{\varepsilon v}^D$ – величина элементарного телесного угла (рис. 4), ср.

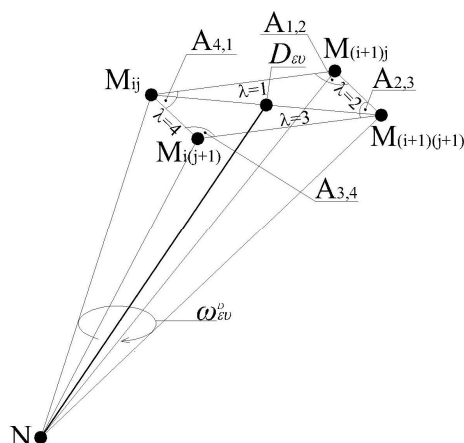


Рис. 4. К определению элементарного телесного угла.

Величина телесного угла, заключенного в пределах грани указанной пирамиды, определяется по следующей формуле [4]

$$\omega_{\varepsilon v}^D = 2\pi - \sum_{k=1}^p (\pi - A_{k,k+1}) \quad (15)$$

где p – количество граней элементарной пирамиды;

$A_{k,k+1}$ – величина внутреннего двугранного угла между плоскостями, проходящими через расчетную точку и k -тую и $k+1$ -ю грани элементарной пирамиды.

Для определения последнего также используется точечное исчисление [3].

Искомый угол между плоскостями определяется как угол между их нормальными. Нормали к плоскостям прово-

дятся из точки N . Координаты второй точки нормали к плоскости $M_{ij}NM_{(i+1)j}$, $S_{ij}^{(i+1)j} (x_{ij}^{(i+1)j}, y_{ij}^{(i+1)j}, z_{ij}^{(i+1)j})$, определяются из следующих зависимостей:

$$\begin{aligned} x_{ij}^{(i+1)j} &= y_{ij}z_{(i+1)j} - y_{(i+1)j}z_{ij} + y_N \left[z_{ij} - z_{(i+1)j} \right] + z_N \left[y_{(i+1)j} - y_{ij} \right]; \\ y_{ij}^{(i+1)j} &= z_{ij}x_{(i+1)j} - z_{(i+1)j}x_{ij} + z_N \left[x_{ij} - x_{(i+1)j} \right] + x_N \left[z_{(i+1)j} - z_{ij} \right]; \\ z_{ij}^{(i+1)j} &= x_{ij}y_{(i+1)j} - x_{(i+1)j}y_{ij} + x_N \left[y_{ij} - y_{(i+1)j} \right] + y_N \left[x_{(i+1)j} - x_{ij} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Координаты нормали ко второй плоскости $M_{(i+1)j}NM_{(i+1)(j+1)}$

$$\begin{aligned} x_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} &= y_{(i+1)j}z_{(i+1)(j+1)} - y_{(i+1)(j+1)}z_{(i+1)j} + y_N \left[z_{(i+1)j} - z_{(i+1)(j+1)} \right] + z_N \left[y_{(i+1)(j+1)} - y_{(i+1)j} \right]; \\ y_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} &= z_{(i+1)j}x_{(i+1)(j+1)} - z_{(i+1)(j+1)}x_{(i+1)j} + z_N \left[x_{(i+1)j} - x_{(i+1)(j+1)} \right] + x_N \left[z_{(i+1)(j+1)} - z_{(i+1)j} \right]; \\ z_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} &= x_{(i+1)j}y_{(i+1)(j+1)} - x_{(i+1)(j+1)}y_{(i+1)j} + x_N \left[y_{(i+1)j} - y_{(i+1)(j+1)} \right] + y_N \left[x_{(i+1)(j+1)} - x_{(i+1)j} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

В результате угол между плоскостями $M_{ij}NM_{(i+1)j}$ и $M_{(i+1)j}NM_{(i+1)(j+1)}$ определится следующим образом:

$$A_{1,2} = \arccos \frac{x_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} x_{ij}^{(i+1)j} + y_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} y_{ij}^{(i+1)j} + z_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} z_{ij}^{(i+1)j}}{\sqrt{\left[x_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} x_{ij}^{(i+1)j} \right]^2 + \left[y_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} y_{ij}^{(i+1)j} \right]^2 + \left[z_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} z_{ij}^{(i+1)j} \right]^2}} \quad (18)$$

Таким же образом вычисляются и другие углы между гранями.

Подставив значения углов в формулу (25) получим величину телесного угла элементарной пирамиды

$$\omega_{ev}^D = A_{1,2} + A_{2,3} + A_{3,4} + A_{4,1} - 2\pi \quad (19)$$

Общее значение средней сферической освещенности получаем суммированием освещенностей от всех пирамид

$$E^{4\pi} = 0,25 \left(\sum_{\varepsilon=1}^v \sum_{\nu=1}^l L_{\varepsilon\nu}^D \omega_{\varepsilon\nu}^D \right), \quad (20)$$

Таким образом, основные принципы моделирования световой среды помещения, следующие:

1. Определяется точечное уравнения всех поверхностей данного помещения.
2. Формируется точечное множество на этих поверхностях помещения. Определяются элементарные пирамиды.
3. Для каждой пирамиды определяются угловые параметры и проекция вектора телесного угла.
4. Уже известными методами вычисляются освещенности в центре каждой площадки и ее яркость.
5. В пределах элементарной пирамиды определяется элементарная освещенность в расчетной точке, проекции светового вектора, его модуль и угловые параметры.
6. Путем суммирования и итерации определяется общая величина светового вектора и его угловые параметры.
7. Через двугранные углы между гранями элементарных пирамид, вычисляются величины элементарных телесных углов.
8. Определяется средняя сферическая освещенность от каждой площадки.
9. Путем суммирования и итерации определяется общая величина средней сферической освещенности в каждой расчетной точке.

Выводы. В результате определены принципы построения модели светового поля помещений, имеющих покрытие в форме гиперболического параболоида, цилиндра и бочарного свода. Эти принципы могут быть положены в основу разработки программных продуктов для расчета

параметров светового поля таких помещений. Подобные принципы могут быть использованы для формирования моделей светового поля помещений с другими поверхностями.

1. Мешков В.В. Основы светотехники / Мешков В.В. // Учебное пособие для вузов. – М.: Энергия, 1979. – 368 с.
2. Larson G.W. Shakespeare R. Rendering with Radiance: the art and science of lighting visualization. Morgan Kaufmann Publishers. San Francisco. California, 1998. P. 644.
3. Балюба І.Г., Поліщук В.І., Малютіна Т.П. Основи математичного апарату точкового числення / Праці // Таврійська державна агротехнічна академія. Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Т. 29. – Мелітополь: ТДАТА, 2005.– С.22-30.
4. Гершун А.А. Световое поле / Гершун А.А. // Избранные труды по фотометрии и светотехнике. – М.: Физматгиз, 1958.- С. 223 – 397.