DOI: https://doi.org/10.15407/kvt207.01.005

УДК: 519.816

ГРИЦЕНКО В.І., член-кореспондент НАН України,
почесний директор Міжнародного науково-навчального
центру інформаційних технологій та систем
НАН України і МОН України
ORCID: 0000-0003-4813-6153, e-mail:vig@irtc.org.ua
ТИМОФІЄВА Н.К., д-р техн. наук, старш. наук. співроб.,
пров. наук. співроб. від. комплексних досліджень інформаційних технологій
ORCID: 0000-0002-0312-1153, e-mail: tymnad@gmail.com
Міжнародний науково-навчальний центр
інформаційних технологій та систем
НАН України та МОН України,
пр. Акад. Глушкова, 40, Київ, 03187, Україна

ЗНАХОДЖЕННЯ ПІДКЛАСІВ РОЗВ'ЯЗНИХ ЗАДАЧ В КОМБІНАТОРНІЙ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ШТУЧНОМУ ІНТЕЛЕКТІ ЗА СТРУКТУРОЮ ВХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Вступ. *В літературі для деяких класів задач комбінаторної оптимізації описано підкласи, які мають певну структуру вхідної інформації із чіткою природою, для яких відомо спосіб аналітичного знаходження глобального розв'язку без перебору варіантів. Ці підкласи задач називають розв'язними. З їхньою допомогою можна зводити нерозв'язні задачі комбінаторної оптимізації до розв'язних.*

Мета статті. *Для розв'язання задач комбінаторної оптимізації виділено такі основні підходи: а) методи та алгоритми, ґрунтовані на частковому переборі варіантів; б) методи і алгоритми, ґрунтовані на розпізнаванні структури вхідної інформації. До другого підходу належать роботи зі знаходження підкласів розв'язних задач та розроблення алгоритмів розпізнавання відповідно до цих підкласів структури вхідної інформації. Мета роботи полягає у тому, щоб для різних класів задач комбінаторної оптимізації за структурою вхідної інформації виділити підкласи, для яких за розробленими правилами аналітично знаходити глобальний розв'язок.*

Методи. *Для виділення підкласів розв'язних задач використано метод моделювання вхідної інформації функціями натурального аргументу. Для цього вхідні дані, які задано скінченними послідовностями, подамо функціями натурального аргументу, одна з яких комбінаторна. Для різних таких функцій, які надано як лінійні, періодичні та опуклі, визначаються як максимальні, так і мінімальні глобальні значення цільової функції.*

Результати. *Для різних класів задач комбінаторної оптимізації та штучного інтелекту за структурою вхідних даних виділено підкласи розв'язних задач. Знайдено глобальні мінімуми та максимуми для задач про призначення, комівояжера, розміщення об'єктів на заданій поверхні.*

Висновки. *Використання методу моделювання структури вхідних даних функціями натурального аргументу дає змогу зводити деякі нерозв'язні задачі комбінаторної оптимізації до розв'язних. Для останніх нескладно знаходити аргумент (комбінаторну конфігурацію), для якого цільова функція набуває глобальних мінімуму та максимуму, а також сформулювати вираз, за яким знаходять її значення. В задачах штучного інтелекту виділення підкласів розв'язних задач проводять як за ознакою подібності, так і за структурою вхідних даних. Їхнє використання дає змогу зводити нерозв'язні задачі до розв'язних.*

Ключові слова: *підкласи розв'язних задач, функція натурального аргументу, комбінаторна оптимізація, міри подібності, цільова функція.*

ВСТУП

Значна частина класів задач комбінаторної оптимізації є нерозв'язними з точки зору їхньої обчислювальної складності. Як правило, за обчислювальною складністю їх розділяють на такі, які можна розв'язати за певним поліноміальним алгоритмом (клас P), і які не піддаються ефективному алгоритмічному розв'язку (клас NP-повні задачі). Але в літературі для деяких класів задач комбінаторної оптимізації описано підкласи, що мають певну структуру вхідної інформації з чіткою природою, для яких відомо спосіб аналітичного знаходження глобального розв'язку без перебору варіантів. Ці підкласи задач називають розв'язними. З їхньою допомогою можна зводити нерозв'язні задачі комбінаторної оптимізації до розв'язних.

Для розв'язання задач комбінаторної оптимізації виділимо такі основні підходи [1]: а) методи та алгоритми, ґрунтовані на частковому переборі варіантів; б) методи та алгоритми, ґрунтовані на розпізнаванні структури вхідної інформації. До другого підходу належать роботи зі знаходження підкласів розв'язних задач та розроблення алгоритмів розпізнавання структури вхідної інформації відповідно до цих підкласів Для виділення підкласів розв'язних задач використано метод моделювання вхідної інформації функціями натурального аргументу. Для цього вхідні дані, які задано скінченними послідовностями, подамо функціями натурального аргументу, одна з яких комбінаторна. Для різних таких функцій, які надано як лінійні, періодичні та опуклі, визначаються як максимальні, так і мінімальні глобальні значення цільової функції.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

У розв'язанні задач комбінаторної оптимізації методами, які ґрунтуються на розпізнаванні структури вхідної інформації, зусилля дослідників спрямовано на знаходження підкласів розв'язних задач та розроблення алгоритмів розпізнавання структури вхідної інформації, що відповідає цим підкласам. Дослідження таких випадків поклало початок науковому напряму, який полягає у виділенні підкласів розв'язних задач та знаходження для них глобального оптимального розв'язку без перебору варіантів. Аналіз класів задач комбінаторної оптимізації дає змогу виявити їхні характерні властивості, узагальнити та розвинути цей напрям. В літературі, в основному, описано розв'язні задачі з класу задачі комівояжера. Відомо такі випадки, як матриці Ф. Супніка, К. Кальмансона, В. Демиденка, Г. Монжа [2–5]. Описані в літературі оговорені розв'язні випадки для задачі комівояжера, квадратичної задачі про призначення обмежуються частковими випадками і не можуть бути узагальнені. Для знаходження підкласів розв'язних задач і визначення в них глобального оптимуму в літературі не описано загальних методів, цей процес не грунтується на строгих правилах і є пов'язаним з великими труднощами.

Мета статті. Як було оговорено вище, для розв'язання задач комбінаторної оптимізації виділено такі основні підходи: а) методи та алгоритми, що ґрунтуються на частковому переборі варіантів; б) методи і алгоритми, що ґрунтуються на розпізнаванні структури вхідної інформації. До другого підходу належать роботи зі знаходження підкласів розв'язних задач та розроблення алгоритмів розпізнавання відповідно до цих підкласів структури вхідної інформації. Мета роботи полягає в тому, щоб для різних класів задач комбінаторної оптимізації за структурою вхідної інформації виділити підкласи, для яких аналітично знаходити глобальний розв'язок за розробленими правилами.

Використання моделювання вхідної інформації функціями натурального аргументу дає змогу виділяти нові підкласи розв'язних задач в комбінаторній оптимізації. Подамо математичну модель задачі комбінаторної оптимізації та змоделюємо вхідні дані функціями натурального аргументу.

МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ ВХІДНИХ ДАНИХ ФУНКЦІЯМИ НАТУРАЛЬНОГО АРГУМЕНТУ

Задачі комбінаторної оптимізації задають однією (A) або кількома множинами, наприклад A та B [1]. Назвемо ці множини *базовими*. Наявними є два типи задач. Для *першого* типу кожну з цих множин подамо у вигляді графа, вершинами якого є її елементи, а кожному ребру поставлено у відповідність число $c_{rs} \in R$, яке називають вагою ребра (R — множина дійсних чисел); $r \in \{1,...,n\}$, $s \in \{1,..., \tilde{n}\}$, n – кількість елементів множини A, $\tilde{n}$ — кількість елементів множини B. Покладемо, що $n = \tilde{n}$. Між елементами цих множин існують зв'язки, числове значення яких назвемо вагами. Величини c_{rs} є вхідними даними, які задамо матрицями. Для *другого* типу задач між елементами заданої множини зв'язків не існує, а вагами є числа $v_j \in R$, $j \in \{1,...,n\}$, яким у відповідність поставлено деякі властивості цих елементів, числові значення яких задають скінченними послідовностями, що також є вхідними даними. Ці величини визначають значення цільової функції.

Для обох типів задач з елементів однієї або кількох із заданих множин утворюється комбінаторна множина W — сукупність комбінаторних конфігурацій певного типу (перестановки, вибірки різних типів, розбиття тощо). На елементах w комбінаторної множини W уводиться цільова функція $F(w)$. Необхідно знайти елемент w^* множини W, для якого $F(w)$ набуває екстремального значення за виконання заданих обмежень.

Опишемо **метод моделювання вхідних даних функціями натурального аргументу**. Значення ваг між елементами множин A та B задамо однією або двома симетричними або несиметричними матрицями

C та $Q(w^k)$, де $Q(w^k)$ — комбінаторна матриця, $w^k \in W$ — аргумент цільової функції (комбінаторна конфігурація), $k \in \{1,...,q\}$ — позначає порядковий номер w^k у множині W, q – їхня кількість.

Подамо елементи h наддіагоналей симетричної комбінаторної матриці $Q(w^k)$ комбінаторною функцією $\beta(f(j), w^k)|_1^m$, а елементи h наддіагоналей симетричної матриці C — функцією натурального аргументу

$$\varphi(j)|_1^m = (\varphi(1), ..., \varphi(m)),$$

де $m = \frac{n(n-1)}{2}$ – кількість елементів h наддіагоналей матриць C та $Q(w^k)$, $h = \overline{1, n-1}$. Якщо матриці $Q(w^k)$ та C — несиметричні, тоді $\beta(f(j), w^k)|_1^m$ та $\varphi(j)|_1^m$ містять усі їхні елементи, а m=n^2 (або $m = n\,\tilde{n}$). Для задач, які розв'язуються на перестановках, цільова функція набуває вигляду:

$$F(w^k) = \sum_{j=1}^{m} \beta_j\,(f\,(j), w^k)\,\varphi\,(j)\,. \tag{1}$$

Ознаки, за якими виділяють підкласи розв'язних задач. Розглянемо виділення підкласів розв'язних задач за структурою вхідних даних за умови, що складність їхнього розв'язання оцінюється за кількістю затрачених на знаходження глобального розв'язку операцій. Тобто для змодельованої цільової функції існує глобальний розв'язок, який збігається з метою дослідження. У літературі такі задачі називають розв’язними випадками. Задання вхідних даних функціями натурального аргументу дає змогу вводити термін підкласи розв’язних задач.

Означення 1. Розв'язними назвемо підкласи задач із різних класів задач комбінаторної оптимізації з певною структурою вхідної інформації, для яких відомо спосіб аналітичного знаходження глобального розв'язку.

Означення 2. Назвемо розв'язну задачу індивідуальною, якщо для неї завдяки спеціальній структурі вхідних даних, змодельованих комбінаторною та числовою функціями, і у разі заданого значення n аналітичний розв'язок є відомим.

Означення 3. Підкласом розв'язних задач назвемо множину індивідуальних розв'язних задач зі спеціальною структурою вхідних даних, змодельованими комбінаторною та числовою функціями одного і того ж класу, для яких наявні аналітичні розв'язки зводяться до одного виразу за будь-якого значення n.

Означення 4. Підмножиною розв'язних задач з певного класу задач комбінаторної оптимізації назвемо підкласи розв'язних задач, заданих комбінаторною та числовою функціями різних класів за довільного значення n.

Підкласи розв'язних задач виділяємо за такими ознаками:

а) за структурою вхідних даних;

б) за вибраною мірою подібності;

в) за структурою аргументу.

Підкласи розв'язних задач виділяють з урахуванням способу оцінювання складності їхнього розв'язання.

Використання описаного методу моделювання структури вхідних даних дає змогу спростити розпізнавання підкласів розв'язних задач для багатьох класів NP-повних задач. Він дає змогу знаходити їх для задач комівояжера, розміщення, призначення, для задачі кластеризації з регулярною структурою вхідних даних (функції натурального аргументу змінюються як періодичні, монотонні, опуклі унімодальні, вгнуті унімодальні тощо).

УПОРЯДКУВАННЯ МНОЖИНИ КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЙ ПІДМНОЖИНАМИ

Закономірність зміни значень цільової функції в задачах комбінаторної оптимізації залежить від упорядкування комбінаторних конфігурацій (аргументу) $w \in W$, від структури вхідних даних, а в кластеризації — і від типів розбиття n-елементної множини на підмножини. На підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій вона змінюється так, як і для задач, аргументом яких є перестановка (ізоморфні комбінаторні конфігурації містять однакову кількість елементів або блоків). Для знаходження аргументу опишемо спосіб упорядкування комбінаторних конфігурацій підмножинами, який не залежить від структури вхідних даних певної задачі. Цей підхід орієнтовано на широкий клас задач і не обмежується розв'язними випадками.

З виразу (1) видно, що для фіксованого аргументу послідовність величин добутку значень числової та комбінаторної функцій є комбінаціями елементів заданої матриці. Якщо одна з них — бінарна послідовність, то з матриці вибираються не всі елементи. Цю послідовність назвемо *варіантом розв'язку задач*, тобто варіант розв'язку задачі — це послідовність величин добутку значень числової і комбінаторної функцій (вираз (1)). За способом утворення множина цих варіантів розділяється на підмножини. До першої підмножини належать послідовності, значення яких вибрано з матриці, починаючи з елемента за адресою 1, до другої підмножини — починаючи з адреси 2 і далі. Кількість таких підмножин для різних класів задач є різною. Відповідно упорядковується і множина комбінаторних конфігурацій. Утворені підмножини складаються з менших підмножин. Таке розбиття множини комбінаторних конфігурацій можна виконувати за двома, трьома і більше значеннями цієї послідовності і воно не залежить від вхідних даних. Множину перестановок (підмножин ізоморфних комбінаторних конфігурацій) упорядкуємо підмножинами $K_1, K_2, ..., K_{\tilde{q}}$, для яких варіанти розв'язку задачі містять елементи матриці C, починаючи відповідно з адреси $1, 2, ..., \tilde{q}$, де $\tilde{q}$ – кількість таких підмножин. Для заданого упорядкування одержаних підмножин для певної структури вхідних даних установлюється закономірність зміни значень цільової функції. Такий підхід зменшує залежність результату розв'язку задач від вхідних даних і дає змогу, ураховуючи їхню структуру, знаходити ті підмножини, які містять глобальний розв'язок.

Знаючи правила утворення варіантів розв'язку задачі, для регулярної структури вхідних даних (розглянуто функції натурального аргументу, які змінюються як лінійні, монотонні, періодичні з різними довжинами періодів), для задачі комівояжера, задачі розміщення, задачі про призначення, кластеризації знайдено глобальний розв'язок і встановлено закономірність зміни значень цільової функції для певного впорядкування. Цей аналіз великих труднощів не створює, до того ж досить просто довести, що знайдений варіант розв'язку є оптимальним. Використовуючи означені властивості задач комбінаторної оптимізації, нескладно виділяти підкласи розв'язних задач, для яких цільова функція змінюється однаково. Наприклад, у задачі комівояжера для лінійних, монотонних, опуклих, вгнутих функцій на заданому впорядкуванні перестановок цільова функція змінюється як кусково-монотонна.

Знаходження підкласів розв'язних задач виконуємо за такою схемою.

1. Розробимо стратегію розбиття множини комбінаторних конфігурацій з використанням параметрів, незалежних від вхідних даних. З цією метою для задач про призначення, розміщення, комівояжера, кластеризації уведемо правила утворення варіантів розв'язку задачі з елементів матриць, якими задано вхідні дані. Упорядкуємо отримані підмножини.

2. Виділимо підкласи задач, які задаються функціями натурального аргументу з регулярною структурою (лінійні, періодичні, монотонні та інші).

3. Доведемо, що виділені підкласи задач з класів задачі комівояжера, задачі про призначення, задачі розміщення, є розв'язними, знайдемо для них глобальний розв'язок і визначимо підмножини, які містять цей розв'язок.

ПІДКЛАСИ РОЗВ'ЯЗНИХ ЗАДАЧ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ, АРГУМЕНТОМ ЦІЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ В ЯКИХ Є ПЕРЕСТАНОВКА

Описання вхідних даних функціями натурального аргументу (лінійними. майже періодичними, вгнутими, опуклими) дає змогу суттєво розширювати підкласи розв’язних задач різних класів.

Наведемо такі теореми, доведення яких викладено в [1]. Закономірність зміни комбінаторної функції завжди задана для першої перестановки $w^1 \in W$ у їхній множині. Цільова функція у цих задачах є дискретною та багатоекстремальною.

Знаючи правила утворення варіантів розв'язку задачі, для різної структури вхідних даних (числова і комбінаторна функції змінюються як лінійні, монотонні, періодичні з різними довжинами періодів) для задач комівояжера, розміщення, задачі про призначення, кластеризації знайдено аргумент (перестановку або розбиття n-елементної множини на підмножини), для якого цільова функція набуває глобального значення, а також визначено підмножини знаходження цього аргументу.

● Якщо в класичній задачі про призначення вхідні дані задано функцією

$$\varphi(j+2n)=\varphi(j),$$

$$\text{а для } 1 \le j \le n \ \ \varphi(j)=\Big|\,|j-n|-n\Big|+e$$

$$\text{і для } (n+1) \le j \le 2n \ \ \varphi(j)=\Big|\,|j-n|-(n+1)\,\Big|+e,\ j=\overline{1,n^2},\ e\in R,$$

то аргумент, для якого цільова функція набуває найменшого значення, знаходиться в кожній з перших $\lfloor n/2 \rfloor$ підмножин K_s, а для найбільшого — в кожній з $\lfloor n/2 \rfloor+1,\ldots,n$ підмножин K_t.

● Якщо функція натурального аргументу в задачі розміщення одногабаритних модулів змінюється як монотонно неспадна, то для цього ж упорядкування перестановок цільова функція змінюється як кусково-монотонно незростаюча. Якщо вона змінюється як монотонно незростаюча, то цільова функція змінюється як кусково-монотонно неспадна.

Означення 5. Назвемо прямою та оберненою функціями такі, які симетричні відносно лінії, паралельній осі абсцис або осі ординат. Якщо ці функції монотонні або лінійні то паралельна лінія проходить через точку їхнього перетину.

● Якщо в задачі комівояжера вхідні дані задано прямою монотонно незростаючою функцією натурального аргументу, то значення цільової функції $F(w^k)$ на заданому упорядкуванні перестановок підмножинами $K_1, K_2, ..., K_{n-2}$ змінюється як кусково-монотонно неспадна функція.

● Якщо в задачі комівояжера вхідні дані задано монотонно-неспадною функцією натурального аргументу, оберненою до заданої прямої, то значення цільової функції $F(w^k)$ на цьому ж упорядкуванні перестановок змінюється як кусково-монотонно незростаюча функція.

В задачі кластеризації закономірність зміни значень цільової функції залежить від упорядкування аргументу, від структури вхідних даних та від типів розбиття n-елементної множини на підмножини [7].

Виділимо підкласи розв'язних задач для кластеризації, в якій аргументом цільової функції є розбиття n-елементної множини на підмножини.

● Якщо числова функція є дискретною лінійною неспадною або незростаючою, то найбільше значення цільової функції знаходиться у першій підмножині. Якщо вона змінюється як вгнута унімодальна функція, то найбільше значення цільової функції знаходиться в останній підмножині. Якщо $\varphi(j)|_1^m$ змінюється як опукла унімодальна функція, то найбільше значення цільової функції знаходиться у першій підмножині.

ВИДІЛЕННЯ ПІДКЛАСІВ РОЗВ'ЯЗНИХ ЗАДАЧ У ШТУЧНОМУ ІНТЕЛЕКТІ

У сфері штучного інтелекту є роботи з виділення підкласів розв'язних задач за структурою вхідної інформації у розпізнаванні образів та розпізнаванні мовлення, наприклад [8, 9]. У задачах із чіткими вхідними даними кінцева мета, як правило, збігається з результатами, одержаними за змодельованою цільовою функцією. У задачах з нечіткою вхідною інформацією, яка має місце у штучному інтелекті, одержані за змодельованою цільовою функцією результати не завжди відповідають меті дослідження. Це пов'язано з тим, що для знаходження оптимального розв'язку необхідно уводити міру подібності між елементами, яка є суб'єктивною оцінкою. До того ж, в деяких задачах (кластеризація, задача клінічної діагностики тощо) необхідно уводити кілька цільових функцій.

Позначимо як $u^+(a, \widetilde{a}) = 1$ міру подібності, за допомогою якої отримуємо глобальний розв'язок, де a — заданий об'єкт, який порівнюється з еталоном $\widetilde{a}$. Якщо $u^{-}(a,\widetilde{a})=0$, то за вибраною мірою подібності не знаходимо жодного розв'язку. Якщо $u(a,\widetilde{a})\in\{\delta,...,1\}$, то вибрана міра подібності дає можливість знайти допустимий розв'язок, де δ — найменша величина міри подібності, для якої існує допустимий розв'язок. Отже, якщо для певної задачі $u^{+}(a,\widetilde{a})=1$, то вона є розв'язною за ознакою подібності.

Розглянемо виділення підкласів розв'язних задач за певною мірою подібності на прикладі задачі клінічної діагностики [10]. Позначимо $A=\{a_1,...,a_n)$ множину захворювань, описання яких знаходиться в бібліотеці і яку надалі називатимемо множиною еталонів, де елемент $a_t, t\in\{1,...,n\}$, відповідає певному захворюванню, якому поставлено у відповідність характерні ознаки. Позначимо ознаки t-го захворювання упорядкованою множиною $V^{(t)}=(v_1^{(t)},v_2^{(t)},...,v_{q_t^*}^{(t)})$, де q_t^* — кількість ознак t-го захворювання. Вхідною інформацією в задачі клінічної діагностики є множина ознак $\widetilde{V}=(\widetilde{v}_1,\widetilde{v}_2,...,\widetilde{v}_{q^{**}})$ (q^{**} – їхня кількість), яка описує одне або кілька захворювань. Позначимо їх $B=\{b_1,...,b_{\widetilde{n}}\}$, де b_ς — захворювання, яке потрібно визначити, $\widetilde{n}$ — кількість можливих захворювань, а $q_t^*\neq q^{**}$ або $q_t^*=q^*$. Ознаки $\widetilde{v}_r\in\widetilde{V}$ вхідної інформації мають той же зміст, що й описані в еталоні ознаки $v_s^{(t)}\in V^{(t)}$, $r\in\{1,...,q^{**}\}$, $s\in\{1,...,q_t^*\}$. Назвемо однотипними такі ознаки, які характеризують один і той саме параметр в еталоні і у вхідних даних, наприклад значення температури, тиску, пульсу тощо.

Задача полягає у знаходженні для B з множини ознак $\widetilde{V}$ найбільш правдоподібного одного або кількох еталонів з множини $A=\{a_1,...,a_n)$, тобто за вхідними ознаками установлюється одне або кілька захворювань b. Ознаки в цій задачі відіграють роль критеріїв, за якими оцінюється її розв'язок.

Позначимо як $u_l(v_s^{(t)},\widetilde{v}_r)$ елементарну міру подібності між елементами множин $\widetilde{V}$ і $V^{(t)}$. Задача клінічної діагностики належить до задачі семантики, де необхідно визначати суть заданих об'єктів. Під час їхнього розпізнавання виникає нечіткість у вхідних даних. Тому покладемо, що міри подібності $u_l(v_s^{(t)},\widetilde{v}_r)$ набувають значень $\{0,...,1\}$, $r\in\{1,...,q^{**}\}$, $s\in\{1,...,q_t^*\}$. Якщо для елементів $v_s^{(t)}$ та $\widetilde{v}_r$ $u_l(v_s^{(t)},\widetilde{v}_r)\in\{\delta,...,1\}$, вважатимемо, що вони подібні, де δ — найменша величина міри подібності, для якої існує допустимий розв'язок. Якщо $u_l(v_s^{(t)},\widetilde{v}_r)=1$, то задача в цьому разі є розв'язною. Елементи $v_s^{(t)}$, $\widetilde{v}_r$, для яких $u_l(v_s^{(t)},\widetilde{v}_r)<\delta$, вважатимемо різними. Якщо множини $\widetilde{V}\cap V^{(t)}=\varnothing$, то вони не містять жодних однакових елементів $v_s^{(t)}$ і $\widetilde{v}_r$. Якщо $\widetilde{V}\cap V^{(t)}\neq\varnothing$, то множини $\widetilde{V}$ і $V^{(t)}$ містять однакові елементи, один і більше. Вираз $u_l(v_s^{(t)}, \widetilde{v}_r)$ є елементарною мірою подібності. Їхнє сумарне значення утворює інтегральну міру подібності і є цільовою функцією, за якою оцінюють результат. Оскільки на етапі порівняння вхідних даних і еталону критерієм є подібність між заданими елементами і еталонами, то вона є однокритеріальною.

Виникають такі ситуації:

1) якщо $q^{**} = q_t^*$ і для будь-якого $\widetilde{v}_r \in \widetilde{V}$ існує в $V^{(t)}$ однаковий елемент $v_s^{(t)}$, $r = \overline{1, q^{**}}$, $s \in \{1, ..., q_t^*\}$, а в бібліотеці немає іншого аналогічного еталону, то задача клінічної діагностики є розв'язною;

2) якщо $q^{**} \le q_t^*$ і для будь-якого $\widetilde{v}_r \in \widetilde{V}$ в $V^{(t)}$ існує однаковий елемент $v_s^{(t)}$, а в бібліотеці знаходяться еталони, для яких значення цільової функції є однаковими, тоді підчас розв'язання задачі клінічної діагностики виникає ситуація невизначеності, яку необхідно розв'язувати диференціальним діагнозом з урахуванням додаткових критеріїв;

3) якщо $q^{**} > q_t^*$, то вхідні дані описують кілька захворювань або вони містять дані, відсутні у бібліотеці; у цьому разі необхідно забезпечити автоматичне внесення нової інформації, тобто на етапі розроблення програм необхідно забезпечити процес самонавчання системи.

Як видно з постановки задачі перебору еталонів, пошук еталону, подібного до вхідного $\widetilde{V}$, потребує повного перебору. Цю задачу можна звести до розв'язної шляхом структуризації бібліотеки еталонів за певними ознаками, наприклад за типом захворювання. Кожне захворювання має бути описано множиною ознак, які задають клінічні форми і стадії. Окремо варто виділити захворювання, які характеризуються однаковими ознаками, а також визначити однакові для групи захворювань ознаки, що дасть змогу звужувати область оптимального пошуку.

Задача розпізнавання мовлення — це процес автоматичного оброблення мовленнєвого сигналу з метою визначення послідовності слів, яка передається цим сигналом [11]. Якщо змоделювати цю задачу як задачу комбінаторної оптимізації, то можна побачити, що аргумент цільової функції в ній залежить від кількох змінних, якими є комбінаторні конфігурації різних типів, а сам мовленнєвий сигнал є розміщенням з повтореннями. З класів нерозв'язних у цій задачі виділяємо підкласи розв'язних задач за такими ознаками: а) за вибраною мірою подібності; б) за структурою вхідних даних.

Складність розв'язання означеної задачі полягає в тому, що сигнали, які відповідають одному і тому саме слову, промовленому багато разів одним і тим саме диктором або різними дикторами, відрізняються між собою. Таких різних варіантів може бути нескінченна кількість тому, що елементи звуку — фонеми, утворюються комбінацією елементів мовленнєвого тракту і утворюють комбінаторну конфігурацію — розміщення з повтореннями. Множина цієї комбінаторної конфігурації є нескінченною, а підмножина ізоморфних розміщень з повтореннями — скінченною. Тому має місце нечіткість вхідних даних. Якщо підмножини фонем утворено комбінацією різних елементів мовленнєвого тракту і вони не перетинаються, то для них існує міра подібності, яка дає змогу визначити глобальний розв'язок, тобто варіанти розв'язку для вимовлених різних звуків (слів) є різними. В цьому разі задача є розв'язною як за мірою подібності, так і за структурою вхідного сигналу. Вважатимемо, що такі фонеми складають підкласи розв'язних задач у розпізнаванні мовленнєвих сигналів. Якщо підмножини фонем утворено комбінацією як однакових, так і різних елементів мовленнєвого тракту, і вони перетинаються, то для них за вибраною мірою подібності можна одержати неоднозначний результат, тобто у розпізнаванні різних звуків (слів) варіанти розв'язку задачі можуть бути однаковими, внаслідок чого виникає ситуація невизначеності.

Оберненою до задачі розпізнавання є задача синтезу мовленнєвих сигналів, яка полягає у відтворенні мовлення за заданим текстом. Зазвичай, для розв'язання цієї задачі формують бібліотеку фрагментів природних мовленнєвих сигналів або такі фрагменти створюють штучно. Штучне мовлення синтезують шляхом об'єднання вибраних з бібліотеки ділянок сигналу природної мови у фонеми, які відповідають заданим звукам (відповідно до букв заданого тексту) з використанням певних правил. Граматичні правила можна розглядати як міри подібності. Оскільки їх розроблено ґрунтовно, а людина сприймає широкий діапазон мовлення, то за відсутності умови відтворення індивідуальності голосу ця задача є розв'язною за мірою подібності. Особливості жіночого, чоловічого або дитячого голосів залежать від частоти основного тону, амплітуди сигналу, тому ця задача у разі накладання певних обмежень є розв'язною за мірою подібності.

Задача пошуку у бібліотеці еталонних сигналів такого мовленнєвого сигналу, який відповідає певному слову, з використанням повного перебору є NP-повна. Але вона стає поліноміально розв'язною, якщо за певними ознаками проведено структуризацію цієї бібліотеки.

СТРУКТУРИЗАЦІЯ БІБЛІОТЕКИ ЕТАЛОННИХ СИГНАЛІВ

Упорядкуємо еталонні сигнали, що відповідають заданим словам, в алфавітному порядку за такою схемою.

1. З кожного бібліотечного сигналу виділимо сегмент постійної довжини λ, який є початком сигналу еталонного слова, так, щоб він відповідав частині першої фонеми. Множину одержаних сегментів позначимо $A = \{a_1,..., a_n\}$, а множину слів у словнику позначимо $B = \{b_1,..., b_n\}$. Елементу $a_l \in A$ відповідає сегмент частини першої фонеми слова, яке задається елементом b_t словника.

2. Розв'язавши задачу розбиття множини A на підмножини (кластеризацію), об'єднаємо однорідні сегменти в одну підмножину $\rho_s^k \subset \rho^k$. Підмножиною $\rho_s^{'k} \subset \rho^{'k}$ позначимо підмножину слів словника $B = \{b_1,..., b_n\}$ з подібними початковими сегментами, яка ізоморфна $\rho_s^k \subset \rho^k$, $s \in \{1,..., \eta^k\}$.

3. Кожній одержаній підмножині $\rho_s^k \subset \rho^k$ поставимо у відповідність еталон сегмента $a_j^{'}$, який відповідає частині першої фонеми слова, що входить до $\rho_s^{'k} \subset \rho^{'k}$. Одержану множину сегментів позначимо $A^{'} = \{a_1^{'}, ..., a_{\tilde{\eta}}^{'}\}$. Аналогічно можна структурувати бібліотеку еталонних сигналів за другою, третьою фонемами, використавши як еталони множину сегментів $A = \{a_1, ..., a_n\}$.

Маючи еталони сегментів $a_l^{'} \in A^{'}$, упорядкованих за абеткою, для пошуку еталонного сигналу в бібліотеці вирізаємо сегмент вхідного сигналу X довжиною λ, що відповідає частині першої фонеми. Порівняння цих сигналів проводимо з використанням відомих методів, наприклад, методу динамічного програмування [11]. При цьому порівнюється сегмент вхідного сигналу довжиною λ з еталонними сегментами $a_t^{'} \in A^{'}$ структурованої бібліотеки. Якщо значення заданої цільової функції є найбільшим для підмножини $\rho_s^k \subset \rho^k$, то пошук вхідного слова проводиться в цій підмножині словника B за другою, третьою і далі фонемами.

ВИСНОВКИ

Використання методу моделювання структури вхідних даних функціями натурального аргументу дає змогу зводити деякі нерозв’язні задачі комбінаторної оптимізації до розв’язних. Для останніх нескладно знаходити аргумент (комбінаторну конфігурацію), для якого цільова функція набуває глобальних мінімуму та максимуму, а також сформулювати вираз, за яким знаходиться її значення. Знайдені формули є табличними для різних структур вхідних даних в задачах комбінаторної оптимізації.

У розпізнаванні та синтезі мовленнєвих сигналів виділення підкласів розв’язних задач проводять як за ознакою подібності, так і за структурою вхідних даних. Якщо вибрані ознаки подібності для певних задач дають можливість поліноміально знайти глобальний розв’язок, то такий підклас задач є розв’язним. У задачах цього класу обчислювальна складність знаходження глобального розв’язку залежить не лише від розробленого алгоритму, а й від вибраної міри подібності.

Моделювання структури вхідних даних функціями натурального аргументу суттєво розширює підкласи розв'язних задач, дає змогу виділяти їх в окремі групи, для яких цільова функція змінюється однаково, а також визначати підкласи, до яких належать відомі розв'язні випадки.

ЛІТЕРАТУРА

1. Тимофієва Н.К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації. Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. Рукопис. ІК ім. В.М. Глушкова НАН України, К. 2007. 374 с.

2. Kalmancon K. Edgeconvex circuits and the traveling salesman problem. *Canad. J. Math.* 1975. 27, № 5. P. 1000–1010.
3. Supnick F. Extreme Hamiltonian lines. *Annals of Math*. 1957. 66. P. 179–201.
4. Демиденко В.М. Специальный случай задачи о бродячем торговце. *Изв. Акад. Наук БССР, Сер физ.-мат. наук*. 1976. № 5. С. 28–32.
5. Monge G. Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences, Année M. DCCLXXXI, avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la même Année, Tirés des Registres de cette Académie.* Paris, 1781. P. 666–704.
6. Тимофеева Н.К. Подклассы разрешимых задач из классов задач комбинаторной оптимизации. *Кибернетика и системный анализ*. 2009, № 2. С. 97–105.
7. Тимофеева Н.К. О некоторых свойствах разбиений множества на подмножества. *УСиМ*. № 5, 2002. С. 6–23.
8. Schlesinger M., Flach B. Some solvable subclasses of structural recognition problems *Czech Pattern Recognition Workshop 2000, Tomas Svoboda (ed.), Czech Pattern Recognition Society, Praha, February.* 2000, pp. 55–61.
9. Тимофієва Н.К. Про деякі особливості визначення підкласів розв'язних задач в розпізнаванні та синтезу мовних сигналів. *Доклади XV міжнародної конференції з автоматичного управління "Автоматика–2008",* Збірка наукових праць у трьох томах. Т. 2, м. Одеса, 23–26 вересня 2008 року, Одеса, ОНМА, 2008. С. 937–940.
10. Тимофієва Н.К., Гриценко В.И. Аргумент цільової функції в задачі клінічної діагностики/ *УСиМ.* 2012. № 3. С. 3–14.
11. Винцюк Т.К. Анализ, распознавание и интерпретация речевых сигналов. К.: Наук. думка, 1987. 262 с.

Отримано 16.02.2022

REFERENCES

1. Tymofijeva N.K. Theoretical-Numerical Methods Used to Solve Combinatorial Optimization Problems. Manuscript. The dissertation for Doctor's Degree in Technical Sciences on Speciality 01.05.02 – Mathematical Modelling and Numerical Methods. V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of National Academy of Sciences of Ukraine, K., 2007. 374 P. (in Ukrainian)
2. Kalmancon K. Edgeconvex circuits and the traveling salesman problem. *Canad. J. Math.* 1975. 27, № 5. P. 1000–1010.
3. Supnick F. Extreme Hamiltonian lines. *Annals of Math*. 1957. 66. P. 179–201.
4. Demydenko V. M. A special case of the traveling salesman problem. *Izv. Acad. Nauk BSSR, Ser fiz.-mat. Science* . 1976. № 5. P. 28–32. (in Russian)
5. Monge G. Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences, Année M. DCCLXXXI, avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la même Année, Tirés des Registres de cette Académie.* Paris, 1781. P. 666–704.
6. Timofeeva N.K. Subclasses of solvable problems from classes of combinatorial optimization problems. Cybernetics and systems analysis.2009, № 2. P. 97–105. (in Russian)
7. Timofeeva N.K. On some properties of partitioning a set into subsets. USiM. № 5, 2002. P. 6–23. (in Russian)
8. Schlesinger M., Flach B. Some solvable subclasses of structural recognition problems *Czech Pattern Recognition Workshop 2000, Tomas Svoboda (ed.), Czech Pattern Recognition Society, Praha, February.* 2000. P. 55–61.
9. Tymofijeva N.K On some features of the definition of subclasses of solvable problems in the recognition and synthesis of speech signals. *Reports of the XV International Conference on Automatic Control "Automation-2008", Collection of scientific papers in three volumes*. Vol. 2, Odessa, September 23 – 26, 2008, Odessa, ONMA, 2008. P. 937–940. (in Ukrainian)
10. Tymofijeva N.K., Gritsenko V.I. Argument of the objective function in the problem of clinical diagnosis. *USiM*. 2012. № 3 P. 3–14. (in Ukrainian)
11. Vintsyuk T.K. *Analysis, recognition and interpretation of speech signals*. K.: Nauk. dumka, 1987. 262 p. (in Russian)

Received 16.02.2022

Gritsenko V.I., Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Honorary Director of International Research and Training Center
for Information Technologies and Systems of National Academy of Sciences
of Ukraine and Ministry of Education and Science of Ukraine
ORCID: 0000-0003-4813-6153, e-mail:vig@irtc.org.ua
Tymofijeva N.K., DSc (Engineering), Senior Researcher,
Leading Researcher of the Department of Complex Research of Information Technologies
ORCID: 0000-0002-0312-1153, e-mail: tymnad@gmail.com
International Research and Training Center for
Information Technologies and Systems of the
National Academy of Sciences of Ukraine
and Ministry of Education and Science of Ukraine,
40, Acad. Glushkov av., Kyiv, 03187, Ukraine

FINDING SUBCLASSES OF SOLVABLE PROBLEMS IN COMBINARY OPTIMIZATION AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE BY STRUCTURE OF INPUT INFORMATION

Introduction. *The literature for some classes of combinatorial optimization problems describes subclasses that have a certain structure of input data with a clear nature, for which there is a known method of analytical finding of a global solution without searching for options. These subclasses of problems are called solvable. They can be used to reduce unsolvable combinatorial optimization problems to solvable ones.*

The purpose of the paper*. The following main approaches have been identified for solving combinatorial optimization problems: a) methods and algorithms based on partial search of variants; b) methods and algorithms based on recognizing the structure of input information. The second approach includes work on finding subclasses of solvable problems and development of recognition algorithms according to these subclasses of the structure of input information. The tproblem is to identify subclasses for different classes of combinatorial optimization problems according to the structure of input data, for which according to the developed rules analytically find a global solution*

Methods. *To select subclasses of solvable problems, we use the method of modeling input data by functions of a natural argument. To do this, the input data, which are given by finite sequences, are given by the functions of the natural argument, one of which is combinatorial. For various such functions, which are represented by linear, periodic, convex, the global values of the objective function are determined, both maximum and minimum.*

Results. *Subclasses of solvable problems are distinguished for different classes of combinatorial optimization and artificial intelligence problems according to the structure of input data. Found global maximum and minimum for assignment problems, traveling salesman problem, placement of objects on a given surface.*

Conclusions. *Using the method of modeling the structure of input data by means of natural argument functions allows to reduce some unsolvable problems of combinatorial optimization to solvable ones. For the latter, it is easy to find an argument (combinatorial configuration) for which the objective function acquires a global minimum and maximum, as well as to formulate the expression behind which is its value. In artificial intelligence problems, the subclasses of solvable problems are distinguished both on the basis of similarity and the structure of the input data. Using them allows you to reduce unsolvable problems to solvable ones.*

Keywords: *subclasses of solvable problems, natural argument function, combinatorial optimization, similarity measures, objective function.*