

## РОЗРАХУНОК СТИСНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЗА ДРУГОЮ ФОРМОЮ РІВНОВАГИ

Стаття присвячена методиці розрахунку стиснутих залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі за національними нормами з урахуванням впливів першого і другого порядку. Наведено алгоритм розрахунку стиснутих елементів за другою формою рівноваги.

The article is devoted to the calculation method of the compressed concrete elements based on deformation models with national norms subject to the effects of first and second order. The algorithm of calculation of compressed elements on the second form of balance.

При другій формі рівноваги (рис. 1) частина перерізу стиснута, а частина розтягнута ( $x < h$ ).

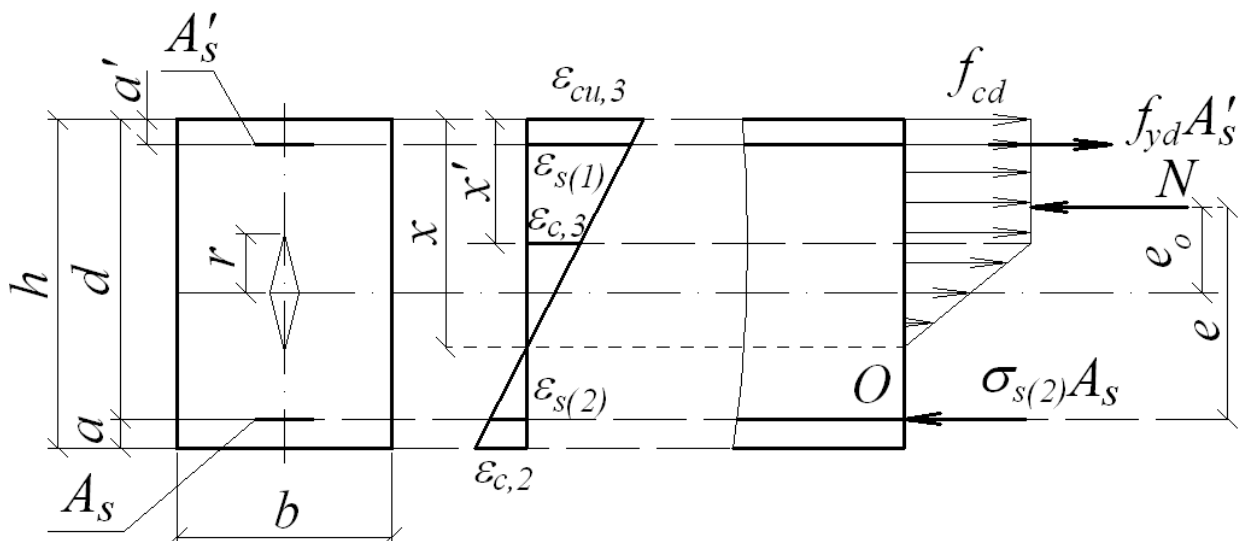


Рис. 1. Деформації та дволінійна еюра напружень при другій формі рівноваги

За межу між першою та другою формами рівноваги було прийнято  $e_0 = r$ , де  $e_0$  – сумарний ексцентриситет поздовжньої сили з урахуванням впливу деформацій першого і другого порядку.

При другій формі рівноваги  $e_0 > r$  найбільші деформації в стиснутій частині перерізу в граничному стані дорівнюють  $\epsilon_{c(1)} = \epsilon_{cu,3}$ .

При максимальному використанні міцності бетону гранична висота стиснутої зони  $x = x_R = \xi_R d$ .

Коли напруження в бетоні  $\sigma_c$  досягають значення  $f_{cd}$ , деформації становлять  $\varepsilon_{c,3}$ . Цьому значенню деформації відповідає координата перерізу  $x'$ , яку легко знайти з подібності трикутників (рис. 1):

$$\frac{\varepsilon_{cu,3}}{x} = \frac{\varepsilon_{c,3}}{x - x'} \text{ або } x' = x \frac{\varepsilon_{cu,3} - \varepsilon_{c,3}}{\varepsilon_{cu,3}}. \text{ При } x = x_R \quad x' = x_R \frac{\varepsilon_{cu,3} - \varepsilon_{c,3}}{\varepsilon_{cu,3}}.$$

Деформацію в бетоні розтягнутої зони знайдемо з подібності трикутників

(рис. 1):  $\frac{\varepsilon_{cu,3}}{x} = \frac{\varepsilon_{c,2}}{h - x}$ , звідки  $\varepsilon_{c,2} = \varepsilon_{cu,3} \frac{h - x}{x}$ . При  $x = x_R$   $\varepsilon_{c,2} = \varepsilon_{cu,3} \frac{h - x_R}{x_R}$ .

Аналогічно можна знайти деформації в розтягнутій арматурі:

$$\frac{\varepsilon_{cu,3}}{x} = \frac{\varepsilon_{s(2)}}{d - x}, \text{ звідки } \varepsilon_{s(2)} = \varepsilon_{cu,3} \frac{d - x}{x}, \text{ або } \varepsilon_{s(2)} = \varepsilon_{cu,3} \frac{d - x_R}{x_R}.$$

Напруження в арматурі  $\sigma_{s(1)} = \varepsilon_{s(1)} E_s = f_{yd}$ ;  $\sigma_{s(2)} = \varepsilon_{s(2)} E_s$ .

Несучу здатність перерізу можна встановити, записавши умову рівноваги відносно точки  $O$ :

$$\Sigma M_O = 0; \quad -Ne + f_{yd} A'_s (d - a') + f_{cd} b \frac{x_R + x'}{2} \left( d - \frac{x_R + x'}{4} \right) = 0.$$

звідки необхідна кількість арматури стиснутої зони:

$$A'_s = \frac{Ne - f_{cd} b \frac{x_R + x'}{2} \left( d - \frac{x_R + x'}{4} \right)}{f_{yd} (d - a')}.$$

Спроектувавши всі сили на вісь  $X$ , отримаємо:

$$\Sigma X = 0; \quad -N + f_{yd} A'_s + f_{cd} b \frac{x_R + x'}{2} - \sigma_{s(2)} A_s = 0, \text{ звідки необхідна кількість}$$

арматури розтягнутої зони:  $A_s = \frac{-N + f_{yd} A'_s + f_{cd} b \frac{x_R + x'}{2}}{\sigma_{s(2)}}.$

Якщо в стиснутому бетоні перерізу напруження розглядати розподіленими не за білінійним законом, а у формі прямокутника (рис. 2), то несучу здатність перерізу встановлюють, записавши умову рівноваги відносно точки  $O$ :  $\Sigma M_0 = 0$ ;  
 $-Ne + f_{yd}A'_s(d - a') + f_{cd}b\lambda x_R(d - 0,5\lambda x_R) = 0$  або  $-Ne + f_{yd}A'_s(d - a') + f_{cd}bd^2\alpha_R = 0$ ,  
 звідки необхідна кількість арматури стиснутої зони:  $A'_s = \frac{Ne - f_{cd}bd^2\alpha_R}{f_{yd}(d - a')}$ .

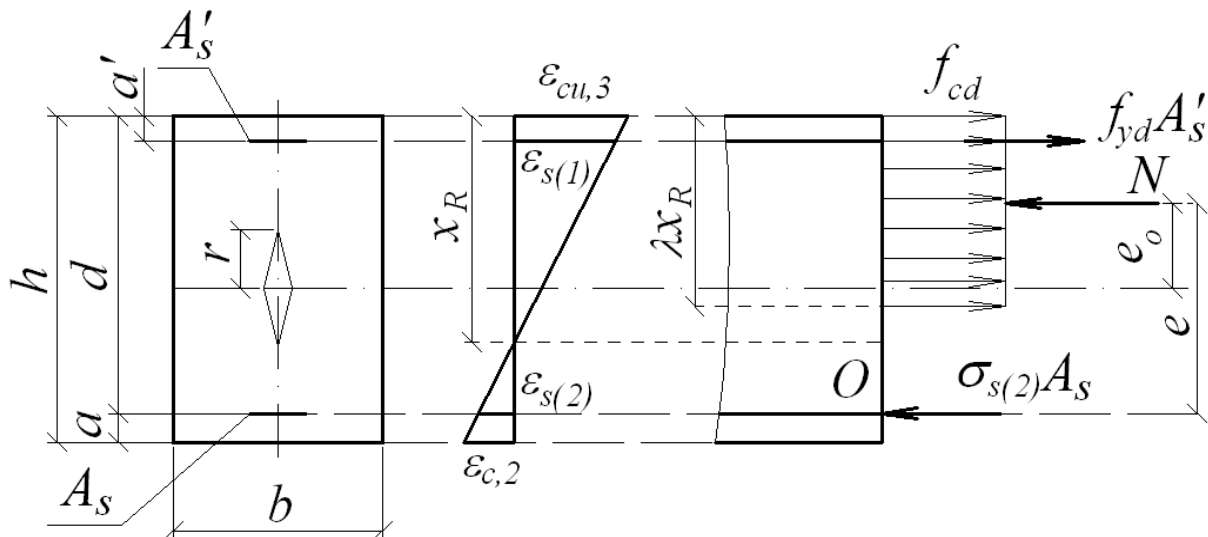


Рис. 2. Деформації і прямокутна епюра напружень при другій формі рівноваги

Спроектувавши всі сили на вісь X, отримаємо:

$$\Sigma X = 0; \quad -N + f_{yd}A'_s + f_{cd}b\lambda x_R - \sigma_{s(2)}A_s = 0,$$

звідки необхідна кількість арматури розтягнутої зони може становити:

$$A_s = \frac{f_{yd}A'_s + 0,8x_R f_{cd}b - N}{\sigma_{s(2)}}.$$

Часто буває так, що площа перерізу арматури стиснутої зони, обчислена за формулою  $A'_s = \frac{Ne - f_{cd}bd^2\alpha_R}{f_{yd}(d - a')}$ , має від'ємне значення, це означає, що стиснута арматура за розрахунком не потрібна, стиснутого бетону достатньо. Тоді, для продовження розрахунків необхідно прийняти  $A'_s = 0$  і встановити дійсне

значення коефіцієнта  $\alpha_m$  за формулою:  $\alpha_m = \frac{Ne}{f_{cd}bd^2}$ . За отриманим значенням

$\alpha_m$  знаходять величину відносної висоти стиснутої зони бетону  $\xi$ .

Крім того, враховуючи, що напруження в розтягнутій арматурі в граничному стані досягнуть межі текучості, формула для обчислення її площі дещо видозміниться і матиме вигляд:

$$A_s = \frac{0,8\xi df_{cd}b - N}{f_{yd}}$$

Розглянемо приклад розрахунку за наведеною теорією: розрахувати колону, поперечний переріз якої  $250 \times 400$  мм. Поздовжня сила 1000 кН, прикладена з ексцентриситетом  $e_o = 250$  мм. Бетон С16/20, арматура А400С.

Вихідні дані: $b = 250$ мм; $h = 400$ мм; $N_{Ed} = 500$ кН; клас бетону С16/20, $f_{cd} = 11,5$ МПа; клас арматури А400С, $f_{yd} = 365$ МПа; $a = 40$ мм; $a' = 40$ мм; $E_{cd} = 20$ ГПа; $\varepsilon_{cu3} = 3,23\%$ ; $\xi_R = 0,65$ ; ексцентриситет сили $e_o = 250$ мм	
1	$d = h - a = 400 - 40 = 360$ мм.
2	$x_R = \xi_R d = 0,65 \times 360 = 234$ мм.
3	$\varepsilon_{c3} = f_{cd}/E_{cd} = 11,5 \cdot 10^6 / 20 \cdot 10^9 = 0,000575$ .
4	$x' = x_R \frac{\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{cu3}} = 234 \frac{0,00323 - 0,000575}{0,00323} = 192,3$ мм.
5	$e = e_o + (0,5h - a) = 250 + (0,5 \times 400 - 40) = 410$ мм.
<i>Розрахунок при дволінійній епюрі напружень у бетоні</i>	
6	Площа арматури стиснутої зони: $A'_s = \frac{Ne - f_{cd}b \frac{x_R + x'}{2} \left( d - \frac{x_R + x'}{4} \right)}{f_{yd}(d - a')} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 410 - 11,5 \cdot 250 \frac{234 + 192,3}{2} \left( 360 - \frac{234 + 192,3}{4} \right)}{356(360 - 40)} = 425,5$ мм <sup>2</sup> .
7	Площа арматури стиснутої зони $A'_s > 0$ .
8	Площа перерізу розтягнутої арматури: $A_s = \frac{f_{yd}A'_s + f_{cd}b \frac{x_R + x'}{2} - N}{f_{yd}} =$

	$= \frac{365 \cdot 425,5 + 11,5 \cdot 250 \frac{234 + 192,3}{2} - 500 \cdot 10^3}{365} = 734,6 \text{ мм}^2.$ <p>За сортаментом підбирають арматуру стиснутої зони <math>S'</math> – 3Ø14 А400С з <math>A'_{s,факт} = 461,6 \text{ мм}^2</math>, розтягнутої зони <math>S</math> – 3Ø18 А400С з <math>A_{s,факт} = 763,0 \text{ мм}^2</math> і конструюють переріз.</p>
<i>Розрахунок при прямокутній епюрі напружень у бетоні</i>	
12	<p>Площа арматури стиснутої зони:</p> $A'_s = \frac{Ne - f_{cd} b d^2 \alpha_R}{f_{yd} (d - a')} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 410 - 11,5 \cdot 250 \cdot 360^2 \cdot 0,385}{356(360 - 40)} = 527 \text{ мм}^2.$
13	Площа арматури стиснутої зони $A'_s > 0$ .
14	<p>Площа перерізу арматури розтягнутої зони: <math>A_s = \frac{f_{yd} A'_s + 0,8 x_R f_{cd} b - N}{f_{yd}} =</math></p> $= \frac{365 \cdot 527 + 0,8 \cdot 234 \cdot 11,5 \cdot 250 - 500 \cdot 10^3}{365} = 631,6 \text{ мм}^2.$ <p>За сортаментом підбирають арматуру: <math>S'</math> – (2Ø12+1Ø20)А400С з <math>A'_{s,факт} = 226,1 + 314,0 = 540,1 \text{ мм}^2</math>, <math>S</math> – (2Ø16+1Ø18)А400С з <math>A_{s,факт} = 401,9 + 254,3 = 656,2 \text{ мм}^2</math> і конструюють переріз.</p>

Розглянемо приклад розрахунку несучої здатності стиснутого елемента: визначити несучу здатність колони, поперечний переріз якої 250 × 400 мм. Поздовжня сила прикладена з розрахунковим ексцентриситетом  $e_o = 250$  мм. Клас бетону С 16/20. Армвання колони:  $S'$  – 2Ø14А400С,  $S$  – 2Ø22А400С.

<p>Вихідні дані: <math>b = 250</math> мм; <math>h = 400</math> мм; клас бетону С16/20, <math>f_{cd} = 11,5</math> МПа; клас арматури А400С, <math>f_{yd} = 365</math> МПа; <math>a = 40</math> мм; <math>E_{cd} = 20</math> ГПа; <math>\epsilon_{cu3} = 3,23\%</math>; <math>\xi_R = 0,65</math>; <math>\alpha_R = 0,385</math>; ексцентриситет сили <math>e_o = 250</math> мм; <math>S'</math> – 2Ø14А400С, <math>A'_s = 307,7 \text{ мм}^2</math>, <math>S</math> – 2Ø22А400С, <math>A_s = 759,9 \text{ мм}^2</math>.</p>	
1	$d = h - a = 400 - 40 = 360 \text{ мм}.$
2	$x_R = \xi_R d = 0,65 \times 360 = 234 \text{ мм}.$
3	$\epsilon_{c3} = f_{cd} / E_{cd} = 11,5 \cdot 10^6 / 20 \cdot 10^9 = 0,000575.$
4	$x' = x_R \frac{\epsilon_{cu3} - \epsilon_{c3}}{\epsilon_{cu3}} = 234 \frac{0,00323 - 0,000575}{0,00323} = 192,3 \text{ мм}.$
<i>Розрахунок несучої здатності при дволінійній епюрі напружень у бетоні</i>	
5	<p>Момент відносно осі, що проходить через центр ваги розтягнутої арматури: <math>M_o = Ne = f_{yd} A'_s (d - a') + f_{cd} b \frac{x_R + x'}{2} \left( d - \frac{x_R + x'}{4} \right) =</math></p>

	$= 365 \cdot 307,7(360 - 40) + 11,5 \cdot 250 \frac{234 + 192,3}{2} \left( 360 - \frac{234 + 192,3}{4} \right) = 191,2 \text{ кНм.}$
6	$e = e_o + (0,5h - a) = 250 + (0,5 \times 400 - 40) = 410 \text{ мм.}$
7	$N = M_o / e = 191239783,906 / 410 = 466438,5 \text{ Н} = 466,4 \text{ кН.}$
8	Момент відносно осі, що проходить через центр ваги арматури стиснутої зони: $M_{o1} = Ne' = f_{yd} A_s (d - a') - f_{cd} b \frac{x_R + x'}{2} \left( \frac{x_R + x'}{4} - a' \right) =$ $= 365 \cdot 759,9(360 - 40) - 11,5 \cdot 250 \frac{234 + 192,3}{2} \left( \frac{234 + 192,3}{4} - 40 \right) = 47,9 \text{ кНм.}$
9	$e' = e_o - 0,5h + a' = 250 - 0,5 \times 400 + 40 = 90 \text{ мм.}$
10	$N = M_{o1} / e' = 47958743,9 / 90 = 532874,9 \text{ Н} = 532,9 \text{ кН.}$
11	З двох отриманих значень $N$ (пп. 7 і 10) приймаємо менше. Отже, несуча здатність даної колони становить <b>466,4 кН.</b>
<i>Розрахунок несучої здатності при прямокутній епюрі напружень у бетоні</i>	
12	Момент відносно осі, що проходить через центр ваги розтягнутої арматури: $M_o = Ne = f_{yd} A_s' (d - a') + \alpha_R f_{cd} b d^2 =$ $= 365 \cdot 307,7(360 - 40) + 0,385 \cdot 11,5 \cdot 250 \cdot 360^2 = 179,4 \text{ кНм.}$
13	$N = M_o / e = 179390360 / 410 = 437537,5 \text{ Н} = 437,5 \text{ кН.}$
14	Момент відносно осі, що проходить через центр ваги арматури стиснутої зони: $M_{o1} = Ne' = f_{yd} A_s (d - a') - 0,8 f_{cd} b x_R (0,4 x_R - a') =$ $= 365 \cdot 759,9(360 - 40) - 0,8 \cdot 11,5 \cdot 250 \cdot 234(0,4 \cdot 234 - 40) = 59,9 \text{ кНм.}$
15	$N = M_{o1} / e' = 59908800 / 90 = 665653,3 \text{ Н} = 665,6 \text{ кН.}$
16	З двох отриманих значень $N$ (пп. 13 і 15) приймаємо менше. Отже, несуча здатність даної колони становить <b>437,5 кН.</b>

## Література

1. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення / Мінрегіонбуд України: ДБН В.2.6-98:2009. – Чинні від 01.06.11. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.
2. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування / Мінрегіонбуд України: ДСТУ Б В.2.6.-156: 2010 – Чинний від 01.06.11. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 123 с. – Національний стандарт України.
3. Eurocode-2: Design of concrete structures. – Part 1-1: General rules and rules for building: EN 1992-1-1. – [Final draft, december, 2004]. – Brussels: CEN, – 2004. – 225 p. – Європейський стандарт.
4. Мурашко Л.А., Колякова В.М., Сморгалов Д.В. Розрахунок за міцністю перерізів, нормальних та похилих до поздовжньої осі, згинальних залізобетонних елементів за ДБН В.2.6-98:2009: Навчальний посібник. – К.: КНУБА, 2012. – 62 с.
5. Практичний розрахунок елементів залізобетонних конструкцій за ДБН В.2.6-98:2009 у порівнянні з розрахунком за СНиП 2.0301-84\* і EN 1992-1-1 (Eurocode 2) / В.М. Бабаєв, А.М. Бамбура, О.М. Пустовойтов та ін.; за заг. ред. В.С. Шмуклера. – Харків: Золоті сторінки, 2015. – 208 с.