УДК 621.867-252

© **Мельниченко А.А., Титов А.М., Белецкая И.В.**

К РАСЧЕТУ ОБОЛОЧЕК БАРАБАНОВ ЛЕНТОЧНЫХ КОНВЕЙЕРОВ

Конвейерный барабан представляет собою цилиндрическою оболочку, внутри которой по торцам привариваются две жесткие лобовины-диски, закрепленные на валу (осях).

Расчет на прочность стенки барабана должен производиться по теории тонких длинных цилиндрических оболочек, так как даже для самых толстостенных барабанов характерный параметр

$$\gamma = \frac{R}{h} > 10 \ \text{и} \ l = 2{,}5\sqrt{Rh},$$

где R, h – радиус и толщина стенки барабана;

l – длина.

Сложность уравнений общей теории тонкостенных оболочек, а также невозможность применения к расчету длинных цилиндрических оболочек достаточно простой безмоментной теории вызвала появление большого числа приближенных методов расчета.

Эти приближенные методы базируются на ряде гипотез, справедливых в тех или иных конкретных условиях.

В.З. Власовым была предложена приближенная, так называемая полубезмоментная теория цилиндрической оболочки, лишенная недостатков безмоментной теории и существенно проще, чем общая теория цилиндрической оболочки.

Полубезмоментная теория была развита В.З. Власовым на основе известных 3-х гипотез [1], в дальнейшем, однако, было показано, что эти гипотезы не являются необходимыми [2], [3]. Вместо этого можно ввести лишь одну гипотезу о характере изменения всех функций (внутренних сил, перемещений) в окружном и продольном направлениях. А именно, следует предположить, что отношение скоростей изменения таково, что второй производной любой функции в направлении образующей (S_1) можно пренебречь по сравнению с ее второй производной в окружном направлении (S_2).

$$\left|\frac{\partial^2 f}{\partial S_1^2}\right| \le \left|\frac{\partial^2 f}{\partial S_2^2}\right|$$

На основе этого предположения получаются практически те же расчетные формулы, что и на основе гипотез В.З. Власова.

Для круговой цилиндрической оболочки с постоянной толщиной стенки h в безразмерных координатах

$$\alpha = \frac{S_1}{R};\ \varphi = \frac{S_2}{R}.$$

Разрешающее дифференциальное уравнение полубезмоментной теории оболочки имеет вид:

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial \alpha^4} + \frac{D}{R^2 Eh} W_1 W_1 \Phi = \frac{R^3}{Eh} F_1, \tag{1}$$

где $W_1(*) = \dfrac{\partial^4 (*)}{\partial \varphi^4} + \dfrac{\partial^2 (*)}{\partial \varphi^2}$ – оператор В.З. Власова;

$\Phi(\alpha,\varphi)$ – вспомогательная функция;

$F_1 = -\dfrac{\partial q_1}{\partial \alpha} + \dfrac{\partial q_2}{\partial \varphi} + \dfrac{\partial^2 q_3}{\partial \varphi^2}$ – функция нагрузки.

Выражения перемещений через функцию Ф:

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}\frac{1}{R};\ V = -\frac{1}{R}\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi};\ W = \frac{1}{R}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}.$$

Усилия выражаются по формулам:

$$T_1 = \frac{Eh}{R^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \alpha^2}\,;\; M_2 = -\frac{D}{R^3}W_1\Phi\,;$$

$$T_2 = Rq_3 - \frac{D}{R^4}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\left(W_1\Phi\right);\; S = -\int_{\varphi}\frac{Eh}{R^2}\frac{\partial^3 \Phi}{\partial \alpha^3}\,d\varphi$$

Своеобразие уравнения (1) состоит в том, что оно имеет восьмой порядок по φ и только четвертый по безразмерной координате α. Поэтому с помощью полубезмоментной теории можно удовлетворить по четыре граничных условия на продольных кромках открытой оболочки (как в общей теории), но только по два условия на криволинейных кромках (как в безмоментной теории). Можно отметить, что полубезмоментную теорию легко обобщить для ортотропной оболочки, обладающей различными упругими свойствами в продольном и окружном направлениях. Для этого следует только в формулах под Eh понимать жесткость стенки при продольном растяжении, а под D – жесткость ее при цилиндрическом изгибе в окружном направлении.

Для замкнутой цилиндрической оболочки вспомогательную функцию Φ целесообразно представить в форме тригонометрического ряда по угловой координате φ:

$$\Phi = \sum_{K=1}^{\infty} \overset{(C)}{\Phi}_K(\alpha)\cos K\varphi + \sum_{K=1}^{\infty} \overset{(S)}{\Phi}_K(\alpha)\sin K\varphi$$

В это выражение не включен нулевой член ряда, соответствующий осесимметричной деформации оболочки, так как для осесимметричной деформации полубезмоментная теория неприменима (ввиду гипотезы об отсутствии окружных деформаций).

Функции $\Phi_K^{(C)}$ определяют напряженно-деформированное состояние, симметричное относительно образующей φ = 0, а функции $\Phi_K^{(S)}$ – кососимметричное.

Все внутренние и внешние силы и перемещения в зависимости от свойств их симметрии определяются разложениями; для симметричных величин (u, ω, T_1, T_2, M_2, q_3)

$$f = \sum_{K=1}^{\infty} f_K^{(C)}(\alpha)\cos K\varphi + \sum_{K=1}^{\infty} f_K^{(S)}(\alpha)\sin K\varphi;$$

для кососимметричных величин (V, S, V_2)

$$\varphi = \sum_{K=1}^{\infty} \varphi_K^{(C)}(\alpha)\sin K\varphi - \sum_{K=1}^{\infty} \varphi_K^{(S)}(\alpha)\cos K\varphi.$$

Так как величины с верхним индексом (S) связаны между собою такими же зависимостями, как и величины с индексом (C), достаточно привести формулы только для случая симметричной относительно нулевого меридиана деформации. Каждая из функций $\Phi_K(\alpha)$ определяется обыкновенным дифференциальным уравнением

$$\frac{d^4\Phi_K}{d\alpha^4} + K^4\left(K^2-1\right)^2 \frac{D}{R^2Eh}\Phi_K = F_1(K)\frac{R^3}{Eh}, \tag{2}$$

где (в случае только радиальной нагрузки q) $F_{1(K)} = -K^2 q_K$.

Для изотропной оболочки $\frac{D}{R^2Eh} = \frac{1}{12\left(1-\nu^2\right)}\cdot\frac{h^2}{R^2}$,

Вводится обозначение $m_K^4 = \frac{K^4\left(K^2-1\right)^2}{48\left(1-\nu^2\right)}\cdot\frac{h^2}{R^2}$, тогда уравнение (2) сведется к виду

$$\frac{\partial^4 \Phi_K}{\partial \alpha^4} + 4m_K^4 \Phi_K = -K^2 q_K \frac{R^3}{Eh} \qquad (3)$$

Общее решение этого уравнения

$$\Phi_K = \Phi_K^0 + C_1 K_1 (m_K \alpha) + C_2 K_2 (m_K \alpha) + C_3 K_3 (m_K \alpha) + C_4 K_4 (m_K \alpha),$$

здесь Φ_K^0 – частное решение неоднородного уравнения (3),

K_i (i = 1, 2, 3, 4) – функции А.Н. Крылова.

Амплитуды усилий, соответствующих К-му члену разложения

$$T_{1(K)} = \frac{Eh}{R^2} \frac{d^2 \Phi_K}{d\alpha^2}; \; M_{2(K)} = -K^2 \left(K^2 - 1\right) \frac{D}{R^3} \Phi_K; \; Q_{2(K)} = K^3 \left(K^2 - 1\right) \frac{D}{R^4} \Phi_K;$$

$$T_{2(K)} = Rq_K - K^4 \left(K^2 - 1\right) \frac{D}{R^4} \Phi_K; \; S_{(K)} = \frac{1}{K} \left[-\frac{Eh}{R^2} \frac{d\Phi_K}{d\alpha^3} \right],$$

Амплитуды компонент перемещения

$$u_K = \frac{1}{R} \frac{d\Phi_K}{d\alpha}; \; V_K = \frac{K}{R} \Phi_K; \; \omega_K = -\frac{K^2}{R} \Phi_K.$$

Цилиндрическая оболочка под действием радиальной нагрузки, распределенной по прямоугольной площадке

Цилиндрический конвейерный барабан в условиях эксплуатации воспринимает усилия от натяжения конвейерной ленты. Это усилие может быть представлено радиальной нагрузкой, распределенной по определенному отпечатку на поверхности обечайки барабана и силами трения, касательными к поверхности. Ввиду малости касательными усилиями трения в расчетах обычно пренебрегают, учитывая влияние силы трения изменением нормального усилия в окружном направлении по дуге охвата барабана лентой по закону Эйлера. Интенсивность радиальной нагрузки в осевом направлении полагается постоянной. Для случая расчета отклоняющих барабанов нагрузку полагают распределенной равномерно по всей площади нагружения с интенсивностью

$$q = \frac{T}{R},$$

где T – натяжение ленты.

Пусть нагрузка q, отнесенная к единице поверхности и распределенная по прямоугольнику, ограничена $\varphi = \pm\beta_1$ в окружном направлении и в осевом направлении – по всей длине оболочки.

Эта нагрузка может быть разложена как четная функция в ряд Фурье с периодом $L = 2\pi R$, так что

$$q(\varphi) = \frac{2q}{\pi}\sum_{K=1}^{\infty}\frac{1}{K}\sin K\beta_1 \cos K\varphi \tag{4}$$

Подставив (4) в (3), определяем частное решение Φ_K^0, постоянные C_j определяются из удовлетворения граничных условий на торцах.

Список использованных источников

1. Власов В. З. Общая теория оболочек / В. З. Власов. – М.; Л. : ГТТИ, 1949.
2. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. / В. В. Новожилов. – Л. Судпромгиз, 1962.
3. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек / А. Л. Гольденвейзер. – М. : ГТТИ, 1953.

Мельничнко А.А., Титов А.М., Белецкая И.В. «К расчету оболочек барабанов ленточных конвейеров»

На основе полубезмоментной теории В.З. Власова излагается метод решения задачи расчета барабанов ленточных конвейеров как длинных тонкостенных цилиндрических оболочек под действием осесимметричной радиальной нагрузки на площадке контакта конвейерной ленты с обечайкой барабана.

Мельниченко О.А., Титов О.М., Білецька І.В. «До розрахунку оболонок барабанів стрічкових конвеєрів»

На основі напівбезмоментної теорії В.З. Власова викладається метод розв'язання задачі розрахунку барабанів стрічкових конвеєрів як довгих тонкостінних циліндричних оболонок під дією осі симетричного радіального навантаження на площадці контакту конвеєрної стрічки з обичайкою барабана.

Melnychenko A.A., Titov A.M., Belezkaya I.V. "To calculation drum covers of ribbon conveyors".

On base of the Vlasov's halfmomentless theory the method of solution of problem of calculation of the ribbon conveyors drums as long thin-walled cylindrical covers under the action of axissymmetrical radial load to the area of contact conveyor belt with shell of drum is expounded.