

## ДИНАМІКА ПОДЪЕМНОЙ УСТАНОВКИ С УЧЕТОМ УПРУГОСТИ КАНАТА

©Осипова Т. Н., Хорошилов О. Н., Писарьев А. С.

Українська інженерно-педагогічна академія

## Інформація про авторів:

**Осипова Тетяна Миколаївна:** ORCID: 0000-0002-1915-4734, tanyk\_3382@gmail.com, асистент кафедри металургійного обладнання і транспортних систем, Українська інженерно-педагогічна академія, вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Хорошилов Олег Миколайович:** ORCID: 0000-0003-2048-6311, hoto@i.ua; доктор технічних наук, професор кафедри металургійного обладнання і транспортних систем, Українська інженерно-педагогічна академія, вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Писарьев Александр Сергійович:** ORCID: 0000-0003-4661-5441, a.k.pisaryov@gmail.com, старший викладач кафедри металургійного обладнання і транспортних систем, Українська інженерно-педагогічна академія, вул. Університетська 16, м. Харків, 61003, Україна.

Проведен аналіз літературних джерел по вивченню динамічного підходу к теорії расчета подъемных канатов. Сначала рассматривали канат с распределенной массой при внезапной остановке верхнего конца как гибкую упругую нить с грузом на конце; позднее подъемные установки привели к многомассовым механическим системам с несомыми упругими звеньями

Приведены конструкции шахтных подъемных установок, их расчетные динамические схемы с учетом и без учета упругости подъемного каната и математическое описание динамических процессов колебательного характера в канатах подъемников при силовых переходных процессах.

Получено математическое описание динамических процессов колебательного характера в канатах однокопцевой и двухкопцевой подъемных установок при силовых переходных процессах в виде аналитического дифференциального уравнения.

**Ключевые слова:** подъемная установка; динамика; математическая модель; дифференциальное уравнение.

**Осипова Т. Н., Хорошилов О. Н., Писарьев А. С.** «Динаміка підйомної установки з урахуванням пружності каната».

Проведено аналіз літературних джерел по вивченню динамічного підходу до теорії розрахунку підйомних канатів. Спочатку розглядали канат з розподіленою масою при раптової зупинці верхнього кінця як гнучку пружну нитку з вантажем на кінці; пізніше підйомні установки привели до багатомасових механічних систем з несомими пружними ланками.

Наведено конструкції шахтних підйомних установок, їх розрахункові динамічні схеми з обліком та без обліку пружності підйомного каната й математичний опис динамічних процесів коливального характеру в канатах підйомників при силових перехідних процесах.

Отримано математичний опис динамічних процесів коливального характеру в канатах однокопцевої й двохкопцевої підйомних установок при силових перехідних процесах у вигляді аналитичного диференціального рівняння.

**Ключові слова:** підйомна установка; динаміка; математична модель; диференціальне рівняння.

*Osyrova T., Khoroshylov O., Pysartov O.* "Dynamics of lifting installation with regard to the elasticity of the rope".

The analysis of literature sources on the study of the dynamic approach to the theory of calculation of lifting ropes is carried out. First, a rope with distributed mass was considered when the upper end was suddenly stopped as a flexible elastic thread with a load at the end; Later lifting equipment led to multi-mass mechanical systems with weightless elastic links

The designs of mine hoisting installations, their design dynamic schemes with and without considering the elasticity of the lifting rope, and a mathematical description of the dynamic processes of oscillatory character in ropes of hoists during power transient processes are given.

A mathematical description of dynamical processes of oscillatory character in the ropes of one-end and two-terminal elevating systems for power transients in the form of an analytical differential equation is obtained.

**Key words:** lifting installation; dynamics; mathematical model; differential equation.

#### 1. Введение

В процессе эксплуатации подъемных установок возникают вертикальные колебания конечных грузов на канатах в результате пуска и остановки электродвигателя, рабочего и экстренного торможений барабана механическими тормозами, посадки и снятия конечных грузов с жесткого основания. Колебательные процессы в канатах подъемных установок увеличивают их динамические нагрузки и уменьшают коэффициент запаса прочности канатов.

#### 2. Анализ литературных данных

Проблема снижения динамических нагрузок на канат активно изучается с момента начала применения электрического привода для шахтных подъемных установок. Колебания подъемных соседних секций с упругими свойствами головных канатов и возникают при добом изменении тягового усилия в канате (включение и отключение двигателя, отключение очередной ступени роторных сопротивлений во время разгона машины, повышение тормозного усилия).

Теоретические основы шахтных подъемных установок были заложены в работах М. М. Федорова [1, 2] и А. П. Германа [3]. Развитие теории шахтного подъема получило в трудах А. С. Ильичева, Г. М. Елизарова, Ф. Н. Шевяковского, Н. Г. Картового, З. М. Федоровой, В. Б. Уманского. Основоположником динамического подхода к теории расчета подъемных канатов является акад. А. Н. Динник. Он в отличие от иностранных ученых (А. Лив, Дж. Перри, И. Ричардсон) наиболее полно решил задачу о динамических напряжениях в одном канате с распределенной массой постоянной длины и сечения, возникающих при внезапной остановке верхнего конца каната [4] и рассмотрел решение этой задачи на основе волновой теории, а проволочный канат принял за гибкую упругую нить. А. Н. Динником выполнено большое число экспериментальных и теоретических исследований прочности, долговечности, упругости каната.

Значительный вклад в исследования динамики шахтного подъемного каната привнесли работы А. Ш. Локинина, Н. П. Неронова, Ф. В. Флаоринского, Г. Н. Савина и др. В самом начале подъемный канат рассматривался как упругая нить. Затем в работах

Ф. В. Флоринского рассматривается упруго-вязкий стержень с учетом внутренних сил сопротивления каната [5] с грузом на нижнем конце и с различными граничными условиями, если верхний конец его имеет ускорение.

Г. Н. Савиным рассмотрены динамические напряжения, возникающие в подъемном канате при различных режимах работы и различные методы расчета канатов для шахтного подъемника [6]. Автор выясняет величину динамического запаса прочности каната, учитывая явления усталости. На основании динамической теории даны коэффициенты запаса прочности для расчета канатов. Первое исследование подъемной установки как многомассовой механической системы с упругими звеньями было выполнено А. Н. Голубенцевым на примере однопорядочной и двухпорядочной подъемных машин, описываемых системой из пяти или шести дифференциальных уравнений, исследование которых представляло значительные трудности с точки зрения математики [7].

С. Н. Кожевников [8] составил расчетные схемы динамических нагрузок в упругих звеньях многомассовых систем, где за обобщенные координаты приняты моменты сил упругости, развиваемые в звеньях во время переходного процесса; рассмотрел метод приведения распределенных масс валов к дискретным массам и стационарное упругое состояние вала.

Также вопросам снижения динамических нагрузок и безопасности работы шахтных подъемных установок посвящены работы А. Г. Степанова, М. В. Корнякова, И. Н. Латылова, В. И. Дворникова, А. П. Нестерова, В. С. Ловейкина и др.

### 3. Цель и задачи исследования

Целью данной работы является изучение динамических процессов в канатах шахтных подъемных установок без учета и с учетом упругости каната.

Для достижения поставленной цели необходимо построить динамические схемы шахтных подъемных установок и получить математическое описание динамических процессов колебательного характера в канатах подъемников.

### 4. Динамика подъемной установки без учета упругости звеньев

Подъемную установку без учета упругости звеньев можно рассматривать как одномассовую систему.

На рис. 1 представлена схема шахтной подъемной установки с уравновешивающим канатом.

При расчете движущего динамического усилия  $F_{дв}$  на радиусе обода органа наводки уравнение для такой системы получено академиком М. М. Фелоровым и имеет вид [1]:

$$M \frac{d^2 x_0}{dt^2} - (p_{sp} - p_s) (H - 2x_0) k + k m_p g = F_{дв} \quad (1)$$

где  $k$  – коэффициент сопротивления движению подъемных сосудов в стволе шахты;  $m_p$  – вес полезного поднимаемого груза;  $H$  – высота подъема;  $x_0$  – путь, который прошел сосуд от приемной площадки;  $M$  – приведенная масса подъемной установки;  $(d^2 x_0 / dt^2)$  – ускорение (замедление) системы подъема;  $g$  – ускорение свободного падения.

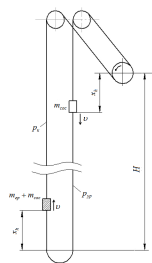


Рис. 1 – Схема шахтної підйомної установки:  $H$  – висота підйому, м;  $m, m_p$  – маса польового грузу, кг;  $s_0$  – путь, пройдений підйомним осудом від кінцевої точки его остановки, м;  $p_k$  – погонная масса 1 м підйомного каната, кг/м;  $p_p$  – погонная масса 1 м уравновешивающего каната кг/м;  $v$  – скорость підйомної машини, м/с

Одноконцевая підйомная установка при невисесом канате состоит из двух масс. Підйомная машина обычно приводится к поступательно перемещающейся массе, на которую не действует ее собственный вес, а после стопорения підйомной машини (см. рис. 2) движение осуды описывается также как для груза на пружине.

Движение двухмассовой системы при невисесом канате описывается системой уравнений [9]:

$$\left. \begin{aligned} m_1 x'' &= \pm S - F_m; \\ (m_p + m_2) y'' &= \pm S \mp (m_p + m_2) g; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $F_m$  – тормозное усилие на приводном барабане, Н;  $x''$  и  $y''$  – ускорение соответственно підйомной машини и концевой грузу, м/с<sup>2</sup> (здесь верхнее знаки – режим подьема, нижнее – спуска).

В расчетной схеме одноконцевой шахтного подьомника (см. рис. 2) длину каната во время силового переходного процесса считаем постоянной. Пренебрегая затуханием колебаний, усилие в канате можно записать:

На практике данное уравнение рассматривается не как дифференциальное уравнение, а как формула для вычисления движущего усилия привода  $F_m$  при заданной функции перемещения осудов  $s_0 = s_0(t)$ .

Используя данное уравнение, можно рассчитать только статические усилия в канате в разные периоды работы підйомной установки. Однако, для определения динамических нагрузок, действующих на элементы підйомной установки необходимо учитывать упругие свойства стального каната и рассматривать шахтную підйомную установку как многомассовую систему.

##### 5. Динамика підйомной установки с учетом упругости каната

Шахтная підйомная установка в реальности состоит из сосредоточенных масс (осудов, барабанов, вращающихся частей редуктора, ротора двигателя) и распределенных – канатов. Так как нас интересуют только динамические усилия, возникающие в канате, будем воспринимать элементы підйомной машини как единое целое, приведенные к радиусу обода приводного барабана.

Одноконцевая підйомная установка при невисесом канате состоит из двух масс. Підйомная машина обычно приводится к поступательно перемещающейся массе, на которую не действует ее собственный вес, а после стопорения підйомной машини (см. рис. 2) движение осуды описывается также как для груза на пружине.

$$S = \pm c_s \cdot (x - y), \quad (3)$$

где  $c_s = \frac{E \cdot F_s}{l_s}$  – жесткость каната, Н/м,  $E$  – модуль упругости каната, Н/м<sup>2</sup>,  $F_s$  – поперечное сечение каната, м<sup>2</sup>,  $x$  – перемещение массы  $m_{м.м}$ , м,  $y$  – перемещение массы  $m_p + m_{с.г}$ , м

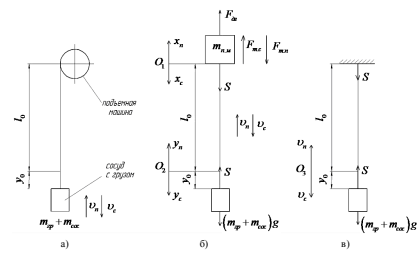


Рис. 2 – Расчетные схемы однокантовой шахтной подъемной установки при невесомом канате: а) действительная расчетная схема; б) упрощенная расчетная схема; в) расчетная схема после полной остановки подъемной машины;  $m_{м.м}$  – приведенная масса подъемной машины, кг;  $m_{п.г}$ ,  $m_{с.г}$  – соответственно массы сосуда и концевого груза, кг;  $x$ ,  $y$ ,  $v$ ,  $v_0$  – перемещения массы  $m_{м.м}$  соответственно при подъеме и спуске, м;  $y_0$ ,  $y$ ,  $v$ ,  $v_0$  – перемещения массы  $m_p + m_{с.г}$  соответственно при подъеме и спуске, м;  $l_p$  – удлинение каната под действием веса сосуда с грузом, м;  $S$  – усилие в канате, Н;  $Q_1$ ,  $Q_2$  и  $v_0$  – скорость сосуда соответственно при подъеме и спуске до момента торможения, м/с;  $l_s$  – начальная (перестаянутая) длина каната, м;  $F_{т.т}$  и  $F_{т.п}$  – сила торможения при спуске и при подъеме, Н

С учетом (3) система уравнений (2) будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} m_{м.м} x'' &= -c_s \cdot (x - y) - F_{т.т} \\ (m_p + m_{с.г}) y'' &= c_s \cdot (x - y) + (m_p + m_{с.г}) g \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Данная система уравнений справедлива при мгновенном отключении двигателя и возникающем постоянном тормозном усилии  $F_{т.т}$  [9].

В данное время горнодобывающей промышленности в основном используются двухкантовые подъемные установки. На рис. 3 приведена трехмассовая расчетная схема двухкантовой установки при подъеме груза, где по аналогии с расчетными схемами однокантовой подъемной установки подъемная машина приведена к массе  $m_{м.м}$ , на которую не действует собственный вес.

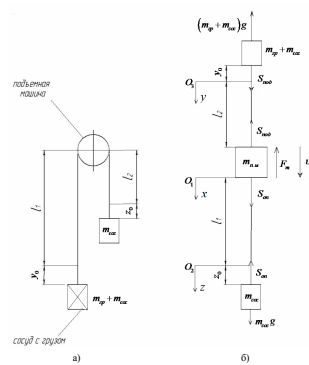


Рис. 3 – Расчетные схемы двухканцевой подъемной установки при несомом канате: а) действительная расчетная схема; б) упрощенная расчетная схема:  $S_{os}$  и  $S_m$  – усилия в поднимающейся и опускающейся ветви каната;  $l_1$  и  $l_2$  – нерастянутые длины канатов опускающейся и поднимающейся ветви;  $m$ ;  $z_0$  – удлинение опускающейся ветви каната под действием порожнего осуда, м

Движение трехмассовой системы двухканцевой подъемника при несомом канате описывается системой уравнений [9]:

$$\left. \begin{aligned} m_m z'' &= c_1 (z - x) - c_2 (x - y) - F_{os}; \\ (m_p + m_{os}) y'' &= c_2 (x - y) - \pi (m_p + m_{os}) g; \\ m_p z'' &= m_{os} g - c_1 (z - x), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $x$ ,  $z$  и  $y$  – перемещения масс соответственно  $m_m$ ,  $m_p + m_{os}$  и  $m_{os}$ , отсчитываемые от начальных точек в пространстве  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$ .

Описанные системы дифференциальных уравнений можно использовать для анализа предельного торможения и для расчета динамических нагрузок при небольшой глубине подъема (до 150 м) [10].

**Выводы**

Рассмотрены динамические процессы в канатах шахтных подъемных установок без учета и с учетом упругости каната. Динамика подъемной установки без учета упругости троса рассмотрена на двухконцевом подъемнике с уравновешивающими канатами, а без учета сил упругости каната – на неравновесных одноконцевой и двухконцевой установках. Построены динамические схемы подъемников и получено математическое описание динамических процессов колебательного характера в канатах подъемников при силовых переходных процессах.

**Список использованных источников:**

1. Федоров М. М. Методы расчета динамической теории расчета подъемного каната вертикальных шахт / Михаил Михайлович Федоров // Записки института горной механики. АН УССР. – 1936. – С. 252-259.
2. Федоров М. М. Теория и расчет гармонического радиального подъема / М. М. Федоров // Избранные труды: в 2-х т. – К.: Изд-во АН УССР, 1957. – Т.1. – С. 51-128.
3. Герман А. П. Рудничные подъемные установки: учеб. для горных вузов / А. П. Герман, Ф. Н. Шклярский. – М.: Д.: Углетехиздат, 1947. – 534 с.
4. Димин А. Н. Динамические напряжения в подъемном канате при внезапной остановке вертального кола / А. Н. Димин // Южный инженер. – 1917. – № 3-4.
5. Фюрманский Ф. В. Динамика шахтного подъемного каната / Федор Валентинович Фюрманский. – М.: Углетехиздат, 1955. – 238 с.
6. Савин Г. Н. Динамическая теория расчета шахтных подъемных канатов / Г. Н. Савин. – К.: Изд-во АН УССР, 1949. – 238 с.
7. Голубенцев А. Н. Динамика переходных процессов в машинах со вращающимися массами / А. Н. Голубенцев. – М.: Машиз, 1959. – 146 с.
8. Колесниченко С. Н. Динамика машин с упругими звеньями / Сергей Николаевич Колесниченко. – К.: Изд-во АН УССР, 1961. – 166 с.
9. Траубе Е. С. Тормозные устройства и безопасность шахтных подъемных машин / Е. С. Траубе, И. С. Найденов. – М.: Недра, 1980. – 256 с.
10. Федорова З. М. Подъемники: учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов / З. М. Федорова, И. Ф. Лукин, А. П. Нестеров. – К.: Вища шк., 1976. – 294 с.

**References**

1. Fedorov, M. 1936. 'Metodologiya dinamicheskoy teorii rascheta podnyemnogo kanata vertikalnykh shakht', *Zapiski instituta gornoy mekhaniki AN UССР*, no. 1, pp. 235-239.
2. Fedorov, M. 1957. 'Teoriya i raschet harmonicheskogo radial'nogo podyema', *Izbrannyye trudy*, vol. 1, *Ugletekhn AN UССР*, Kiev.
3. German, A. & Shklyarsky, F. 1947. *Rudnichnyye podnyemnyye ustanovki*, Ugletekhnizdat, Moskva, Leningrad.
4. Dimin, A. 1917. 'Dinamicheskiye napryazheniya v podnyemnom kanate pri vnezapnoy ostanovke vertikal'nogo kolla', *Yuzhnyy inzhener*, no. 3-4.
5. Fyormanskiy, F. 1955. *Dinamika shakhtnogo podnyemnogo kanata*, Ugletekhnizdat, Moskva.
6. Sevin, G. 1949. *Dinamicheskaya teoriya vrotachayemykh shakhtnykh podnyemnykh kolanov*, Izdatel'stvo AN UССР, Kyiv.
7. Golubentsev, A. 1959 *Dinamika perekhodnykh protsessov v mashinakh so vrotayemyimi massami*, Mashiz, Moskva.
8. Kolosnichenko, S. 1961. *Dinamika mashin s uprugimi zvenyami*, Izdatel'stvo AN UССР, Kyiv.
9. Traube, E. & Naidenko, I. 1980. *Tormoznyye ustroystva i bezopasnost' shakhtnykh podnyemnykh mashin*, Nedra, Moskva.
10. Fedorova, Z., Lukin, I. & Nestero, A. 1976. *Podyemniki*, Vyshecha shkola, Kyiv.

Стаття надійшла до редакції 19 травня 2017 р.