

9. Лапланте Ф., Бейн Д. Изменение роли ИТ-директора, или почему ИТ по-прежнему значимы, URL: <http://www.osp.ru/os/2005/10/058.htm>.

10. IDC корректирует прогноз по затратам на ИТ на следующий год — URL: [http://it consulting.incom.ua/index.php?option=com\\_content&task=view&id=372314&Itemid=156](http://it consulting.incom.ua/index.php?option=com_content&task=view&id=372314&Itemid=156).

УДК 303.732.4

**В. Д. Дербенцев**, канд. екон. наук, доц.,  
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

### **АНАЛІЗ СЕРЕДНЬОСТРОКОВИХ ТЕНДЕНЦІЙ ЕКОНОМІЧНОГО РОЗВИТКУ НАЦІОНАЛЬНОЇ ЕКОНОМІКИ**

*АНОТАЦІЯ. Робота присвячена питанням аналізу середньострокових тенденцій розвитку економіки України. Наведено результати дослідження потенційно можливих темпів приросту валового випуску, що були одержані за допомогою нелінійної односекторної динамічної моделі економічного росту.*

*АННОТАЦИЯ. Статья посвящена вопросам анализа среднесрочных тенденций развития экономики Украины. Приведены результаты исследования потенциально возможных темпов прироста валового выпуска, которые были получены с помощью нелинейной динамической односекторной модели.*

*ANNOTATION. This paper is devoted to the*

**КЛЮЧОВІ СЛОВА.** середньострокові тенденції розвитку економіки, нелінійна динамічна модель економічного росту, потенційно можливий темп приросту валового випуску.

### **Вступ**

Одним із ефективних підходів, що часто використовується на практиці до задач аналізу та прогнозування довгострокових тенденцій розвитку економіки є застосування агрегованих моделей [1—3, 5—9]. В таких моделях економіка описується як цілісна система за допомогою невеликої кількості агрегованих макрозмінних або, в термінології синергетики, «параметрів порядку», що визначають динаміку та траєкторію розвитку системи в цілому. В якості таких змінних при аналізі тенденцій економічного росту розглядаються валовий випуск або національних доход, сумарні основні фонди, загальна кількість зайнятих у виробництві тощо.

Це обумовлено тим, що при дослідженні довгострокових тенденцій розвитку в деталізації моделі немає сенсу, оскільки в деталізованій моделі необхідно прогнозувати (або задавати) значення великої кількості змінних та враховувати численні контури прямих та зворотних зв'язків та вплив зовнішнього середовища, що досить складно реалізувати на практиці. Так, при детальнішому описі економіки необхідно прогнозувати зміни в галузевій структурі економіки, технологіях виробництва та енергозбереження, необхідно враховувати кон'юнктуру як внутрішнього, так і світових товарних, фінансових та сировинних ринків, геополітичну та екологічну ситуацію тощо.

Тому, корисним інструментом аналізу довгострокових тенденцій економіки є агреговані моделі, які, не зважаючи на суттєве спрощення та узагальнене відображення реальних економічних процесів дозволяють аналізувати траєкторії розвитку на якісному рівні та потребують для своєї побудови мінімум статистичної інформації.

Стандартним підходом є застосування економетричних методів оцінки потенційних темпів економічного росту залежно від вхідних факторів (у найпростішому випадку, це основні фонди або інвестиції в основний капітал та трудові ресурси), але застосування економетричних методів висуває певні вимоги для вхідної статистичної інформації, перш за все, адекватності та достовірності вхідних даних, достатньої довжини часових рядів, збереженні існуючих трендів тощо. Альтернативний підхід може полягати у побудові моделей якісного аналізу тенденцій розвитку, які є за своєю суттю «точковими» на відміну від економетричних, що є скоріше «інтервальними». В багатьох випадках якісні методи дають більш надійні оцінки параметрів та є більш простими для чисельної реалізації (див., зокрема, [9]).

### ***Основні результати***

Найбільш агрегованою моделлю є односекторна модель економіки, в якій вся продукція вважається однорідною та в якості однорідного продукту обирають валовий випуск, ВВП або національний доход. У закритих (або замкнених) моделях економічного росту виробництво розглядається в якості ізольованої системи, без зовнішніх входів та виходів. Хоча така передумова є достатньо сильним спрощенням, ця суто абстрактна модель є зручним засобом аналізу, оскільки в ній траєкторія розвитку повністю визначається початковими станами модельованої системи та її параметрами. Тому можна в «чистому вигляді» виявити деякі внутрішні закономірності динаміки економічного росту.

Більш загальною задачею є виявлення механізмів економічного росту в реальних умовах взаємодії системи суспільного виробництва або її підсистем із зовнішнім середовищем. Відповідні моделі будують у вигляді відкритих [1—3, 5]. Вони описують залежність між трудовими ресурсами (або інтенсивністю їх використання в виробництві) та інтенсивністю невиробничого споживання та споживання чистого кінцевого продукту. На відміну від замкнених моделей, тут враховується той факт, що зв'язок між затратами праці та фондом споживання опосередковується через усю систему соціальних та економічних відносин.

Розглянемо динамічну односекторну модель економіки, в якій макроекономічні показники пов'язані лінійним статичним балансовим співвідношенням:

$$X = X_{\text{пром}} + C + I, \quad (1)$$

де  $X$  — валовий випуск;

$X_{\text{пром}}$  — частка валового випуску, що йде на проміжне споживання;

$C$  — кінцеві споживчі витрати;

$I$  — валове нагромадження основного капіталу, та мультиплікативною виробничою функцією типа Коба–Дугласа, що пов'язує обсяг виробництва товарів та послуг із капіталом або фондоозброєністю та працею, у вигляді:

$$X = AK^{\alpha_1} (wL)^{\alpha_2}, \quad (2)$$

де  $K$  — капітал або фондоозброєність;

$w$  — середня заробітна плата на одного працюючого;

$L$  — кількість зайнятих у виробництві;

$A$  — коефіцієнт, який будемо вважати постійним;

$\alpha_1, \alpha_2$  — додатні показники, при цьому, як часто припускають, вони мають бути пов'язані співвідношенням  $\alpha_1 + \alpha_2 \approx 1$  і тоді вважають, що  $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$ .

На відміну від класичної виробничої функції Коба—Дугласа, будемо розглядати в якості праці добуток  $wL$  — повну вартість праці, доцільність чого обґрунтовано, зокрема, у [6].

Аналіз статистичної інформації для України за 2000—2006 рр. свідчить (табл. 1), що долі проміжного споживання  $a$  та кінцевих

споживчих витрат  $b$  у валовому випуску є практично незмінними та складають відповідно:

$$a = \frac{X_{\text{пром}}}{X} \cong 0,61, \quad b = \frac{C}{X} \cong 0,3.$$

Таблиця 1

**ОБСЯГИ ТА ДОЛІ ПРОМІЖНОГО, КІНЦЕВОГО  
СПОЖИВАННЯ У СТРУКТУРІ ВАЛОВОГО ВИПУСКУ  
ДЛЯ УКРАЇНИ ЗА 2000—2006 рр., млн грн [4]**

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
<b>Валовий випуск <math>X</math></b>	432 425	524 150	572 591	689 232	914 818	1 146 611	1 378 554
<b>Проміжне споживання <math>X_{\text{пром}}</math></b>	262 355	319 960	346 781	421 888	569 705	705 159	834 401
<b>Кінцеві споживчі витрати <math>C</math></b>	127 982	156 344	170 325	201 624	246 113	337 879	424 906
$a$	0,61	0,61	0,61	0,61	0,62	0,61	0,61
$b$	0,30	0,30	0,30	0,29	0,27	0,29	0,31

Враховуючи цей факт, співвідношення (1) можна переписати у вигляді:

$$X = (a + b)X + I, \quad \text{або} \quad I = (1 - a - b)X. \quad (3)$$

Необхідно зауважити, що виробнича функція (2) є статичною, тобто відображає залежності між траєкторією економічного розвитку (валового випуску) за умови відсутності запізнення, тобто миттєвою реакцією виходу на вхідні впливи. Статичні моделі відображають вказані залежності для фіксованого моменту часу (точніше, усереднені для досліджуваного інтервалу часу, наприклад, року).

Але ж очевидно, що інвестиції справляють вплив на валовий випуск через деякий проміжок часу. Для врахування наявності часового лагу впливу інвестицій на валовий випуск, перетворимо виробничу функцію (2) до динамічного вигляду шляхом включення до її виходу динамічної ланки першого порядку [5], що враховує запізнення введення основних фондів:

$$\Theta \frac{dX}{dt} + X(t) = A[K(t)]^\alpha [wL(t)]^{1-\alpha}. \quad (4)$$

Тут  $\Theta$  — коефіцієнт, що характеризує запізнення при введенні основних фондів;  $K(t), L(t), wL(t)$  — обсяг основних фондів, кількість зайнятих у виробництві та повна вартість праці на момент  $t$  відповідно.

Приведемо рівняння (4) до безрозмірного вигляду. Для цього поділимо всі змінні на валовий випуск 2000 року  $X_0$ , а час поділимо на  $T_0$ , що дорівнює одному року, та введемо наступні позначення:

$$x(t) = \frac{X(t)}{X_0}, \quad \tau = \frac{t}{T_0}, \quad \tilde{k}(t) = \frac{K(t)}{X_0}, \quad l(t) = \frac{wL(t)}{X_0}, \quad \theta = \frac{\Theta}{T_0}.$$

Тоді рівняння (4) можна записати у безрозмірному вигляді

$$\theta \dot{x}(\tau) + x(\tau) = A \left[ \frac{\tilde{k}(\tau)}{l(\tau)} \right]^\alpha l(\tau), \quad (5)$$

де  $\dot{x}(\tau) = \frac{dx}{d\tau}$ . Позначимо також для спрощення запису другий співмножник через  $f(k) = [k(\tau)]^\alpha$ , де  $k(\tau) = \frac{\tilde{k}(\tau)}{l(\tau)}$ .

Враховуючи введені позначення із рівняння статичної виробничої функції (3), можемо записати  $x(t) = Al(t)f(k) = Al(t)k^\alpha$ .

Таким чином, рівняння (5) прийме вигляд:

$$\theta \dot{x}(\tau) + x(\tau) = Af(k)l(\tau). \quad (5)$$

Для того, щоб врахувати в моделі інвестиції (3), продиференціюємо співвідношення (5)

$$\theta \ddot{x}(\tau) + \dot{x}(\tau) = A \frac{d}{d\tau} [f(k)l(\tau)], \quad (6)$$

Знайдемо явний вигляд для правої частини, враховуючи, що  $f(k)$  є складною функцією від  $\tau$ :  $f(k) = f(k(\tau))$  та той факт, що приріст основних фондів дорівнює інвестиціям в основний капітал, тобто  $f(k) = f(k(\tau))$   $l(\tau) = \frac{dk}{d\tau}$ . Таким чином, одержимо:

$$\frac{d}{d\tau}[l(\tau)f(k)] = \dot{l}f(k) + lf'_k(k)\frac{dk}{d\tau} = \dot{l}f(k) + lf'_k(k)\frac{\dot{k}l - k\dot{l}}{l^2}.$$

Оскільки  $f'_k(k) = \alpha k^{\alpha-1} = \alpha \frac{f(k)}{k}$ , остаточно одержимо:

$$\frac{d}{d\tau}[l(\tau)f(k)] = f(k)\left[\frac{\alpha}{k(\tau)}I(\tau) + (1-\alpha)\dot{l}\right]. \quad (7)$$

Підставивши (7) у (6) та враховуючи (3), одержимо:

$$\theta \ddot{x}(\tau) + \dot{x}(\tau) = Af(k)\left[\frac{\alpha}{k(\tau)}(1-a-b)x(\tau) + (1-\alpha)\dot{l}\right]. \quad (8)$$

Оскільки  $x(t) = Al(t)f(k) = Al(t)k^\alpha$ , то остаточно рівняння (8) буде мати вигляд:

$$\theta \ddot{x}(\tau) + \dot{x}(\tau) = x(\tau)\left[\alpha(1-a-b)A^{\frac{1}{\alpha}}\left(\frac{l(\tau)}{x(\tau)}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + (1-\alpha)\frac{\dot{l}}{l}\right]. \quad (9)$$

Будемо вважати, що оплата праці  $l$  є деякою часткою  $\gamma$  від валового випуску  $x$ :  $\gamma = \frac{l}{x}$ . Тоді

$$\frac{\dot{l}}{l} = \frac{(\dot{\gamma}x)}{\gamma x} = \frac{\dot{\gamma}x + \gamma\dot{x}}{\gamma x} = \frac{\dot{x}}{x} + \frac{\dot{\gamma}}{\gamma} = \xi + \eta,$$

де  $\xi = \frac{\dot{x}}{x} = \frac{dx}{dt} \frac{1}{x}$  — темп приросту валового випуску;

$\eta = \frac{\dot{\gamma}}{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} \frac{1}{\gamma}$  — темп приросту коефіцієнта  $\gamma$  (долі зарплати у валовому випуску).

Із співвідношення  $\frac{dx}{d\tau} \frac{1}{x} = \xi \Rightarrow \dot{x} = \xi x$  випливає, що

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} = \xi \dot{x} + x \dot{\xi} = x \left( \dot{\xi} + \xi^2 \right).$$

Підставивши цей вираз у (9) з урахуванням введених позначень, остаточно одержимо:

$$\theta \dot{\xi} + (\theta \xi^2 + \alpha \xi) = r(\gamma)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + (1-\alpha) \frac{\dot{\gamma}}{\gamma}, \quad (10)$$

де  $r = \alpha(1-a-b)A^{\frac{1}{\alpha}}$ .

Таким чином, ми одержали диференціальне рівняння, що пов'язує темпи приросту валового випуску  $\xi$  із темпами приросту питомої долі зарплати у валовому випуску  $\gamma$  та залежить від питомої долі проміжного споживання  $a$ , валового нагромадження  $i$  та кінцевих споживчих витрат  $b$ , при цьому  $i = 1 - a - b$ .

Проаналізуємо за допомогою цієї моделі можливі траєкторії розвитку економіки в сенсі темпів економічного зростання залежно від значення вхідних параметрів.

Розглянемо випадок, коли  $\gamma = const$ , тобто питома доля зарплати у валовому випуску є постійною, хоча, в загальному випадку, згідно із статистичними даними (табл. 2) доля зарплати у валовому випуску на протязі останніх 7 років не була постійною, спостерігається тенденція до її зростання та прямування до деякого граничного значення.

Тоді  $\eta = \frac{\dot{\gamma}}{\gamma} = 0$  і рівняння (10) буде мати вигляд:

$$\theta \dot{\xi} + \theta \xi^2 + \alpha \xi = r_0, \text{ або } f(\xi) = \theta \dot{\xi} = -\theta \xi^2 - \alpha \xi + r_0,$$

де  $r_0 = r\gamma^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + \frac{\dot{\gamma}}{\gamma} = const$ .

Введемо фазову площину  $(\xi, \dot{\xi})$ . На цій площині крива  $f(\xi) = \dot{\xi}$  буде параболою з гілками донизу (рис. 1), яка перетинає вісь  $\xi$  у

точках  $\xi_{1,2} = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 4\theta r_0}}{2\theta}$ . Максимум буде в точці  $\xi^* = -\frac{\alpha}{2\theta}$ .

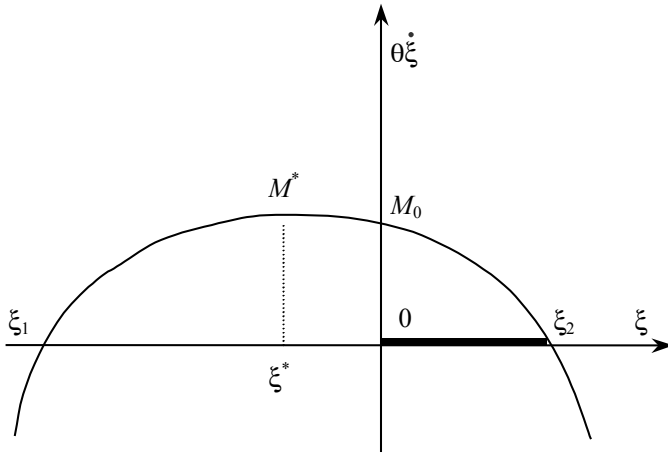


Рис. 1

Можна побачити, що точка  $\xi^*$  є точкою нестійкої рівноваги, або точкою біфуркації — при незначних збуреннях швидкість зміни темпів приросту валового випуску точка  $M^*$  буде рухатись ліворуч, або праворуч. При цьому, коли точка  $\xi$  прямує від значення  $\xi^*$  вправо, швидкість зміни темпу приросту  $\dot{\xi}$  буде зменшуватись, темп приросту валового випуску  $\xi$  буде зростати, досягне нульового рівня в точці  $M$  ( $\xi=0$ ). В точці  $\xi=\xi_2$  та швидкість зміни темпу приросту валового випуску буде дорівнювати нулю, а темп приросту валового випуску  $\xi = \frac{x}{x}$  буде додатним на інтервалі  $\xi \in (0, \xi_2)$  та досягне свого максимуму у точці  $\xi = \xi_2$ .

При русі точки  $\xi$  від значення  $\xi^*$  вліво швидкість зміни темпів приросту (точніше спаду, оскільки ліворуч точки  $M$  він є від'ємний) валового випуску буде зменшуватись та буде дорівнювати нулю в точці  $\xi = \xi_1$ , у цій точці буде максимальний від'ємний темп приросту валового випуску.

Для проведення подальшого аналізу необхідно знайти чисельні оцінки параметрів моделі  $\alpha, \gamma, \theta, A$ .

Згідно із статистичними даними, доля зарплати  $\gamma$  у валовому випуску складає останні кілька років приблизно 17—19 %. Оцін-



ку для постійної часу для моделі із запізненням у вигляді динамічної ланки першого порядку  $\theta$  можна вважати рівною приблизно третині спостережуваного часового лагу, тобто  $\theta \cong \frac{\tau}{3}$  [5].

Економетрична (МНК) оцінка коефіцієнта еластичності  $\alpha$  та параметру  $A$  за річними статистичними даними за період 2000—2006 рр., що були переведені у постійні ціни 2000 року (табл. 2) та приведені до безрозмірного вигляду, дала наступні значення:  $\alpha = 0,62$ ,  $A = 1,62$  ( $R^2 = 0,88$ ), що приблизно збігається із оцінкою, одержаною у [7].

Таблиця 2

**ОБСЯГИ ВАЛОВОГО ВИПУСКУ, ВАРТОСТІ  
ОСНОВНИХ ФОНДІВ ТА ЗАРОБІТНОЇ ПЛАТИ  
У ПОСТІЙНИХ ЦІНАХ 2000 року, млн грн [4]**

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Дефлятор ВВП, %	123,1	109,9	105,1	108	115,1	124,5	114
Валовий випуск $X$	432 425	476 934	495 729	552 511	637 141	641 427	676 472
Вартість основних фондів $K$	828 822	833 009	835 301	822 607	794 717	713 921	769 872
Оплата праці $wL$	33 427	78 653	89 275	97 950	109 659	121 168	131 820
Доля зарплати у валовому випуску $\gamma$	0,08	0,16	0,18	0,18	0,17	0,19	0,19

Залежність величини максимально можливого темпу приросту валового випуску від часового лагу між інвестиціями, та їхнім впливом на валовий випуск для різних значень норми (частки) інвестицій у валовому випуску ( $i = 0,07; 0,09; 0,11; 0,13$ ) та різної частки заробітної плати у валовому випуску ( $\gamma = 0,17; 0,19$ ) наведено на рис. 2.

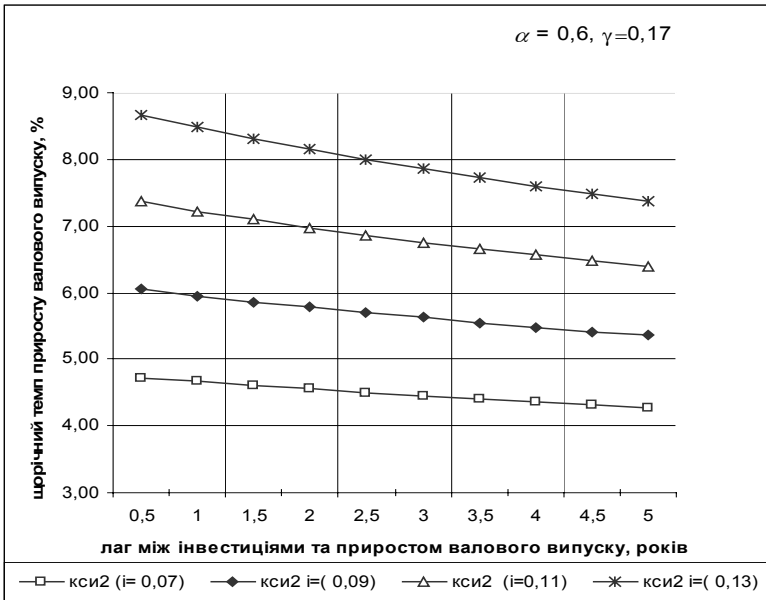
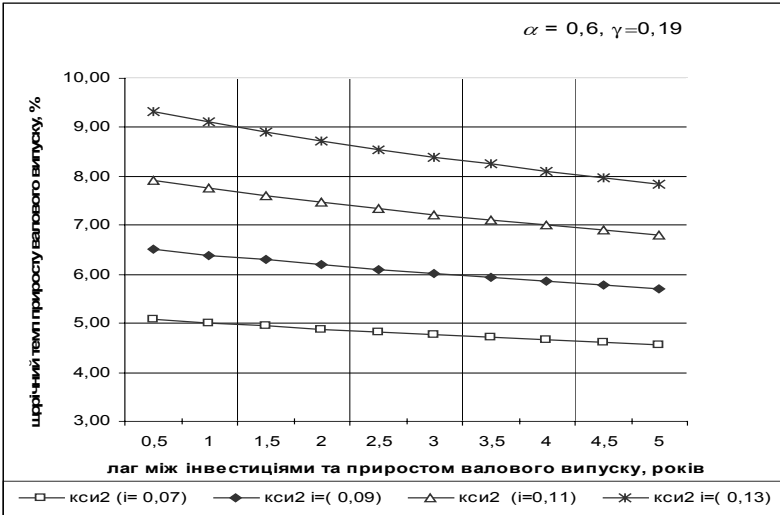


Рис. 2. Залежність між максимально можливим темпом приросту валового випуску і часовим лагом між здійсненням інвестицій та їхнім впливом на валовий випуск (верхній рисунок, доля зарплати у валовому випуску  $\gamma = 0,19$ , нижній  $\gamma = 0,17$ )

Отже, можна побачити, що за рівних інших умов при збереженні нинішніх пропорцій (доля інвестицій у валовому випуску  $i = 0,09$ , доля зарплати  $\gamma = 0,19$ ) максимально можливий темп приросту валового випуску при наявності часового лагу між здійсненням інвестицій та їхнім впливом на валовий випуск до трьох років може складати приблизно 6 % щорічно. Але це максимально можливий темп приросту, очевидно, що реальний буде нижче. При цьому, при зниженні долі інвестицій темп приросту валового випуску буде знижуватись. Окрім цього, як свідчить верхній графік рис. 2, який побудовано для значення  $\gamma = 0,17$ , при зниженні частки зарплати у валовому випуску темп зростання також буде уповільнюватись.

Ці графіки було побудовано для значення  $\alpha$  яке було одержано за допомогою МНК лише за 7 спостереженнями (річні дані за період 2000—2006 рр.) і тому, незважаючи на високе значення  $R^2 = 0,88$ , є недостатньо надійним. Так, зокрема, що стосується коефіцієнта еластичності  $\alpha$ , то для України значення коефіцієнта еластичності  $\alpha$  різними авторами оцінюються в межах  $\alpha \sim 0,3 - 0,9$  [7, 8]. Такий великий розкид можна пояснити різною статистичною базою для оцінки, короткими часовими рядами та недостатністю статистичної інформації в першій половині минулого десятиріччя.

Тому для порівняння на рис. 3 наведено ці графіки для значень  $\alpha = 0,4; 0,5$  для постійної долі зарплати у валовому випуску на рівні  $\gamma = 0,19$ . Як можна побачити, якщо коефіцієнт еластичності при факторі, що відображає внесок основних фондів у валовий випуск, буде нижчим від розрахункового, то максимально можливий (потенційний) темп приросту валового випуску буде ще нижчий.

При цьому необхідно зауважити, що в моделі неявно постулюється повне завантаження основних потужностей. Але, враховуючи тенденції кінця 2008 р. та першої половини 2009 р., коли внаслідок світової фінансової кризи відбулось значне стиснення ефективного попиту на світових ринках, що призвело до зниження завантаження основних виробничих потужностей і як наслідок падіння рівня національного виробництва, причому в деяких галузях до 20 % від існуючих потужностей (металургійна, хімічна промисловість, будівництво тощо), реальні оцінки темпів приросту (спаду) валового випуску будуть ще гірші.

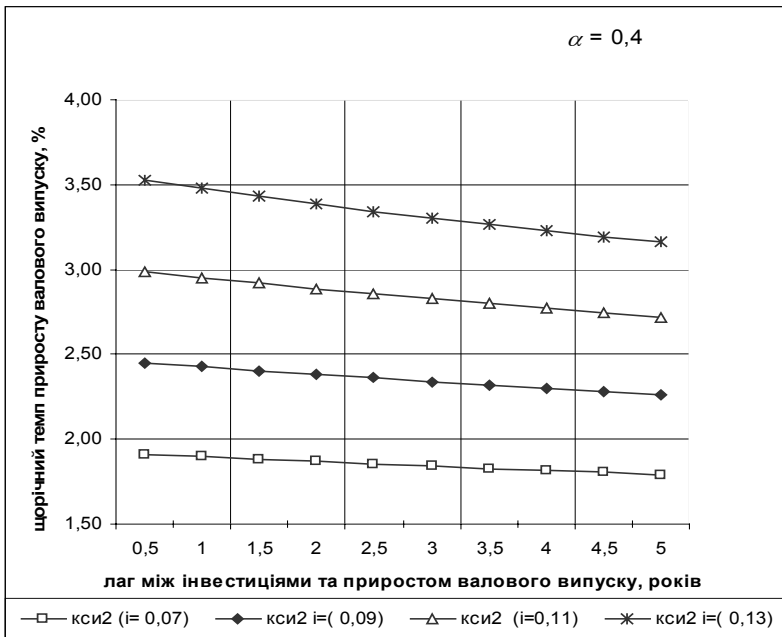
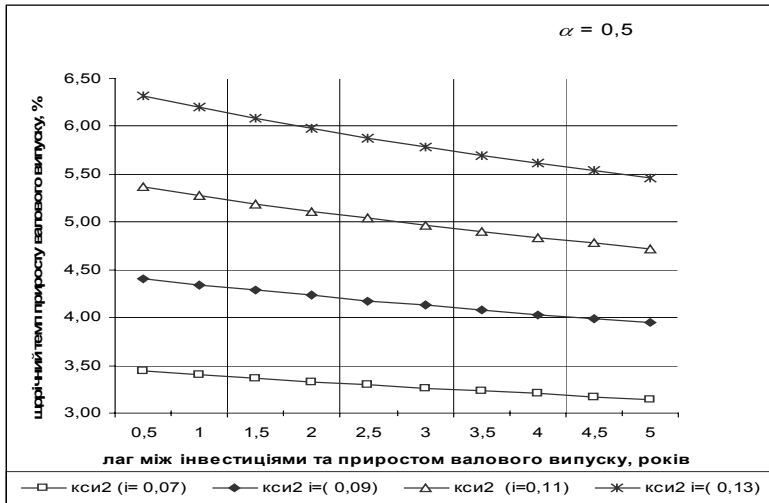


Рис. 3. Залежність між максимально можливим темпом приросту валового випуску і часовим лагом між здійсненням інвестицій та їхнім впливом на валовий випуск для значень  $\alpha = 0,4; 0,5$  та постійній долі зарплати у валовому випуску  $\gamma = 0,19$

Підсумовуючи, зауважимо, що розглянутий підхід можна використовувати для аналізу тенденцій розвитку національної економіки, насамперед, для прогнозування економічного росту. На відміну від загальноприйнятих економетричних методів, для застосування яких необхідно мати достатньо довгі спостереження за економічними показниками, якісні методи аналізу тенденцій розвитку економіки не потребують ємної статистичної бази та попередньої обробки часових рядів, наявні статистичні дані за кожний звітний період є достатніми для оцінки потенційно можливих темпів приросту валового випуску та ВВП.

### **Література**

1. *Іванілов Ю. П., Лотов А. В.* Математические модели в экономике. — М.: Наука, 1979. — 304 с.
2. *Шарапов О. Д., Дербенцев В. Д., Семьонов Д. С.* Економічна кібернетика: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2004. — 231 с.
3. *Колемаев В. А.* Математическая экономика: Ученик для вузов. — М.: ЮНИТИ, 1998. — 240 с.
4. <http://www.ukrstat.gov.ua>
5. *Кобринский Н. Е., Майминас Е. З., Смирнов А. Д.* Экономическая кибернетика. — М.: Экономика, 1982. — 408 с.
6. *Накоряков В. Е., Гаснемо В. Г.* Математическая модель плановой экономики // Экономика и математические методы. — 2002. — Т. 38. — № 2. — С. 118—124.
7. *Алексеев А. А., Алексеев Д. А.* Практичні моделі макроекономіки. — К.: Наукова думка, 2006. — 266 с.
8. *Дунаев Б. Б.* Модель расчета валового внутреннего продукта как функции труда и капитала // Кибернетика и системный анализ. — 2004. — № 1. — С. 104—116.
9. *Балацкий Е. В.* Оценка объема потенциального ВВП // Проблемы прогнозирования. — 2000. — № 1. — С. 39—48.

УДК 330:51 (075.8)+519.86

**Ю. В. Коляда**, докторант кафедри економіко-математичного моделювання ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

### **АДАПТИВНА ПАРАДИГМА МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ**

АНОТАЦІЯ. Викладено ідеологію і принципи адаптивного підходу до проблем математичного моделювання економіки. Термінологія і основні поняття адаптації витлумачено і реалізовано на прикладі створення адап-