

ISSN (*print*) 2519-8106  
ISSN (*online*) 2519-8114

Міністерство  
освіти і науки України

Дніпровський державний  
технічний університет

---

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

---

Науковий журнал

Заснований в січні 1994 р.

Видається 2 рази на рік

**2 (43) 2020**

Кам'янське  
ДДТУ  
2020

**ISSN (print) 2519-8106**  
**ISSN (online) 2519-8114**

УДК 519+004+504+536+620+621+622+658+669+681+685+33

**Математичне моделювання**

**Mathematical Modeling**

**№ 2 (43) 2020**

**№ 2 (43) 2020**

**Науковий журнал**

**Scientific Journal**

Засновник і видавець Дніпровський  
державний технічний університет

Founder and publisher Dniprovsk  
State Technical University

Свідоцтво про державну реєстрацію  
серія **КВ № 22789-12689 ПР**  
від 14.06.2017

Registration certificate  
**КВ № 22789-12689 ПР**  
dated 14.06.2017

Журнал «Математичне моделювання» публікує статті, що містять нові наукові результати в галузі розробки та застосування методів математичного моделювання, математичних моделей та алгоритмів у природничих науках, техніці, економіці, соціології, навчальному процесі та ін.

Журнал входить до переліку наукових фахових видань України (категорія Б), в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата технічних наук, затвердженого наказом МОН України № 775 від 16.07.2018 р.

Статті індексуються системою Google Scholar (Google Академія)

З 2018 року внесено до реферативної бази даних наукових публікацій Index Copernicus

Друкується за рішенням Вченої Ради Дніпровського державного технічного університету, протокол № 8, від 26.11.2020 р.

*Математичне моделювання. Науковий журнал. Кам'янське, ДДТУ, 2020. № 2(43). 113 с.*

---

# РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

---

**Середа Борис Петрович** – головний редактор, директор науково-дослідного центру «Матеріалознавства та інноваційних технологій» ДДТУ, зав. каф. автомобілів та автомобільного господарства ДДТУ, д.т.н., професор;

**Бейгул Олег Олексійович** – заступник головного редактора, зав. каф. машинобудування ДДТУ, д.т.н., професор;

**Бабаченко Олександр Іванович** – директор інституту чорної металургії ім. З.І. Некрасова НАН України, д.т.н., старший науковий співробітник;

**Баглюк Геннадій Анатолійович** – заступник директора інституту проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича НАН України, д.т.н., старший науковий співробітник;

**Бельмас Іван Васильович** – зав. каф. технології машинобудування ДДТУ, д.т.н., професор;

**Букетов Андрій Вікторович** – зав. каф. транспортних технологій і механічної інженерії, Херсонська державна морська академія, д.т.н., професор;

**Гуляєв Віталій Михайлович** – перший проректор, професор каф. промислової біотехнології та загальної хімії ДДТУ, д.т.н., професор;

**Дейнеко Леонід Миколайович** – зав. каф. термічної обробки металів, Національна металургійна академія України (НМетАУ), д.т.н., професор;

**Kolomeisky Anatoly** – Professor of Chemistry and Professor of Chemical and Biomolecular Engineering Rice University, Houston, Texas, USA;

**Крікент Ігор Валентинович** – професор каф. технології та устаткування зварювання ДДТУ, д.т.н., доцент;

**Лисенко Олександр Борисович** – зав. каф. фізики конденсованого стану ДДТУ, д.ф.-м.н., професор;

**Лобода Петро Іванович** – науковий консультант інституту матеріалознавства та зварювання ім. Є.О. Патона, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського», член-кореспондент НАН України, д.т.н., професор;

**Ляшук Олег Леонтійович** – зав. каф. автомобілів, Тернопільський національний технічний університет ім. Івана Пулюя, д.т.н., професор;

**Максименко Олег Павлович** – зав. каф. обробки металів тиском ДДТУ, д.т.н., професор;

**Мельник Віктор Іванович** – проректор з наукової роботи, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. П. Василенка, д.т.н., ст. науковий співробітник;

**Міщенко Валерій Григорович** – Запорізький національний університет, д.т.н., професор;

**Павленко Віталій Миколайович** – проректор з н.-пед. роботи, Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», д.т.н., професор;

**Перемітько Валерій Вікторович** – декан металургійного факультета, професор каф. технології та устаткування зварювання ДДТУ, д.т.н., професор;

**Савчук Петро Петрович** – Луцький національний технічного університет, д.т.н., професор кафедри матеріалознавства;

**Садовой Олександр Валентинович** – професор каф. електротехніки та електромеханіки ДДТУ, д.т.н., професор;

**Сізарьов Євген Миколайович** – зав. каф. металургії чорних металів ДДТУ, д.т.н., професор;

**Стеблянко Павло Олексійович** – професор каф. вищої математики ДДТУ, д.ф.-м.н., професор;

**С'янов Олександр Михайлович** – декан факультету електроніки та комп'ютерної техніки, професор каф. апаратури радіозв'язку, радіомовлення і телебачення ДДТУ, д.т.н., професор;

**Тищенко Сергій Сергійович** – професор каф. вищої математики, Дніпровський державний аграрно-економічний університет, д.т.н., професор;

**Tyukin Ivan** – PhD, Dr. Sc., RCUK Academic Fellow, Department of Mathematics, Group of Applied Mathematics, University of Leicester, UK;

**Шумейко Олександр Олексійович** – зав. каф. програмного забезпечення систем ДДТУ, д.т.н., професор;

**Khina Boris** – PhD (Mater. Sci.), DSc (Thermal Phys.) Chief Research Scientist Physico-Technical Institute, National Academy of Sciences of Belarus;

**Yakobson Boris** – Karl F. Hasselmann Chair of Engineering, Professor of Materials Science and NanoEngineering and Professor of Chemistry Rice University Houston, Texas, USA

# ЗМІСТ

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ПРИРОДНИЧИХ НАУКАХ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

<b>Savkin S., Kryvoruchko O.</b> About the features of computer modeling for pipe production processes.....	7
<b>Савкин С.В., Криворучко О.Н.</b> Про особливості комп'ютерного моделювання процесів виробництва труб.....	12
<b>Рашевський М.О.</b> Асимптотичне розв'язування задачі оптимального керування нестационарними системами .....	14
<b>Rashevskiy M.</b> Asymptotic solution of the optimal control problem non-stationary systems.....	19
<b>Божуха Л.М., Косухіна О.С., Косухін О.В., Божуха Д.І.</b> Про методи знаходження власних значень SVD-розкладання матриці .....	21
<b>Bozhukha L., Kosukhina E., Kosukhin A., Bozhukha D.</b> About methods of finding own values for SVD-decomposition matrix.....	25
<b>Panchenko O.</b> Substantiation of the algorithm for modeling of the jaw crusher mechanism with a simple movement of the jaw .....	27
<b>Панченко О.В.</b> Обґрунтування алгоритму моделювання механізму шоквої дробарки з простим рухом щоки.....	32

## МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ В ТЕХНОЛОГІЇ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

<b>Tsotsko V., Dedoborez A., Kletskov A.</b> Non-stationary surface temperature field layer of metal with periodic energy action on surface.....	33
<b>Цоцко В.І., Дідоборець О.Й., Клецков О.М.</b> Нестационарне температурне поле поверхневого шару металу при періодичній енергетичній дії на поверхню.....	42
<b>Korotka L.</b> The use of fuzzy clustering in solving problem in predicting the durability of corrosive structures.....	44
<b>Коротка Л.І.</b> Нечітка кластеризація для формалізації неповної інформації в задачах прогнозування довговічності кородуючих конструкцій.....	52
<b>Sereda D.</b> Modeling production of corrosion resistant diffusion layers under non-stationary temperature conditions.....	55
<b>Серєда Д.Б.</b> Моделювання отримання корозійностійких дифузійних шарів при нестационарних температурних умов.....	60
<b>Dedoborez A., Kletskov A., Tsotsko V.</b> Determination of optimal parameters to receipt the semiconductor tapes of CdSe/ZnTe on basis of mathematical model.....	62
<b>Дідоборець О.Й., Клецков О.М., Цоцко В.І.</b> Визначення оптимальних параметрів отримання напівпровідникових плівок CdSe/ZnTe на основі математичної моделі.....	65
<b>Тищенко С.С.</b> Моделювання руху ґрунту по поверхні долота.....	67
<b>Tishchenko S.</b> Simulation of soil movement on chain slaves.....	70
<b>Гасило Ю.А., Романюк Р.Я.</b> Інноваційні методи неруйнівного контролю якості металоконструкцій та технологічного устаткування.....	72
<b>Hasylo Yu., Romaniuk R.</b> Innovative methods of non-destructive control the quality for metal structures and technological equipment .....	77

<b>Sereda V., Hina V., Kruglyak I., Sereda D.</b> Mathematical modeling of diffusion layers formation using compositional saturating batches charges.....	<b>79</b>
<b>Серєда В.П., Хина В.В., Кругляк І.В., Серєда Д.Б.</b> Математичне моделювання формування дифузійних шарів з використанням композиційного насичувального середовища.....	<b>84</b>
<b>Панченко О.В., Боднар Д.О.</b> Розробка математичної моделі напружено-деформованого стану барабанів шахтних підймальних машин.....	<b>86</b>
<b>Panchenko O., Bodnar D.</b> Development of a mathematical model for the stress-strain state of mine hoisting machines drums .....	<b>92</b>
<b>Sereda V., Mukovska D., Sereda D.</b> Research of the work of dump trucks in the transport and technological system of recycling of technological waste of metallurgical motherland.....	<b>93</b>
<b>Серєда В.П., Муковська Д.Я., Серєда Д.Б.</b> Дослідження роботи самоскидів в транспортно-технологічній системі рециклінгу технологічних відходів металургійного підприємства методом головних компонент.....	<b>99</b>
<b>Dedoborez A., Kletskov A., Tsotsko V.</b> Heterogeneity of tapes got by method of thermal evaporation and methods for their removal.....	<b>100</b>
<b>Дідоборець О.Й., Клецков О.М., Цоцко В.І.</b> Неоднорідність плівок, отриманих методом термічного випаровування та способи їх усунення.....	<b>103</b>

## **МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В СУСПІЛЬНИХ І ГУМАНІТАРНИХ НАУКАХ**

<b>Григоренко В.У., Кадильникова Т.М.</b> Математичне моделювання в проекті управління системою оцінювання кредитоспроможності фізичних осіб .....	<b>105</b>
<b>Grigorenko V., Kadilnikova T.</b> Mathematical modeling in the project of managing the credit capacity for individuals.....	<b>111</b>

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ПРИРОДНИЧИХ НАУКАХ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ



DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219240

УДК 669.01

**S. Savkin**, postgraduate student of the department of technological design  
National Metallurgical Academy of Ukraine, bat\_2008@ukr.net, Dnipro

**O. Kryvoruchko**, leading engineer

Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics, NAS of Ukraine

## ABOUT THE FEATURES OF COMPUTER MODELING FOR PIPE PRODUCTION PROCESSES

*Метою даного дослідження є визначення концепцій та методів проведення ефективного комп'ютерного моделювання, розробка гнучких комп'ютерних програм для вирішення проблем виробництва труб.*

*Розглянуто інформаційно-комп'ютерний аспект системних досліджень при розробці моделей виробництва труб. У той же час, інформаційно-довідкова інформація про предмет моделювання, реалізована у вигляді різних баз даних та знань, експертні системи, що використовують новітні засоби інформатики, надають значну допомогу на початкових етапах побудови моделей. Розглянуто інформаційно-довідковий аспект класифікації технологічних процесів виробництва труб для використання дослідником у пошуку необхідної інформації, корисної у комп'ютерному моделюванні.*

**Ключові слова:** напруження; моделювання; алгоритм; концепція.

*The purpose of this study is to determine the concepts and methods for conducting effective computer modeling, developing flexible computer programs in relation to the problems of pipe production.*

*The information-computer aspect of system research in the development of pipe production models is considered. At the same time, out information and reference information about the subject of modeling, implemented in the form of various databases and knowledge, expert systems using the latest informatics tools, provides significant assistance at the initial stages of building models. The information and reference aspect of the classification of technological processes of pipe production for use by a researcher in the search of the necessary information useful in computer modeling is considered.*

**Keywords:** stress; modeling; algorithm; concept.

### Formulation of the problem

In recent years, more and more attention has been paid to the modeling of various technological processes, including the processes of pipe production. This is relative in to the fact that in a market economy, the main task of production is to getting maximum profit at minimal cost, and one of the numerous expenses points is testing new products and launching new equipment.

Research and experiments in real pipe production have their disadvantages [1]:

- high energy costs and the risk of producing poor quality products, which will most likely have to be melted down;

- inability to change process parameters over wide ranges;
- the probability of an accident and equipment breakdowns.

Therefore, improving the technological processes of pipe production, as well as obtaining a new assortment of pipes requires additional costs.

#### **Analysis of recent research and publications**

However, with the apparent progress of computer simulation in various fields and the availability of a large number of simulation tools, ranging from universal mathematical packages [2,3], statistical processing systems [4,5], simulation modeling packages [6,7] and ending with specialized packages of modeling pressure-treating metals [8—10], during modelling processes in pipe production researches don't use them widely. In addition, despite the large accumulated potential of many research teams [10—12], it is unsatisfactory to present mathematical models in the form of modern competitive software packages with a developed graphical interface to apply in production. Developers of computer models do not actively use modern means of development, environment and language of object-oriented design technologies.

#### **Formulation of the research objectives**

Currently, the requirements for the reliability of the experimental research results are increasing, however the high cost of materials or new equipment does not allow a researcher — a specialist in the field of pipe production to fully carry out experimental justifications of new technologies or the intensification of existing traditional ones. At the same time, computing power of computer technology increases with a significant decrease in its price and an increase in the number of programs, tools intended for modeling in the field of pipe production.

The purpose of this work is to determine concepts and methods for conducting effective computer modelling and developing flexible computer programs for pipe production problems.

#### **Presenting of main material**

The logical solution to this problem is the widespread use of methodology of computer modeling of objects and processes of pipe production, in which researchers can "reproduce" different process scenarios, investigate the properties of metal in a deformation zone to find rational processing modes and predict product quality.

The gist of such a methodology is to replace the original object with its "image" — the model and further study of the model using computer-implemented algorithms.

Working not with the object or technological process itself, but with its model enables relatively quickly and without significant expense to investigate its properties and behavior in any imaginable situations. At the same time, computer and simulation experiments with models objects allow, based on the modern computing power methods and technical tools of informatics, to thoroughly and deeply to study objects in a sufficiently complete, inaccessible to purely theoretical methods of volume.

At the first stage, an "equivalent" of the object is constructed, which reflects in mathematical form of its most important properties — the laws to which it obeys, the bonds inherent in its constituent parts, etc. The synthesis of an object model is carried out with the use of system analysis apparatus and object decomposition.

At the second stage, an algorithm is being developed to implement the model on a computer in a form convenient for applying numerical methods, and determination of a sequence of computational and logical operations that need to be done to find the desired quantities with a given accuracy. The computational algorithms should not distort the basic properties of the model, and consequently, the original object, as well as be economical and adaptable to the features of the tasks and the technical means used.

At the third stage, programs are created that "translate" the model and algorithm into a language accessible to the computer and to which requirements of economy and adaptability are presented. They are called the "electronic" equivalent of a studied object, suitable for direct testing on a "pilot plant" — a computer. Currently, there are large number of programming languages, tools and design tools for computer system for modelling purposes, in particular object-oriented programming.

Creating a computer model in the form of appropriate software, the researcher gets a universal, flexible and inexpensive tool, which is first tested in "trial" computing experiments. The coinci-



dence of the numerical values of the 10 characteristics of the object and model at the characteristic points of the factor space is checked. After the requirements of the model adequacy of the original object are satisfied, various and detailed experiments are conducted to give all the necessary qualitative and quantitative characteristics of the object. As necessary, the modeling process is accompanied by the improvement and clarification of all elements of the model.

For modeling in the program, it is necessary to enter the rheological properties of the material [13]:

- curves of plastic flow of material at different temperatures and deformation rates;
- physical characteristics of the material, such as thermal conductivity, thermal diffusivity, density, etc.;
- critical conversion points at different cooling rates (thermokinetic diagrams).

The basis of computer modeling in pipe production is the use of modern software. The following systems of three-dimensional design are used for design development of technological models processes and formation of drawings: Pro / Engineer, Solid Edge, SolidWorks, "Компас 3D", AutoCAD, ZWCAD and others.

At the same time, specialized software complexes such as QFORM, Forge 3, DEFORM, ANSYS, PAM-STAMP, AutoForm, etc., are becoming more widely used to model the processes of pipe production and predict metal behavior under the action of deforming loads and deformation conditions.

Tabl. 1 shows a list of software that allows you to calculate the parameters of pipe production processes.

*Table 1. Computer programs and their developers*

Program	Developer
QForm	«КванторФорм»
Deform	ScientificFormingTechnologiesCorporation
AutoForm	MetalFormingSystems, Inc
AutoForm	AutoForm
Ansys	ANSYS, Inc
LS-Dyna	Livermore Software Technology Corporation (LSTC)
Forge	Transvalor
SuperForge	Superforge

The result of the solution is displayed in the form of a picture in which different areas with different deformation or temperature colors are marked [14].

The main reasons for the creation and active use in the pipe production of these computer programs are:

- the need to reduce the development time of technological processes, the time of designing equipment and conducting research works when implementing processes in production;

- obligatory reduction of the cost of false technological and design solutions before the beginning of industrial experiments, increase of reliability of the developed technical activities, including technological processes of pipe production;

- active development of computer equipment and technology with the simultaneous course of the education system course for training users with personal computers makes it possible to involve software modeling of pipe production processes for enterprises and organizations of different levels.

Applying modern CAD / CAM systems makes it possible to achieve significant optimization of design processes. The following systems of three-dimensional design are used for the design development of technological processes models and the drawing of drawings.

1. SolidWorks — CAD software complex for automation of the industrial enterprise at the stages of design and technological preparation of production, which provides the development of products of any complexity and purpose and works in the Microsoft Windows environment.

2. AutoCAD is a two- and three-dimensional computer aided design and drawing system developed by Autodesk. AutoCAD and specialized applications based on it have been widely used in engineering, construction, architecture and other industries. The current version of the program (AutoCAD 2014) includes a complete set of tools for complex 3D modeling (solid, surface and polygonal modeling is supported). AutoCAD allows you to get high-quality visualization model rendering using the mental ray rendering system. The program also implements 3D printing management (modelling results can be sent to a 3D printer) and point cloud support (allows you to work with 3D scanning results). However, it should be noted that the lack of three-dimensional parameterization does not allow AutoCAD to compete directly with middle-class engineering CAD system such as Inventor, SolidWorks, etc. AutoCAD 2012 includes Inventor Fusion, which implements direct modelling technology.

3. ANSYS — universal finite element analysis software is quite popular with experts in the field of automatic engineering calculations (CAE, Computer-Aided Engineering).

4. In the United States, Scientific Forming Technologies Corporation (SFTC) has developed a specialized software engineering complex DEFORM, designed for the analysis of metalworking processes, heat treatment and machining, which allows you to check, refine and optimize technological processes directly at the computer, not in during experiments on production by trial and error. Due to this, the time of production is significantly reduced, its quality is increased and the cost is reduced.

5. Unigraphics NX is a leading CAD / CAM / CAE system built on the best technologies designed to create products of any complexity. The main task of the system ultimately is to reduce the cost of the product, improve its quality and reduce the time to market. This enables companies to pay back the investment spent on the purchase and implementation of Unigraphics in the short term. An important advantage of the system is that it is the only CAD / CAM / CAE top-level system on the market that has a Russian interface and documentation in Russian.

6. QForm 7- is a new software product that meets the most up-to-date requirements in the modeling of metalworking processes. The creation of the new version used many years of experience in the development of the program, as well as took into account the current requirements and trends of market development. As a result, the new program has collected the most advanced modeling techniques, became more convenient and acquired the flexibility needed to further develop modern software. The program has acquired a new architecture, data structure and interface. The changes made it possible to significantly expand the range of tasks to be solved and make the program faster and easier. The interface part and the program kernel work independently. Information is exchanged between them using files that store the output and the simulation results.

The new data structure was specifically designed to manage large arrays of data that are characteristic of finite element modeling. Now access to the data has become faster and more convenient, with all the steps of the simulation being recorded, and the calculation of a large number of additional parameters is carried out in the post-processor mode after the end of the simulation. View results are much faster and can be done right during the calculation. The Source Preparation Wizard and the Source Editor have convenient access to the QForm database. Data management and view results are separated from the core of the program. This allows you to use your computer's memory more efficiently, and you can view all the results right during the calculation.

The calculation of Langrangian lines, traced points and other additional functions is carried out in the postprocessor. The postprocessor also allows you to calculate some user-specified functions and provides export of results to other programs. The 2D and 3D models are fully integrated and now use a common interface that uses the same commands. This means that both models have the same capabilities except those specific features that are used only for 2D or 3D modeling only.

The use of the above programs has expanded the capabilities of computer simulation in pipe production and has formed a whole class of new tasks:

- associated thermal task of the workpiece with tools;
- connected mechanical problem of viscous-plastic workpiece;
- modeling of several deformable blanks;
- modeling of component 3D tools with pre-stressed tool;
- elastic — plastic deformation of the workpieces, residual stresses in the workpiece.

All this has led to the extension of modeling methods:

- explicit and implicit time integration schemes;

is a new method of generating a finite element grid.

### Conclusions and prospects for further research

As a result of the performed research, the goal was achieved and the following results were obtained.

1. The analysis of the systematic approach in the development of models describing different processes and objects in pipe production is carried out. It is shown that in order to create flexible, competitive models, suitable for further implementation in the form of computer software, in the development it is necessary to approach from systematic positions by performing a sequence of stages of model construction: "system-wide model — system model — constructive model".

2. The information-computer aspect of system studies in the development of pipe production models is considered. At the same time, essential information on the subject of modeling is provided in the initial stages of model construction by providing various databases and knowledge, expert systems using the latest tools of informatics.

3. The analysis of widespread use of computer modeling in pipe production is carried out — development of class libraries that describe many types of objects or processes. This component approach reduces the time and cost of developing computer models. The most promising for this purpose is the use of software packages such as QFORM and DEFORM, which have proven themselves well in solving such problems.

4. The information and reference aspect of the classification of technological processes of pipe production is considered, for the researcher to use in finding the necessary information useful in computer simulation. Some issues of use of modern means of informatics are discussed.

### References

- [1] Kolmogorov, V.L. (1986). *Mekhanika obrabotki metallov davleniyem [Mechanics of metal forming]*. Moscow: Metallurgiya [in Russian].
- [2] Trudonoshin, V.A., & Pivovarova, N.V. (1986). *Matematicheskiye modeli tekhnicheskikh ob'yektov [Mathematical models of technical objects]*. Moscow: Egmont [in Russian].
- [3] Gun, G.Ya. (1983). *Matematicheskoye modelirovaniye protsessov obrabotki metallov davleniyem [Mathematical modeling of metal forming processes]*. Moscow: Metallurgiya [in Russian].
- [4] Rybin, Yu.I., Rudskoy, A.I. & Zolotov, A.M. (2004). *Matematicheskoye modelirovaniye i proyektirovaniye tekhnologicheskikh protsessov obrabotki metallov davleniyem [Mathematical modeling and design of technological processes of metal forming]*. Saint Petersburg: Izdatel'stvo SPbGPU [in Russian].
- [5] Osadchy, V.A. (2000). Informatsionno-obuchayushchaya sistema v oblasti obrabotki metallov davleniyem [Information-training system in the field of metal forming]. *Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya – University News. Ferrous metallurgy*, 3, 45–47 [in Russian].

- [6] Rytikov, A.M., & Metoguz, T.Ye. (1990). Imitatsionnoye modelirovaniye truboprutkovogo proizvodstva na zavodakh OTSM [Simulation of pipe production at the plants of non-ferrous metal processing]. *Tsvetnyye metally – Non-ferrous metals*, 3, 109–112 [in Russian].
- [7] Rytikov, A.M., & Metoguz, T.E. (1990). Imitatsionnoye modelirovaniye v operativnom upravlenii truboprutkovym proizvodstvom na zavodakh po obrabotke tsvetnykh metallov [Simulation in the operational management of pipe production at non-ferrous metal processing plants]. *Obrabotka tsvetnykh metallov i splavov: Obzornaya informatsiya – Processing of non-ferrous metals and alloys: Overview*, 3, 36 [in Russian].
- [8] Ivakhnenko, A.G., & Vrachkovsky, O.P. (1987). Modelirovaniye slozhnykh sistem po eksperimental'nym dannym [Modeling of complex systems according to experimental data]. Moscow: Radio i svyaz' [in Russian].
- [9] Yakovlev, S.P., & Grigorovich, V.G. *Primeneniye matematicheskoy statistiki i teorii planirovaniya eksperimenta v obrabotke metallov davleniyem [Application of mathematical statistics and experimental design theory in metal forming]*. Tula: TPI [in Russian].
- [10] Vorontsov, V.K., Polukhin, P.I., Belevitin, V.A., & Brinza, V.V. (1991). *Eksperimental'nyye metody mekhaniki deformiruyemykh tverdykh tel (tekhnologicheskkiye zadachi obrabotki davleniyem) [Experimental methods of mechanics of deformable solids (technological problems of pressure treatment)]*. Moscow: Metallurgiya [in Russian].
- [11] Kolmogorov, V.L., & Parshakova, S.I. (1993). *Resheniye tekhnologicheskikh zadach OMD na mikro-EVM. Uchebnoye posobiye dlya vuzov [The solution of technological problems of OMD on micro-computers. Textbook for universities]*. Kolmogorov, V.L., & Parshakova, S.I. (Ed.). Moscow: Metallurgiya [in Russian].
- [12] Prusakov, G.M. (1993). *Matematicheskkiye modeli i metody v raschetakh na EVM [Mathematical models and methods in computer calculations]*. Moscow: Nauka [in Russian].
- [13] Chernenky, V.M. (1990). *Razrabotka SAPR. V 10 knigakh. Kniga 9. Imitatsionnoye modelirovaniye: prakt. posobiye [Development of CAD. In 10 books. Book 9. Simulation: Pract. allowance]*. A.V. Petrova (Ed.). Moscow: Vysshaya shkola [in Russian].
- [14] Cabrera, J.M., Omar, A.Al, & Prado, J.M. (1997). Simulation de la fluencias en client de un aero microaleado con un contenido medio de carbono. II parte. Recristalizacin dinmica: inicio y cintica [Simulation de la fluencias en client de un aero microaleado con un contenido medio de carbono. II parte. Recristalizacin dinmica: inicio y cintica]. *Rev. Metal Madrid – Rev. Metal Madrid*, 33 (3), 143–152 [in Spanish].

## **ПРО ОСОБЛИВОСТІ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВИРОБНИЦТВА ТРУБ**

**Савкин С.В., Криворучко О.Н.**

### **Реферат**

Метою даного дослідження є визначення концепцій та методів проведення ефективного комп'ютерного моделювання, розробка гнучких комп'ютерних програм для вирішення проблем виробництва труб.

Здійснено аналіз системного підходу при розробці моделей, що описують різні процеси та об'єкти у виробництві труб. Показано, що для створення гнучких, конкурентоспроможних моделей, придатних для подальшої реалізації у вигляді комп'ютерного програмного забезпечення, при розробці необхідно підходити з систематичних позицій, виконуючи послідовність етапів побудови моделі: «загальносистемна модель - модель системи - конструктивна модель». Розглянуто інформаційно-комп'ютерний аспект системних досліджень при розробці моделей виробництва труб. У той же час істотна інформація щодо предмета моделювання надається на початкових етапах побудови моделі шляхом надання різних баз даних та знань, експертних систем із використанням новітніх інструментів інформатики. Проводиться аналіз широкого вико-

ристання комп'ютерного моделювання у виробництві труб — розробка бібліотек класів, що описують багато типів об'єктів чи процесів. Цей компонентний підхід скорочує час і витрати на розробку комп'ютерних моделей. Найбільш перспективним для цієї мети є використання програмних пакетів, таких як QFORM та DEFORM, які добре зарекомендували себе у вирішенні подібних проблем. Розглянуто інформаційно-довідковий аспект класифікації технологічних процесів виробництва труб, який дослідник має використовувати для пошуку необхідної інформації, корисної у комп'ютерному моделюванні. Обговорюються деякі питання використання сучасних засобів інформатики.

### Література

1. Колмогоров В. Л. Механика обработки металлов давлением. М.: Металлургия, 1986. 688 с.
2. Трудоношин В. А., Пивоварова Н. В. Математические модели технических объектов. М.: Эгмонт, 1986. 157 с.
3. Гун Г. Я. Математическое моделирование процессов обработки металлов давлением. М.: Металлургия, 1983. 352 с.
4. Рыбин Ю. И., Рудской А. И., Золотов А. М. Математическое моделирование и проектирование технологических процессов обработки металлов давлением. СПб.: Издательство СПбГПУ. 2004. 440 с.
5. Осадчий В. А. Информационно-обучающая система в области обработки металлов давлением. *Известия вузов. Черная металлургия*. 2000. № 3. С. 45–47.
6. Рытиков А. М., Метогуз Т. Е. Имитационное моделирование трубопунктового производства на заводах ОЦМ. *Цветные металлы*. 1990. № 3. С. 109–112.
7. Рытиков А. М., Метогуз Т. Е. Имитационное моделирование в оперативном управлении трубопунктовым производством на заводах по обработке цветных металлов. *Обработка цветных металлов и сплавов: Обзорная информация*. 1990. №3. С. 36.
8. Ивахненко А. Г., Врачковский О. П. Моделирование сложных систем по экспериментальным данным. М.: Радио и связь, 1987. 120 с.
9. Яковлев С. П., Григорович В. Г. Применение математической статистики и теории планирования эксперимента в обработке металлов давлением. Тула.: ТПИ, 1980. 80 с.
10. Экспериментальные методы механики деформируемых твердых тел (технологические задачи обработки давлением). / В. К. Воронцов, П. И. Полухин, В. А. Белевитин, В. В. Бринза. М.: Металлургия, 1990. 480 с.
11. Решение технологических задач ОМД на микро-ЭВМ. Учебное пособие для вузов. / В. Л. Колмогоров и др.; под ред.: В. Л. Колмогорова, С. И. Паршакова. М.: Металлургия, 1993. 320 с.
12. Прусаков Г.М. Математические модели и методы в расчетах на ЭВМ. М.: Наука, 1993. 144 с.
13. Разработка САПР. В 10 книгах. Книга 9. Имитационное моделирование: практ. пособие / В. М. Черненький; под ред. А. В. Петрова. М.: Высш. шк., 1990. 112 с.
14. J.M. Cabrera, A. Al Omar, J.M. Prado. Simulation de la fluencias en client de un aero microaleado con un contenido medio de carbono. II parte. Recristalizacin dinmica: inicio y cintica. *Rev. Metal Madrid*, 33 (3), 1997, pp. 143–152.

DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219257

УДК 517.928

**М.О. Рашевський**, кандидат фіз.-мат. наук, доцент, [mora290466@gmail.com](mailto:mora290466@gmail.com)  
Криворізький національний університет, м. Кривий Ріг

## АСИМПТОТИЧНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИМИ СИСТЕМАМИ

*Побудовано асимптотичні розв'язки задачі оптимального керування системами з повільно змінними коефіцієнтами. Досліджено випадок наявності у системі точок повороту. Дано оцінку точності побудованого наближеного розв'язку.*

**Ключові слова:** система оптимального керування; асимптотичний розв'язок; точка повороту.

*Asymptotic solutions of systems for automatic control with slowly variable parameters are constructed. The cases of available of turning points in the system are investigated. The estimation of the error of the constructed approximate solution is given.*

**Keywords:** system of automatic control; asymptotic solution; turning point.

### Постановка проблеми

Система оптимального керування, що описується системою диференціальних рівнянь

$$\frac{d\mathbf{x}(\tau, \varepsilon)}{dt} = \mathbf{A}(\tau, \varepsilon)\mathbf{x}(\tau, \varepsilon) + \mathbf{B}(\tau, \varepsilon)\mathbf{u}(\tau, \varepsilon), \quad (1)$$

неодноразово досліджувались [1, 4, 6] у різних припущеннях про її коефіцієнти. Тут  $\mathbf{x}(\tau, \varepsilon)$  — невідомий  $n$ -вимірний вектор,  $\mathbf{A}(\tau, \varepsilon)$  та  $\mathbf{B}(\tau, \varepsilon)$  — відповідно  $n \times n$  та  $n \times r$ -матриці динамічних коефіцієнтів системи, що є функціями повільного часу  $\tau = \varepsilon t$ ,  $\tau \in [0; L]$ ,  $L < +\infty$ ,  $\varepsilon > 0$  — дійсний малий параметр;  $\mathbf{u}(\tau, \varepsilon)$  —  $r$ -вимірний вектор керування. Наступну задачу теорії оптимального керування називають задачею оптимальної корекції [4, стор. 370].

Необхідно вибрати керування  $\mathbf{u}(\tau)$ , що переводить систему (1) із початкового стану (точки  $\mathbf{x}_0$   $n$ -вимірного простору)

$$\mathbf{x}(0, \varepsilon) = \mathbf{x}_0 \quad (2)$$

у точку

$$\mathbf{x}(T, \varepsilon) = \mathbf{x}_T \quad (3)$$

за фіксований час  $T$ , забезпечуючи при цьому мінімум функціоналу

$$I = \int_0^T ((\mathbf{W}(\tau, \varepsilon)\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}) + \mathbf{C}(\tau, \varepsilon)\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) dt, \quad (4)$$

де  $\mathbf{W}(\tau, \varepsilon)$  та  $\mathbf{C}(\tau, \varepsilon)$  — додатно означені матриці.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Сформульована задача вивчалася [4, стор. 370; 6, стор. 84] у зв'язку із практичними застосуваннями у технічних та економічних системах, зокрема у задачі корекції орбіт штучних супутників, задачі керування в економічних системах тощо.

Припускалося, що матриці  $\mathbf{A}(\tau, \varepsilon)$ ,  $\mathbf{B}(\tau, \varepsilon)$ ,  $\mathbf{W}(\tau, \varepsilon)$  та  $\mathbf{C}(\tau, \varepsilon)$  зображуються асимптотичними рядами вигляду

$$\mathbf{A}(\tau, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \mathbf{A}_k(\tau), \quad \mathbf{B}(\tau, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \mathbf{B}_k(\tau), \quad \mathbf{W}(\tau, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \mathbf{W}_k(\tau), \quad \mathbf{C}(\tau, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \mathbf{C}_k(\tau).$$

При цьому вимагалось, щоб спектр матриці  $\mathbf{A}_0(\tau)$  був стабільним на досліджуваному проміжку, тобто власні значення згаданої матриці не дорівнювали нулю в окремих його точках і не збігалися в ізольованих точках. Точка досліджуваного проміжку, де будь-який корінь дорівнює нулю, називають точкою нестійкості спектру [3], якщо два або більше коренів дорівнюють нулю (або перетинаються), то говориться про точки повороту [2; 3; 5; 7; 8]; інші назви — перехідні точки, точки звороту. Останні не є особливими точками для розв'язку системи, а лише для

його асимптотичного зображення. Тому проблема точок повороту у теорії асимптотичного інтегрування систем розроблялася упродовж минулого століття [3; 7; 8], найбільш інтенсивно у 60-х роках, і не втратила актуальності в нинішньому столітті. Саме цій проблемі присвячені ряд робіт В.П. Маслова, А.М. Самойленка, М.О. Перестюка, П.Ф. Самусенка, А.І. Шафаревича, В.М. Бобочка, Г.В. Завізіона, І.Г. Ключник та інших авторів. Вивчення систем керування із нестабільним спектром розпочалося роботою [2]. Хоча спектральні особливості, як зазначалося, є лише особливостями для побудови асимптотичного зображення розв'язку системи рівнянь, проте цікаві ефекти виникають у випадку нестационарних систем із нестабільним спектром. Саме ці дослідження і представлені у статті.

#### Формулювання мети дослідження

Метою дослідження є побудова асимптотичного розв'язку системи (1) при умовах (2)—(4), тобто задачі оптимальної корекції. Система (1) є системою рівнянь з повільно змінними коефіцієнтами, тому, як правило, не зводиться до квадратур. Для побудови її розв'язку використовуються різні наближені методи. Одні з таких методів — асимптотичні, в яких будується наближення точного розв'язку за степенями малого параметра  $\varepsilon$ . Асимптотичні розв'язки системи (1) побудовано у роботах [4; 6] у припущенні, що корені характеристичного рівняння  $P(\lambda, \tau) \equiv \det\|\mathbf{A}(\tau) - \lambda\mathbf{E}\| = 0$  зберігають постійну кратність на проміжку  $[0; L]$ ;  $\mathbf{E}$  — одинична матриця. Випадок простих коренів полінома  $P(\lambda, \tau)$  розглянуто в [4], а в роботі [6] припускалось, що корені є тотожно кратними. При такій постановці задачі головну роль відіграє спектр не матриці  $\mathbf{A}(\tau)$ , а записаної далі матриці  $\mathbf{D}_0(\tau)$ . У роботі будується асимптотичне зображення розв'язку задачі за умови нестабільного спектру головної матриці системи.

#### Виклад основного матеріалу

Надалі вимагатимемо виконання таких умов.

1<sup>0</sup>. Матриці  $\mathbf{A}_k(\tau)$ ,  $\mathbf{B}_k(\tau)$ ,  $\mathbf{W}_k(\tau)$ ,  $\mathbf{C}_k(\tau)$  є нескінченно диференційовними на сегменті  $[0; L]$ ;  $k \geq 0$ .

2<sup>0</sup>. Корені  $\lambda_1(\tau)$ ,  $\lambda_2(\tau)$ , ...,  $\lambda_m(\tau)$  рівняння  $P(\lambda, \tau) = 0$  є різними на  $(0; L]$  і принаймні два збігаються при  $\tau = 0$ .

Застосовуючи принцип максимуму Понтрягіна до задачі (1), (2), введемо до розгляду гамільтоніан

$$H = (\mathbf{A}(\tau, \varepsilon)x, \psi) + (\mathbf{B}(\tau, \varepsilon)\mathbf{u}, \psi) - (\mathbf{C}(\tau, \varepsilon)\mathbf{u}, \mathbf{u}) - (\mathbf{W}(\tau, \varepsilon)x, x),$$

де  $\psi$  —  $n$  - вимірний вектор спряжених змінних.

Згідно з [4; 7] функція

$$\mathbf{u}^0(\tau, \varepsilon) = \frac{1}{2} \mathbf{C}^{-1}(\tau, \varepsilon) \cdot \mathbf{B}'(\tau, \varepsilon) \cdot \psi \quad (5)$$

надає гамільтоніану максимального значення, отже її побудова є задачею дослідження; тут і далі значком <sup>1</sup> позначено транспонування. Розглянемо  $2n$  - вимірний вектор  $y(\tau, \varepsilon) = (x, \psi)^1$ . З урахуванням виразу для  $\mathbf{u}^0$ , дістанемо векторно-матричне рівняння

$$\frac{dy(\tau, \varepsilon)}{dt} = \mathbf{D}(\tau, \varepsilon)y. \quad (6)$$

Тут

$$\mathbf{D}(\tau, \varepsilon) = \left\| \begin{array}{cc} \mathbf{A}(\tau, \varepsilon) & 0,5 \cdot \mathbf{B}(\tau, \varepsilon) \mathbf{C}^{-1}(\tau, \varepsilon) \mathbf{B}'(\tau, \varepsilon) \\ 2\mathbf{W}(\tau, \varepsilon) & -\mathbf{A}'(\tau, \varepsilon) \end{array} \right\| = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \mathbf{D}_k(\tau) \quad (7)$$

є квадратною матрицею порядку  $2n$ . Характер асимптотичного зображення інтеграла системи (2) істотно залежить від спектру матриці  $\mathbf{D}_0(\tau) = \mathbf{D}(0, 0)$ . У [4; 6] досліджувалися випадки стабільного спектру матриці  $\mathbf{A}_0(\tau)$ , а отже і  $\mathbf{D}_0(\tau)$ . Згідно з [6], у разі стабільного спектру останньої матриці та розв'язності матричного рівняння

$$\mathbf{A}_0(\tau)Q(\tau) + Q(\tau)\mathbf{A}_0'(\tau) - R_0(\tau) = 0, \quad (8)$$

система (2) зводиться до квазідіагональної, і асимптотичне зображення її розв'язку отримується описаними у [4; 6] алгоритмами.

Припустивши, що спектр матриці  $\mathbf{A}_0(\tau)$  є нестабільним, розглянемо відмінності у побудові асимптотичного зображення розв'язку задачі (1)–(3). Перш за все зауважимо, що асимптотичне зображення мало рівномірний характер на досліджуваному відрізку, і був записаний за допомогою фіксованої асимптотичної шкали.

Нехай виконано одну з умов.

4<sup>0</sup>. Принаймні одна із функцій  $\lambda_1(\tau)$ ,  $\lambda_2(\tau)$ , ...,  $\lambda_n(\tau)$  дорівнює нулю у точці  $\tau = 0$ .

5<sup>0</sup>. Принаймні дві функції  $\lambda_i(\tau)$  і  $\lambda_j(\tau)$  збігаються у точці  $\tau = 0$ , і відрізняються в інших точках проміжку, при цьому матриця  $\mathbf{A}_0(0)$  має просту структуру.

6<sup>0</sup>. Принаймні дві функції  $\lambda_i(\tau)$  і  $\lambda_j(\tau)$  збігаються у точці  $\tau = 0$ , і відрізняються в інших точках проміжку, при цьому матриця  $\mathbf{A}_0(0)$  подібна жордановій клітині.

Вибір точки  $\tau = 0$  не є принциповим, це може бути будь-яка ізольована точка проміжку, або декілька точок.

При виконанні будь-якої з умов 4<sup>0</sup> – 6<sup>0</sup>  $\det \mathbf{A}_0(0) = 0$ , отже рівняння (8) не для будь-якої матриці  $R_0(\tau)$  буде розв'язним, і алгоритми, розроблені у [4; 7] не дають можливості зінтегрувати задачу. Якщо виконано умову 5<sup>0</sup>, то систему (1) можна проінтегрувати багатофазовим методом, тобто записати її розв'язок єдиним виразом. Але це неможливо здійснити для системи (6), яку треба розв'язати при даній постановці задачі.

У роботі [6, стор. 92] для ілюстрації алгоритму розглянуто рівняння

$$\frac{d^2 x(\tau, \varepsilon)}{dt^2} + \omega^2(\tau, \varepsilon)x(\tau, \varepsilon) = u(\tau),$$

що описує деяку систему зі скалярним керуванням  $u(\tau)$  на проміжку  $[0; 1]$ , де

$$\omega(\tau, \varepsilon) = \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon^s \omega_s(\tau), \quad \omega_0(\tau) > 0, \quad 0 \leq t \leq T = \frac{1}{\varepsilon}, \quad \tau = \varepsilon t.$$

Критерієм якості є функціонал  $I(u) = \frac{1}{2} \int_0^T u^2(\tau) dt$ .

У векторно-матричній формі досліджуване рівняння має вигляд

$$\frac{d\mathbf{x}(\tau, \varepsilon)}{dt} = \mathbf{A}(\tau, \varepsilon)\mathbf{x}(\tau, \varepsilon) + \mathbf{B}(\tau)\mathbf{u}(\tau),$$

де

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}(\tau, \varepsilon) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2(\tau, \varepsilon) & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}(\tau) = \mathbf{E}, \quad \mathbf{u}(\tau) = \begin{pmatrix} 0 \\ u(\tau) \end{pmatrix}.$$

Матриця  $\mathbf{D}_0(\tau)$  системи (6) у цьому випадку має вигляд

$$\mathbf{D}(\tau, \varepsilon) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ -\omega^2(\tau, \varepsilon) & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \omega^2(\tau, \varepsilon) \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Якщо  $\omega(\tau, 0) > 0$ , як вимагається у [6], то матриця  $\mathbf{D}_0(\tau)$  невідродженим перетворенням зводиться до діагональної

$$\text{diag}\{i\omega_0(\tau), i\omega_0(\tau), -i\omega_0(\tau), -i\omega_0(\tau)\}.$$

Якщо  $\omega(0, 0) = 0$ , то такого перетворення не існує, а матриця  $\mathbf{D}_0(0)$  подібна жордановій клітині із невідродженою матрицею перетворення  $\mathbf{P}(0, 0)$ :

$$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{D}(\tau, \varepsilon)\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega^4(\tau, \varepsilon) & 0 & -2\omega^2(\tau, \varepsilon) & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{P}(\tau, \varepsilon) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 + \omega^2(\tau, \varepsilon) & 1 & 0 \\ 0 & -\omega^2(\tau, \varepsilon) & 0 & -1 \\ \omega^2(\tau, \varepsilon) & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

При побудові асимптотичного зображення розв'язку записаного рівняння використовують функції Ейрі. Для системи необхідно використати багатомасштабний метод.



Зокрема, якщо виконано умову  $2^0$  і  $2n \times 2n$  — матриця  $\mathbf{D}_0(0)$  подібна одній жордановій клітині із нульовим власним значенням, то асимптотичне зображення розв'язку за виконання додаткової умови

$$7^0. \left. \frac{d}{d\tau} \det \mathbf{D}_0(\tau) \right|_{\tau=0} \neq 0,$$

запишеться у вигляді

$$\mathbf{Y}(\tau, \varepsilon) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{2n} Z^{(j)}(\varepsilon^{-\frac{2n}{2n+1}} \xi) \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \mathbf{U}_{jk}(\tau), & \tau \in [0; L_1 \varepsilon^{\frac{2n}{2n+1}}], \\ \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \mathbf{U}_k(\tau) \exp \left\{ \int_0^t \Lambda_k(s) ds \right\}, & \tau \in [L_2 \varepsilon^{\frac{2n}{2n+1}}; L]. \end{cases}$$

Тут функції  $Z^{(j)}(s)$  — фундаментальна система розв'язків рівняння Ейрі  $Z^{(2n)}(s) + sZ(s) = 0$ ,  $L_1$  і  $L_2$  — сталі, що не залежать від  $\varepsilon$ . Перший із записаних виразів називають «внутрішнім» розвиненням розв'язку, а другий — «зовнішнім». Після визначення невідомих коефіцієнтів записаних вище формальних рядів необхідна процедура зрощування асимптотичних розвинень, якій присвячено роботу [8], в якій отримано формули зв'язку для «зовнішнього» та «внутрішнього» розвинень. Тільки у випадку  $n = 2$  формули зв'язку не потрібні — можлива побудова фундаментальної матриці у вигляді єдиного виразу. Саме у записаному вище вигляді отримано результат роботи [2], де мав місце саме випадок  $n = 2$ , тобто результат можна подати єдиним записом. В наведеному варіанті вираз для єдиного запису потребує використання розбиття одиниці.

Розглянемо спосіб розв'язування системи (6) у загальному вигляді, а для аналізу розв'язку використаємо деякі властивості системи (1) із нестабільним спектром.

Згідно з багатомасштабним методом [7], дістанемо різні вирази для асимптотичного розв'язку на проміжках

$$[0; L_0 \cdot \varepsilon^{r_p}], [L_k \cdot \varepsilon^{r_{p-k+1}}; L_k \cdot \varepsilon^{r_{p-k}}], [L_p \cdot \varepsilon^{r_1}; L]. \quad (9)$$

Тут  $l_k$  і  $L_k$  — сталі, що не залежать від  $\varepsilon$ ;  $k = 1, 2, \dots, p$ ,  $0 = r_0 < r_1 < \dots < r_p$  — дійсні числа, множина яких є скінченною. Багатомасштабним методом [7] побудуємо асимптотичне зображення інтегральної матриці у вигляді

$$\Phi(\xi_k, \varepsilon) = \left\| \Phi_{ij}(\varepsilon^{r_{p-k}} \tau, \varepsilon) \right\|_{i,j=1}^{2n,n}$$

на кожному із перерахованих у (9) проміжків.

Побудова розв'язку на всьому проміжку зміни незалежної змінної описаним методом, як зазначалося вище, потребує досить громіздкої процедури склеювання розв'язків (або узгодження асимптотичних розвинень), отриманих на вказаних проміжках. Виконавши названі процедури, отримаємо розв'язок системи (6) у формі формального ряду для інтегральної матриці

$$\Phi(\tau, \varepsilon) = \sum_{i=0}^p \rho_i(\tau) \Phi_i(\xi_i, \varepsilon). \quad (10)$$

Тут  $\rho(\tau)$  — розбиття одиниці, визначене на досліджуваному проміжку. Маючи інтегральну матрицю системи (6)  $\Phi(\tau, \varepsilon) = \left\| \Phi_{ij}(\tau, \varepsilon) \right\|_{i,j=1}^{2n,n}$ , можна записати вирази для невідомих векторів:

$$\mathbf{x}(\tau, \varepsilon) = \left( \sum_{i=1}^{2n} \Phi_{1i} a_i, \dots, \sum_{i=1}^{2n} \Phi_{ni} a_i \right);$$

$$\mathbf{\psi}(\tau, \varepsilon) = \left( \sum_{i=1}^{2n} \Phi_{n+1,i} a_i, \dots, \sum_{i=1}^{2n} \Phi_{2n,i} a_i \right),$$

де  $a_i$  — координати сталого вектора, які визначаються із крайових умов як розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases} x_0^i = \sum_{j=1}^{2n} \Phi_{ij}(0) a_j, \\ x_T^i = \sum_{j=1}^{2n} \Phi_{ij}(T) a_j. \end{cases}$$

Методом [6] доводиться, що формальна матриця (10) є асимптотичним зображенням фундаментальної матриці  $Y(\tau, \varepsilon)$  системи (6) і має місце рівність  $Y(\tau, \varepsilon) = \Phi_m(\tau, \varepsilon) + O(\varepsilon^{m-1})$ , де  $\Phi_m(\tau, \varepsilon)$  —  $m$ -наближення, яке дає  $m$ -а частинна сума ряду.

Маючи фундаментальну матрицю системи (6), повторимо міркування роботи [6, стор. 93] для побудови асимптотичного зображення синтезу оптимального керування. Знайдемо невідомі вектори  $x(\tau, \varepsilon)$  та  $\psi(\tau, \varepsilon)$ , а отже і вектор керування  $u(\tau, \varepsilon)$  з асимптотичними оцінками:

$$\mathbf{x}_m(\tau, \varepsilon) = \Phi_{m,(1)}(\tau, \varepsilon) \cdot \mathbf{a} + O(\varepsilon^{m-1}),$$

$$\mathbf{u}_m^0(\tau) = (2C)^{-1}(\tau, \varepsilon) \cdot \mathbf{B}^t(\tau, \varepsilon) \cdot \Phi_{m,(2)}(\tau, \varepsilon) \cdot \mathbf{a} + O(\varepsilon^{m-1}).$$

$\Phi_m(\tau, \varepsilon) = (\Phi_{m,(1)}(\tau, \varepsilon); \Phi_{m,(2)}(\tau, \varepsilon))$ , а також асимптотичну формулу для функціонала:

$$I_m = \int_0^T ((\mathbf{W}(\tau, \varepsilon) \mathbf{x}_m \cdot \mathbf{x}_m) + C(\tau, \varepsilon) \mathbf{u}_m^0 \cdot \mathbf{u}_m^0) dt + O(\varepsilon^{(m-1)n}).$$

Виключивши параметр  $\mathbf{a}$  із записаних вище виразів для  $\mathbf{x}_m$  та  $\mathbf{u}_m$ , дістанемо асимптотичне зображення для синтезу оптимального керування:

$$\mathbf{u}_m^0(\tau, \mathbf{x}_m, \varepsilon) = (2C)^{-1}(\tau, \varepsilon) \cdot \mathbf{B}^t(\tau, \varepsilon) \cdot \Phi_{m,(2)}(\tau, \varepsilon) \cdot \Phi_{m,(1)}^{-1}(\tau, \varepsilon) \cdot \mathbf{x}_m + O(\varepsilon^{m-1}).$$

У припущенні, що визначено вектор керування, розглянемо систему (1), яка стане неоднорідною системою

$$\frac{d\mathbf{x}(\tau, \varepsilon)}{dt} = \mathbf{A}(\tau, \varepsilon)\mathbf{x}(\tau, \varepsilon) + \mathbf{f}(\tau).$$

Якщо остання система має в точці  $\tau_1$  нестабільність у спектрі таку, що принаймні одне власне значення  $\lambda(\tau_1) = 0$ , то  $\det \mathbf{A}(\tau_1, 0) = 0$ , і розв'язок (а не тільки його асимптотичне зображення) цієї системи при  $\mathbf{f}(\tau_1) \neq 0$  матиме необмеженість при  $\varepsilon \rightarrow 0$ , що може бути небажаним у багатьох реальних системах. Зокрема, якщо  $\mathbf{A}(\tau_1, 0)$  подібна жордановій клітці порядку  $n$ , то  $|\mathbf{x}(\tau, \varepsilon)| = O(\varepsilon^{-\frac{1}{n}})$  навіть за виконання умови стійкості. При наявності точок поворот таких, що  $\det \mathbf{A}(\tau_1, 0) \neq 0$ , розв'язок залишатиметься обмеженим за виконання умови стійкості. Отже, забезпечення умови обмеженості розв'язку можливе при  $\mathbf{f}(\tau_1) = 0$ . Це можливо або при виконанні рівності  $\mathbf{B}(\tau_1, 0) = 0$  або  $\mathbf{u}(\tau_1, 0) = 0$ . Іншими словами, керування має бути рівним нулю в момент проходження системою точки повороту.

### Висновки

Нестабільність у спектрі головної матриці системи призводить до того, що побудова асимптотичного зображення розв'язку є значно складнішим, і потребує громіздких процедур при конструюванні фундаментальної матриці. Проте це відноситься до суто математичної частини дослідження. Реальність і фізичний зміст точок нестабільності потребує аналізу для кожної конкретної системи керування.

### Список використаної літератури

1. Абгарян К. А. Матричные и асимптотические методы в теории линейных систем. Москва: Наука, 1973. 431 с.
2. Leifura V. N. On One Problem of Automatic Control with Turning Points. *Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics* : Proceedings of the Second International Conference. Kyiv, 1997. V. 2. P. 488–491.
3. Ломов С. А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений. Москва : Наука, 1981. 400 с.

4. Моисеев Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики. 2-е изд., перераб. Москва : Наука, 1981. 400 с.
5. Самойленко А. М., Шкіль М. І., Яковець В. П. Лінійні системи диференціальних рівнянь з виродженнями. Київ : Вища шк., 2000. 294 с.
6. Шкіль Н. И., Вороной А. Н., Лейфура В. Н. Асимптотические методы в дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнениях. Киев : Выща шк., 1985. 248 с.
7. Wasow W. Linear Turning Point Theory. New York : Acad. Press, 1985. 246 p.
8. Wasow W. The central connection problem at turning points of linear differential equations. *Commentarii Helv.* 1971, v. 46. P. 65–86.

## ASYMPTOTIC SOLUTION OF THE OPTIMAL CONTROL PROBLEM NON-STATIONARY SYSTEMS

Rashevs'kyi M.

### Abstract

Models of non-stationary automatic control systems are differential equations with variable coefficients. Such equations do not integrate in quadratures in the general case. Asymptotic methods are methods of approximate integration of differential equations with variable coefficients.

In the article the non-stationary automatic control system with slowly variable parameters is considered. To study this system it is necessary to construct an asymptotic representation of its solution. In the theory of asymptotic integration exist a problem to construction of the asymptotic solution of a system in the presence of a turning point. Special methods have been developed to construct a solution to such systems. The most common methods is the method of reference equations, the method of the Maslov's canonical operator, the multiphase Kucherenko method , the method of W. Wasow.

The purpose of the article is to construct an asymptotic solution of a linear system of differential equations with available a turning point.

In this article the asymptotic representation of the solution of the optimal correction problem is constructed. The case of nonstability spectrum of the main matrix and the available of turning points are investigated. Application of the Pontryagin maximum principle to the problem leads to a system with slowly varying coefficients and an nonstable spectrum. Construction of a formal solution of the main system with turning points in the form of a single expression in some cases is possible. The system formed in the process of solving the problem of optimal correction does not allow the mentioned construction. A multiscale method was used to solve this system of equations. Asymptotic estimates for the constructed approximations are given. The studied problem has practical applications in technical and economic systems, in particular in the calculation of the correction of the orbits of artificial satellites.

Further research may be aimed at finding a unified approach to solving such problems and to ascertain the physical meaning of the turning point in specific systems of automatic control.

### References

- [1] Abgaryan, K.A. (1979). *Matrichniye i asimptoticheskiye metody v teorii lineinyh system [Matrix and asymptotic methods in the theory of linear systems]*. Moscow: Nauka [in Russian].
- [2] Leifura, V.N. (1997). On One Problem of Automatic Control with Turning Points. Proceeding of the 2nd International Conference «Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics», 2, (pp. 488–491). Kyiv: Institute of Mathematics. Retrieved from <https://www.slac.stanford.edu/econf/C9707077/papers/art68.pdf>
- [3] Lomov, S.A. (1981). *Vvedenie v obshchuyu teoriyu singulyarnyh vozmushchenij [Introduction to the general theory of singular perturbations]*. Moscow: Nauka [in Russian].

- [4] Moiseev, N.N. (1981) *Asimptoticheskiye metody nelineinoj mehaniki [Asymptotic methods of nonlinear mechanics]* (2<sup>nd</sup> ed., rev.). Moscow: Nauka [in Russian].
- [5] Samoilenko, A.M., Shkil', M.I., & Yakovets, V.P. (2000). *Linijni Systemy dyferentsial'nyh rivnyan' z vyrodzhennyamy [Linear systems of differential equations with degenerations]*. Kyiv: Naukova Dumka [in Ukrainian].
- [6] Shkil', M.I., Voronoi, A.N., & Leifura, V.N. (1985). *Asimptoticheskiye metody v differentsyal'nyh i integro-differentsyal'nyh uravneniyah [Asymptotic methods in differential and integro-differential equations]*. Kyiv: Vyscha Shkola [in Russian].
- [7] Wasow, W. (1966). On a Turning Point Problems for Systems with Almost Diagonal Coefficient Matrix. *Funkcialaj Ekvacioj*, (8(3)), 143–171.
- [8] Wasow, W. (1971). The central connection problem at turning points of linear differential equations. *Commentarii Mathematici Helvetici*. (46), 65–86. DOI <https://doi.org/10.1007/BF02566828>

DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219259

УДК 519.614

**Л.М. Божуха**<sup>2</sup>, к.фіз.-мат. наук, доцент, bozhukha.li@gmail.com

**О.С. Косухіна**<sup>1</sup>, к.т.н., доцент, e\_kos@ukr.net

**О.В. Косухін**<sup>1</sup>, здобувач вищої освіти третього (доктор філософії) рівня, kosukhin24@gmail.com

**Д.І. Божуха**<sup>1</sup>, здобувач вищої освіти другого (магістр) рівня,

<sup>1</sup>Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

<sup>2</sup>Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара, м. Дніпро

## ПРО МЕТОДИ ЗНАХОДЖЕННЯ ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ SVD-РОЗКЛАДАННЯ МАТРИЦІ

*Обрання алгоритмів аналізу даних на етапі зменшення розмірності даних з втратою мінімальної кількості інформації залежать від набору даних та подальшого використання зменшеного простору ознак в подальших алгоритмах (наприклад, при роботі з зображеннями та обробці текстових даних).*

*В роботі отримано результати використання точних, чисельних та ітераційних методів сингулярного розкладання прямокутних матриць та виконаний порівняльний аналіз роботи їх алгоритмів. Опрацьовування методів проводилося на зображеннях для отримання наочності, що не зменшує область їх використання для роботи з текстовими даними.*

**Ключові слова:** *svd-метод; сингулярні числа; власні вектори; алгоритм сингулярного розкладання.*

*The choice of data analysis algorithms at the stage of the data reducing dimensionality with the loss of the information minimum amount depends on the data set and the subsequent use of reduced feature space in the subsequent algorithms (for example, when working with images and text processing).*

*The results of using exact, numerical and iterative methods of singular decomposition of rectangular matrices are obtained and a comparative analysis of their algorithms is performed. The methods were processed on images to obtain clarity, which does not reduce the scope of their use for working with textual data.*

**Keywords:** *svd-method; singular numbers; eigenvectors; singular decomposition algorithm.*

### Постановка проблеми

Зменшення розмірності даних з втратою мінімальної кількості інформації базується на скороченні кількості випадкових змінних шляхом отримання множини головних змінних. Цю задачу можна розділити на декілька кроків. Першим кроком вважають обрання ознак, а другим — виділення вагомих ознак. Математичною основою щодо виділення ознак є перетворення багатовимірного простору в простір невеликої кількості вимірів. Для вирішення цієї задачі можна використати лінійне та нелінійне перетворення або деякі підходи тензорного числення.

Класичним прикладом лінійної техніки перетворення можна вважати метод головних компонент (principal component analysis, PCA), для реалізації якого можуть бути використані обчислення власних векторів і чисел коваріаційної матриці початкових даних або метод сингулярного розкладу матриць (singular-value decomposition, SVD). Існує великий спектр чисельних методів для обчислення власних значень та власних векторів.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

При використанні методів власних [1] і сингулярних векторів [2] щодо аналізу даних зображень/текстів основним недоліком є використання значних обчислювальних ресурсів. Для роботи з зображеннями можна використати інструментарій модального аналізу.

Обрання алгоритмів аналізу даних на етапі зменшення розмірності даних з втратою мінімальної кількості інформації залежать від набору даних та подальшого використання зменшеного простору ознак в подальших алгоритмах.

### Формулювання мети дослідження

В роботі ставиться задача отримання результатів використання чисельних та ітераційних методів сингулярного розкладання матриць та виконання порівняльного аналізу роботи цих алгоритмів.

### Виклад основного матеріалу

Для роботи з даними потрібно розглянути дві основні задачі — задачу стиснення-відновлення зі збереженням достатньої якості і задачу ідентифікації, коли потрібно побудувати стислий образ з великим коефіцієнтом стиснення, і це відображення має бути взаємно-однозначним. Технологія стиснення-відновлення може бути заснована на сингулярному розкладанні матриці [4]. Для багатьох класів зображень сингулярні числа дуже швидко зменшуються. Можна залишити малу кількість сингулярних чисел, при цьому норма зміниться незначно і зміни зображення будуть майже непомітні. Цей феномен і дає можливість стиснення-відновлення (з втратами).

Чорно-біле зображення розмірності  $n \times n$  пікселів можна розглядати як матрицю тієї ж розмірності, значеннями елементів якої служать числа, відповідні інтенсивності білого кольору для кожного пікселя. Тому, як і для будь-якої матриці, до зображення можна застосувати сингулярне розкладання (SVD-розкладання).

Розглянемо алгоритм SVD-стиснення на прикладі.

1. Нехай задано в форматі \*.bmp зображення  $A$ . Зображенню  $A$  відповідає цілочисельна матриця  $A$  довільного розміру ( $512 \times 512$ ), ( $256 \times 256$ ) або ін. Здійснюємо сингулярне розкладання матриці, використовуючи чисельний апарат знаходження власних значень та векторів матриць  $A^T A$  та  $A A^T$  (для зручності була використана бібліотека Alglib).

2. Сингулярні числа швидко зменшуються, і починаючи з деякого номера стають досить малими, а, отже, значення, що залишаються, можна не враховувати при відновленні вихідного зображення. Таким чином, замість матриці  $A$  розмірності  $n \times n$  потрібно зберігати матриці розмірності  $n \times k$ ,  $k \times n$  і рядок з  $k$  чисел. Тобто отримуємо стиснення з коефіцієнтом

$$k = \frac{n^2}{k(2n+1)}.$$

Алгоритм SVD-стиснення та знаходження власних значень та власних векторів у розробленому програмному забезпеченні реалізується за допомогою підпрограм. Зокрема, виділимо такі:

1) Підпрограма для знаходження власних значень (і власних векторів) симетричної матриці:

Вхідними параметрами є:  $A$  — симетрична матриця, яка задається його верхньою або нижньою трикутною частиною; масив  $[0..N-1, 0..N-1]$ , де  $N$  — розмір матриці  $A$ ;  $ZNeeded$  — прапор, який контролює, чи потрібні власні вектори чи ні (якщо  $ZNeeded$  дорівнює 0, то власні вектори не повертаються, а якщо 1, то власні вектори повертаються);  $IsUpperA$  — формат зберігання матриці  $A$ ;  $B1, B2$  — границі напіввідкритого інтервалу ( $B1, B2$ ) для пошуку власних значень.

Вихідними параметрами є:  $M$  — число власних значень ( $M \geq 0$ );  $W$  — масив знайдених власних значень; масив, індекс якого змінюється в інтервалі  $[0..M-1]$ ; прапор  $Z$  — якщо  $ZNeeded$  дорівнює 0, то значення  $Z$  не змінюється, а якщо, то  $Z$  буде містити власні вектори; масив, індекси якого змінюються в інтервалах  $[0..N-1, 0..M-1]$ . При цьому власні вектори зберігаються в стовпцях матриці.

Результатом роботи підпрограми є:

- значення True, якщо робота успішна;  $M$  містить число власних значень у даному напівінтервалі (може бути дорівнює 0);  $W$  містить власні значення,  $Z$  містить власні вектори (якщо необхідно);

- False, якщо підпрограма методу бісекції не змогла знайти власні значення в заданому інтервалі або якщо підпрограма зворотної ітерації не змогла знайти всі відповідні власні вектори. У цьому випадку власні значення і власні вектори не повертаються,  $M$  дорівнює 0.

## 2) Підпрограма сингулярного розкладання матриці:

Вхідними параметрами є:  $A$  — симетрична матриця, яка задається її верхньою або нижньою трикутною частиною,  $[0..N-1, 0..N-1]$ , де  $N$  — розмір матриці  $A$ ;  $ZNeeded$  — прапор, який контролює, чи потрібні власні вектори чи ні, якщо  $ZNeeded$  дорівнює 0, то власні вектори не повертаються, а якщо 1, то власні вектори повертаються;  $IsUpperA$  — формат зберігання матриці  $A$ ;  $B1, B2$  — межі напіввідкритого інтервалу  $(B1, B2)$  для пошуку власних значень  $\lambda$ .

Вихідними параметрами є:  $M$  — число власних значень ( $M \geq 0$ );  $W$  — масив знайдених власних значень; масив, індекс якого змінюється в інтервалі  $[0..M-1]$ ;  $Z$  — якщо  $ZNeeded$  дорівнює 0, то  $Z$  не змінюється, а якщо 1, то  $Z$  містить власні вектори; масив, індекси якого змінюються в інтервалах  $[0..N-1, 0..M-1]$ . Власні вектори зберігаються в стовпцях матриці.

Результатом роботи підпрограми є:

- True, якщо операція успішна,  $M$  містить кількість власних значень (може бути 0),  $W$  містить власні значення,  $Z$  містить власні вектори (якщо необхідно).

- False, якщо підпрограма методу бісекції не змогла знайти власні значення в заданому інтервалі або якщо зворотній ітерації підпрограми не вдалося знайти всі відповідні власні вектори. У цьому випадку власні значення і власні вектори не повертаються,  $M$  дорівнює 0.

В роботі розроблено програмний продукт у програмному середовищі Microsoft Visual Studio на мові програмування C#. При обранні зображення запускається метод сингулярного розкладання матриці яскравості та виконується перевірка правильності розкладу при збереженні даних трьох матриць розміру 400\*400. Головне вікно програми представлено на рис. 1.

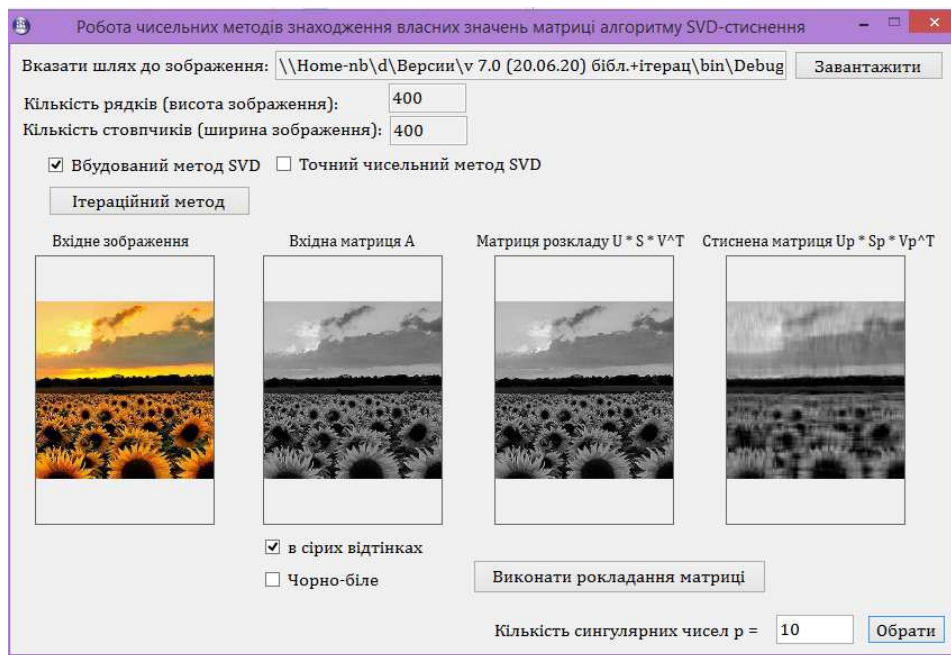


Рис. 1. Головне вікно програми

Для показу роботи методу SVD можна обрати різну кількість сингулярних значень та побудувати відповідні апроксимаційні матриці зображень.

Результати роботи точного чисельного методу можна побачити на рис. 1 у формі «Матриця розкладу  $U \cdot S \cdot V^T$ ». На цьому етапі роботи для обчислення власних векторів сингулярного розкладання використаний підхід, який представлений у роботі [1]. Знаходження власних значень виконано на основі методу Левер'є.

Дуже часто при розв'язанні прикладної задачі необхідно знайти не обов'язково всі власні значення. Іноді достатньо знайти тільки найбільше власне значення або набір власних значень, які розташовані в порядку спадання. Для розв'язання часткової задачі знаходження власних

значень ефективними є ітераційні методи. Довільний ітераційний процес знаходження найбільшого власного значення  $\lambda_1$  базується на розв'язанні системи рівнянь  $AX = \lambda_1 X$ . При повторенні декілька разів операції множення  $AX$  права частина рівняння буде збільшуватися на максимальне по модулю число  $\lambda_i$ . Цей підхід ітераційного методу реалізований у представленому проекті аналізу методів. В якості додаткових ітераційних методів знаходження власних значень і векторів обиралися покомпонентний метод, метод скалярних добутків, метод Лєвер'є, метод Фадєєва та метод обертання Якобі для симетричних матриць.

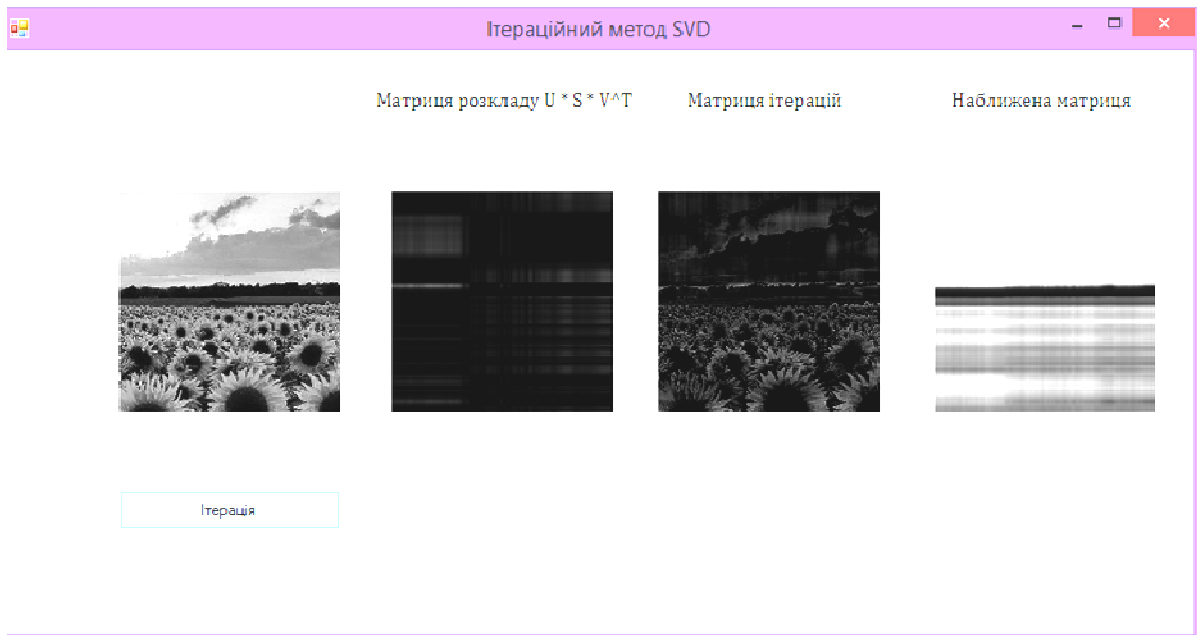


Рис. 2. Результати роботи ітераційного алгоритму (2 ітерації)

Виділяють ітераційний алгоритм знаходження власних чисел та матриць сингулярного розкладання SVD. Ставиться задача послідовного знаходження векторів  $U_k, V_k$  та сингулярних чисел  $\lambda_k$  ( $k = \overline{1, r}, r \geq \min(m, n)$ ),  $r$  — ранг матриці  $A$  розміру  $m \times n$ . Ітераційний процес проходить за відповідною схемою. Робота представленого ітераційного алгоритму представлена на рис.2. Користувачу надається можливість слідкувати за ітераційним процесом побудови матриці зображення з переглядом результатів матриці  $A = V \Sigma W$ , матриці ітерацій та наближеної матриці.

### Висновки

Використання технології стиснення-відновлення, яка заснована на сингулярному розкладанні матриці, надає інструмент роботи з багатьма класами даних при швидкому зменшенні відсортованої множини сингулярних чисел.

У даній роботі отримано результати використання ітераційних методів сингулярного розкладання прямокутних матриць та виконаний порівняльний аналіз роботи їх алгоритмів. Отримані результати використання ітераційних методів сингулярного розкладання матриць при роботі з даними можуть бути використані для роботи з текстовими даними (корпусами текстів). Для обробки великого обсягу текстових даних (наприклад, тематичне моделювання) залишається проблема розрідженості матриць та коректного використання метрик простору.

Використання точних чисельних методів для знаходження власних векторів та власних значень у сукупності суттєво ускладнює процес обчислення за рахунок високої кількості обчислень при врахуванні великих розмірів вхідних матриць даних. Складність цього підходу полягає у використанні чисельних методів обчислення визначників, розв'язання систем лінійних рівнянь, знаходження коренів трансцендентних рівнянь.



### Список використаної літератури

1. Характеристический полином, собственные числа, собственные векторы матрицы [Электронный ресурс]. URL: <http://pmpu.ru/vf4/algebra2/charpoly>
2. Сингулярное разложение матрицы [Электронный ресурс]. URL: <https://www-cloudfront-alias.coursera.org/learn/vvedeniye-v-nauku-o-dannykh>
3. Г.Т. Олійник, Т.В. Савельєва, О.М. Пригодюк Розв'язання фахових задач із застосуванням ПЕОМ: посіб. з інформатики і системології для студентів напрямів підготовки 6.040106 – екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування (екологія та охорона навколишнього середовища), 6.051301 – хімічна технологія (хімічна технологія неорганічних речовин), 6.051701 – харчові технології та інженерія (технології продуктів бродіння і виноробства), 6.060101 – будівництво (промислове та цивільне будівництво). Черкаси: ЧДТУ, 2011. 180 с.
4. В.Г. Лежнев, А.Н. Марковский Математические алгоритмы сжатия изображений: учебное пособ. Краснодар: КГУ, 2015. 55 с.

### ABOUT METHODS OF FINDING OWN VALUES FOR SVD-DECOMPOSITION MATRIX

**Bozhukha L., Kosukhina E., Kosukhin A., Bozhukha D.**

The choice of data analysis algorithms at the stage of the data reducing dimensionality with the loss of the information minimum amount depends on the data set and the subsequent use of reduced feature space in the subsequent algorithms (for example, when working with images and text processing).

To work with the data, two main tasks are considered — the task of compression-recovery with sufficient quality and the problem of identification, when you want to build a compressed image with a high compression ratio, and this mapping should be mutually unique. Compression-recovery technology can be based on the singular decomposition of the matrix [4]. For many image classes, singular numbers decrease very rapidly. You can leave a small number of singular numbers, while the rate will change slightly and the changes in the image will be almost invisible. This phenomenon allows compression-recovery (with losses).

The results of using exact, numerical and iterative methods of singular decomposition of rectangular matrices are obtained and a comparative analysis of their algorithms is performed. The methods were processed on images to obtain clarity, which does not reduce the scope of their use for working with textual data.

The use of compression-recovery technology, which is based on the singular decomposition of the matrix, provides a tool for working with many classes of data while rapidly reducing the sorted set of singular numbers.

In this paper, the results of using iterative methods of singular decomposition of rectangular matrices are obtained and a comparative analysis of their algorithms is performed. The obtained results of using iterative methods of singular decomposition of matrices when working with data can be used to work with text data (text corpora). For the processing of large amounts of text data (for example, thematic modeling) there is a problem of sparse matrices and the correct use of space metrics.

The use of accurate numerical methods to find eigenvectors and eigenvalues in the aggregate significantly complicates the calculation process due to the high number of calculations, taking into account the large size of the input data matrices. The complexity of this approach lies in the use of numerical methods for calculating determinants, solving systems of linear equations, finding the roots of transcendental equations.

**References**

- [1] *Harakteristicheskiy polinom, sobstvennyye chisla, sobstvennyye vektoryi matritsyi* [Characteristic polynomial, eigenvalues, eigenvectors of a matrix] Retrieved from URL: <http://pmpu.ru/vf4/algebra2/charpoly>
- [2] *Singulyarnoe razlozhenie matritsyi* [*Singular value decomposition of a matrix*] Retrieved from URL: <https://www-cloudfront-alias.coursera.org/learn/vvedeniye-v-nauku-o-dannykh>
- [3] G.T. Oliynyk, TV Savelyeva, OM Prigodyuk (2011) *Rozv'yazannyya fahovih zadach Iz zastosovannyam PEOM* [Solving professional problems using a PC] (manual on computer science and systemology). Cherkasy: ChTTU
- [4] Lezhnev V.G., Markovsky A.N. (2015), *Matematicheskie algoritmyi szhatiya izobrazheniy* [*Mathematical algorithms for image compression*]: (uchebnoe posob.). Krasnodar: KGU (in Russia)

DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219262

UDC 621.926.001.66

**O. Panchenko**, Ph.D. in Tech. Sc., Associate Professor, panchenko.o.v@nmu.one  
National Technical University “Dnipro Polytechnic”, Dnipro

## **SUBSTANTIATION OF THE ALGORITHM FOR MODELING OF THE JAW CRUSHER MECHANISM WITH A SIMPLE MOVEMENT OF THE JAW**

*The actual scientific problem is solved in the work, which consists in substantiation of the algorithm of modeling of the jaw crusher mechanism with a simple movement of the jaw on the basis of using SOLIDWORKS modelling tools. Empirical equations are obtained, which relate the parameters of the crusher: the height and thickness of the fixed and movable jaws and connecting rod, the length of the spacer plates from the size of the loading inlet, the size of the eccentricity from the stroke of the jaw. It is recommended to use the received regularities at designing the domestic crushers with a simple movement of the jaw.*

**Key words:** jaw crusher; jaw crusher mechanism with a simple jaw movement; eccentricity; movable jaw stroke.

*В роботі вирішена актуальна наукова задача, яка полягає в обґрунтуванні алгоритму моделювання механізму щогової дробарки з простим рухом щоки на основі використання інструментів моделювання SOLIDWORKS. Отримано емпіричні рівняння, котрі пов'язують між собою параметри дробарки: висота і товщина нерухомої і рухомої щок і шатуна, довжини розпірних плит від розміру завантажувального отвору, розмір ексцентриситету від ходу щоки. Рекомендується використовувати отримані закономірності при проектуванні вітчизняних дробарок з простим рухом щоки.*

**Ключові слова:** щогова дробарка; механізм щогової дробарки з простим рухом щоки; ексцентриситет; хід рухомої щоки.

### **Problem's Formulation**

Jaw crushers with a simple movement of the jaw are produced by factories [1—4]: CJSC “Avtokompozyt” (trademark “Drobmash”, Viksa), PJSC “Volgotsem mash” (Tolyatti), machine-building corporation “Uralmash” (Yekaterinburg). On the territory of Ukraine, only the production of jaw crushers with complex jaw movement is established, and jaw crushers are not produced. The analysis of the state of the issue shows that there is a fundamental difference in the designs of the same typical sizes of crushers. The sizes of an outlet (the size of the crushed material), the stroke of a movable jaw, the size of eccentricity, coordinates of fixed supports, overall dimensions differ. This suggests that there is no unification despite the presence of state standard (DEST).

### **Analysis of recent research and publications**

The analysis of the literature shows that the magnitude of the stroke of the movable jaw is determined by different ratios. For example, in Bauman's book [2] the stroke of the movable jaw  $s$  is determined by the ratio  $s = (0.04...0.065)B$ ; in Klushantsev [3]  $s = (0.01...0.03)B$ ; in Dunaiev [4]  $s = (0.03...0.035)B$ . In addition, according to the recommendations of Klushantsev [3] the size of the eccentricity is approximately equal to the stroke of the movable jaw, while Bauman with the reference to the study VNDIdormash [2] which states that the stroke should be twice the size of the eccentricity.

In order to determine the basic geometric parameters of jaw crusher (height and thickness of fixed and movable jaws and connecting rod, the length of the spacer plates from the size of the loading inlet, the size of the eccentricity from the stroke of the jaw) it is necessary to solve an urgent scientific problem, namely, to substantiate the algorithm for modeling the mechanism of the jaw crusher with a simple movement of the jaw.

### Formulation of the study purpose

The purpose of this work is to create sound recommendations for the design of a jaw crusher with a simple movement of the jaw, to determine the geometric dimensions of the mechanism of the jaw crusher with a simple movement of the jaw.

### Presenting main material

Using modern SOLIDWORKS modelling tools, we will determine the relationship between the size of the eccentricity and the links of the mechanism of jaw crushers with a simple movement of the jaw and the stroke of the movable jaw. As a basic design we accept crushers size 900Ч1200 [1—4].

Fig. 1 shows a cross section of a jaw crusher with a simple movement of the jaw, as well as its model. Here it is marked: fixed jaw I — is modelled by a rod hinged in nodes 1 and 2; movable jaw II — is represented by a T-shaped rod (O1-3-5-6), which is hinged in node O1; front spacer plate III — is depicted in the form of a rod 6-7; rear spacer plate IV — is marked with rod 8-O3, hinged in node O3; connecting rod V — is presented in the form of a T-shaped rod (7-8-9-10); eccentric shaft VI — is modelled by a 10-O2 rod, which is hinged in O2 node.

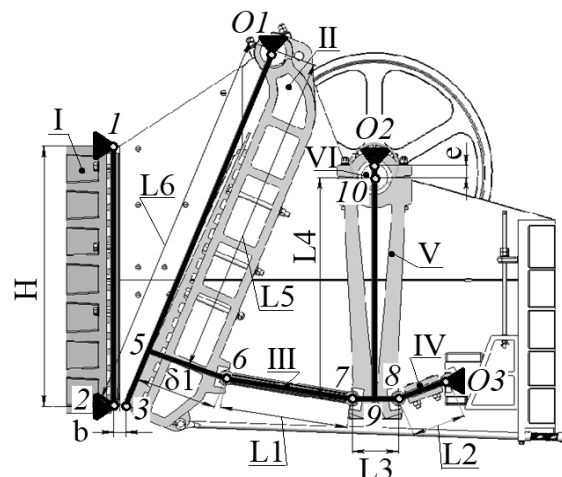


Fig. 1. Model of a jaw crusher with a simple movement of a jaw

To build the mechanism, we use the data given in literature [1—4], where it is known: the overall dimensions of the crusher; flywheel diameter; the stroke of the movable jaw  $s = (0.03 \dots 0.035) B$ ; the size of the outlet  $b$ ; the connecting rod and the eccentric must occupy a vertical position in the open state of the slot of the outlet. For the closed state it is known only that the connecting rod and the eccentric must be collinear; the angles of inclination of the spacer plates to the horizon should be  $10^\circ$ ; the width of the inlet  $B$ ; the lower points on the fixed and movable jaws are horizontal. In order to fully determine the mechanism of JCS it is necessary in addition to the sizes  $B, H, b, s, L1, L2, L3, L4, L5, L6, \delta$  and  $\delta 1$  to determine the value of the eccentric  $e$  coordinates of fixed supports  $XO1, YO1, XO2, YO2, XO3, YO3$ .

Based on the above conditions, we construct a jaw crusher mechanism of the size 900Ч1200 according to the following algorithm [5]. Let's start with the open state of the mechanism. On the sketch we will create a rectangle which symbolizes the overall dimensions of the crusher. From data [1—4] it is seen that the thicknesses of the fixed jaw and the rear support plate are equal and for this crusher are 600 mm. This factor was taken into account when creating the sketch (Fig. 2). Here the overall dimensions of the crusher and the diameter of the flywheel are indicated by dash-dotted lines.

Construction of the open position of the crusher mechanism. From the origin of the coordinates we draw vertically down segment 1-2 of length  $H$ . From point 2 to the right at a distance  $b$  we note point 3, and from the origin of the coordinates at a distance  $B$  — 4 (the size of the loading inlet 900 mm). Through points 3 and 4 we construct a segment of length  $L6$  (without reaching a bounding rectangle). The position of the upper point of the segment  $L6$  corresponds to the position of the fixed

support  $O_1$ . On segment 3- $O_1$  from the point  $O_1$  we draw  $O_1$ -5 of length  $L_5$ , and from the point 5 perpendicularly  $O_1$ -5 to the right we draw the segment 5-6 of length  $d_1$ . From point 6 we construct a segment 6-7 at an angle to the horizon  $15-16^\circ$  of length  $L_1$ . From point 7 we draw a horizontal line 7-8 of length  $L_3$ . From the centre of segment 7-8 (point 9) we draw perpendicularly upwards the segment 9-10 of length  $L_4$ . From point 8 at an angle to horizon  $15-16^\circ$  — segment 8- $O_3$  of length  $L_2$ . The position of the right point of segment 8- $O_3$  corresponds to the position of the fixed support  $O_3$ . From point 10 collinearly upwards we draw a line 10- $O_2$  without setting a size of length approximately equal to  $b$ .

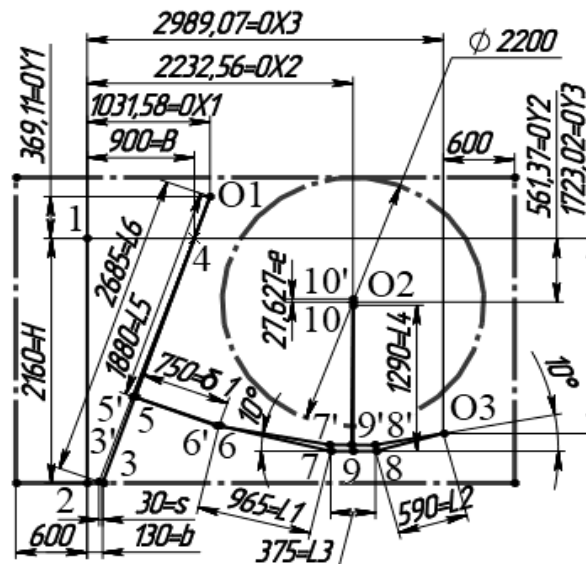


Fig 2. The mechanism of the crusher sizes 900Ч1200

The jaw crusher mechanism with a simple jaw movement with the minimum outlet. From point  $O_1$  we draw line  $O_1$ -3 and set the relationship “equality” between it and segment  $O_1$ -3, as well as the distance between the fixed plate and point 3' —  $b_0 = b - s$ . Collinearly to segment  $O_1$ -3 we draw line  $O_1$ -5 and set the relationship “equality” to segment  $O_1$ -5. Next, draw a perpendicular 5-6 equal to 5-6. From the perpendicular at an arbitrary angle, we draw three interconnected lines 6'-7', 7'-8' and 8'- $O_3$  and close them at point  $O_3$ . We add the relationship “equality” with 6-7, 7-8 and 8- $O_3$ . We check the angle of the spacer plates. To do this, we put a controlled angular size between the plates and the horizontal segment 7-8. The angles should not exceed  $10-12^\circ$ . From the middle point of segment 7'-8' we lay up perpendicular 9'-10' with the relationship “equality” to segment 9-10. We connect perpendicular 9'-10' with eccentric 10- $O_2$  obtained in the sketch with the outlet. Add the relationship “collinearly” (between 10'- $O_2$  and 9'-10') and “equality” (between 10- $O_2$  and 10'- $O_2$ ). Both sketches became quite definite (black). Let's put “controlled”: the size of the eccentric and the horizontal and vertical distances between the origin of the coordinates and the centres of the fixed supports  $O_1$ ,  $O_2$  and  $O_3$ .

Thus, for the given output data (sizes of the inlet and outlet, the stroke of the jaw), an algorithm for constructing the mechanism of the size 900Ч1200 jaw crusher was developed, due to which the lengths of the mechanism links and coordinates of fixed supports were found.

Similarly, we will build mechanisms for crushers sizes 1200Ч1500, 1500Ч2100. The simulation results are presented in Fig. 3.

The analysis of mechanisms (Fig. 3) has made it possible to reveal the relationships between the geometric dimensions of the links and formulate the formulas to determine their value. In the formulas, all geometric parameters are expressed through the size of the loading inlet  $B$ :

$$H = 2.40 \cdot B,$$

$$L_1 = 1.072 \cdot B,$$

$$\begin{aligned}L2 &= 0.656 \cdot B, \\L3 &= 0.417 \cdot B, \\L4 &= 1.433 \cdot B, \\L5 &= 2.089 \cdot B, \\L6 &= 2.983 \cdot B, \\s1 &= 0.833 \cdot B.\end{aligned}$$

Next, determine the dependence of the size of the eccentricity on the stroke of the movable jaw of the crusher. For this purpose, the value of the eccentricity value in the range from 1 mm to 100 mm was changed on the constructed models (Fig. 2—3) and the value of the jaw stroke was measured.

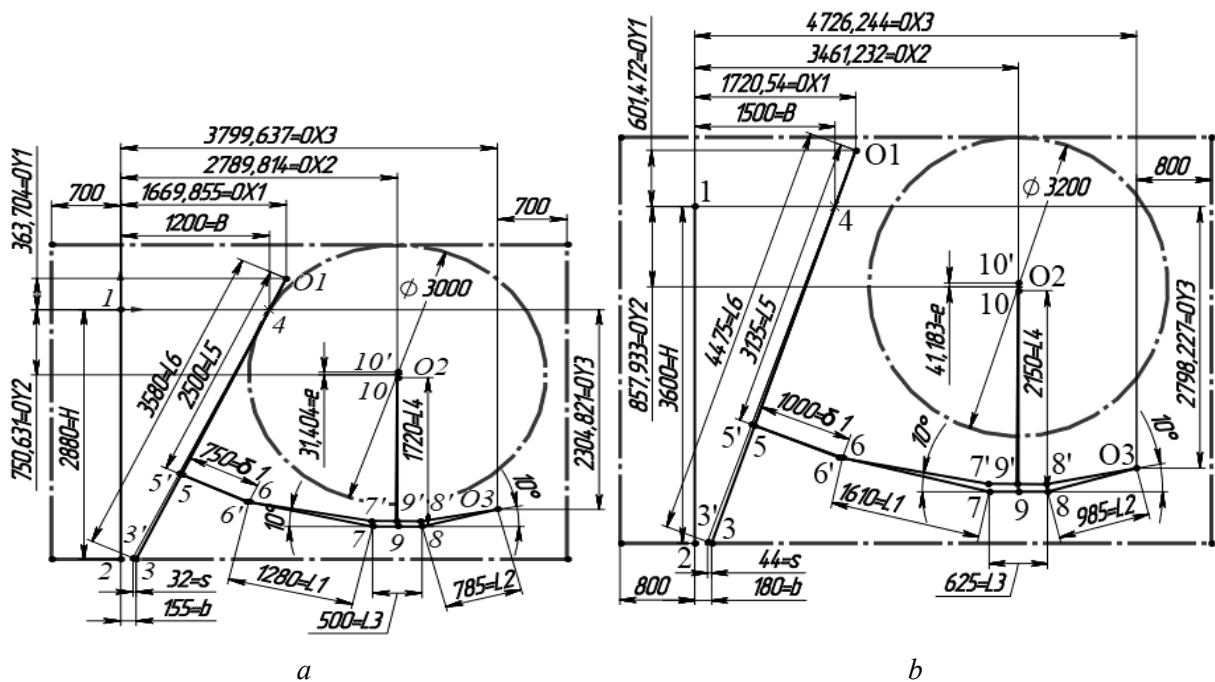


Fig. 3. The mechanism of the crusher: *a* — for crushers sizes 1200x1500; *b* — for crushers sizes 1500x2100

Based on the results of the study, we construct a graph of the dependence of the value of eccentricity on the stroke of the movable jaw (Fig. 4). After analysing these graphs of dependence, we obtain approximation polynomials of the influence of the value of eccentricity on the stroke of the movable jaw of the form:

- for crushers sizes 900x1200  $e(s) = 1.081 \cdot s + 0.076$ ,
- for crushers sizes 1200x1500  $e(s) = 1.064 \cdot s + 0.055$ ,
- for crushers sizes 1500x2100  $e(s) = 1.021 \cdot s + 0.051$ .

### Conclusions

The analysis of the literature shows that there is no unambiguous information on the choice of the parameters of the jaw crusher mechanism with a simple movement of the jaw that affect the kinematics of the movable jaw.

The actual scientific problem has been solved in the work, which consists in substantiation of the algorithm of construction of jaw crusher mechanism with a simple jaw movement on the basis of the use of the tools of SOLIDWORKS modelling.

Empirical equations have been obtained which relate the parameters of the crusher: the height and thickness of the fixed and movable jaws and connecting rod, the length of the spacer plates from the size of the loading inlet, the size of the eccentricity from the stroke of the jaw.

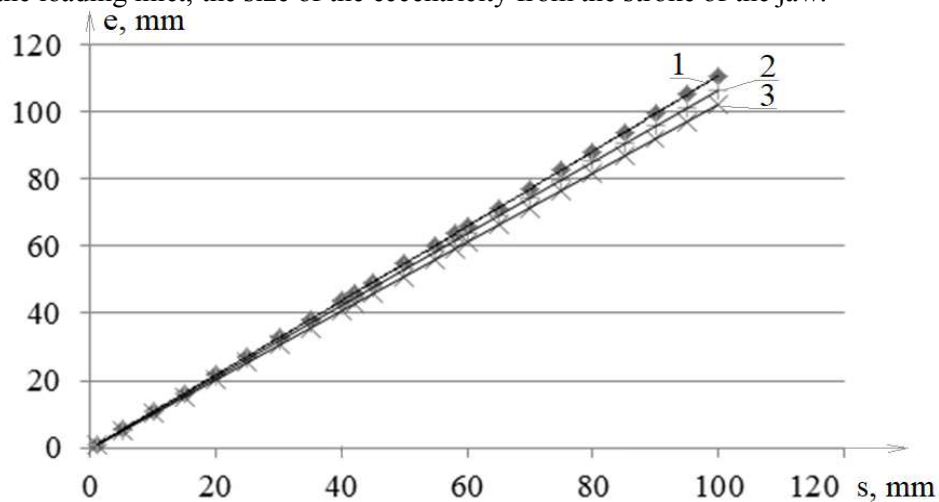


Fig. 4. The dependence of the magnitude of the eccentricity on the stroke of the movable jaw for different typical sizes of crushers

It is recommended to use the received regularities at designing domestic crushers with a simple movement of the jaw.

#### References

- [1] Olevskii, V.A. (1963). *Razmolnoye oborudovaniye obogatitelnykh fabrik [Grinding equipment of preparation plants. Reference manual]*. – Moskva: Gosudarstvennoye nauchno-tekhnicheskoye izdatelstvo literatury po gornomu delu [in Russia]
- [2] Bauman, V.A., Klushantsev, B.V. & Martynov, V.D. (1981). *Mekhanicheskiye oborudovaniye predpriyatiy stroitelnykh materialov, izdeliy i konstruksiy [Mechanical equipment of enterprises of construction materials, products and structures]*. Moskva: Mashinostroyeniye [in Russia]
- [3] Klushantsev, B.V., Kosarev, A.I. & Muizemnek, Iu.A. (1990). *Drobilki. Konstruktsiya, raschet, osobennosti ekspluatatsii [Crushers. Construction, calculation, features of operation]*. Moskva: Mashinostroyeniye [in Russia]
- [4] Donchenko, A.S. & Donchenko, V.A. (1986). *Spravochnik mekhanika rudoobogatitelnoy fabрики [Handbook of mechanics of the ore processing plant]*. Moskva: Nedra [in Russia]
- [5] Mankovska, Ye.O. & Panchenko, O.V. (2018). Obgruntuvannya parametriv pryvodu shchokovoyi drobarky z prostym rukhom shchoky. [Substantiation of the parameters of the drive of the jaw crusher with a simple movement of the jaw]. *Molod': nauka ta innovatsiyi: Materialy VI Vseukr. nauk.-tekhn. konf. studentiv, aspirantiv i molodykh vchenykh, 15-16 lystopada 2018r.* – Youth: science and innovation: materials of VI All-Ukrainian scientific and technical conference of students, graduate students and young scientists. 15-16 november 2018y. (pp. 2 –3). Dnipro: NTU “DP” [in Ukrainian]

## ОБҐРУНТУВАННЯ АЛГОРИТМУ МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІЗМУ ЩОКОВОЇ ДРОБАРКИ З ПРОСТИМ РУХОМ ЩОКИ

**Панченко О.В.**

### Реферат

В роботі вирішена актуальна наукова задача, яка полягає в обґрунтуванні алгоритму моделювання механізму щоккової дробарки з простим рухом щоки на основі використання інструментів моделювання SOLIDWORKS.

Метою роботи є створення обґрунтованих рекомендацій щодо проектування щоккової дробарки з простим рухом щоки, визначення геометричних розмірів механізму щоккової дробарки з простим рухом щоки.

Для визначення основних геометричних параметрів ЩДП (висота і товщина нерухокої і рухокої щок і шатуна, довжини розпірних плит від розміру завантажувального отвору, розмір ексцентриситету від ходу щоки) потрібно вирішити актуальну наукову задачу, а саме обґрунтувати алгоритм моделювання механізму щоккової дробарки з простим рухом щоки.

Отримано емпіричні рівняння, котрі пов'язують між собою параметри дробарки: висота і товщина нерухокої і рухокої щок і шатуна, довжини розпірних плит від розміру завантажувального отвору, розмір ексцентриситету від ходу щоки.

Отримані закономірності, що пов'язують розмір ексцентрика з ходом рухокої щоки, а також геометричні розміри ланок механізму дробарки, перспективно використовувати при проектуванні вітчизняних дробарок з простим рухом щоки.

### Література

1. Олевский В. А. Размольное оборудование обогатительных фабрик. Справочное пособие. Москва : Государственное научно-техническое издательство литературы по горному делу. 1963. 447 с.
2. Бауман В. А., Клушанцев Б. В., Мартынов В. Д. Механические оборудование предприятий строительных материалов, изделий и конструкций: Учебник для строительных вузов. 2-е изд., перераб. Москва : Машиностроение, 1981. 324 с.
3. Клушанцев Б. В., Косарев А. И., Муйземнек Ю. А. Дробилки. Конструкция, расчет, особенности эксплуатации. – Москва : Машиностроение, 1990. 320 с.
4. Донченко А. С., Донченко В. А. Справочник механика рудообогатительной фабрики. 2-е изд., перераб. и доп. Москва : Недра, 1986. 543 с.
5. Маньковська Є. О., Панченко О. В. Обґрунтування параметрів приводу щоккової дробарки з простим рухом щоки. *Молодь: наука та інновації*: матеріали VI Всеукр. наук.-техн. конф. студентів, аспірантів і молодих вчених (м. Дніпро, 15-16 листопада 2018 року). – Дніпро, 2018. С. 2–3.



# МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ В ТЕХНОЛОГІЇ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ



DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219264

UDC 517.9:621.78:669.14

V. Tsotsko, senior lecturer, tsvitydotua@gmail.com

A. Dedoborz, associate professor, Mathematphysics@gmail.com

A. Kletskov, assistant, alex.kl87@i.ua

Dniprovsky State Agrarian and Economic University, Dnipro

## NON-STATIONARY SURFACE TEMPERATURE FIELD LAYER OF METAL WITH PERIODIC ENERGY ACTION ON SURFACE

*Under the influence of temperature fluctuations, the properties of metals can change. Thermocyclic treatment of metals, in particular steels, requires accurate detection of patterns of non-stationary temperature field in the treated metal layer. An expression was obtained for the deviation of the temperature from the value of its instantaneous equilibrium distribution for a one-dimensional homogeneous model of finite length under conditions of periodic energy action on its active surface. This solution was applied to the low carbon steel sample.*

**Keywords:** *periodic temperature action; surface layer of metal; thermal conductivity equation; method of distribution of variables.*

*Під впливом температурних коливань властивості металів можуть змінюватися. Термоциклічна обробка металів, зокрема сталей, потребує точного виявлення закономірностей нестационарного температурного поля в оброблюваному шарі металу. Було отримано вираз для відхилення температури від величини миттєвого рівноважного її розподілу для одновимірної однорідної моделі кінцевої довжини в умовах періодичної енергетичної дії на її активну поверхню. Вказане рішення було застосовано для зразка із низько вуглецевої сталі.*

**Ключові слова:** *періодична температурна дія; поверхневий шар металу; рівняння теплопровідності; метод розподілу змінних.*

### Problem's Formulation

Metals, semiconductors, most other materials in the solid state mainly function in conditions of variable temperatures. In the process of manufacturing or restoration, they are also subject to variable thermal action. Under the influence of temperature fluctuations, due to thermal stresses caused by temperature gradients and phase transformations, the properties of materials may not change irreversibly. Local thermal non-uniform expansion is fixed by diffusion fluxes of vacancies and dislocated atoms, which leads, in addition to macroscopic changes in shape and size, to the formation of new physical properties in the surface layers of the material. Thermocycling of metals, in particular steels [1]—[5], attracts attention in the context of high-intensity pulse technologies that can speed up the processing phase or save resources [6]. It is possible to increase the set upper limits of heating and intensify diffusion processes. Pulsed energy action is easy to reproduce as part of local heat treatment using available local energy sources. A clear temperature conditionality of diffusion fluxes, phase transformations requires the detection of patterns of non-stationary temperature field in the surface layer of the metal under conditions of pulsed energy action on the surface to carry out a balanced point effect on this layer.

For transient nonequilibrium processes under conditions of local heating and cooling of the metal surface, it is difficult to experimentally determine the temperature, the rate of its change, and other parameters of heat fluxes. Mathematical modeling of the studied phenomena greatly simplifies the result, saves time and resources.

#### Analysis of recent research and publications

In the analytical study of the thermal conductivity process at time  $t$ , sufficiently distant from the initial moment  $t_0$ , the effect of the initial temperature distribution is leveled. In this case, the problem is to find a solution of the equation of thermal conductivity that satisfies only the boundary conditions.

A typical boundary condition in the case of thermal conductivity problems without initial conditions reflects the change in temperature at the boundary surface according to the law of periodic, in particular sinusoidal, function (Fourier problem) [7, p. 242]. The simplest approach to finding the solution of the Fourier problem is carried out by introducing a complex variable with the subsequent selection of the real part of the solution [7, p. 242, 243], [8, p. 177].

The analytical solution of the equation of thermal conductivity in the one-dimensional approximation for a semi-infinite homogeneous model of the medium requires the setting of only one boundary condition — the dependence of the temperature on the surface of the medium on time. At periodic change of the specified temperature with frequency  $\omega$ , after long enough time interval deducted from the initial moment of process, in depth of the environment fluctuations of temperature with the same frequency are also established [7, p. 247].

The Fourier problem without initial conditions for a bounded segment requires the setting of two boundary conditions and also leads to a solution in the form of a harmonic function or superposition of harmonics [7, p. 244].

This problem for a bounded homogeneous segment  $0 \leq x \leq l$  in the standardized form of boundary conditions has the form [7, p. 243]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} &= a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \\ v(0, t) &= A \cos \omega t, \\ v(l, t) &= 0. \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

where  $v(x, t)$  is the temperature of a one-dimensional homogeneous bounded model of the medium, and  $a^2$  is the coefficient of thermal conductivity of the medium.

Search for the solution of equation (1) in a complex form

$$v^*(x, t) = X(x)e^{-i\omega t} \quad (2)$$

with boundary conditions

$$v^*(0, t) = Ae^{-i\omega t}, \quad v^*(l, t) = 0,$$

leads to the equation for the function  $X(x)$

$$X'' + \gamma^2 X = 0, \quad \gamma = \sqrt{\frac{i\omega}{a^2}} = \sqrt{\frac{\omega}{2a^2}}(1 + i) \quad (3)$$

with additional conditions

$$X(0) = A, \quad X(l) = 0. \quad (4)$$

The general form of the solution of equation (3) has the form:

$$X(x) = C_1 \cos \gamma x + C_2 \sin \gamma x,$$

where  $C_1$  and  $C_2$  are integration constants. Additional conditions (4) are met by the following values of these constants

$$C_1 = A, \quad C_2 = -Actg\gamma l.$$

Then, taking into account the sine formula of the difference of the two angles, we obtain

$$X(x) = \frac{A}{\sin \gamma l} \sin \gamma(l-x). \quad (5)$$

Converting the function  $X(x)$  to a standard complex form

$$X(x) = X_1(x) + iX_2(x),$$

and, taking into account the general form of solution (2), by selecting the real part of the function, we find the solution of the original problem in the form

$$v(x,t) = X_1(x) \cos \omega t + X_2(x) \sin \omega t. \quad (6)$$

Define the explicit expression of the functions  $X_1(x)$  and  $X_2(x)$ .

We introduce in expression (5) the notation  $\sqrt{\frac{\omega}{2a^2}} = k$ , then  $\gamma = k(1+i)$  and

$$X(x) = A \frac{\sin \gamma(l-x)}{\sin \gamma l} = A \frac{\sin k(1+i)(l-x)}{\sin k(1+i)l} = A \frac{\sin [k(l-x) + ik(l-x)]}{\sin(kl + ikl)}.$$

We use the expression of the sine function for the complex number  $z$ :

$$\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}.$$

Then

$$X(x) = A \cdot \frac{e^{i[k(l-x)+ik(l-x)]} - e^{-i[k(l-x)+ik(l-x)]}}{e^{i(kl+ikl)} - e^{-i(kl+ikl)}} = A \cdot \frac{e^{-k(l-x)} \cdot e^{ik(l-x)} - e^{k(l-x)} \cdot e^{-ik(l-x)}}{e^{-kl} \cdot e^{ikl} - e^{kl} \cdot e^{-ikl}}.$$

For the obtained expression we apply Euler's formula:

$$e^{iz} = \cos z + i \sin z.$$

Then

$$X(x) = A \cdot \frac{e^{-k(l-x)} \cdot [\cos k(l-x) + i \sin k(l-x)] - e^{k(l-x)} \cdot [\cos k(l-x) - i \sin k(l-x)]}{e^{-kl} \cdot (\cos kl + i \sin kl) - e^{kl} \cdot (\cos kl - i \sin kl)}.$$

After conversion

$$X(x) = A \cdot \frac{[e^{-k(l-x)} - e^{k(l-x)}] \cdot \cos k(l-x) + i[e^{-k(l-x)} + e^{k(l-x)}] \cdot \sin k(l-x)}{(e^{-kl} - e^{kl}) \cdot \cos kl + i(e^{-kl} + e^{kl}) \sin kl}.$$

Entering notation

$$a = [e^{-k(l-x)} - e^{k(l-x)}] \cdot \cos k(l-x); \quad b = [e^{-k(l-x)} + e^{k(l-x)}] \cdot \sin k(l-x);$$

$$c = (e^{-kl} - e^{kl}) \cdot \cos kl; \quad d = (e^{-kl} + e^{kl}) \sin kl,$$

obsessed

$$X(x) = A \cdot \frac{a + ib}{c + id}.$$

Multiplying the numerator and denominator of this fraction by (c-id)

$$X(x) = A \cdot \frac{(a + ib)(c - id)}{(c + id)(c - id)} = A \cdot \frac{(ac + bd) + i(bc - ad)}{c^2 + d^2}.$$

So, so much  $X(x) = X_1(x) + iX_2(x)$ , so

$$X_1(x) = A \cdot \frac{ac + bd}{c^2 + d^2}; \quad X_2(x) = A \cdot \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}. \quad (7)$$

And define auxiliary expressions:

$$c^2 + d^2 = \left(e^{-kl} - e^{kl}\right)^2 \cdot \cos^2 kl + \left(e^{-kl} + e^{kl}\right)^2 \sin^2 kl = e^{-2kl} + e^{2kl} - 2 \cos 2kl;$$

$$ac = \left[e^{-k(l-x)} - e^{k(l-x)}\right] \cos k(l-x) \cdot \left(e^{-kl} - e^{kl}\right) \cos kl;$$

$$bd = \left[e^{-k(l-x)} + e^{k(l-x)}\right] \sin k(l-x) \cdot \left(e^{-kl} + e^{kl}\right) \sin kl;$$

$$ad = \left[e^{-k(l-x)} - e^{k(l-x)}\right] \cos k(l-x) \cdot \left(e^{-kl} + e^{kl}\right) \sin kl;$$

$$bc = \left(e^{-kl} - e^{kl}\right) \cos kl \cdot \left[e^{-k(l-x)} + e^{k(l-x)}\right] \sin k(l-x).$$

The actual part of the complex temperature  $v^*(x, t)$  is determined by formula (6).

However, these solutions correspond to moments of time that do not cover the temperature fields of the initial time interval of energy action, which are fundamental for the pulse processing mode.

#### Formulation of the study purpose

The problem of analytical study of the temperature field of a one-dimensional homogeneous metal model of finite length  $l$  under conditions of periodic (sinusoidal) energy action with a given frequency  $\omega$  on its one active surface is maintained, while maintaining a constant temperature on another surface bordering the substrate. In the process of energy action on the active surface of the sample, its temperature periodically changes from the minimum temperature level  $T_1$  to the maximum level  $T_1 + 2A$ , where  $T_1$  is the initial surface temperature,  $A$  is the amplitude of temperature fluctuations on the surface. The solution should cover not only the remote time interval from the beginning of the heat treatment, but also the starting time.

#### Presenting main material

The goal is to solve a one-dimensional homogeneous equation of thermal conductivity

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (8)$$

where  $T = T(x, t)$  is the temperature in the sample,  $t$  is the processing time,  $x$  is the distance from the processing surface towards the substrate,  $a$  is the coefficient of thermal conductivity of the homogeneous metal, with the appropriate additional conditions:

$$\mu_1(t) = T(0, t) = T_1 + A - A \cos \omega t, \quad (9)$$

$$\mu_2(t) = T(l, t) = T_2, \quad (10)$$

- boundary conditions of the sample,

$$\varphi(x) = T(x, 0) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{l} x. \quad (11)$$

- initial temperature distribution in the sample (equilibrium distribution with temperatures  $T_1$  at  $x = 0$  and  $T_2$  at  $x = l$ ).

We look for a solution to this problem in a standard way

$$T(x, t) = u(x, t) + v(x, t), \quad (12)$$

where  $u(x, t)$  is the basic auxiliary function that specifies the instantaneous equilibrium temperature distribution in the sample:

$$u(x, t) = \mu_1(t) + \frac{x}{l} [\mu_2(t) - \mu_1(t)] = T_1 + A - A \cos \omega t + \frac{x}{l} (T_2 - T_1 - A + A \cos \omega t) \quad (13)$$

and  $v(x, t)$  — some unknown function that has the meaning of deviation from  $u(x, t)$ .

For the function  $v(x, t)$  equation (8) is converted to equation

$$\frac{\partial v}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + f(x, t), \quad (14)$$

with homogeneous additional conditions

$$v(x, 0) = \varphi(x) - u(x, 0) = \left( T_1 - \frac{T_1 - T_2}{l} x \right) - \left( T_1 + \frac{x}{l} (T_2 - T_1) \right) = 0,$$

$$v(0, t) = \mu_1(t) - u(0, t) = 0,$$

$$v(l, t) = \mu_2(t) - u(l, t) = 0,$$

where

$$f(x, t) = - \left( \frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = - \left( A \omega \sin \omega t - \frac{x}{l} A \omega \sin \omega t \right) = A \omega \left( \frac{x}{l} - 1 \right) \sin \omega t.$$

The inhomogeneous equation of thermal conductivity (14) with zero initial and boundary conditions has a solution in the form of a decomposition on the interval  $(0, 1)$  in the Fourier series by functions

$\left\{ \sin \frac{\pi n}{l} x \right\}$ , where  $n = 1, 2, 3, \dots$ :

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n(t) \sin \frac{\pi n}{l} x,$$

where

$$v_n(t) = \int_0^t \exp \left[ - \left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 (t - \tau) \right] \cdot f_n(\tau) d\tau,$$

and  $f_n(t)$  are the coefficients of the decomposition of the function  $f(x, t)$  into a Fourier series over the variable  $x$ :

$$f(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \sin \frac{\pi n}{l} x; \quad f_n(t) = \frac{2}{l} \int_0^l f(\xi, t) \sin \frac{\pi n}{l} \xi d\xi.$$

Let's define  $f_n(t)$ :

$$\begin{aligned} f_n(t) &= \frac{2}{l} \int_0^l A \omega \left( \frac{\xi}{l} - 1 \right) \sin \omega t \cdot \sin \frac{\pi n}{l} \xi d\xi = A \omega \sin \omega t \left( \frac{2}{l} \int_0^l \frac{\xi}{l} \sin \frac{\pi n}{l} \xi d\xi - \frac{2}{l} \int_0^l \sin \frac{\pi n}{l} \xi d\xi \right) = \\ &= A \omega \sin \omega t \left( \frac{2}{l^2} \int_0^l \xi \sin \frac{\pi n}{l} \xi d\xi + \frac{2}{\pi n} \cos \frac{\pi n}{l} \xi \Big|_0^l \right) = A \omega \sin \omega t \left[ \frac{2}{\pi n} (-\cos \pi n) \right] + A \omega \sin \omega t \left[ \frac{2}{\pi n} (\cos \pi n - 1) \right] = \\ &= -\frac{2}{\pi n} A \omega \sin \omega t. \end{aligned}$$

(Integral  $\int_0^l \xi \sin \frac{\pi n}{l} \xi d\xi = -\frac{l^2}{\pi n} \cos \pi n$  taken in parts).

Next we define  $v_n(t)$ :

$$v_n(t) = \int_0^t \exp \left[ -\left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 (t - \tau) \right] \cdot f_n(\tau) d\tau = \exp \left[ -\left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 t \right] \times$$

$$\begin{aligned} \times \int_0^t \exp \left[ \left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 \tau \right] \cdot \left( -\frac{2}{\pi n} A\omega \sin \omega \tau \right) \cdot d\tau &= -\frac{2}{\pi n} A\omega \cdot \exp \left[ -\left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 t \right] \int_0^t \exp \left[ \left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 \tau \right] \cdot \sin \omega \tau \cdot d\tau = \\ &= -\frac{2}{\pi n} A\omega \cdot \exp \left[ -\left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 t \right] \cdot I. \end{aligned}$$

Integral  $I = \int_0^t \exp \left[ \left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 \tau \right] \cdot \sin \omega \tau \cdot d\tau$  is taken by double application of the formula of integration by parts and use of a recurrent formula:

$$I = \frac{1}{\left[ \left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 \right]^2 + \omega^2} \cdot \left\{ \exp \left[ \left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 t \right] \cdot \left[ \left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 \sin \omega t - \omega \cos \omega t \right] + \omega \right\}.$$

Then

$$v_n(t) = -\frac{2}{\pi n} A\omega \cdot \frac{1}{\left[ \left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 \right]^2 + \omega^2} \cdot \left\{ \omega \exp \left[ -\left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 t \right] + \left[ \left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 \sin \omega t - \omega \cos \omega t \right] \right\}.$$

So much

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n(t) \sin \frac{\pi n}{l} x,$$

then

$$v(x, t) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} A\omega^2 \frac{1}{\left[ \left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 \right]^2 + \omega^2} \left\{ \exp \left[ -\left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 t \right] + \left[ \frac{\left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2}{\omega} \sin \omega t - \cos \omega t \right] \right\} \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

You can interpret the expression for deviation differently  $v(x, t)$ . So much  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$ , then the expression  $\left[ \left( \frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 \sin \omega t - \omega \cos \omega t \right]$  can be

submitted as  $\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 \sin \omega t - \omega \cos \omega t = -\cos(\omega t + \varphi_n)$ , where  $\sin \varphi_n = \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2$ ,  $\cos \varphi_n = \omega$ ;

or, more precisely,  $\operatorname{tg} \varphi_n = \frac{\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2}{\omega}$ . Then the deviation

$$v(x, t) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} A \omega^2 \frac{1}{\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\right]^2 + \omega^2} \left\{ \exp\left[-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t\right] - \frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \varphi_n) \right\} \sin \frac{\pi n}{l} x,$$

after entering the notation

$$B_n = -\frac{2}{\pi n} A \omega^2 \cdot \frac{1}{\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\right]^2 + \omega^2}; \quad C_n = \frac{2}{\pi n} A \omega \cdot \frac{1}{\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\right]^2 + \omega^2};$$

can be submitted as.

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ B_n \cdot \exp\left[-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t\right] + C_n \cos(\omega t + \varphi_n) \right\} \cdot \sin \frac{\pi n}{l} x. \quad (15)$$

The temperature field  $T(x, t)$  of the model is determined by relations (12), (13) and (15). The problem is solved.

The behavior of a certain non-stationary temperature field was interpreted on the example of a specific model material — low-carbon steel (base metal for a wide class of technological problems), with the length of the model samples within 2—20 mm ( $l_1 = 2$  mm,  $l_2 = 5$  mm,  $l_3 = 10$  mm,  $l_4 = 20$  mm). The initial temperature level of the active surface  $T_l = 550$  °C and the magnitude of temperature fluctuations  $2A = 380$  °C corresponded to the typical modes of periodic temperature action on the metal during thermal cycling [3]—[5]. The coefficient of thermal conductivity for the selected temperature range of the model was  $6,9 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s [9].

A wide range of frequencies of energy action was studied. The frequency of energy action was determined by the heating and cooling rates of the active surface. For maximum heat treatment rates: from very slow ( $\approx 0.1$  K/s) to high speed ( $\approx 1000$  K/s and even up to  $\approx 10^6$  K/s), according to the selected surface temperature range, the cycle period may vary from 4000 s to 0.4 s (up to 0.4 ms). Cyclic processing frequency at the same time makes  $1,57 \cdot 10^{-2}$ — $1,57$  rad/s. Limit regimes with frequencies were also investigated  $15,7$  rad/s and  $15,7 \cdot 10^3$  rad/s. Depending on the heating — cooling rate, four processing modes were distinguished: A-mode — for low heating rates  $\approx 1$  K/s; B-mode — for average speeds  $\approx 100$  K/s; C-mode — for high speeds  $\approx 1000$  K/s; D-mode — for high-speed heating  $\approx 10^6$  K/s.

To control the non-stationary temperature field in the surface layer, a characteristic point (D-point) was selected at a distance of 1 mm from the active surface, in which the temperature behavior was monitored in the context of promoting the saturation of the surface layer with the alloying component. In fig. 1 and fig. 2 shows the resulting oscillations in the control D-point of sample  $l_4$  for B- and C-modes during the first cycles. The initial temperature fluctuations on the surface  $T(0, t)$ , instantaneous equilibrium fluctuations  $u(x, t)$  and deviations  $v(x, t)$  at the indicated points are also shown.

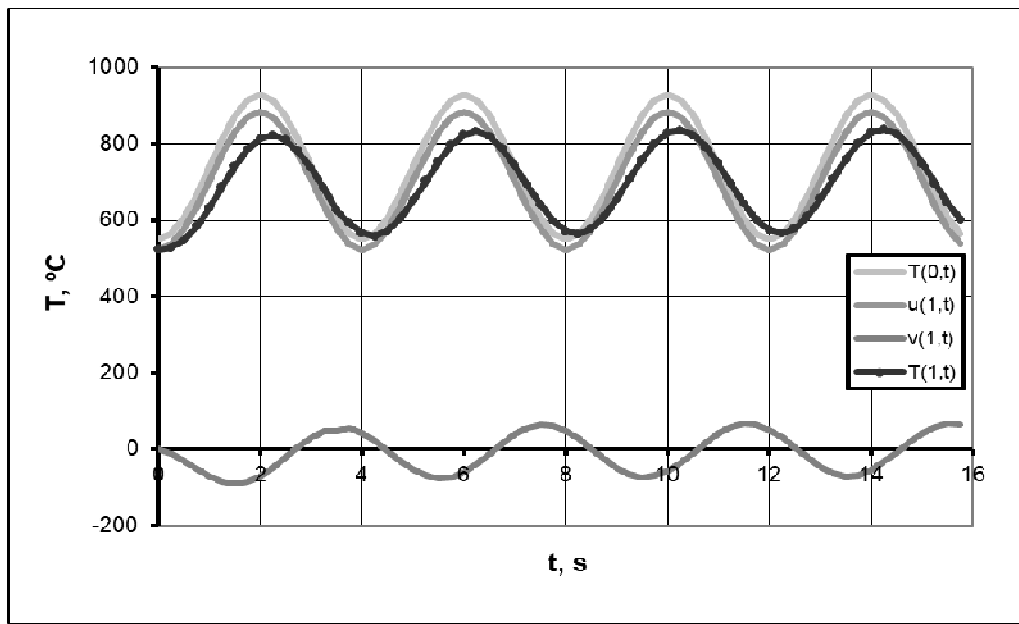


Fig. 1. Temperature deviation  $v(1,t)$ , instantaneous equilibrium  $u(1,t)$  and resulting  $T(1,t)$  temperature fluctuations at the D-point of the sample  $l_4 = 20$  mm in the conditions of the B-mode of processing;  $T(0,t)$  — initial temperature fluctuations on the active surface of the sample

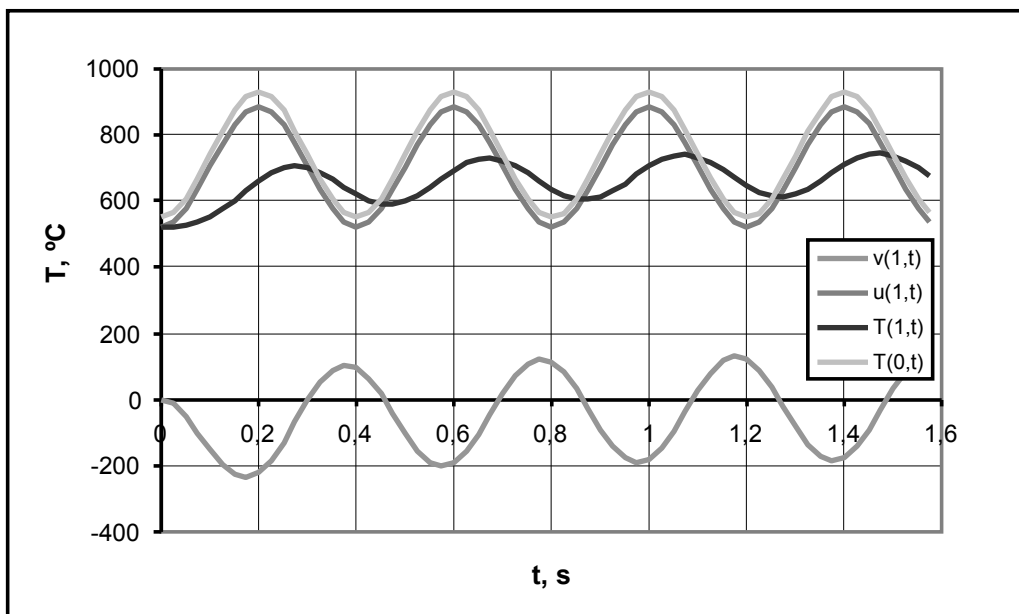


Fig. 2. Temperature deviation  $v(1,t)$ , instantaneous equilibrium  $u(1,t)$  and the resulting  $T(1,t)$  temperature fluctuations at the D-point of the sample  $l_4 = 20$  mm in the conditions of the C-mode of processing;  $T(0,t)$  — initial temperature fluctuations on the active surface of the sample

As can be seen from the graphs, the amplitude and phase deviation increase with increasing speed of heat treatment. The point of maximum deviation of temperature  $v(x,t)$  from its equilibrium value is shifted to the active surface (for these models, it was localized near the coordinates  $x_3 \approx 6$  mm and  $x_4 \approx 3$  mm).



In Fig. 3 shows the resulting temperature fluctuations at the D-point of the sample  $l_4 = 20$  mm in the case of high-speed thermal action (D-mode) for the first and remote (101–102) cycles. As can be seen from the figure, at the control point there is a significant increase in background temperature over time.

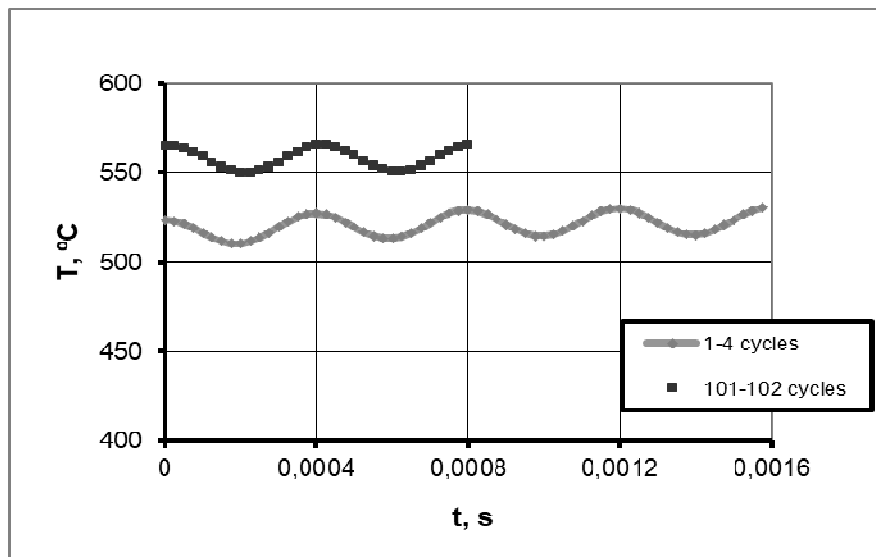


Fig. 3. The resulting temperature fluctuations at the control point 1 mm under conditions of D-mode processing for the first (1–4) and remote (101–102) cycles in the sample  $l_4 = 20$  mm

The phase shift of the temperature oscillations at the points of the surface layer of the sample, in relation to the initial oscillations on the active surface, can be interpreted as the propagation of the temperature pulse in the medium — the temperature wave. The speed of temperature waves in the investigated metal  $c$  depends on the length of the model and the processing mode and was of the order of several mm/s [10], [11].

### Conclusions

By analyzing the temperature field of a one-dimensional homogeneous metal model of finite length under conditions of periodic (sinusoidal) temperature action on its treated surface, a Fourier method was used to deviate the temperature from its instantaneous equilibrium distribution depending on the distance to the surface and processing time. The obtained solution has significant differences from similar analogues, due to the different formulation of the problem in relation to the time of the process. This solution was applied to a sample of low carbon steel of a given length.

### References

- [1] Ageenko, S.B. (2005) Influence of cyclic electrothermal treatment on the properties of the shaft-turbo wheel welded joint of steels 40X and 40G with alloy SZhL-800. *Equipment and technologies for heat treatment of metals and alloys: Sat. report. 6th international conference. Section II. Thermal and thermomechanical processing technologies.* (pp. 127–128). Kharkiv [in Ukrainian]
- [2] Baranov, A.A., Slusarev, V.Y., & Leyrikh, I.V. (1990) Thermal cycling treatment of steel. *Chernaya metallurhiya.* № 3. (pp. 32–41). [in Russia]
- [3] Kidin, I.N., Astafyev, E.V., Akopov, E.S. (1974) Structural state of steel after cyclic electric heat treatment. *Izv. vuzov. Chernaya metallurhiya.* № 11. (pp. 142–146). [in Russia]
- [4] Rudenko, A.G. (1982) Behavior of 1Kh18N9T steel during thermal cycling. *Izv. AN USSR. Met.* № 6. (pp. 137–141). [in Russia]
- [5] Biront, V.S., Nosovets, N.G., & Komendorovskaya, O.N. (1982) Thermal cycling treatment of hypoeutectoid steel. *Thermocycle. processing metal. products.* (pp. 68–71). Leningrad [in Russia]

- [6] Riadno, A.A., Tsotsko, V.I., & Peleshenko, B.I. (2008) Numerical-analytical determination of the rate of crystallization of the melt in the conditions of axial symmetry by the example of the lugs of track castings. *Mathematical modeling. Dniprodzerzhynsk State Technical University*. 2 (19). (pp. 22–25). [in Ukrainian]
- [7] Tikhonov, A. N., & Samarskiy, A. A. (1972) Equations of mathematical physics. [Textbook for universities]. Moscow: Nauka [in Russia].
- [8] Sivukhin, D.V. (1979) General physics course. Thermodynamics and Molecular Physics. [Study guide for students of physical specialties of higher educational institutions]. Moscow: Nauka [in Russia].
- [9] Tsotsko, V.I., & Denysenko, A. I. (2004) Temperature characteristics of the surface layer of low-carbon steels in conditions of linear heating of the surface. *Bulletin of Dnipropetrovsk University*. (Vols. № 2/2), (pp. 72–77). Dnipropetrovsk [in Ukrainian].
- [10] Tsotsko, V.I., & Spiridonova, I.M. (2010.) Temperature fluctuations in the metal. *Bulletin of Dnipropetrovsk University*. (Vols. 18, № 2), (pp. 61–68). Dnipropetrovsk [in Ukrainian].
- [11] Tsotsko, V.I., Spiridonova, I.M., & Peleshenko, B.G. (2010) Formation of temperature waves under conditions of periodic energy action on the metal surface. *Solid state physics and chemistry*. (Vols. 11, № 4), (pp. 1037–1043). [in Ukrainian].

**НЕСТАЦІОНАРНЕ ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ ПОВЕРХНЕВОГО ШАРУ МЕТАЛУ ПРИ ПЕРІОДИЧНІЙ ЕНЕРГЕТИЧНІЙ ДІЇ НА ПОВЕРХНЮ**  
**Цоцко В.І., Дідоборець О.Й., Клецков О.М.**

**Реферат**

Метали, напівпровідники, більшість інших матеріалів у твердому стані переважно функціонують в умовах змінних температур. Під впливом температурних коливань властивості матеріалів можуть не зворотно змінюватися. Термоциклічна обробка металів, зокрема сталей, як і широкий клас інших високоінтенсивних імпульсних технологій, дозволяють прискорити фазу обробки або зекономити витрати ресурсів. Чітка температурна зумовленість дифузійних потоків та фазових перетворень в оброблюваному шарі металу потребує виявлення закономірностей нестационарного температурного поля в ньому в умовах імпульсної енергетичної дії на поверхню для проведення виваженого поточкового впливу на даний шар.

Відомі аналітичні дослідження не охоплюють з достатньою точністю весь інтервал циклічної термообробки поверхневого шару металу, особливо в початковій його стадії, що є принципово для імпульсного режиму обробки.

Була поставлена задача знаходження поля температур одновимірної однорідної металічної моделі кінцевої довжини в умовах періодичної (синусоїдальної) енергетичної дії з заданою частотою на її активну поверхню, при підтримці сталої температури на іншій, граничній з підкладкою, поверхні упродовж усього часу обробки.

Методом розподілу змінних було отримано вираз для відхилення температури від величини миттєвого рівноважного її розподілу в залежності від відстані до поверхні та часу обробки. Одержаний розв'язок має істотні відмінності від подібних аналогів, що зумовлено різною постановкою задачі по відношенню до часу процесу. Вказане рішення було застосовано для зразка із низько вуглецевої сталі заданої довжини. Виявлена залежність глибини проникнення температурного збурення від частоти термічної дії може бути використана для керування структурою та фізичними властивостями поверхневого шару металу.

**Література**

1. Агеенко С.Б. Влияние циклической электротермической обработки на свойства сварного соединения вал-турбоколесо из сталей 40X и 40Г со сплавом СЖЛ-800. *Оборудование и технологии термической обработки металлов и сплавов*: сб. доклад. 6-й международной кон-

- ференции. Раздел II. Технологии термической и термомеханической обработки. Харьков, 2005. С. 127–128.
2. Баранов А. А., Слюсарев В. Ю., Лейрих И. В. Термоциклирующая обработка стали. *Черная металлургия*. 1990. № 3. С. 32–41.
  3. Кидин И. Н., Астафьев Е. В., Акопов Е. С. Структурное состояние стали после циклической электротермообработки. *Изв. вузов. Черная металлургия*. 1974. № 11. С. 142–146.
  4. Руденко А. Г. Поведение стали 1X18H9T при термоциклировании. *Изв. АН СССР. Мет.* 1982. № 6. С. 137–141.
  5. Биронт В. С., Носовец Н. Г., Комендоровская О. Н. Термоциклирующая обработка доэвтектоидной стали. *Термоцикл. обраб. метал. изделий*. Ленинград, 1982. С. 68–71.
  6. Рядно А. А., Цоцко В. И., Пелешенко Б. И. Численно-аналитическое определение скорости кристаллизации расплава в условиях осевой симметрии на примере проушин отливок траков. *Математичне моделювання. Дніпродзержинський державний технічний університет*. 2008. 2 (19). С. 22–25.
  7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики: учебное пособие для университетов. Москва: Наука, 1972. 736 с.
  8. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика: учебное пособие для студентов физических специальностей высших учебных заведений. Москва: Наука, 1979. 552 с.
  9. Цоцко В. И., Денисенко А. И. Температурные характеристики поверхностного слоя низкоуглеродистых сталей в условиях линейного нагрева поверхности. *Вісник Дніпропетровського університету*. Дніпропетровськ, 2004. № 2/2. С. 72–77.
  10. Цоцко В. И., Спиридонова И. М. Температурные колебания в металле. *Вісник Дніпропетровського університету*. Дніпропетровськ, 2010. Т. 18, № 2. С. 61–68.
  11. Цоцко В. І., Спиридонова І. М., Пелешенко Б. Г. Формування температурних хвиль в умовах періодичної енергетичної дії на поверхню металу. *Фізика і хімія твердого тіла*. 2010. Т. 11, № 4. С. 1037–1043.

DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219266

UDC 004.9

**L. Korotka**, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, korliv@hotmail.com  
 Ukrainian State University of Chemical Technology Department of Information Systems, Dnipro

### THE USE OF FUZZY CLUSTERING IN SOLVING PROBLEM IN PREDICTING THE DURABILITY OF CORROSIVE STRUCTURES

*In solving the problems of forecasting corroding structures, the problematic aspects related to computational costs are considered. It is proposed to use a multi-stage approach to reduce computational costs in solving tasks of this class. In particular: a fuzzy clustering algorithm is used for processing multivariate data; the resulting clusters are used to build the rule base; and the fuzzy logical output of the Mamdani type is used for defasification.*

**Keywords:** fuzzy clustering; fuzzy knowledge base; fuzzy inference; corrosive structures.

*При розв'язанні задач прогнозування кородуючих конструкцій розглянуто проблемні аспекти, які пов'язані з обчислювальними витратами. Запропоновано багатоетапний підхід задля зменшення обчислювальних витрат при розв'язання задач такого класу. А саме: для обробки багатовимірних даних використовується алгоритм нечіткої кластеризації; для побудови опорної бази правил застосовуються отримані кластери; для дефазифікації виконується нечітке логічне виведення типу Мамдані.*

**Ключові слова:** нечітка кластеризація; нечітка база знань; нечітке виведення; кородуючі конструкції.

#### Problem's Formulation

A lot of work has been devoted to the study of methods for processing multidimensional data arrays in various subject areas, and these studies are far from complete [3, 17, 18, 21]. Before starting work with such data, it is necessary to carry out preliminary processing, if possible, for example, remove abnormal or noisy elements, etc.

One of the directions of processing multidimensional arrays of various structures is cluster data analysis, which allows you to sort heterogeneous data into subsets of a more or less homogeneous structure [2, 14].

There are a sufficient number of clustering methods with various metrics that can be grouped as clear and fuzzy. Using clear clustering methods allows you to split the original set of objects into several, as a rule, disjoint subsets [2, 14—16]. It is assumed that any object from the obtained partition into subsets belongs to the only cluster. Fuzzy clustering methods allow to split the source data into subsets in such a way that an element can belong to several clusters with different degrees of membership at the same time. Obviously, the use of clear or fuzzy clustering methods is entirely dependent on the problem being solved. The advantages and disadvantages of clustering methods are known.

The subject area of work is predicting the durability of a structure with changing geometric characteristics, which functions in an aggressive external environment (direct task) (fig. 1) [11, 20, 21].

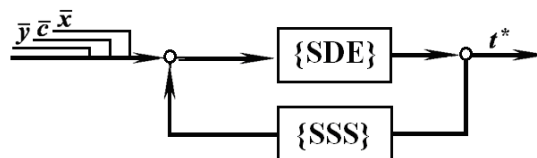


Fig. 1. Structural scheme of the solution for the problem of predicting durability

Here  $\bar{x}$  — vector of geometric characteristics;  $\bar{c}$  — aggressive parameter vector (AE);  $\bar{y}$  — vector of constant parameters;  $t^*$  — estimated durability. Here the modules  $\{SSS\}$  and  $\{SDE\}$  are respectively the modules for calculating the stress-strain state (SSS) and solving the system of differential equations (SDE), which describes the corrosion wear.

The destabilizing factor of the external environment is corrosion, and the generalized parameter is its speed. Joint corrosion interaction with mechanical loads often leads to premature, and sometimes to emergency, structural failure. Therefore, we have a dynamic mechanical system that operates in an aggressive environment, the behavior of which and the timing of its operation must be predicted.

The problem of solving the problem of predicting the durability of corroding structures (CS) is of independent importance, it should be emphasized that it is an integral part of the optimization problem (inverse problem) (fig. 2): the stage of calculating the constraint functions (CF) [21].

When solving optimization problems, the problem of increasing the efficiency of computational methods and costs is especially relevant. In view of the fact that the task of predicting the CS durability has been repeatedly solved, there is rather scattered information in the form of multidimensional data arrays that require some formalization.

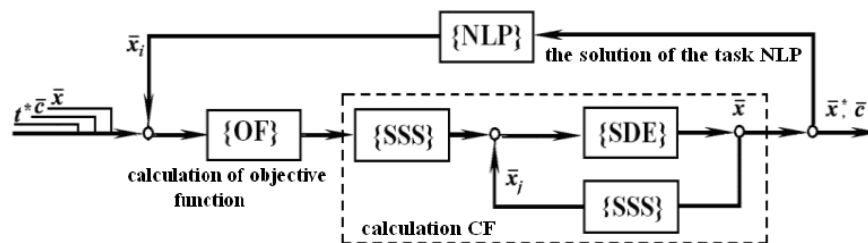


Fig. 2. Structural scheme of the solution for the optimization task

Here modules  $\{SSS\}$  and  $\{SDE\}$  have the same meaning as before,  $\{OF\}$  — block for calculating the objective function;  $\{NLP\}$  — module for solving the problem of nonlinear mathematical programming

#### Analysis of recent research and publications

When solving the CDE in many works the integration step was a parameter of the problem to be solved, which was chosen by an expert in the subject field quite intuitively. Obviously, this approach does not allow to obtain a solution to the task with a certain accuracy: it can be either overpriced or underestimated, which negatively affects the computational cost.

The considered error will depend on the following factors: initial geometric characteristics of the element (area  $A_0$  and perimeter  $P_0$ ), initial  $\sigma_0$  and ultimate  $[\sigma]$  voltages in it, parameters of the corrosion process and the maximum permissible error value  $[\varepsilon]$ . Therefore, the error of the numerical solution of the differential equation describing the corrosion wear (4) can be represented as a function of several variables:  $\varepsilon(v_0, A_0, P_0, \sigma_0, [\sigma], h_t)$  [11, 20, 21].

As a control module, neural network algorithms are offered that have proven themselves quite well. However, the use of neural networks has its advantages and disadvantages [9, 20]. Neural networks (NN), as you know, are universal approximating systems and are based on a specific mathematical apparatus.

There are a lot of works devoted to problems of approximation using neural networks in various subject areas [21]. The NN are the undisputed leaders in this direction. However, the success of using a neural network usually requires a significant number of experiments; an important factor is the volume and quality of training data; in addition, a certain network architecture must have and the parameters of its training. The process of training, testing and tuning the network itself requires some time and effort from its designer [21].

In addition to neural networks, combined approaches using genetic algorithms and NN are proposed for solving such tasks [8, 10, 20]. As a rule, the use of one or another approach is determined by the class of tasks being solved and computational costs that are spent on obtaining a solution [21].

### Formulation of the study purpose

The purpose of the work is to create some control module, which allows to formalize the existing information and obtain parameters of numerical procedures, which allow to obtain a solution with an error not higher than the specified. The general statement of the problem includes the following successive steps:

- 1) using the fuzzy clustering algorithm for processing multidimensional data arrays in order to formalize this information and build a fuzzy model for the prediction of the durability of a corroding structure;
- 2) obtaining a basic rule base based on fuzzy clustering (fcm algorithm) to build a fuzzy knowledge base;
- 3) the use of fuzzy inference techniques (for example, Mamdani type) and defuzzification of results (for example, using the heights method).

### Presenting main material

Mathematical statement of the problem of predicting the CS durability with accuracy control during modeling.

The mathematical model of structural deformation in the AE will include:

a system of differential equations describing a corrosion process of the form (module SDE):

$$\frac{d\delta_i}{dt} = v_0 \cdot \psi\{\sigma_i(\bar{\delta})\}, \quad i = \overline{1, N}. \quad (1)$$

With initial conditions:

$$\bar{\delta}|_{t=0} = 0. \quad (2)$$

Here  $N$  — the number of parameters that determine the geometric dimensions of the structure;  $\delta_i$  — depth of corrosion damage (damage parameter);  $t$  — time;  $v_0$  — stress free corrosion rate;  $\sigma_i$  — voltage in the  $i$ -th element of time  $t$ ;  $\psi\{\sigma_i(\bar{\delta})\}$  — some famous function;

- 2) system of equations of the finite element method (module SSS);
- 3) limit state equations: conditions of strength and stability. The design retains the bearing capacity as long as the following system of restrictions is implemented:

$$\begin{aligned} [\sigma] - \sigma_i(t, \bar{c}) &\geq 0; \quad i = \overline{1, N} \\ \sigma_j^*(t) - \sigma_j(t, \bar{c}) &\geq 0; \quad j \in J \end{aligned}$$

where  $[\sigma]$  — allowable voltage;  $\sigma_i(t)$  — current voltage in the  $i$ -th element;  $\sigma_j$  — critical voltage loss of stability;  $J$  — many elements working on compression;  $N$  — number of elements in the system. The first system of inequalities determines the condition for the strength of structural elements, the second — the condition of stability.

Then the problem statement of the algorithm for controlling the accuracy of the numerical result for a given error in solving the tasks of forecasting the CS durability can be formulated as follows [4]:

$$\begin{cases} h_t(\varepsilon, \bar{c}) \rightarrow \max \\ \varepsilon(\bar{c}, h_t) \leq [\varepsilon] \end{cases} \quad (3)$$

Here  $\bar{c} = \{\sigma_0, v_0, A_0, P_0\}$  — vector of factors affecting the size of the integration step, which includes the parameters of an aggressive environment;  $\sigma_0$  — initial stresses;  $A_0, P_0$  — respectively, the area and perimeter of the section of the CS element;  $\varepsilon, [\varepsilon]$  — respectively, the obtained and maximum permissible error value of the numerical solution;  $h_t$  — the parameter of numerical procedures.

For definiteness, the mathematical model of V. Dolinsky [11, 13, 21] was used in the work as a model of corrosion wear:

$$\frac{d\delta}{dt} = v_0 \cdot [1 + k \cdot \sigma_{eq}], \quad (4)$$

where  $k$ -coefficient of influence of stresses on corrosion rate.

The procedure for determining the voltage in the right-hand sides of the SDE (4) is a computational algorithm, the system can only be solved numerically, and the voltage calculation is carried out at each node of the time grid.

When solving the system of differential equations (4), in fact, the main computational costs are associated with a rational choice of parameters of numerical procedures. As for one subset of multidimensional data,  $\{\sigma_0, v_0, A_0, P_0, h_t, [\varepsilon]\}$  the size of the integration step  $h_t$  can lead to excessive computational costs, and for another subset of it, to be insufficient.

According to the author, when solving SDE (4) to control the accuracy of the result, neuro-fuzzy technologies can be used. It is proposed to control the error of the numerical solution using a multi-stage approach, which includes an algorithm that takes into account information about the factors affecting the error of the numerical solution of the SDE (4). The algorithm allows to choose the appropriate parameters of numerical procedures and providing the required accuracy of calculations.

Neuro-fuzzy approaches are an alternative to NN, according to the FAT theorem [7], an approximating system of computational intelligence based on fuzzy logical inference of the Mamdani type is proposed [1, 15].

As noted earlier, the task of predicting durability has been repeatedly solved and information about the relationship between the given accuracy, the parameters of numerical integration and the values that affect them are not systematized. It is proposed to formalize this knowledge in the form of a model of a system of fuzzy logical inference, which for each particular case will find the value of the parameter of numerical procedures and provide a given accuracy of calculations.

In [4, 21], the possibility of obtaining training samples is substantiated not for the structure as a whole, but for its individual elements. This allows, on the one hand, to simplify the solution of the task of predicting durability for a training sample, and on the other hand, to create a sufficiently universal model of fuzzy inference for calculating articulated-rod structures with arbitrary geometry, boundary conditions, and loading conditions.

It is proposed to formalize multidimensional data arrays using the fcm-algorithm of fuzzy clustering. Input data are: initial voltage  $\sigma_0$ ; corrosion rate in the absence of voltage  $v_0$ ; respectively, the area and perimeter of the section of the element of the corroding structure  $A_0, P_0$ ; SDE numerical integration parameter — integration step  $h_t$ ; real error of the numerical solution of the SDE  $\varepsilon$ , which should not be higher than a given  $[\varepsilon]$ ; the estimated value of the durability of CS  $t^*$ .

It is proposed to use clusters after breaking into subsets to build a fuzzy knowledge base (FKB). Let us describe this process in more detail and in stages.

The optimal number of clusters should be established for the best partitioning of the data array into subsets. There is currently no formalized approach to solving this problem. The choice of a certain number of clusters depends on the designer of the fuzzy logical inference system (FLIS) [12]. In the work, this was established empirically, taking into account the fact that each individual cluster will serve as a reference rule for the FKB. Almost after fuzzy clustering, we get a system of support rules for the knowledge base. In addition, these rules can be improved, for example, by adding or removing some of them, as well as by revising the number of term sets for fuzzy model variables. In this case, the designer of the FLIS may ascribe the significance factors of the rules (0;1]. It should be noted that for the supporting rules this coefficient is equal to one.

Obviously, the main elements of the knowledge base are products that include terms of linguistic variables (LV)  $\{\sigma_0, v_0, A_0, P_0, [\varepsilon], h_t, t^*\}$  [19]. After clustering and analysis of support rules, using the numerical values of the variables that are used to determine the terms of each linguistic variable, taking into account the obtained values of their membership functions. As noted in some sources, a rational number of terms is considered to be from two to nine. The basic terms used are the

values of the LV: low (L), below average (BA), medium (M), above average (AA), below high (BH), high (H), which can be supplemented or combined into other values after analysis of the results of clustering.

It is proposed to consider the boundaries of each cluster as a carrier of a fuzzy set, which then expand through the use of fuzzy clustering. This is possible due to the fact that when using fuzzy clustering, the degree of belonging of the boundaries of the clusters is not less than 0,45—0,5. Therefore, the carrier of the fuzzy set itself is much wider than the obtained cluster boundaries. In fact, the designer of the FKB determines the domain of definition of the membership function. According to the author, this process does not require additional explanation.

The next step in the construction of the FKB is the definition and setting of semantic and syntactic rules for the definition of each linguistic variable.

The center of each cluster is proposed to be regarded as the core of a fuzzy set with a membership degree of unity. To construct membership functions, the  $\alpha$ -level principle of L. Zadeh generalization was used [12]. The process of determining the term sets of linguistic variables can be considered complete.

The next stage of the work is the analysis of the built FKB. As noted in [12], as the number of rules or terms of fuzzy sets increases (increasing the level of complexity of the model), the ability of a fuzzy model to describe a real system proportionally improves. With this approach, it is possible to obtain an isomorphic model of the system, which eliminates the entire modeling process (including fuzzy ones). In addition, with this approach, an exponential growth (the so-called “curse of dimension”) of the number of rules of the number of model inputs and the number of fuzzy sets in it occurs.

The proposed approach allows to state that the constructed fuzzy model and fuzzy partition of the range of values of all variables are complete [12], since each input state associates a fuzzy model with some output value.

The fuzzy rule base is numerically complete, since each input state leads to the activation of at least one rule. The basic rule base is complete and consistent, that is, it does not contain conflicting rules.

Fuzzy clustering allows to get the term sets of each linguistic variable. The support base of the model rules is linguistically complete, since each input linguistic state is associated with at least one output linguistic state. All these properties will be demonstrated as a result of numerical experiments.

Thus, the stage of formalizing information on each cluster in the form of a model for representing a fuzzy knowledge base can be considered as completed.

After building and setting up a fuzzy knowledge base, it is possible proceed to work directly with it. In this case, when setting the input values  $\{\sigma_0, v_0, A_0, P_0, [\varepsilon]\}$  the output will be interested in the values of the integration step  $h_t$ , which the predicted value of the durability  $t^*$  CS will be obtained for the maximum permissible error  $[\varepsilon]$  of the numerical solution of the SDE (4).

The process of building the FKB can be considered completed. We have a predetermined rule base in which all input and output linguistic variables are defined. Further, the well-known methods of fuzzy inference can be used (in the work the Mamdani algorithm). And the final stage of the proposed phased approach is to obtain not only the interval value of the predicted durability, but its exact value. Without loss of generality of reasoning, the method of heights was used, which is a simplified discrete version of the method of centers.

The obtained defuzzified value fully satisfies the set requirements, since with well-defined input data: (initial voltage  $\sigma_0$ , corrosion rate  $v_0$  and geometric characteristics of system elements  $P_0$ ,  $A_0$ ) with the given parameters of numerical procedures  $h_t$  and the required accuracy  $[\varepsilon]$ ; a knowledge-based system will provide a predicted value of durability with a certain degree of expert confidence.

This approach allows to reduce computational costs when solving both direct and inverse problems. When solving the optimization problem, the calculation of the constraint functions entails the main computational costs.



### Numerical experiments

As noted earlier, the task of predicting the durability of corroding structures was solved many times (the amount of training data from thousands of samples), therefore there are multidimensional arrays of disordered information. To solve the direct task, it is necessary to approximate  $t^* = F(\sigma_0, v_0, A_0, P_0, h_t, [\varepsilon])$ , where  $F$  — unknown function, which is a function of constraints in solving the inverse task. For definiteness, a five-element hinged-rod structure was considered as a model design. The proposed approach in this work does not in any way narrow the class of tasks under consideration.

According to this approach, for the formation of terms of linguistic variables based on clusters, in general terms, the rule of a fuzzy knowledge base can be represented:

$$R^{(k)} : \quad \text{IF } \left( [\sigma] = T_i^j \wedge v_0 = T_i^j \wedge (A_0 / P_0) = T_i^j \wedge [\varepsilon] = T_i^j \wedge h_t = T_i^j \right), \quad \text{THEN } t^* = T_i^j$$

Here  $T_i^j$  — corresponding term sets of linguistic variables;  $i$  — term number of each variable ( $i = \overline{2, N}$ ),  $N$  — maximum number of terms ( $N \leq N_{kl}$ );  $j$  — number of the variable itself ( $j = \overline{1, 6}$ );  $R^{(k)}$  — the corresponding  $k$ -th rule of FKB ( $k \leq N_{kl}$ ).

The results of fuzzy clustering using fcm-algorithm are shown in tabl. 1.

Table 1. The results of fuzzy clustering for five clusters

Clusters LV	The boundaries of the first cluster, (Centre)	The boundaries of the second cluster, (Centre)	The boundaries of the third cluster, (Centre)	The boundaries of the fourth cluster, (Centre)	The boundaries of the fifth cluster, (Centre)
Initial voltage $\sigma_0$ , MPa	[907,977; 999,498] (945,062)	[580,737; 644,630] (616,643)	[362,295; 466,158] (407,335)	[826,862; 907,580] (870,678)	[525,846; 577,952] (544,560)
Corrosion rate $v_0$ , cm/year	[0,0800; 0,1179] (0,1117)	[0,1034; 0,1075] (0,1052)	[0,0800; 0,1199] (0,1104)	[0,0805; 0,1199] (0,1012)	[0,1075; 0,1106] (0,1095)
Areas $A_0$ , cm <sup>2</sup>	[27,5232; 31,4642] (28,6164)	[6,3502; 7,7540] (6,9759)	[11,3125; 13,4514] (12,4921)	[28,1413; 35,2489] (35,0596)	[7,9553; 8,9559] (8,6894)
Perimeter $P_0$ , cm	[19,8775; 29,8640] (26,2053)	[14,4766; 15,3306] (14,8736)	[16,4189; 17,8921] (17,0901)	[20,0793; 30,5627] (26,1040)	[15,2622; 15,8366] (15,6333)
The maximum permissible error value, [ $\varepsilon$ ]	[0,04800; 0,05200] (0,04930)	[0,04813; 0,05194] (0,04981)	[0,04801; 0,05199] (0,05000)	[0,04800; 0,05200] (0,05038)	[0,04803; 0,05197] (0,05007)
Parameter of numerical procedures, $h_t$ , years	[1,1590; 1,9993] (1,4177)	[0,2529; 0,2817] (0,2675)	[0,2124; 0,3393] (0,2537)	[1,1248; 1,9921] (1,5830)	[0,2478; 0,2798] (0,2625)
The forecasted value of durability, $t^*$ , years	[3,9378; 7,0418] (4,9972)	[2,5025; 2,9782] (2,7041)	[4,0852; 7,4706] (5,1497)	[4,9577; 7,4959] (6,6710)	[3,0165; 3,5024] (3,3200)

Using the data obtained after clustering, we can record a support base of five rules in the following form:

$$\begin{aligned} R^{(1)}: & \quad H\&H\&H\&L\&L\&AA\rightarrow M \\ R^{(2)}: & \quad M\&BA\&L\&L\&BA\&M\rightarrow L \\ R^{(3)}: & \quad L\&AA\&M\&M\&M\&L\rightarrow AA \\ R^{(4)}: & \quad AA\&L\&BH\&BH\&H\&H\rightarrow H \\ R^{(5)}: & \quad BA\&M\&BA\&BA\&AA\&BA\rightarrow BA \end{aligned}$$

An analysis of the obtained rules allows to determine this rule base to numerically complete. There are several options and it all depends on the designer of the fuzzy knowledge base. We can start by analyzing the input variables. In particular, linguistic variables, the area  $A_0$  and perimeter of structural elements, take the same values of term sets. Therefore, they can be considered as a single variable (for example, as the ratio  $A_0/P_0$ ) and, thus, reduce the number of input variables of the fuzzy model under consideration. It should be noted that the following are the results for one input variable: the ratio of area and perimeter  $A_0/P_0$ .

As noted earlier, the structures operate in the AE, therefore, if we assume that the area is “highly aggressive” [4—6, 21], then to simplify the fuzzy model, we can reduce the number of input variables and by assuming that the corrosion rate is constant, for example,  $v_0=0,1$  cm/year. For the same purpose, preliminary clustering can be carried out according to the maximum permissible error values  $[\varepsilon]$ .

Configuring the FKB can also be carried out by supplementing the support base of the rules. This process is the most time-consuming and is implemented through the analysis of working / active rules, where there is an “imposition” of neighboring term-sets of linguistic variables and the degree of belonging of the elements is close to 0,5. For example, rule two and five can be supplemented by at least one of the rules for linguistic variables  $\{\sigma_0, v_0, A_0/P_0, [\varepsilon], h_t\}$ :

$$\begin{aligned} R^{(2)}: & \quad (BA \vee M)\&BA\&L\&(L \vee BA)\&(M \vee BA)\rightarrow L \\ R^{(5)}: & \quad BA\&(M \vee BA)\&(L \vee BA)\&(BA \vee M \vee AA)\&(L \vee BA)\rightarrow BA \end{aligned}$$

Obviously, it would be advisable to evaluate the informational characteristics of all variables by their individual values, but this is beyond the scope of this study.

To numerically illustrate the operation of the designed FKB, a sample was used: initial voltage  $\sigma_0 = 920,3579$  MPa; corrosion rate  $v_0=0,11567$  cm/year; initial area and perimeter of an element  $A_0 = 32,0856$  cm<sup>2</sup> and  $P_0 = 27,60186$  cm; maximum permissible error values  $[\varepsilon] = 0,048$ ; integration step  $h_t = 1,2$  year.

For definiteness, we give the corresponding values of the term-sets of linguistic variables: initial voltage — “H”; corrosion rate — “H” or “BA”; the ratio of the area to the perimeter is “H” or “BA”; the maximum permissible error values are “L” or “BA”; integration step — “H” or “AA”.

After working the fuzzy knowledge base, the degree of belonging of the input data is obtained:  $\mu(\sigma_0)=0,663$ ;  $\mu(v_0)=0,752$ ;  $\mu(A_0/P_0)=0,976$ ;  $\mu([\varepsilon])=0,9598$ ;  $\mu(h_t)=0,989$ .

The rules turned out to be active under the number one of the basic rules base and supplemented to it, therefore, the output variable, the forecasted value of the durability  $t^*$  should be either average or above average (“M” or “AA”). The center of this cluster for the value of durability  $t_{1kl}=4,9972$  years.

Using the fuzzy logical conclusion of Mamdani and the method of heights, it is possible to obtain a defuzzified value of the forecast value  $t^*$ . As it is known, there are a sufficient number of defuzzification methods. Without loss of generality of reasoning, the method of heights [21] was used in the work and the desired was obtained value  $t_{def}^*=4,47$  years. It can be argued that the expert’s confidence level of this value has a pessimistic forecast of 0,663 and an optimistic 0,989.

It should be noted that in this case, to verify the results obtained, the reference value of the durability was calculated  $t^*=4,6507$  years of the model structure, which was calculated with a sufficiently small integration step  $h_t=0,00078$  years [21]. The reference solution can be considered asymptotically exact and obtained for comparing the numerical results. However, the calculation of

standard solutions is quite expensive and this approach to solving optimal design tasks is unjustified or generally unsuitable.

### Conclusions

The results of numerical experiments for the test sample demonstrate fairly close values of the forecasted CS durability. Moreover, the fuzzy knowledge base, as a rule, offers it slightly less than in the test sample, which is quite acceptable for the task being solved.

The multi-stage approach proposed in the work for working with multidimensional data arrays using fuzzy clustering allows to formalize the initial information. The resulting reference rule base serves as the basis for a numerically complete rule base. The results of numerical experiments make it possible to assert that a fuzzy clustering system allows to obtain a forecasted value of durability in modeling the behavior of corroding structures.

### References

- [1] Chuen-Chien Lee (1990) Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller, Part II. IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics. 1990/3. – Vol. 20, № 2. – P. 404–418.
- [2] Egorov A.V., Kuprijanova N.I. (2010) Osobennosti metodov klasterizaciju. [Features of clustering methods] Izvestija JuFU. Tehnicheskie naukiyu Tematicheskij vypusk. S. 174–178. (in Russian).
- [3] Harmider L.D., Taranenko I.V., Korotka L.I., Begma P.O. (2019) Methodological approach to labor potential assessment based on the use of fuzzy sets theory *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. № 6 – 2019. 144–149 p. <http://dx.doi.org/10.29202/nvngu/2019-6/21>
- [4] Korotkaya L. I. (2018) Algoritm polucheniya uchebnyih obraztsov dlya neyronnoy seti pri reshenii zadach dolgovechnosti korrodiruyuschih konstruktsiy [Algorithm for obtaining training samples for a neural network in solving problems of predicting the durability of design that are subject to corrosion] // Computer modeling: analysis, control, optimization. – № 1(3). – P. 8–25. (in Russian). <http://dx.doi.org/10.32434/2521-6406-2018-3-1>
- [5] Korotka L. I., Zelentsov D. G. Method of solving optimal design problems based on flexible tolerance strategy *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*, 2020 Vol.10 No.3 – pp. 255–269. (DOI: 10.1504/IJMMNO.2020.108613)
- [6] Korotka L.I., Korotka Y. A. (2017) The use of elements of computational intelligence in problems of forecasting of corroding constructions durability. *Mathematical and computer modelling. Series: Technical sciences.* – Issue 16. – P. 64–71.
- [7] Kosko B. (1994) Fuzzy Systems as Universal Approximators. *IEEE Trans. on Computers*. Vol. 43. №11. P.1329–1333.
- [8] Lee J, Kim T. A messy genetic algorithm and its application to an approximate optimization of an occupant safety system. *Journal of Automobile Engineering*. 2009;757–758.
- [9] Monyei CG, Aiyelari T, Oluwatunde S. Neural Network Modeling of Electronic Waste Deposits in Nigeria: Subtle Prod for quick Intervention’ in proceedings of the iSTEAMS Research. *Nexus Multidisciplinary Conference*. 2013; 1(4):181–188.
- [10] Nicholas Ali, Kumaran Behdinin, Zouheir Fawaz, “Applicability and Viability of a GA based Finite Element Analysis Architecture for Structural Design Optimization,” *Computers and Structures*, 81, 2259–2271, 2003.
- [11] Ovchinnikov I.G. Matematicheskie modeli korrozionnogo iznosa nezaschischennyih metallicheskih konstruktsiy [Mathematical models of corrosive wear of unprotected metal constructions] / I.G. Ovchinnikov, I.I. Ovchinnikov // *Promyshlennyye pokryitiya*. 2014. Vyip. №№9-10. S. 76–79. (in Russian).
- [12] Piegat Andrzej (2001) Fuzzy Modeling and Control: with 96 tables / Andrzej Piegat. – Heidelberg: New York: Physica-Verl. 728 p.
- [13] Pochtman Yuriy Optimal design of pressure vessels including the effect of environment / Pochtman Yuriy M., Fridman Mark M. // *Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences* 1995.
- [14] Shtovba S.D., Galuschak A.V. (2016) Kriteriyi navchannya nechitkogo klasifikatora na osnovi vidstani mizh golovnimi konkurentami [Fuzzy classifier learning based on distance between the

- main competitors]. Radio Electronics, Computer Science, Control. – № 2. – P. 70–76. (in Ukrainian)
- [15] Shtovba S. Ensuring accuracy and transparency of Mamdani fuzzy model in learning by experimental data / S. Shtovba // Journal of Automation and Information Sciences. – 2007. – Vol. 39, № 8. – P. 39–52.
- [16] Shtovba S. Analyzing the criteria for fuzzy classifier learning / S. Shtovba, O. Pankevich, A. Nagorna // Automatic Control and Computer Sciences. – 2015. – Vol. 49, № 3. – P. 123–132
- [17] Solodka N.A., Shapovalov D.D. (2019) Analiz i obrabotka dannyh kompanii kak sposob povysheniya ee pribyl'nosti [Analysis and processing of company data as a method of profitability improving]. *Elektronnij naukovo-praktichnij zhurnal «Shidna Evropa: ekonomika, biznes ta upravlinnja»* – № 6 (23) – S. 756–760 (in Russian).
- [18] Us S.A., Korjashkina L.S. Modeli ta metody pryjnjattja rishen' (druge vydannja) [Models and methods of decision making] // Dnipropetrovs'k, NGU, 2018, 270 s.
- [19] Zadeh Lotfi A. (1975) The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. / Lotfi A. Zadeh // Part 1 Information Sciences. 8(3), P. 199–249.
- [20] Zelentsov, D., Denysiuk, O. (2019) Neural Network Algorithm for Accuracy Control in Modelling of Structures with Changing Characteristics. In: Hu Z., Petoukhov S., Dychka I., He M. (eds) Advances in Computer Science for Engineering and Education. ICCSEEA 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 754. Springer.
- [21] Zelentsov D. G., Korotkaya L. I. (2018) Tehnologii vyichislitel'nogo intellekta v zadachah modelirovaniya dinamicheskikh sistem: monografiya. [Technologies of computational intelligence in tasks of dynamic systems modeling: monograph] / D. G. Zelentsov, L. I. Korotkaya // – Dnepr: Balans-Klub. – 178 p. (in Russian). (<http://dx.doi.org/10.32434/mono-1-ZDG-KLI>)

## **НЕЧІТКА КЛАСТЕРИЗАЦІЯ ДЛЯ ФОРМАЛІЗАЦІЇ НЕПОВНОЇ ІНФОРМАЦІЇ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗУВАННЯ ДОВГОВІЧНОСТІ КОРОДУЮЧИХ КОНСТРУКЦІЙ**

**Коротка Л.І.**

### **Реферат**

При вирішенні задач прогнозування довговічності кородуючих конструкцій та їх оптимального проектування (в роботі пряма та обернена задача) виникає необхідність обробки багатовимірних масивів даних для підвищення ефективності обчислювальних алгоритмів. Запропоновано формалізувати наявну інформацію, яка представлена у вигляді багатовимірних масивів дискретних величин, використовуючи багатоступеневий підхід. Він включає такі основні кроки: нечітку кластеризацію вхідних даних (робота fcm-алгоритму); формалізацію даних по кожному кластеру у вигляді нечіткої бази знань: перевизначення опорної бази правил; безпосереднє застосування нечіткого виведення (наприклад, у роботі алгоритм Мамдані) та дефазифікація методом висот.

Пропонується записати правила для нечіткої бази знань та набору термів лінгвістичних змінних, використовуючи інформацію, яка отримана після виконання процесу кластеризації. В якості носія множини термів розглядаються заздалегідь визначені межі кожного нечіткого кластера, а центр відповідного кластера розглядається як його ядро. Для формального представлення функцій належності використовується  $\alpha$ -рівневий принцип узагальнення. Розглянуто важливі властивості правил отриманої бази знань, які пропонується використати для визначення бази правил. Запропоновано нечітку модель представлення знань при розв'язанні задач указанного класу.

Використовуючи нечітке логічне виведення Мамдані та метод висот, можна отримати прогнозоване значення довговічності кородуючих конструкцій. В якості альтернативи нейронним мережам при вирішенні задач апроксимації пропонується застосувати багатоступеневий підхід, заснований на нечіткій кластеризації та теорії нечітких множин.

Запропонований підхід дозволяє формалізувати наявну нечітку інформацію для задач такого класу. Більш точне коригування отриманої бази знань має незалежне значення і вимагає окремого розгляду.

Результати чисельних експериментів дають змогу стверджувати, що запропонована система нечіткої кластеризації дозволяє прогнозувати довговічність конструкцій, які функціонують в агресивних середовищах, та, як наслідок, зменшити обчислювальні витрати.

### Література

1. Chuen-Chien Lee Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller, Part II. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics*. 1990/3. Vol. 20, № 2. P. 404–418.
2. Егоров А. В., Куприянова Н. И. Особенности методов кластеризации. *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2010. Тематический выпуск. С. 174–178.
3. Harmider L. D., Taranenko I. V., Korotka L. I., Begma P. O. Methodological approach to labor potential assessment based on the use of fuzzy sets theory. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2019. № 6. P. 144–149. (DOI: <http://dx.doi.org/10.29202/nvngu/2019-6/21>)
4. Короткая Л.И. Алгоритм получения учебных образцов для нейронной сети при решении задач долговечности корродирующих конструкций. *Компьютерное моделирование: анализ, управление, оптимизация*. 2018. № 1(3). С. 8–25. (DOI: <http://dx.doi.org/10.32434/2521-6406-2018-3-1>)
5. Korotka L. I, Zelentsov D. G. Method of solving optimal design problems based on flexible tolerance strategy. *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*. 2020. Vol.10. No.3 P. 255–269. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1504/IJMMNO.2020.108613>)
6. Korotka L. I., Korotka Y. A. The use of elements of computational intelligence in problems of forecasting of corroding constructions durability. *Mathematical and computer modelling. Series: Technical sciences*. 2017. Issue 16. P. 64–71.
7. Kosko B. Fuzzy Systems as Universal Approximators. *IEEE Trans. on Computers*. 1994. Vol. 43. №11. P. 1329–1333.
8. Lee J, Kim T. A messy genetic algorithm and its application to an approximate optimization of an occupant safety system. *Journal of Automobile Engineering*. 2009. P. 757–758.
9. Monyei CG., Aiyelari T., Oluwatunde S. Neural Network Modeling of Electronic Waste Deposits in Nigeria: Subtle Prod for quick Intervention' in proceedings of the iSTEAMS Research. *Nexus Multidisciplinary Conference*. 2013. № 1(4). P. 181–188.
10. Nicholas Ali, Kumaran Behdinan, Zouheir Fawaz Applicability and Viability of a GA based Finite Element Analysis Architecture for Structural Design Optimization. *Computers and Structures*. 2003. № 81, P. 2259–2271.
11. Овчинников И.Г., Овчинников И.И. Математические модели коррозионного износа незащищенных металлических конструкций. *Промышленные покрытия*. 2014. Вып. №№9–10. С. 76–79.
12. Piegat Andrzej Fuzzy Modeling and Control. Heidelberg: New York: Physica-Verl. 2001. 728 p.
13. Pochtman Yuriy, Fridman Mark M. Optimal design of pressure vessels including the effect of environment *Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences*. 1995.
14. Штовба С.Д., Галушак А.В. Критерії навчання нечіткого класифікатора на основі відстані між головними конкурентами. *Радіоелектроніка, інформатика, управління*. 2016. № 2. С. 70–76.
15. Shtovba S. Ensuring accuracy and transparency of Mamdani fuzzy model in learning by experimental data. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2007. Vol. 39, № 8. P. 39–52.

16. Shtovba S., Pankevich O., Nagorna A. Analyzing the criteria for fuzzy classifier learning. *Automatic Control and Computer Sciences*. 2015. Vol. 49, № 3. P. 123–132.
17. Солодка Н. А., Шаповалов Д. Д. Анализ и обработка данных компании как способ повышения ее прибыльности. *Електронний науково-практичний журнал «Східна Європа: економіка, бізнес та управління»*. 2019. № 6 (23). С. 756–760
18. Ус С. А., Коряшкіна Л. С. Моделі та методи прийняття рішень (друге видання). Дніпропетровськ: НГУ, 2018. 270 с.
19. Zadeh Lotfi A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. *Part I Information Sciences*. 1975. 8(3). P. 199–249.
20. Zelentsov D., Denysiuk O. Neural Network Algorithm for Accuracy Control in Modelling of Structures with Changing Characteristics. *Advances in Computer Science for Engineering and Education. ICCSEEA 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing: In: Hu Z., Petoukhov S., Dychka I., He M. (eds)*. 2019. vol. 754. P. 507–516. (Springer)
21. Зеленцов Д. Г., Короткая Л. И. Технологии вычислительного интеллекта в задачах моделирования динамических систем. Днепр: Баланс-клуб, 2018. 178. (DOI: <http://dx.doi.org/10.32434/mono-1-ZDG-KLI>)

DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219267

UDC 621.793.6

**D. Sereda**, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), serededb@ukr.net  
Dniprovsky State Technical University, Kamianske

## MODELING PRODUCTION OF CORROSION RESISTANT DIFFUSION LAYERS UNDER NON-STATIONARY TEMPERATURE CONDITIONS

*The paper discusses methods for obtaining alloyed chromium-alloyed coatings and the search for optimal powder mixtures that allow the formation of protective coatings on CCCM under non-stationary temperature conditions. Refractory compounds, primarily carbides, borides, nitrides and silicides, as well as alloys based on them, can be promising materials for applying protective coatings. In addition to protection against oxidation, coatings made of refractory compounds have high hardness and wear resistance. The implementation of the application of protective coatings on high-carbon materials is difficult for a number of reasons. This concerns the low wettability of the carbon surface by refractory metals, low adhesion of the coating to the substrate, which largely depends on the thermophysical properties of the coating, and also the choice of coating components depending on the operating conditions of the finished product. Under non-stationary temperature conditions, it is possible to obtain coatings of various chemical compositions by varying the amount and content of alloying additives. The gas-transport method of applying coatings using UTC makes it possible to obtain CCCM with enhanced physical and mechanical properties, without requiring high energy costs and time.*

**Keywords:** modeling; optimization; variation interval; regression analysis; carbon material; protective coating; corrosion; heat resistance.

*В роботі розглянуті методи отримання легованих хромоалітованих покриттів і пошук оптимальних порошкових шихт, що дозволяють формувати захисні покриття на ВВКМ при нестаціонарних температурних умовах. Перспективними матеріалами для нанесення захисних покриттів можуть бути тугоплавкі сполуки, перш за все карбіди, бориди, нітриди і силіциди, а також сплави на їх основі. Крім захисту від окислення покриття з тугоплавких сполук мають високу твердість і зносостійкість. Реалізація нанесення захисних покриттів на високовуглецевих матеріалах утруднена цілим рядом причин. Це стосується не високою можливістю змочування поверхні вуглецю тугоплавкими металами, слабкою адгезією покриття до підкладки, що залежить у багато від теплофізичних властивостей покриття, і також вибору компонентів покриття в залежності від умов роботи готового виробу. При нестаціонарних температурних умовах можливе отримання покриттів різного хімічного складу, варіюючи кількість і зміст легуючих добавок. Газотранспортний метод нанесення покриттів при нестаціонарних температурних умовах, дозволяє отримати ВВКМ з підвищеними фізико-механічними властивостями, не вимагаючи високих енерговитрат і часу.*

**Ключові слова:** моделювання; оптимізація; інтервал варіювання; регресивний аналіз; вуглецевий матеріал; захисне покриття; корозія; термостійкість.

### Problem's Formulation

The practical use of carbon-carbon composite materials (CCCM) in high-temperature processes is very limited due to strong oxidation, as well as erosion and burnout in gas streams. In this regard, the protection of CCCM from oxidation and burnout is an important scientific and technical problem. Refractory compounds, primarily carbides, borides, nitrides and silicides, as well as alloys based on them, can be promising materials for applying protective coatings. In addition to protection against oxidation, coatings made of refractory compounds have high hardness and wear resistance.

### Analysis of recent research and publications

Analysis of the latest research sources and publications. The known methods of obtaining coatings have a number of disadvantages and advantages. The most unacceptable is the fact that when a coating is obtained by impregnating Si from the liquid phase, a chemical interaction occurs with the

CCCM matrix and a carbide phase is formed, while the mechanical characteristics of the material change, and it should also be taken into account that the carbide component is formed unevenly along section of the main material.

The implementation of the application of protective coatings on high-carbon materials is difficult for a number of reasons. This concerns the low wettability of the carbon surface by refractory metals, low adhesion of the coating to the substrate, which largely depends on the thermophysical properties of the coating, and also the choice of coating components depending on the operating conditions of the finished product. However, to date, many technologies have been developed for the application of protective coatings on carbon materials using the methods of chemical thermal treatment (CHT), as well as impregnation from the liquid phase.

These methods of obtaining coatings have a number of disadvantages and advantages. The most unacceptable is the fact that when a coating is obtained by impregnating Si from the liquid phase, a chemical interaction occurs with the CCCM matrix and a carbide phase is formed, while the mechanical characteristics of the material change, and it should also be taken into account that the carbide component is formed unevenly along section of the main material. In this case, the use of CHT methods is much more priority, but it is characterized by high energy consumption and duration of the process.

One of the most promising methods of applying protective coatings today is the production of diffusion layers under unsteady temperature conditions (UTC) [1—5]. Based on the analysis of the requirements for coatings at CCCM, we chose the diffusion method of surface saturation from the solid phase in an active gas medium in the UTC mode. A distinctive feature of this method is the high quality of the resulting coating surface, short duration, and high temperatures, which are characterized by the composition of the UTC-mixture. Under UTC conditions, it is possible to obtain coatings of various chemical compositions by varying the amount and content of alloying additives.

Many scientists are engaged in the issues of increasing the heat resistance of machine parts. Recently, the use of chromium-alloyed coatings has become widespread. Chromoalloying — simultaneous or sequential saturation of metals and alloys with chromium and aluminum — is used mainly to increase wear, heat and corrosion resistance of parts. The main methods of chromium alloying include: solid, from the vapor phase, gas and liquid — simultaneous and sequential, solid — simultaneous and from slip [11—12].

Alloying chromium-alloyed coatings with titanium with silicon and boron makes it possible to dramatically increase the operational characteristics and, along with high corrosion and heat resistance, to obtain more versatile layers with high surface hardness, scale resistance and corrosion resistance due to the formation of additional silicon and titanium oxides.

At a content of < 25% in the mixture, a chromosilicated layer is formed, at 25—40% Al — a chromoaluminosilicated layer, and at a content of > 40% Al — an aluminized layer.

Chromoalloying can be carried out in a sequential manner, chromium plated and then aluminized. Simultaneous saturation with chromium and aluminum occurs in aluminothermic mixtures with a Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:Al ratio of 75-60: 25-40. At a content of > 40% Al in the mixture, a predominantly aluminized layer is formed. At a concentration of <10 Al on the surface of the layer, the mechanical properties of steel do not differ from the properties of the initial one, and at a higher aluminum content, the characteristics of strength, ductility and impact toughness decrease [13—15].

Composite materials based on carbon fibers and carbon matrix are used in industry as:

- High-temperature insulation (asbestos replacement). Pyrocarbon composites: thermal protection, vacuum furnaces, growth units for monosilicon, stress furnaces for silicon carbide products, etc. ;
- Anticorrosive coatings and linings;
- Hydroturbine and ship bearings, friction units.

CCCM are widely used in products of rocket and space technology as heat-shielding materials. However, as with any material, CCCM has a number of disadvantages, the main of which is low oxidative resistance at temperatures above 500 °C [10]. Therefore, special heat-resistant coatings are required for CCCM. Samples for experiments with CCCM (URAL-T22P).

Alloy protective coatings obtained under isothermal conditions have a more porous surface (FeAl phase is present), through which oxygen penetrates to the surface of the CCCM. In comparison



with the coverings received in isothermal conditions, heat resistance of the alloyed protective coverings received in the UTH conditions is 1,5—1,7 times higher that can be explained also by higher concentration of chromium, aluminum, silicon and titanium which promote formation of protective oxide skin  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . It was found that protective coatings doped with silicon and titanium, successfully protect carbon materials from oxidation in the temperature range 900—1100 °C.

#### Formulation of the study purpose

The purpose of the work is the search for optimal powder SHS-charge, allowing the formation of alloyed chromium-alloyed protective coatings on CCCM in UTC conditions.

#### Presenting main material

In this work, CCCM was used for coating. Chemical-thermal treatment was carried out in an open-type reactor ( $P = 10^5$  Pa) in the temperature range 900—1100 °C and the total duration of isothermal holding up to 60 min. A mixture of powders with a dispersion of 100—400 microns was used as a saturating medium, powders of these materials:  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , Al, Ti, Si,  $\text{J}_2$ ,  $\text{NH}_4\text{Cl}$ . In order to search for the compositions of SHS powder mixtures providing high corrosion resistance, a full factorial experiment was used.

Table 1. Results of regression analysis of experimental data

Parameter	Response functions
	$Y_1$
$b_0$	60,311
$b_1$	-0,6
$b_2$	4,1
$b_3$	-0,6
$b_4$	0,1111
$b_5$	-3,3889
$b_6$	4,1111
$b_7$	2,375
$b_8$	0,375
$b_9$	2,125
$\Delta b$	2,02
t- criterion	2,77
F- criterion	2,84 < 6,16

The choice of the optimal composition of the mixture for carrying out SHS — processes under conditions of thermal self-ignition was carried out on the basis of the results of studies of the thermal picture of the SHS process and the physical and mechanical properties of protective coatings [6—9]. The following were chosen as independent variables: the content of the chromium component, silicon, titanium and aluminum in the SHS-mixture. Steel 50 was chosen as the starting material. The process activators are  $\text{J}_2$  and  $\text{NH}_4\text{F}$  for all systems. To obtain a 100% composition of SHS powder mixtures,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  was used as the final product.

Checking the adequacy of the models shows that they can be used to predict the values of the response functions for any values of the factors between the upper and lower levels. In order to determine the mode and SHS-compositions that provide optimal indicators of heat resistance of coatings, three-dimensional graphical dependences were built (Fig. 1).

Based on the results of mathematical modeling, the optimal content of alloying elements was established when applying corrosion-resistant coatings on the CCCM. From the analysis established that the rational titanium content of 20% of the mass. As the aluminum content increases, the amount of mass loss decreases. The rational content of aluminum is 14—15% of the mass. As a result, the optimal composition for applying corrosion-resistant coatings is: 25% CC + 15% Al + 20% Ti + 35%  $\text{Al}_2\text{O}_3$  + 2%  $\text{I}_2$  + 3%  $\text{NH}_4\text{Cl}$ .

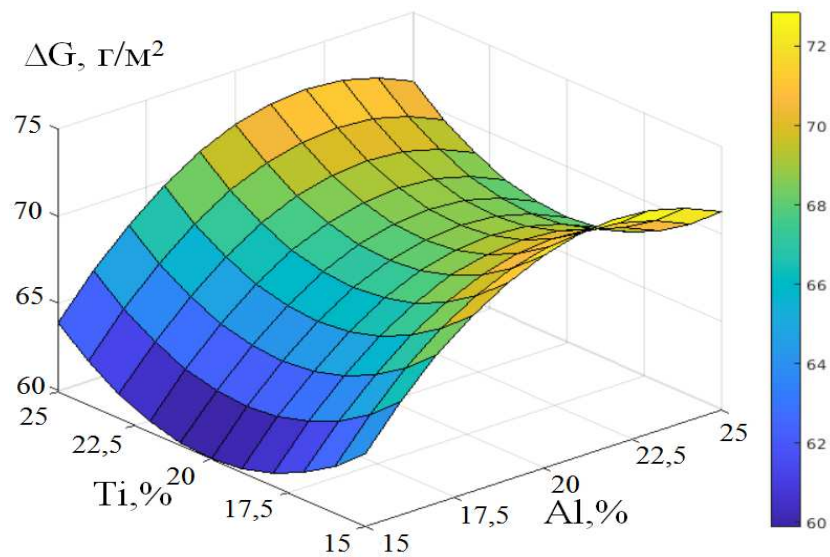


Fig. 1. Optimization of heat resistance for the Cr-Al-Ti /

As a result of calculations, the following equations were obtained:

$$Y_1 = 60,311 - 0,6X_1 + 4,1X_2 - 0,6X_3 + 0,1111X_1^2 - 3,3889X_2^2 + 4,1111X_3^2 + 2,375X_1X_3 + 0,375X_1X_3 + 2,125X_2X_3.$$

The analysis of the reactions occurring during the UTC process, as well as the results of experiments and metallographic studies, made it possible to obtain a scheme for the formation of protective coatings. The process of formation of protective coatings in the thermal autoignition mode can be conventionally divided into five stages: inert heating of the UTC mixture to the autoignition temperature, thermal autoignition, heating of parts, isothermal holding and cooling.

At the initial stage (stage 1), inert heating of the mixture occurs. When used as a supplier of a diffusing element — boron or silicon — the formation of a boron or silicified layer is observed.

At stage 2 — the stage of thermal autoignition, the autoignition temperature rises at a rate of 200—400 °C/s to the maximum value. At this stage, along with the formation of active boron and silicon atoms, reactions of the formation of elemental chromium and their combination with carriers (fluorine, chlorine and iodine) take place, with the formation of volatile halides. If the activation energy of the interaction of the charge elements with the support is less than the activation energy of the main reduction process, then the formation of volatile halides will proceed quasi-stationary as the main reaction proceeds. If the autoignition temperature is lower than the temperature of the onset of intense formation of a volatile halide, then for this case, the formation of halides occurs only at the stage of unsteady temperature rise. When the maximum temperature is reached, which converts the pyrolysis temperature of chromium diiodide, silicon, its rapid decomposition occurs.

At 3 stages — the stage of warming up the products, the temperature drops to the process temperature  $T_p$  due to the reception of the released heat by the products. Active atoms begin to diffuse into the substrate and the carbide phases are doped with titanium and silicon.

At the 4th stage, the stage of isothermal holding, a constant diffusion flow of the formed active atoms of chromium, aluminum, silicon and titanium is formed. The diffusion layer increases and the chromium-alloyed layers are doped with boron and silicon. With increasing isothermal exposure, the layer thickness increases. The growth of the layer obeys a parabolic law.

At the 5th stage — the cooling stage, a diffusion layer is formed with a lower intensity due to a decrease in the diffusion coefficient of silicon and boron due to a drop in temperature. The layer consists of two phases: the outer one, which is chromium borides and silicides, and the inner one, the carbide phase.

For tests of heat resistance, flat samples were used (thickness = 3 mm, length = 30 mm, width = 20 mm). The test temperature was: 90—1100 °C. Weighing of the tested samples was carried out every 5 hours of testing, on an analytical balance VLR — 200 with an accuracy of  $10^{-4}$  g. The total test time was 25 hours. The best heat resistance among the considered coatings have chromium-alumosilicated coatings. Their heat resistance is 2.5—3.3 times higher than that of uncoated samples.

### Conclusions

Based on the results of mathematical modeling, the optimal content of alloying elements was established when applying corrosion-resistant coatings on the CCCM. From the analysis established that the rational titanium content of 20% of the mass. As the aluminum content increases, the amount of mass loss decreases. The rational content of aluminum is 14—15% of the mass. The rational content of aluminum is 14—15% of the mass. As a result, the optimal composition for applying corrosion-resistant coatings is: 25% CC + 15% Al + 20% Ti + 35% Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + 2% J<sub>2</sub> + 3% NH<sub>4</sub>Cl.

When studying the influence of the mode of thermal self-ignition, it was found that the optimal process temperature is 1050 °C, the duration of exposure at this temperature — 60 minutes. The best heat resistance among the considered coatings have chromium-alumosilicated coatings. Their heat resistance is 2.8—3.5 times higher than that of uncoated samples. Research the heat resistance of the obtained protective coatings, suggests an increase in the heat resistance of machine parts and mechanisms by 1.5—1.9 times. The gas-transport method of applying coatings using UTC makes it possible to obtain CCCM with enhanced physical and mechanical properties, without requiring high energy costs and time.

### References

- [1] Chuen-Chien Lee Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller, Part II. IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics. 1990/3. – Vol. 20, № 2. – P. 404–418.
- [2] N.V. Trefilova Analysis of modern methods of applying protective coatings // Modern high technologies. – 2014. – No. 10. – P. 67-67
- [3] Lakhtin Yu. M. Metallurgy and heat treatment of metals. / Yu. M. Lakhtin // - M.: Metallurgy, 1993. - 448 p.
- [4] Merzhanov A.G. Combustion Processes and Synthesis of Materials, Ed. I.T. Telepy, A.P. Kha-choyan. Chernogolovkam ISMAN, 1998. - 512s.
- [5] Sereda B.P. Current state and prospects for the development of technologies for applying protective coatings in SHS conditions / B.P. Sereda, I.V. Kruglyak, V.I. Ivanov // New materials and technologies in metallurgy and mechanical engineering. - 2004. - No. 1. - S. 88-93.
- [6] Sereda B.P. Surface hardening of materials: Monograph / Sereda B.P., Kalinina N.E., Kruglyak I.V. - Zaporozhye: RVV ZDIA, - 2004. - 230 p.
- [7] Khusainov M.A. Chemical gas-phase-diffusion crystallization and structure of coatings from carbides of transition metals IVa - Va subgroups on graphite / M.A. Khusainov, G.M. Demyashev, M.M. Myshlyakov // Izv. Academy of Sciences of the USSR. Metals. - 1991. - No. 4. - S. 152-157.
- [8] Protective coatings for structural carbon-graphitic materials / V.S. Dergunova, G.A. Kravetsky, A.V. Emyashev [et al.] // Protective coatings. - L.: Nauka, 1978. -- S. 114-117.
- [9] Dzyadykevich Yu.V. Ways to protect graphite materials from oxidation / Yu.V. Dzyadykevich, V.E. Oiler // Powder metallurgy. - 1996. - № 3/4. - P. 41-47.
- [10] Sereda B.P. Investigation of the kinetics of the formation of protective coatings on carbon materials in the conditions of SHS / B.P. Sereda, Yu.A. Belokon, Yu.V. Bondarenko // Sb. scientific works "Construction, materials science, mechanical engineering". Issue. 45, Part 2, Starodub readings 2008, Dnepropetrovsk. - P. 31-36.
- [11] Yagodkin Yu.D. Heat-resistant coatings (review) / Yu.D. Yagodkin, VS Terentyeva // Results of science and technology. Ser. Metallurgy and heat treatment. - 1991. - №25. - P. 183-254.
- [12] Chemical and thermal treatment of metals and alloys. Directory. Borisenok G.V, Vasiliev L.A., Voroshnin L.G. et al. M.: Metallurgy, 1981. - 424 p.

- [13] Sereda B.P., Babachenko E.V., Sereda D.B. Formation of heat-resistant alloys on the basis of intermetallic compounds obtained under SHS conditions. Construction, materials science, mechanical engineering: Sat. scientific works. Issue. 74 - Dn-vsk., PGASA, 2014.- P.29-33.
- [14] Sereda B.P., Sereda D.B. Modeling Deformation in Material Processing and Laws of Phasic by SHS Pressing Intermetallics Alloys. Material science and technology 2015. Conference and Exhibition. Columbus, OH, USA. 1821p. P.611-617
- [15] Sereda B.P. Theory of structure of liquid, crystalline and amorphous state of matter. Textbook with the stamp of the Ministry of Education and Science, stamp № 1.4 / 8-G-80.-Zaporizhzhya RVV ZDIA, - 2008. - 238 p.

## **МОДЕЛЮВАННЯ КОРОЗІЙНОСТІЙКИХ ДИФУЗІЙНИХ ШАРІВ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕМПЕРАТУРНИХ УМОВ**

**Середа Д.Б.**

### **Реферат**

В роботі розглянуті методи отримання легованих хромоалітованих покриттів і пошук оптимальних порошкових шихт, що дозволяють формувати захисні покриття на ВВКМ при нестационарних температурних умовах. Перспективними матеріалами для нанесення захисних покриттів можуть бути тугоплавкі сполуки, перш за все карбіди, бориди, нітриди і силіциди, а також сплави на їх основі. Крім захисту від окислення покриття з тугоплавких сполук мають високу твердість і зносостійкість. Відомі методи отримання покриттів мають ряд недоліків і переваг. Найбільш неприйнятним є той факт, що при отриманні покриття просоченням кремнієм Si з рідкої фази, відбувається хімічна взаємодія з матрицею ВВКМ і утворюється карбідна фаза, при цьому змінюються механічні характеристики матеріалу, а так само слід враховувати той факт, що карбідна складова утворюється нерівномірно по перетину основного матеріалу. Реалізація нанесення захисних покриттів на високовуглецевих матеріалах утруднена цілим рядом причин. Це стосується не високою можливістю змочування поверхні вуглецю тугоплавкими металами, слабкою адгезією покриття до підкладки, що залежить у багато від теплофізичних властивостей покриття, і також вибору компонентів покриття в залежності від умов роботи готового виробу.

При нестационарних температурних умовах можливе отримання покриттів різного хімічного складу, варіюючи кількість і зміст легуючих добавок. Газотранспортний метод нанесення покриттів при нестационарних температурних умовах, дозволяє отримати ВВКМ з підвищеними фізико-механічними властивостями, не вимагаючи високих енерговитрат і часу.

З метою пошуку складів порошкових шихт, що забезпечують високу корозійну стійкість і жаростійкість, використовувався повний факторний експеримент. Вибір оптимального складу суміші для проведення СВС — процесів в умовах теплового самозаймання проводили на підставі результатів досліджень теплової картини процесу і фізико-механічних властивостей захисних покриттів.

Перевірка адекватності моделей показує, що їх можна використовувати для прогнозування значень функцій відгуку при будь-яких значеннях факторів, що знаходяться між верхнім і нижнім рівнями. З метою визначення режиму і складу шихти, що забезпечують отримання оптимальних показників жаростійкості покриттів будували тривимірні графічні залежності, та отримано оптимальний склад шихти при насиченні при нестационарних температурних умовах.

### **Література**

1. Chuen-Chien Lee (1990) Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller, Part II. IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics. 1990/3. – Vol. 20, № 2. – P. 404-418.

2. Трефилова Н.В. Анализ современных методов нанесения защитных покрытий// Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 10. – С. 67-67
3. Лахтин Ю.М. Металловедение и термическая обработка металлов. / Ю.М. Лахтин // – М.: Металлургия, 1993. – 448 с.
4. Мержанов А.Г. Процессы горения и синтез материалов/Под ред. И.Т. Телепы, А.П. Хачояна. Черноголовкам ИСМАН, 1998. 512с.
5. Серета Б.П. Современное состояние и перспективы развития технологий нанесения защитных покрытий в условиях СВС / Б.П. Серета, И.В. Кругляк, В.И. Иванов // Новые материалы и технологии в металлургии и машиностроении. – 2004. – №1. – С. 88-93.
6. Серета Б.П. Поверхневе зміцнення матеріалів: Монографія / Серета Б.П., Калініна Н.С., Кругляк І.В. – Запоріжжя: РВВ ЗДІА, – 2004. – 230 с.
7. Хусаинов М.А. Химическая газофазно-диффузионная кристаллизация и структура покрытий из карбидов переходных металлов IVa – Va подгрупп на графите / М.А. Хусаинов, Г.М. Демяшев, М.М. Мышляков // Изв. АН СССР. Металлы. – 1991. – №4. – С. 152-157.
8. Защитные покрытия конструкционных углеграфитовых материалов / В.С. Дергунова, Г.А. Кравецкий, А.В. Емяшев [и др.] // Защитные покрытия. – Л.: Наука, 1978. – С. 114-117.
9. Дзядикевич Ю.В. Шляхи захисту графітових матеріалів від окислення (Огляд) / Ю.В. Дзядикевич, В.Е. Олійник // Порошковая металлургия. – 1996. – № 3/4. – С. 41-47.
10. Серета Б.П. Исследование кинетики формирования защитных покрытий на углеродных материалах в условиях СВС/ Б.П. Серета, Ю.А. Белоконь, Ю.В. Бондаренко // Сб. науч. трудов “Строительство, материаловедение, машиностроение”. Вып. 45, Ч.2, Стародубовские чтения 2008, Днепропетровск. – С. 31-36.
11. Ягодкин Ю.Д. Жаростойкие покрытия (обзор) / Ю.Д. Ягодкин, В.С. Терентьева // Итоги науки и техники. Сер. Металловедение и термическая обработка. – 1991. – № 25. – С. 183-254.
12. Химико-термическая обработка металлов и сплавов. Справочник. Борисенко Г.В., Васильев Л.А., Ворошнин Л.Г. и др. М.: Металлургия, 1981. 424 с.
13. Серета Б.П., Бабаченко Є.В., Серета Д.Б. Утворення жароміцних сплавів на основі інтерметалідних сполук, отриманих в умовах СВС. Строительство, материаловедение, машиностроение: Сб. науч. трудов. Вып. 74 - Дн-вск., ПГАСА, 2014.- С.29-33.
14. Sereda B., Sereda D. Modeling Deformation in Material Processing and Laws of Phasic by SHS Pressing Intermetallics Alloys. Material science and technology 2015. Conference and Exhibition. Columbus, OH, USA. 1821p. P.611-617
15. Серета Б.П. Теорія будови рідкого, кристалічного та аморфного стану речовини. Навчальний посібник з грифом МОНУ, гриф № 1.4/8-Г-80.-Запоріжжя РВВ ЗДІА, – 2008. – 238 с.

DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219269

UDK 538.911

**A. Dedoborz**, associate professor, [Mathematphysics@gmail.com](mailto:Mathematphysics@gmail.com)

**A. Kletskov**, assistant, [alex.kl87@i.ua](mailto:alex.kl87@i.ua)

**V. Tsotsko**, senior lecturer

Dniprovsky State Agrarian and Economic University, Dnipro

## DETERMINATION OF OPTIMAL PARAMETERS TO RECEIPT THE SEMICONDUCTOR TAPES OF CdSe/ZnTe ON BASIS OF MATHEMATICAL MODEL

*Worked out mathematical model of receipt the semiconductor tapes for comparison with experimental data got the method of molecular-radial epitaxiation.*

**Keywords:** time of evaporation; speed of besieging; vaporizer; lining.

*Розроблена математична модель отримання напівпровідникових плівок для зіставлення з експериментальними даними отриманими методом молекулярно-променевої епітаксії.*

**Ключові слова:** час випаровування; швидкість осадження; випарник; підкладка.

### Problem's Formulation

High enough speed of besieging of semiconductor tapes puts the problem of determination of the most optimal parameters of evaporation and creation of mathematical model by means of which it is possible it would be to change parameters for different configurations of semiconductor pellicle structures.

### Analysis of recent research and publications

Research of structure and properties of semiconductor tapes of connections of  $A_2B_6$  many works are sanctified to, including [1,2,3]. For creation of mathematical model of receipt of semiconductor tapes drawn on the results of research of authors [1,4,5,6].

### Formulation of the study purpose

The purpose of work is development of mathematical model for determination of optimal parameters of receipt of semiconductor tapes on the basis of comparison with experimental data got the method of evaporation in a vacuum, determination of pressure of gases in middle of the quasi-closed volume of a vacuum post, time and temperature of evaporation.

### Presenting main material

There are many methods of besieging of thin-films. General requirements to the receipt of thin-films is evenness of thickness of tape, homogeneity of her structure, high adgesion with lining or other tapes. From all methods of receipt of thin-films the method of thermal evaporation most answers the declared terms in a vacuum with the indirect heating by a glower (capacitance-resistance heating).

Essence of method of the capacitance-resistance heating consists in placing of the evaporated material in a vaporizer, which is heated by a current until then while pressure of pair of material will exceed pressure in a vacuum system. Vaporizers make from materials with subzero flying (tungsten, molybdenum). Capacitance-resistance vaporizers depending on a construction are to the wire, band and tigel. Most widespread from them are tigel vaporizers. Tigel vaporizer is bath in what place the evaporated material. Mostly the crucible is made from a refractory metal and has a form to the cone.

In this research a device was used for the all-epitaxial increase of tapes of VCC-5M. (fig. 1). At thermal evaporation distance of  $L$  between a vaporizer and lining folded from a 100 mm to 500 mm Radius of ring of vaporizer —  $r = 5$  mm Vaporizer was cutting-in in tungsten wire ( $\varnothing$  wire is a 0,8 mm) with quartz crucible, where halkogen was loaded. Mass of evaporant folded from 50 mg to 200 mg. A lining area is covered by the layer of tape of  $F$  is  $3 \cdot 10^{-4} \text{m}^2$ . Pressure of remaining gas of  $P$  is a  $10^{-1}$  pascal. A closeness of matter of tape is  $\rho$  (CdSe) =  $5,81 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$ , a closeness of matter of tape is  $\rho$  (ZnTe) =  $6,34 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$ .

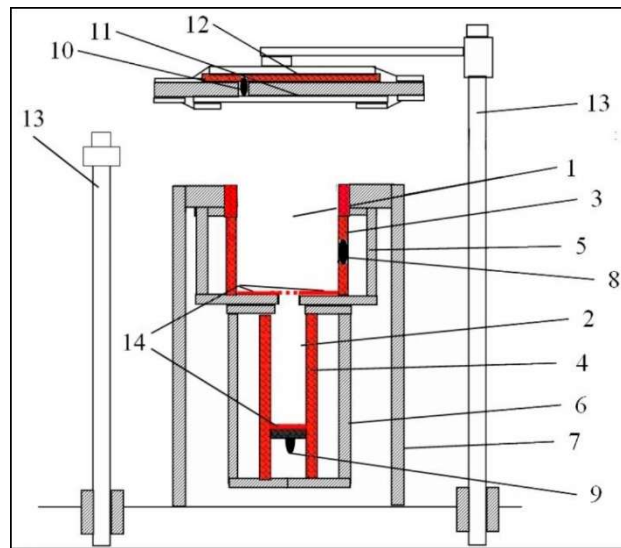


Fig. 1. Chart of device for the synthesis of tapes of CdSe and ZnTe in CCV: 1,2 are the evaporated compartments; 3,4 are heaters of walls; 5—7 are afterheaters; 8—10 are thermocouples; 11 is lining; 12 is a lining heater; 13 are stands; 14 are heater elements of vaporizer [1]

Properties of thin-films substantially depend on the parameters of process of besieging: speeds of besieging, temperature of lining, remaining vacuum and others like that

Speed of besieging is determined after a formula:

$$v_n = \beta x q^{-1} R^{-2} v_v, \quad (1)$$

where  $\beta$  is a coefficient of condensation, which takes into account the terms of condensation (frequency surfaces, temperature),  $x$  — const, that depended on the form of vaporizer.

Speed of evaporation  $v_v$  in id est amount of matter [2,3], evaporated for one second from unit of area of surface of vaporizer, calculates in obedience to the formula of Hertz-Knudsen [4] but looks like:

$$v_v = 0,585 P_s \sqrt{\frac{m}{T}}, \quad (2)$$

where  $P_s$  is pressure of pair of matter.

In times of  $t$  evaporation an amount of the evaporated matter is from the vaporizer of radius of  $r$ :

$$\sigma = w \pi r^2 t. \quad (3)$$

On condition that all atoms of evaporant condense on lining a desorption is absent, it is possible to consider that  $\sigma = G$ , where  $G$  is mass of the got tape.

The thickness of tape can be certain from correlation:

$$d = \frac{v_v \pi r^2 t}{F \rho} = \frac{0,585 \cdot P_s \sqrt{\frac{m}{T}}}{F \rho} \pi r^2 t, \quad (4)$$

where  $m$  is mass of evaporant,  $t$  is time of evaporation.

Thus under a thickness understand such thickness, which the layer of matter, equipartition for surfaces subspoon would have with the closeness of this matter. In an order to take into account the unevenness of distribution of tape for the surfaces of lining it is necessary to enter the coefficient of proportion of  $Z$ :

$$Z = \frac{1}{(1 + (\frac{h}{L})^2)^{3/2}}, \quad (5)$$

where  $h$  is distance from the center of lining to the view point,  $L$  is distance from a vaporizer to the center of lining.

Then finally will have a formula:

$$d = \frac{0,585 P_s \sqrt{\frac{m}{T}}}{F \rho (1 + (\frac{h}{L})^2)^{3/2}} \pi r^2 t. \quad (6)$$

Expression for high speed of evaporation (2) was got Lengmur [4] from experiments answers evaporation from free-form, id est situations of not "returning" of the evaporated particles are on the surface of lining. Such evaporation is named lengmured [4]. By a key variable which influences there is a temperature on speed, as she is strong influence on pressure saturated pair.

In this work for practical application it is approximately possible to apply a formula from the estimation of thermodynamics data [4, 5] for pressure saturated pair of matter  $P_s$  above fusion evened:

$$\ln P_s (mm. m. p) = -15.993 T^{-1} + 12.409 + 0.999 \ln(T) - 3.52 \cdot 10^{-2} T. \quad (7)$$

At causing of tapes by the method of evaporation a matter must evaporate in the molecular mode (fig.1), an atomic (often as "molecular") bunch is here created, and his particles move from a vaporizer to the subspoon rectilineal, without collisions. In obedience to these terms and on the basis of kinetic theory of gases it is possible to get next dependence:

$$L \approx 5 \cdot 10^{-3} / P_s (mm. m. p). \quad (8)$$

Then according to initial data will get a value  $P_{\text{near}} 1\text{—}7$  Pascal. Putting finding to (7) will get the value of near 600—650 K.

For determination of time of evaporation it is necessary to compare the experimental and theoretical values of thickness of tapes. The thickness of tape on a flat subspoon which is athwart to the normal to the surface of vaporizer is determined by expressions [6]:

$$d = \frac{mL}{4\pi\rho a^3} \quad (9)$$

and

$$d = \frac{mL^2}{\pi\rho a^4}, \quad (10)$$

where  $a$  — is distance from a vaporizer to the looks point,  $L$  is distance from a vaporizer to the center of lining.

For determination of thickness of  $d$  in the set point of subspoon it is necessary look to examine evaporation from all elements of ring [6]. The angular co-ordinates of element of vaporizer are determined by a corner  $\alpha$ , and for the stowage of holding from every element it is necessary to integrate for  $\alpha$  from 0 to  $2\pi$ .

$$a^2 = L^2 + r^2 + h^2 + 2hr \cos(\alpha), \quad (11)$$

where  $h$  is distance from the center of lining to the looks point,  $r$  is a radius of ring of vaporizer.

At calculations assumptions are done in relation to descriptions of evaporation from the separate elements of vaporizer. HollandandShtekelmaher conducted a calculation for a "ring which consists of point or superficial vaporizers". Integration for  $\alpha$  equalizations (9) and (10) taking into account equality (11) gives for a size  $d$  expression:

$$d = \frac{m}{\pi \cdot \rho} \frac{L^2(L^2+h^2+r^2)}{((L^2+h^2+r^2)^2-4r^2h^2)^{3/2}}. \quad (12)$$

Comparing expressions (12) and (6) can get expression for time of condensate  $t$ :

$$t = \frac{m}{\pi\rho} \frac{L^2(L^2+h^2+r^2)}{((L^2+h^2+r^2)^2-4r^2h^2)^{3/2}} \cdot \frac{F\rho(1+(\frac{h}{L})^2)^{3/2}}{0,585 P_s \sqrt{\frac{m}{T}} \pi r^2}. \quad (13)$$

Time of evaporation folds from 5 c to a few minutes, depending on mass of condensate matter.

Coming from finding can define the optimal parameters of receipt of semiconductor tapes. Pressure of pair of matter  $P_s$  it is better to do a permanent size (in this research 5 pascal), id est distance from  $a$  vaporizer to lining always unchanging. Also from these data swims out, that and a temperature of evaporation is a permanent size.

Knowing what thickness of semiconductor tape it is necessary condensate on lining it is possible from a formula (12) to expect mass of evaporant. Time of evaporation of  $t$  settles accounts after a formula (13) for every found mass of evaporant.



### Conclusions

The worked out mathematical model provides high enough exactness of approximation and flexibility to the change of terms of receipt.

For the brought objects over it is got: pressure steam evaporant — 5 Pascal optimal temperature of evaporation — 650 K, optimal value of distance from a vaporizer to lining — a 100 mm a mathematical model is created for the calculation of thickness of semiconductor tape and time to the necessity for her causing on lining. Research of receipt of tapes of different thickness is conducted, at it data of experiment with high exactness of near with data of theory.

### References

- [1] Opanasiuk, A.S. (2011). Strukturni, elektrophizichni ta optichni vlastivosti plivok spoluk A2B6 ta heteroperekhodiv na ikh osnovi [Structural, electro-physical and optical properties of tapes of connections of A2B6 and hetero transitions are on their basis]. Doctor's thesis. Sumy: SumDU [in Ukrainian].
- [2] Shyju, T.S., & Anandhi, S., & Indirajith R. (2011). Solvothermal synthesis deposition and characterization of cadmium selenide (CdSe) thin films by thermal evaporation technique. *Journal Crystal Growth*. Netherlands, Volume. 337, P. 38–45. [in English].
- [3] Pathel, K.D., & R.K., Shan, & D.L. Makhija Chemical and structural characterization of CdSe thin films. *Journal Ovonic Research*. Romania, V.4, № 61, P.129–139. [in English].
- [4] Maisell, L., Gleng, R. (1977). Tekhnolohiia tonkikh plienok: spravochnik [Technology of thin-films : reference book] (Vols.1). Moskva: Soveight radio. [in Russian].
- [5] Nesmeianov, A.N. (1961). Davlenie para khimicheskikh elementov [Pressure of steam of chemical elements]. Moskva: AN USSR [in Russian].
- [6] Hass., G., & R.E., Thun (1986). Phisics of thin films. *Academic Press*. New York, Volume. 3, P. 38–44.

### ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ОТРИМАННЯ НАПІВПРОВІДНИКОВИХ ПЛІВОК CdSe/ZnTe НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Дідоборець О.Й., Клецков О.М., Цоцко В.І.

#### Реферат

Метою роботи є розробка математичної моделі для визначення оптимальних параметрів отримання напівпровідникових плівок на основі зіставлення з експериментальними даними отриманими методом випаровування у вакуумі, визначення тиску газів усередині квазізамкнутого об'єму вакуумного посту, часу та температури випаровування

Існує багато методів осадження тонких плівок. Загальними вимогами до отримання тонких плівок є рівномірність товщини плівки, однорідність її структури, висока адгезія з підшарком або іншими плівками. З усіх методів отримання тонких плівок найбільш відповідає заявленим умовам метод термічного випаровування у вакуумі з непрямим підігрівом ниткою розжарення (резистивний підігрів).

Сутність методу резистивного підігріву полягає в розміщенні випарюваного матеріалу у випарник, який нагрівається струмом до тих пір доки тиск пари матеріалу перевищить тиск у вакуумній системі. Випарники виготовляють з матеріалів з низькою легкістю (вольфрам, молибден). Резистивні випарники в залежності від конструкції бувають дротові, стрічкові та тигельні. Найбільш поширеними з них є тигельні випарники. Тигельним випарником є ванна в яку поміщають випарюваний матеріал. Найчастіше тигель виготовляється з тугоплавкого металу та має форму конусу.

В даному дослідженні використовувався пристрій для епітаксiального нарощування плiвок ВУП-5М. (рис. 1). При термiчному випарi вiдстань  $L$  мiж випарником i пiдкладкою складала вiд 100 мм до 500 мм. Радiус кiльця випарника —  $r = 5$  мм. Випарник був вставленим у вольфрам-ву проволоку ( $\varnothing$  проволоки 0,8 мм) з кварцевим тиглем, куди завантажувався халькоген. Маса випаровуваної речовини складала вiд 50 мг до 200 мг. Площа пiдкладки покрита шаром плiвки  $F = 3 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>. Тиск залишкового газу  $P = 10^{-1}$  Па. Щiльнiсть речовини плiвки —  $\rho(\text{CdSe}) = 5,81 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, щiльнiсть речовини плiвки —  $\rho(\text{ZnTe}) = 6,34 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>

Розроблена математична модель забезпечує досить високу точнiсть апроксимацiї та гнучкiсть до змiни умов отримання.

Для приведених об'єктiв отримано: тиск парiв випаровуваної речовини — 5 Па, оптимальний температура випаровування — 650 К, оптимальне значення вiдстанi вiд випарника до пiдкладки — 100 мм. Створена математична модель для розрахунку товщини напiвпровiдникової плiвки та часу необхідному для її нанесення на пiдкладку. Проведено дослідження отримання плiвок рiзних товщин, при цьому данi експерименту з високою точнiстю спiвпадають з даними теорiї.

### Лiтература

1. Опанасюк А.С. Структурнi, електрофiзичнi та оптичнi властивостi плiвок сполук  $A_2B_6$  та гетеропереходiв на їх основi: дис. докт. фiз.-мат. наук: 01.04.01 / Сумський державний унiверситет. Суми, 2011. 378 с.
2. Shyju T.S., Anandhi S., Indirajith R. Solvothermal synthesis deposition and characterization of cadmium selenide (CdSe) thin films by thermal evaporation technique. *Journal Crystal Growth*. Netherlands, 2011. Volume. 337. P. 38–45.
3. Pathel K.D., R.K. Shan, D.L. Makhija Chemical and structural characterization of CdSe thin films. *Journal Ovonic Research*. Romania. 2008. V.4, № 61. P. 129–139.
4. Технология тонких пленок : справочник / Под ред. Л. Майселла, Р. Глэнга. Москва.: Сов. радио, 1977. Т.1. 662 с.
5. Несмеянов А.Н. Давление пара химических элементов. Москва: Издательство АН СССР, 1961. 396 с.
6. Nass.G., R.E. Thun Physics of thin films. *Academic Press*. New York, 1986. Volume. 3 P. 38–44.

DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219270

УДК 631.3.02.001

С.С. Тищенко, д.т.н., професор кафедри вищої математики, voloskrs@i.ua  
Дніпровський державний аграрно-економічний університет, м. Дніпро

## МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ҐРУНТУ ПО ПОВЕРХНІ ДОЛОТА

*Складено диференціальне рівняння руху ґрунту по долоту, яке має циліндричну поверхню. Дослідження вказують, що при невеликих радіусах кривини долото працює у режимі розпушування і переміщення ґрунту. Зі зростанням кривини переміщення ґрунту знижується і долото працює тільки у режимі розпушування.*

**Ключові слова:** ґрунт; поверхня; долото; обробка ґрунту.

*The differential equation of soil motion along the bit, which has a cylindrical surface, is made. Studies indicate that at small radii of curvature, the bit works in the mode of loosening and moving the soil. As the curvature increases, the movement of the soil decreases and the bit works only in the mode of loosening.*

**Keywords:** soil; surface; chisel; tillage.

### Постанова проблеми

Долото як ґрунтообробний робочий орган, застосовується для розпушування ґрунту і збереження дернини та рослинних рештків на поверхні поля.

Розташовуючись за робочим органом, воно відводить на свою поверхню частину потоку ґрунту, впливаючи тим самим на процес обробки ґрунту.

Долото як правило має криволінійну поверхню, яка універсальна, однак в даний час немає достатньо повних досліджень руху ґрунту по криволінійному долоту.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Найбільш простий криволінійною поверхнею є циліндрична поверхня з постійним радіусом кривизни. Рух по такій поверхні в кожен момент часу можна розкласти на поступальний і обертальний. Так, в роботі [5] розглянуто методика визначення узагальненого коефіцієнта тертя. В роботі [1, 3] розглянуто рух ґрунту по культиваторній стійці, а в [6] по поверхні снігоочисника. Окрім цього робочі органи типу «долото» застосовуються при окремих технологічних операціях [4], наприклад, вапнуванні ґрунту.

Найбільш близькою є робота [2] в якій розглянуто рух частинки під дією сили тяжіння по криволінійній поверхні.

Однак всі ці роботи не дають повної зв'язку між рухом і параметрами поверхні.

### Формулювання мети досліджень

У статті розглянуто рух структурного агрегату ґрунту по поверхні долота в залежності від параметрів поверхні і швидкості руху знаряддя.

### Виклад основного матеріалу

В якості поверхні робочого органу приймаємо модель, в якій твірна інцидентна до однієї напрямної кривої. При цьому напрямна крива розташована у вертикальній площині, а твірна — розташована горизонтально. В якій напрямної кривої приймемо дугу кола. Основними параметрами напрямної в цьому випадку будуть:

- радіус дуги кола;
- кут нахилу дотичної до горизонту в початковій точці.

Рівняння напрямної кривої в полярній системі має вигляд

$$r(\varphi) = R,$$

де  $R$  — початковий радіус вектор, м.

А в Декартовій системі:

$$x = R \cdot \sin(\alpha + \alpha_0),$$

$$z = R \cdot \cos(\alpha + \alpha_0),$$

де  $\alpha_0$  — початковий кут повороту радіус-вектора (рис. 1), який дорівнює куту установки лапи до горизонту  $\alpha_0 = \alpha_p$ , град.

Координати полярного центру будуть визначатися таким чином:

$$x_{OR} = R \cdot \sin \alpha_0,$$

$$z_{OR} = R \cdot \cos \alpha_0,$$

З метою обґрунтування параметрів напрямної кривої розглянемо рух грудки ґрунту по напрямній кривій згідно зі схемою на рис. 1. Для визначення швидкості руху ґрунтової частинки по напрямній, залежно від кута повороту радіус-вектора, запишемо диференціальне рівняння рівноваги частинки ґрунту:

$$m \frac{dV_R}{dt} = -f_1 \cdot Q - f_1 \cdot P \cdot \cos \alpha - P \cdot \sin \alpha,$$

де  $m$  — маса частинки ґрунту, кг;  $V_R$  — швидкість руху частинки по напрямній, м/с;  $t$  — час руху частинки по напрямній, с;  $f_1$  — коефіцієнт тертя ґрунту поверхні робочого органу, відносні од.;  $Q$  — відцентрова сила інерції, діюча на частинку, Н;  $P$  — вага частинки ґрунту, Н;  $\alpha$  — кут нахилу дотичної до напрямної до горизонту, град.

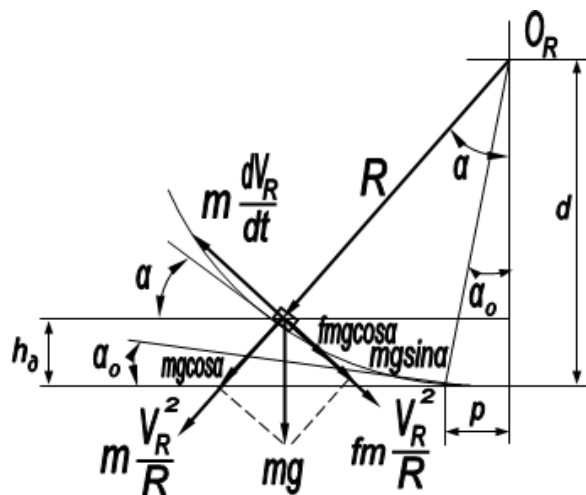


Рис. 1. Схема руху частинки ґрунту по напрямній кривій поверхні долота

Позначивши силу ваги і силу інерції наступним чином:

$$P = m \cdot g; \quad Q = m \frac{V_R^2}{R},$$

де  $g$  — прискорення сили тяжіння, м/с<sup>2</sup>;  $R$  — радіус напрямної кривої, м.

Запишемо рівняння рівноваги частинки ґрунту при руху по напрямній кривій в наступному вигляді:

$$m \frac{dV_R}{dt} = -f_1 m \frac{V_R^2}{R} - f_1 mg \cos \alpha - mg \sin \alpha. \quad (1)$$

Відомо, що при русі по колу виконуються наступні співвідношення:

$$ds = R d\alpha = V_R dt,$$

$$dt = \frac{R d\alpha}{V_R}, \quad (2)$$

де  $ds$  — довжина дуги кола, м.

Підставивши (1) і (2) та скоротивши на масу, прийдемо до наступного диференціального рівняння руху частинки ґрунту

$$\frac{dV_R}{d\alpha} = -f_1 \cdot V_R - \frac{R \cdot g}{V_R} (f_1 \cdot \cos \alpha + \sin \alpha).$$

Інтегрування отриманого рівняння дає нам наступний вираз

$$V_R^2 = \left( -\frac{2R \cdot g \cdot \exp(2f_1 \cdot \alpha)}{4f_1^2 + 1} [(2f_1^2 - 1) \cos \alpha + 3f_1 \cdot \sin \alpha] + C \right) \exp(-2f_1 \cdot \alpha).$$

Постійну інтегрування знаходимо з початкових умов в момент часу  $t = 0$ , коли швидкість руху частинки ґрунту по напрямній поверхні лапи дорівнює швидкості руху культиватора  $V$ , а початковий кут нахилу дотичної до напрямної дорівнює  $\alpha_0$ . У цьому випадку постійна інтегрування дорівнює

$$C = V_0^2 \exp(2f_1 \alpha_0) + \frac{2Rg \exp(2f_1 \alpha_0)}{4f_1^2 + 1} [(2f_1^2 - 1) \cos \alpha_0 + 3f_1 \sin \alpha_0].$$

Підставляючи знайдене значення постійної інтегрування, отримаємо наступний вираз для швидкості руху частинки ґрунту по напрямній кривій поверхні лапи у функції кута підйому:

$$V_R^2 = -\frac{2R \cdot g}{4f_1^2 + 1} [(2f_1^2 - 1) \cos \alpha + 3f_1 \sin \alpha] + V_0^2 \exp[2f_1 (\alpha_0 - \alpha)] + \\ + \frac{2R \cdot g}{4f_1^2 + 1} [(2f_1^2 - 1) \cos \alpha_0 + 3f_1 \sin \alpha_0] \exp[2f_1 (\alpha_0 - \alpha)].$$

На рис. 2 наведені графіки зміни швидкості руху ґрунту по напрямній кривій поверхні культиваторної лапи і кута підйому ґрунту при початковому куті нахилу дотичній  $\alpha_0 = 10^\circ$  і  $\alpha_0 = 20^\circ$  при середньому коефіцієнті тертя  $f_1 = 0,58$ .

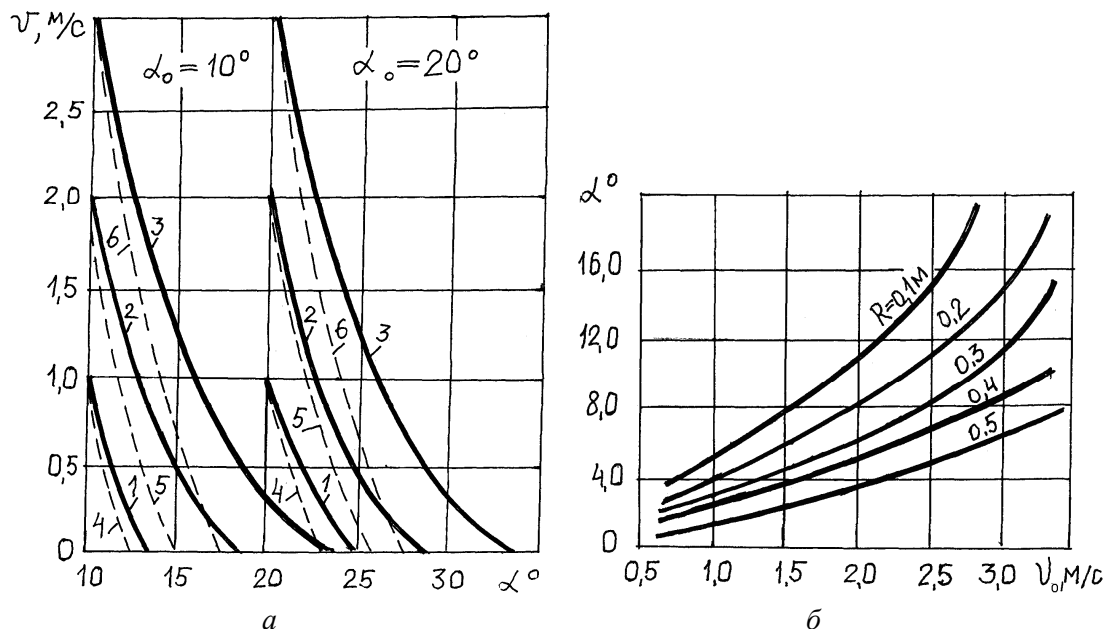


Рис. 2. Характеристики руху частинки ґрунту по долоту, виконаного по дузі кола:  $a$  — залежність швидкості руху;  $b$  — залежність кута підйому від швидкості руху:

1 —  $V_0 = 1$  м/с;  $R = 0,2$  м;

2 —  $V_0 = 2$  м/с;  $R = 0,2$  м;

3 —  $V_0 = 3$  м/с;  $R = 0,2$  м;

4 —  $V_0 = 1$  м/с;  $R = 0,5$  м;

5 —  $V_0 = 2$  м/с;  $R = 0,5$  м;

6 —  $V_0 = 3$  м/с;  $R = 0,5$  м;

Як видно з графіків, при радіусі дуги  $R = 0,1$  м функція  $\alpha(V_0)$  різко йде вгору. Із збільшенням радіуса дуги кривина залежності  $\alpha(V_0)$  падає, а для радіусу дуги  $R = 0,5$  м практично наближається до прямої лінії. Така поведінка функції пояснюється тим, що, починаючи з початкової швидкості  $V_0 = 2$  м/с, яка є швидкістю руху знаряддя, починає проявлятися сила інерції, яка долає силу тяжіння пласта. Особливо це помітно при  $R = 0,1$  м. З ростом радіуса дуги сила інерції зменшується, отже, зменшується і кут підйому ґрунту. При радіусі дуги  $R = 0,5$  м і більше дія сили інерції практично не помітна.

#### Висновки

1. Встановлено, що при радіусі кривини долота  $R \geq 0,5$  м і при робочій швидкості руху  $V_0 \leq 2$  м/с забезпечується розпушування ґрунту.
2. При збільшенні радіусу кривини долота вище 0,5 м, або підвищенню робочої швидкості вище 2 м/с окрім розпушування ґрунту забезпечується загортання рослинних решток ґрунтом.

#### Список використаної літератури

1. Бурченко П.Н. Механико-технологические основы почвообрабатывающих машин нового поколения. М.: ГНУ ВИМ. 2002. 211 с.
2. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. К.: Из-во УАСХН. 1960. 283 с.
3. Свечников П.Г. Оптимальный профиль лапы культиватора плоскореза. *Тракторы и сельхозмашины*. 2012. № 1. С. 40–41.
4. Свечников П.Г., Стрижов В.А., Мухаматнуров М.М. Совершенствование технологи известкования путем тщательного перемешивания извести с почвой *Техника и оборудование для села*. 2012. №1. С. 22–24.
5. Шайков М.К. Коэффициент трения сыпучих материалов по цилиндрической поверхности *Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства*. 1974. № 4. С. 53–54.
6. Шалман Д.А. Снегоочистители. Л.: Машиностроение. 1973. 215 с.

## SIMULATION OF SOIL MOVEMENT ON CHAIN SLAVES

**Tishchenko S.**

### Abstract

The article is devoted to the topical problem of shelfless tillage in which there is no plowing with a shelf plow. Thus tillage is carried out by various working bodies which are fixed on racks.

The shape of the rack on which the selfless working bodies intended for shelfless tillage are fixed is of great importance. Since it is a continuation of the working body, the quality of work depends a lot on its shape. The quality of work of shelfless tillage includes loosening the soil and earning crop residues.

The article considers modelling of the movement of soil chips on the cylindrical surface of the rack. The forces acting on a piece of soil when moving on a cylindrical surface are considered. The model of motion of soil chips in the form of the differential equation of motion of a part of soil is deduced. As a result of modelling, the dependences of the speed of soil chips and the angle of rise on the rack depending on the speed of the rack and its radius were constructed.

Modeling of soil movement on the rack of the working body established:

1. It is established that at a radius of curvature of a bit of 0,5 m and at working speed of movement of 2 m / s loosening of soil is provided.

2. When the radius of curvature of the bit is increased above 0.5 m, or the working speed is increased above 2 m / s, in addition to loosening the soil, the plant remains are wrapped in soil. The established fact can be applied in the design of tillage implements, such as chisels, cultivators and tillage machines.

The established fact can be applied in the design of tillage implements, such as chisels, cultivators and tillage machines.

### References

- [1] Burchenko P.N. (2002) *Mehaniko-tehnologicheskie osnovy pochvoobrabatyivayuschih mashin novogo pokoleniya* [Mechanical and technological fundamentals of new generation soil cultivation machines]. Moscow; [in Russian].
- [2] Vasilenko P.M. (1960) *Teoriya dvizheniya chastitsyi po sferohovatyim poverhnostyam sel'skohozyaystvennyih mashin* [The theory of particle motion on the rough surfaces of agricultural machines] Kiev, [in Ukraine].
- [3] Svechnikov P. G. (2012) Optimalnyiy profil lapyi kultivatora ploskoreza [Optimum paw profile of the flat cutter cultivator] *Traktory i sel'hozmashiny - Tractors and agricultural machinery, 1, 40-41* (in Russian).
- [4] Svechnikov P. G., Strizhov V. A., Muhamatnurov M. M. (2012) Sovershenstvovanie tehnologi izvestkovaniya putem tschatelnogo peremeshivaniya izvesti s pochvoy [Improvement of liming technology by thorough mixing of lime with soil] *Tehnika i oborudovanie dlya sela - Rural machinery and equipment, 1, 22-24.* (in Russian).
- [5] Shaykov M.K. (1974) Koeffitsient treniya syipuchih materialov po tsilindricheskoy poverhnosti [Coefficient of friction of bulk materials on a cylindrical surface] *Mehanizatsiya i elektrifikatsiya sotsialisticheskogo sel'skogo hozyaystva-Mechanization and electrification of socialist agriculture, 4, 53-54* (in Russian).
- [6] Shalman D.A. (1973) *Snegoochistiteli* [Snow blowers] Leningrad. (in Russian).

DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219271

УДК 658.562.64:624.014:621.65

**Ю.А. Гасило**, к.т.н., доцент

**Р.Я. Романюк**, к.т.н., доцент

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

## **ІННОВАЦІЙНІ МЕТОДИ НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ ЯКОСТІ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЙ ТА ТЕХНОЛОГІЧНОГО УСТАТКУВАННЯ**

*Проаналізовано сучасні неруйнівні методи контролю якості металоконструкцій та технологічного устаткування з метою підвищення терміну їх роботи — методи контролю матрицями вихрострумів датчиків та вібраційної діагностики. Розглянуто принципи дії, переваги та недоліки даних методів.*

**Ключові слова:** датчик; дефектоскоп; неруйнівний контроль; діагностика вібрацією; дефект.

*Modern non-destructive methods quality control of metal structures and technological equipment are analyzed in order to increase their service life — methods control by matrices of eddy current sensors and vibration diagnostics. The principles of operation, advantages and disadvantages of these methods are considered.*

**Keywords:** sensor; flaw detector; non-destructive testing; vibration diagnostics; defect.

### **Постановка проблеми**

Неруйнівні методи контролю якості та випробування металів включають беззразкові випробування і дефектоскопію. Прийнято, що під терміном “неруйнівні фізичні методи контролю” розуміють види контролю, які мають дві характерні ознаки:

- вони не повинні призводити до руйнування (ушкодження) контрольованого об'єкта;
- вони засновані на взаємодії фізичних полів або речовин з дефектами.

В основу класифікації методів неруйнівного контролю покладено фізичний процес з моменту взаємодії фізичного поля або речовини з контрольованим об'єктом до одержання первинної інформації [1, 2].

Неруйнівний контроль (НК) поділяється на наступні види: візуально-вимірвальний, акустичний, магнітний, оптичний, капілярний, течіе шуканням, радіаційний, радіохвильовий, тепловий, електричний, електромагнітний вихрових струмів (вихрострумів).

Жоден з методів НК не є універсальним, тому при технічному діагностуванні дуже важливий не тільки правильний вибір методу контролю, але і комбінування ряду методів, сполучення неруйнівних і руйнівних випробувань, а також проведення мікроскопічного дослідження тощо. Найважливішими характеристиками неруйнівних методів контролю є їхня чутливість і роздільна здатність, простота і доступність технологічного процесу контролю, а також надійність апаратури.

### **Аналіз останніх досліджень та публікацій**

Найважливіший показник надійності і довговічності металоконструкцій та обладнання — стан поверхневого шару конструкції та деталей устаткування, оскільки руйнування конструкційного матеріалу починається з його поверхні. Утворення різних дефектів на поверхні виробу внаслідок абразивного зношення, дії активних середовищ тощо призводить до втрати необхідних якісних характеристик металоконструкції та деталей устаткування. Усі дефекти викликають зміну однієї або декількох фізичних характеристик металів і їх сплавів — щільності, електропровідності, магнітної проникності, пружних властивостей тощо.

Використання методів поверхневого зміцнення конструкційних матеріалів дозволяє вирішити багато найважливіших технічних завдань, але при цьому у кожному конкретному випадку потрібний ретельний підхід при виборі способу зміцнення або нанесення захисних покриттів [3].



Крім цих способів існують також методи, які не пов'язані з відновлення поверхні матеріалів, а суть їх полягає у застосуванні сучасних неруйнівних методів контролю якості метало-конструкції, зокрема у встановленні закономірностей між внутрішнім станом деталей устаткування та їх зношенням. Ці методи дозволяють оцінити загальний технічний стан обладнання, за необхідності провести поглиблений аналіз його технічного стану, визначити причини зростання досліджуваних параметрів, встановити дефекти і їх усунути, тобто підвищити надійність експлуатації метало-конструкції, устаткування та збільшити термін їх роботи.

#### Формулювання мети дослідження

Метою даної роботи є аналіз сучасних неруйнівних методів контролю якості метало-конструкцій та технологічного устаткування з метою підвищення терміну їх роботи.

#### Виклад основного матеріалу

Перша частина роботи присвячена одному з нових та перспективних напрямків у неруйнівному контролі метало-конструкцій — контроль вихрострумовими матрицями.

Сучасний вихрострумовий дефектоскоп є компактним приладом з автономним живленням, оснащеним екраном, клавіатурою і датчиками з можливістю виведення необхідних параметрів на різні пристрої, включаючи персональний комп'ютер, принтер, карту пам'яті тощо. Сучасні багатофункціональні вихрові дефектоскопи здатні не тільки аналізувати контрольовані дільниці, але і обробляти інформацію з наданням розгорнутого технічного звіту як у лабораторних, так і в польових умовах.

Основа приладу складає виносний датчик (рис. 1, *a*), який при протіканні крізь нього змінного струму створює вихрові струми у контрольованій області. Будь-які несутільності або зміни властивостей матеріалів, які змінюють вихрові струми в контрольованій області, реєструються виносним датчиком і розглядаються як можливі дефекти. Сканування дефектів даним способом є зворотно-поступальним.

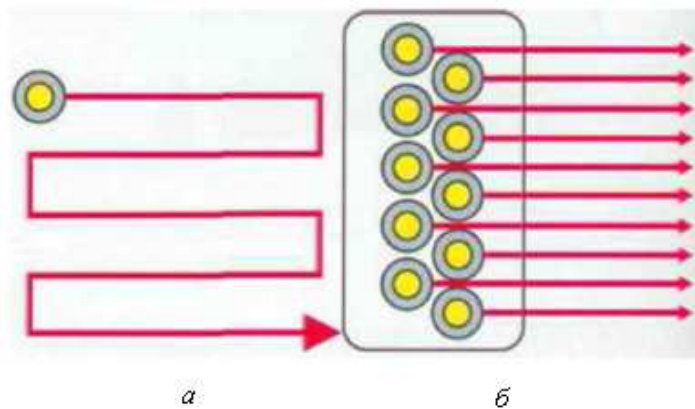


Рис. 1. Принцип дії вихрострумового дефектоскопа: *a* — з використанням одного датчика (зворотно-поступальне сканування); *б* — з використанням матриці датчиків (лінійне сканування)

У теперішній час даний прилад істотно вдосконалений. У ньому використовується матриця вихрострумових датчиків (рис. 1, *б*).

Метод контролю з використанням матриці вихрострумових датчиків засновано на електронному управлінні і зчитуванні інформації з кількох вихрострумових датчиків, розташованих у вигляді матриці на об'єкті контролю (лінійне сканування). Збір даних став можливий завдяки використанню мультиплексора, що дозволяє усунути взаємний вплив між окремими датчиками. Замінити зворотно-поступальне сканування на сканування в одному напрямку дозволяє матричний вихрострумовий зонд.

Переваги методу контролю з використанням матриці вихрострумових датчиків у порівнянні з одноканальним вихрострумовим контролем полягають у наступному:

- істотно скорочується час проведення контролю;
- охоплюється більша площа за один прохід;
- спрощується конструкція механічних і автоматизованих систем сканування;
- результати контролю заданої області надаються у режимі реального часу;
- спрощується інтерпретація даних;
- підвищується надійність і достовірність контролю.

Матриця вихрострумів датчиків може бути оптимізована для кожного конкретного випадку шляхом зміни взаємного розташування окремих датчиків і форми всієї матриці. Більші перспективи відкриває застосування у вихрострумів системах комп'ютерної техніки, що забезпечує як автоматичне керування усім циклом виміру, так і інтерпретацію отриманих результатів.

У системі, розробленою фірмою Oak Ridge, значною мірою реалізовані ці можливості. Система контролю металевих кожухів надпровідних магнітів, призначена для цехових умов, проводить аналіз одночасно на трьох частотах, що дозволяє відразу визначати положення і розміри дефектів, а також робити відбудовування від “засорів” [1].

Однією з компаній, яка займається виробництвом матричних датчиків широкої області застосування, є Olympus NTD Inc [4]. Ці датчики можуть бути сконструйовані для виявлення заданого типу дефектів або для обстеження контрольованої деталі заданої форми. Стандартні матриці виконуються для реєстрації поверхневих і підповерхневих дефектів.

Виведення результатів відіграє головну роль при використанні вихрострумів датчиків. Найпоширенішим способом є зображення у вигляді С-Скану (2D або 3D), що являє собою кодоване кольором дво- або тривимірне зображення контрольованої поверхні. Матриця датчиків рухається над дефектом, кожний датчик видає вихрострумів сигнал. Вісь X відповідає напрямку руху матриці, а вісь Y — вісі зонда. Таким чином, С-Скан надає інформацію як про положення дефекту, так і про його розміри, що підвищує надійність контролю, оскільки здійснюється повне охоплення поверхні контролю.

Іншою компанією, яка випускає сучасні дефектоскопи (Reddy) з технологією вихрострумів матриць, є Eddyfi [5].

Reddy підтримує усі матричні перетворювачі виробництва компанії Eddyfi, у тому числі перетворювачі серії I-Flex, призначені для контролю об'єктів складної форми. Матриця підбудовується під геометрію контрольованої поверхні і повністю повторює її форму. Залежно від моделі перетворювача застосовуються циліндричні котушки діаметром від 2 до 6 мм, що забезпечує високу роздільну здатність. Серійно випускаються перетворювачі з кількістю котушок від 16 до 128. Глибина проникнення вихрових струмів у сталь становить до 5 мм.

Найбільш розповсюдженим застосуванням вихрострумів контролю з матричними перетворювачами є пошук і картографування стрес-корозійних уражень у металі. Розвиток даного типу дефектів вкрай важко виявляється традиційними методами, однак саме вони є причиною численних аварій на магістральних газопроводах в усьому світі. Статистика свідчить, що у випадку несвоєчасного виявлення (або пропуску) осередку стрес-корозії, що розвивається, враховуючи стабільно високий тиск у магістральній газовій трубі, даний дефект безсумнівно призведе до пориву і “розкриття” трубопроводу на даній ділянці.

Далі розглянемо перетворювачі, розроблені спеціально для контролю високовуглецевих сталевих металоконструкцій. Матриця у них містить не тільки традиційні вихрострумів котушки, але і тангенціальні (ТЕСА). Вісь обмотки тангенціальних котушок розташовується паралельно скануючій поверхні. Тангенціальні котушки генерують вихрострумів потік, що протікає паралельно поверхні. Дуже висока проникаюча здатність дозволяє ефективніше вимірювати глибину залягання великих тріщин.

Серія перетворювачів з технологією ТЕСА є запатентованою розробкою компанії Eddyfi і називається Schark. Вони виконані таким чином, щоб можна було контролювати валик шва будь-якої висоти. Кожний підпружинений елемент у перетворювачі складається з трьох котушок: дві з них тангенціальні (збуджуюча, приймаюча), третя — традиційна котушка для виявлення тріщин, поперечних вісі сканування.

Комплексна робота усіх котушок, які створюють у матриці єдиний масив з кількох десятків елементів, дозволяє генерувати вихрові струми з можливістю проникнення на глибину до 10 мм. Сканування можна проводити зі швидкістю до 200 мм/с.

Дані контролю збираються і перетворюються за допомогою програмного забезпечення Magnifi GO в інтуїтивно зрозумілі цифрові С-Скани, що полегшують аналіз результатів, у який зокрема входять виміри глибини і довжини дефектів (рис. 2).

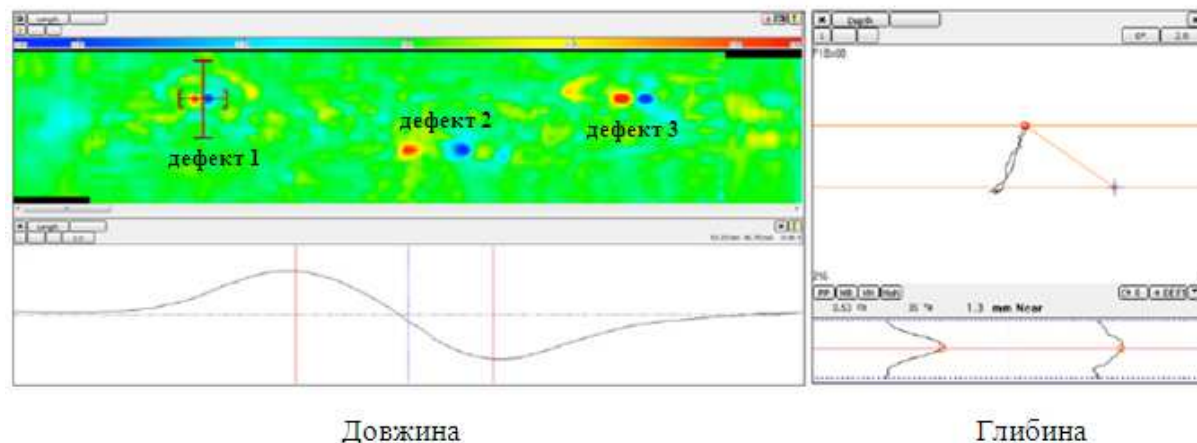


Рис. 2. С-Скан (2D) результатів вимірювання розмірів дефектів приладом Reddy з перетворювачами Schark

Отже, технологія вихрострумових матриць у значній мірі дозволяє полегшити процес контролю, гарантує високу швидкість, достовірність і якість отриманих результатів.

В наступній частині роботи розглянемо інший інноваційний метод неруйнівного контролю якості деталей обладнання — метод вібраційної діагностики. Він застосовується для прогнозування залишкового ресурсу роботи устаткування, наприклад, ґрунтових насосів.

Діагностика устаткування за вібрацією, що збуджується у ньому, — найбільш ефективний спосіб попередження серйозних інцидентів, оскільки більш ніж у 80 % випадків появи незворотних змін стану окремих вузлів змінюються різні параметри вібрації машини. Навіть при стрибкоподібній зміні стану окремих вузлів періодичний контроль вібрації дозволяє виявити незворотні зміни стану до того, як виникне відмова даної машини або обладнання [6, 7].

Вібрація насосних агрегатів істотно зростає зі збільшенням гідроабразивного зношування. Для встановлення залежності часу напрацювання насосних агрегатів від гідроабразивного зношування необхідно на кожному насосі встановити вібродатчики, що передають інформацію про роботу насоса на загальний пульт машиніста насосної станції.

При дослідженні частотного спектра можна виявити складові, що відносяться безпосередньо до певних збудливих сил. Майже усі спектри механічних коливань мають також важливі складові з частотами, пов'язаними з рухами окремих вузлів і деталей машин. Утворення і розвиток дефекту призводить до появи у спектрі таких складових амплітуди, які зростають у міру зміни параметрів дефекту. Частоти, на яких спостерігаються ці складові, можуть бути заздалегідь розраховані за конструктивними параметрами об'єкта діагностування і за частотою обертання. Отже, при діагностуванні наявність дефектів може бути виявлена на ідентифікаційних частотах.

Об'єктом діагностування за цим методом є підшипники кочення. Ідентифікаційні частоти визначаються частотою перекочування тіл кочення по зовнішньому кільцю. У якості параметрів вимірювання найчастіше використовуються вібропереміщення, віброшвидкість та віброприскорення.

Поява на частотному спектрі піка у певній частотній смузі з супергармоніками (кратні гармоніці) свідчить про наявність конкретного виду дефекту. Якщо на спектрограмі підшипни-

ка кочення пікова смуга збігається з частотою обертання вала насоса, то це може бути пов'язане з його дефектом (неврівноваженість), дефектом з'єднувальної муфти, вигином вала тощо. Якщо пік зі своїми гармонійними складовими збігається з більшістю частотних значень елементів підшипника, то це означає, що починається наддопустиме коливання, при якому необхідно зупинити насос.

Для прикладу на рис. 3 наведені результати вимірювання вібрації насоса на опорних підшипниках вала за допомогою вібродатчиків, які встановлені на корпусах переднього і заднього підшипників. Виміри проводилися через кожні 300 год.

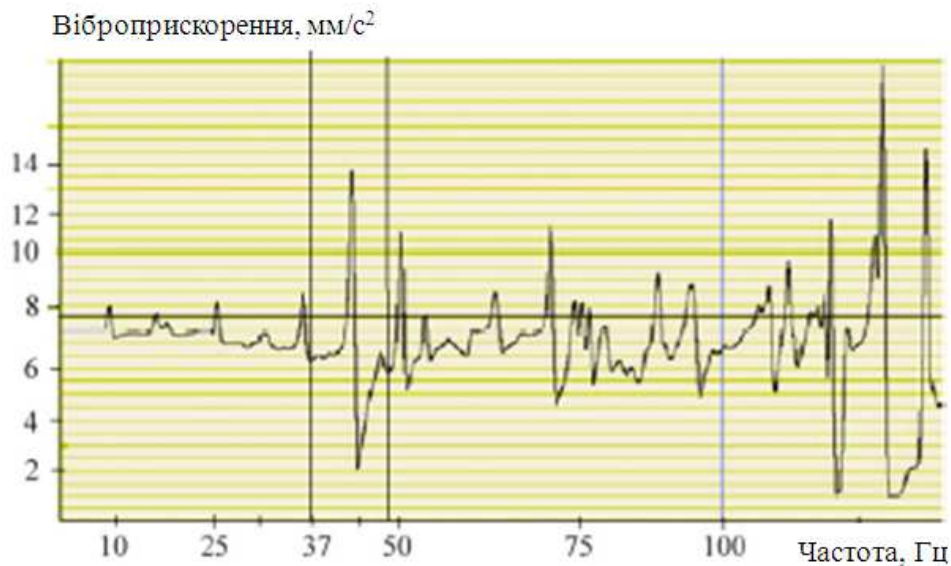


Рис. 3. Діаграма діагностування стану ґрунтового насоса за допомогою вібродатчиків

На цьому рисунку можна побачити стрибок віброприскорення при експлуатації насоса протягом 30 діб. Це свідчить про те, що відбулося граничне зношування робочого колеса та елементи підшипника випробовують граничні вібрації, які неминуче призведуть до його поломки.

Отже, за допомогою даного методу можна спрогнозувати термін поломки устаткування і запланувати його технічне обслуговування та ремонт.

#### Висновки

Проаналізовано інноваційні неруйнівні методи контролю якості металоконструкцій та технологічного устаткування — методи контролю матрицями вихрострумових датчиків та вібраційної діагностики.

Переваги контролю вихрострумовими матрицями полягають у наступному: істотно скорочується час проведення контролю, охоплюється більша площа за один прохід, спрощується конструкція механічних і автоматизованих систем сканування, результати контролю заданої області надаються у режимі реального часу, спрощується інтерпретація даних, підвищується надійність і достовірність контролю.

Діагностика устаткування за вібрацією відноситься до ефективного способу попередження серйозних інцидентів, оскільки появи незворотних змін стану окремих вузлів змінюють різні параметри вібрації машини. Це дозволяє виявити незворотні зміни стану до того, як виникне відмова даного механізму або обладнання.

### Список використаної літератури

1. Смирнов А. Н. Неразрушающие и разрушающие испытания сварных соединений : уч. пособ. Кемерово : ГУ КузГТУ, 2009. 187 с.
2. Камель Г. І., Гасило Ю. А., Івченко П. С., Романюк Р. Я. Контроль якості зварювання. Т. 1. Неруйнівні методи контролю : навч. посіб. Кам'янське : ДДТУ, 2018. 240 с.
3. Гасило Ю. А., Романюк Р. Я., Крюковська О. А. Особливості контролю якості зварних конструкцій з використанням матриці вихрострумів датчиків. *Збірник наукових праць Дніпровського державного технічного університету (технічні науки)*. Кам'янське : ДДТУ, 2019. Випуск 1(34). С. 50–54.
4. NDT Systems : вебсайт. URL: <https://www.ndt-systems.com> (дата звернення 12.09.2020).
5. Eddyfi Technologies : вебсайт. URL: <https://www.eddyfi.com/en> (дата звернення 12.09.2020).
6. Брусова О. М. К вопросу повышения срока службы грунтовых насосов. *Вестник ПНИПУ. Геология. Нефтегазовое и горное дело*. 2014. № 10. С. 98–106.
7. Гасило Ю. А., Романюк Р. Я., Крюковська О. А. Аналіз методів збільшення ресурсу роботи грунтових насосів. *Збірник наукових праць Дніпровського державного технічного університету (технічні науки)*. Кам'янське : ДДТУ, 2019. Випуск 2(35). С. 42–47.

### INNOVATIVE METHODS OF NON-DESTRUCTIVE CONTROL THE QUALITY METAL STRUCTURES AND TECHNOLOGICAL EQUIPMENT Hasylo Yu., Romaniuk R.

#### Abstract

The most important indicator of the reliability and durability of metal structures and equipment is the condition of the surface layer of the structure and equipment parts, since the destruction of a structural material begins from its surface. The formation of various defects on the surface of the product due to abrasive wear, the action of active media, etc. leads to the loss of the necessary quality characteristics of metal structures and equipment parts.

The purpose of this work is to analyze modern non-destructive methods of quality control of metal structures and technological equipment in order to increase their service life.

This paper discusses innovative methods of non-destructive testing – methods of control by matrices of eddy current sensors and vibration diagnostics.

The control method using a matrix of eddy-current sensors is based on electronic control and reading information from several eddy-current sensors located in the form of a matrix on the controlled object (linear scanning). Data collection was made possible by the use of a multiplexer, which eliminates the mutual influence between individual sensors. The advantages of the inspection method using an eddy-current sensor array are as follows: the inspection time is significantly reduced, a large area is covered in one pass, the design of mechanical and automated scanning systems is simplified, the results of the control a given area are provided in real time, data interpretation is simplified, reliability is increased and reliability of control.

Diagnostics of equipment using vibration that is excited in it is the most effective way to prevent serious incidents, since in more than 80% of cases of irreversible changes in the state of individual units, various parameters of the machine vibration change. Even with an abrupt change in the state of individual units, periodic monitoring of vibration makes it possible to identify irreversible changes in state before a failure of this machine or equipment occurs.

#### References

- [1] Smirnov, A.N. (2009). *Nerazrushajushhie i razrushajushhie ispytaniya svarnyh soedinenij [Non-destructive and destructive testing of welded joints]*. Kemerovo: GU KuzGTU [In Russian].

- [2] Kamel, H.I., Hasylo, Yu.A., Ivchenko, P.S., & Romaniuk, R.Ya. (2018). *Kontrol yakosti zvariuvannia. Neruinivni metody kontroliu [Welding quality control. Non-destructive methods of control]*. Kamianske: DDTU [In Ukrainian].
- [3] Hasylo, Yu.A., Romaniuk, R.Ya., & Kriukovska, O.A. (2019). Osoblyvosti kontroliu yakosti zvarnykh konstruktsii z vykorystanniam matrytsi vykhrostrumovykh datchykyv [Features of quality control of welded structures using a matrix of eddy current sensors]. *Zbirnyk naukovykh prats Dniprovskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu (tekhnichni nauky) – Collection of cholarly papers of Dniprovsk State Technical University (Technical Sciences)*, 1(34), 50-54 (In Ukrainian).
- [4] NDT Systems. Retrieved from <https://www.ndt-systems.com>.
- [5] Eddyfi Technologies. Retrieved from <https://www.eddyfi.com/en>.
- [6] Brusova, O.M. (2014). K voprosu povysheniya sroka sluzhby gruntovykh nasosov [On the issue of increasing the service life of dredge pumps]. *Vestnik PNIPU. Geologija. Neftegazovoe i gornoe delo – PNRPU Bulletin. Geology. Oil and gas and mining*, 10, 98-106 [In Russian].
- [7] Hasylo, Yu.A., Romaniuk, R.Ya., & Kriukovska, O.A. (2019). Analiz metodiv zbilshennia resursu roboty gruntovykh nasosiv [Analysis of methods to increase the service life of ground pumps]. *Zbirnyk naukovykh prats Dniprovskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu (tekhnichni nauky) – Collection of cholarly papers of Dniprovsk State Technical University (Technical Sciences)*, 2(35), 42–47. (In Ukrainian).

DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219273

UDC 536.425:538.91

**B. Sereda**<sup>1</sup>, Ph.D., Professor, seredabp@ukr.net

**B. Hina**<sup>2</sup>, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Researcher

**I. Kruglyak**<sup>1</sup>, Ph.D., Associate Professor

**D. Sereda**<sup>1</sup>, Ph.D., Senior lecturer

<sup>1</sup>Dniprovsky State Technical University, Kamianske

<sup>2</sup>Physics and Technology Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk

## MATHEMATICAL MODELING OF DIFFUSION LAYERS FORMATION USING COMPOSITIONAL SATURATING BATCHES CHARGES

*The problem of chemical-thermal treatment of steel using composite saturating charge ECD (Energy component of diffusion). In the system under consideration, a complex of processes occurs: wave propagation in the charge layer on the steel surface, non-stationary heat removal into the interior of the sample, and non-stationary diffusion of atoms of the saturating element deep into the steel under non-isothermal conditions. In this case, that part of the surface from which the diffusion saturation of steel occurs expands as the wave moves. In this work, the thermal conductivity  $\lambda$  is not an additive, but a structure-dependent quantity. However, for simplicity, in the area where ECD occurs, the additive formula is usually adopted:  $\lambda = \lambda_{ch}(1-\eta) + \lambda_{pr}\eta$ , and for steel  $\lambda = \lambda_{st}$ . For the  $i$ -th individual substance, a linear dependence of thermal conductivity on temperature was used:  $\lambda_i(T) = \lambda_0 + \lambda_T T$ . After the ECD wave has reached the edge, i.e. the charge has fully reacted, the diffusion of atoms from the surface and conductive heat transfer in the steel continue during the holding time  $t_h$ . This problem is two-dimensional, nonstationary, and essentially nonisothermal.*

**Keywords:** composite saturating charge; border conditions; energy component of diffusion; conductive heat transfer; nonlinear unsteady equation.

*Розглянуто задачу про хіміко-термічній обробці сталі з використанням композиційного насичувального середовища з Використання ECD (Energy component of diffusion). У даній системі відбувається комплекс процесів: поширення хвилі в шарі шихти на поверхні сталі, нестационарний тепловідвід вглиб зразка і нестационарна дифузія атомів насичує елемента вглиб сталі в неізотермічних умовах. При цьому та частина поверхні, з якої йде дифузійне насичення сталі, розширюється в міру руху хвилі. В роботі теплопровідність  $\lambda$  є не адитивною, а структурно-залежною величиною. Однак для простоти в області, де протікає ECD, зазвичай приймають адитивну формулу:  $\lambda = \lambda_{ch}(1-\eta) + \lambda_{pr}\eta$ , а для сталі  $\lambda = \lambda_{st}$ . Для  $i$ -го індивідуального речовини використовували лінійну залежність теплопровідності від температури:  $\lambda_i(T) = \lambda_0 + \lambda_T T$ . Після того, як хвиля ECD добігла до краю, тобто шихта повністю прореагувала, дифузія атомів з поверхні і кондуктивний теплоперенос в сталі тривають протягом часу витримки  $t_h$ . Таке завдання є двовимірної, нестационарної і істотно неізотермічної.*

**Ключові слова:** композиційне насичуюче середовище; граничні умови; енергетична складова дифузії; провідний теплообмін; нелінійне нестационарне рівняння.

### Problem's Formulation

Obtaining diffusion protective layers with the use of composite saturating media — a new type of CHT which uses saturating elements, which in one technological cycle provide the required type of alloying with a minimum time of their formation. Diffusion protective layers obtained using composite saturating charge (CSC) are an effective method of increasing the reliability of machine parts and process equipment by creating on the surface of the machined parts layers doped with aluminum, vanadium, titanium, molybdenum, boron, tungsten, which have a unique set of physical and chemical properties.

Let us consider the problem of chemical-thermal treatment (CHT) of steel using a composite saturated charge using ECD (Energy component of diffusion). The situation under consideration is



shown schematically in Fig. 1. A layer of reactive charge ABCD with a thickness of  $h_{ch} = AD$  is located on the surface of a steel sample CDEF with a thickness of  $h_{st} = DE$ ; the length of the sample with a layer of charge  $L = AB = DC$ . The  $0x$  axis is directed from left to right — along the motion of the ECD wave, and the  $0y$  — axis — into the depth of the steel. The front of the ECD wave is shown to be curved, since heat removal into steel will inevitably slow down its movement from the side adjacent to the DC surface.

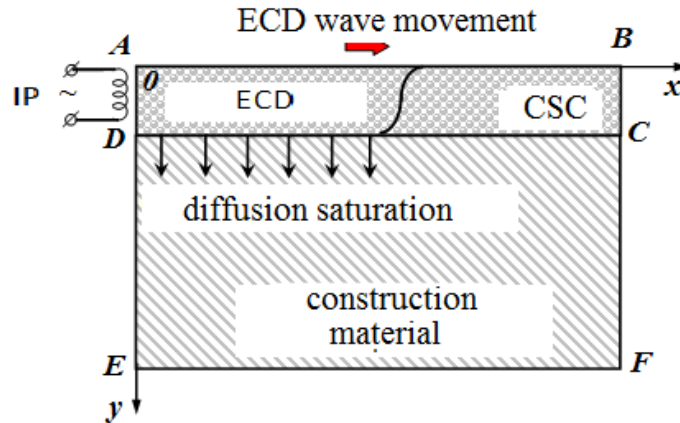


Fig.1. Scheme of the saturation process in a composite saturated medium

At the initial moment of time  $t=0$  the sample and the charge are at a constant temperature  $T_0$ ; this temperature is higher than room temperature, but lower than that at which an exothermic reaction can begin in the ECD charge. On the left edge of AD, i.e. at  $x=0, y=[0,D]$  at the initial moment of time  $t=0$  the ECD charge is ignited due to external heating by an incandescent coil with a constant temperature  $T_{ig}$  for a time  $t_{ig}$  — until a combustion wave is formed, propagating through the layer charge along the  $0x$  axis. Further, in section AD external heating stops. For simplicity, it is assumed that the sample surfaces AB, BF, ED and EF are thermally insulated, i.e. there is no heat exchange with the environment; The same applies to the surface AD after the end of the ignition, i.e. for  $t > t_{ig}$ . During an exothermic reaction, active atoms of a saturating element are formed in the charge layer, which diffuse deep into the steel from the DC, boundary, while ahead of the combustion wave front, i.e. where the reaction has not yet taken place and active atoms have not been formed, diffusion saturation does not occur. The heat from the afterburning zone of the ECD wave is partially removed deep into the steel sample. Thus, a complex of processes occurs in the system under consideration: propagation of the ECD wave in the charge layer on the steel surface, unsteady heat removal into the interior of the sample, and unsteady diffusion of atoms of the saturating element deep into the steel under non-isothermal conditions. In this case, that part of the DC surface from which the steel diffusion saturation expands as the ECD wave moves. After the ECD wave has reached the BC edge, i.e. the charge is completely burnt, the diffusion of atoms from the DC surface and conductive heat transfer in the steel continue during the holding time  $t_h$ . This problem is two-dimensional, nonstationary, and essentially nonisothermal.

#### Presenting main material

For the mathematical formulation of the above physical problem, it is necessary to make a number of assumptions that do not reduce the level of generality of the problem and do not distort the physics of the process:

- on the DC surface (boundary steel / ECD charge and steel / ECD product) there is an ideal thermal contact, i.e. there are no discontinuities (pores, cracks) or intermediate layers of substances with low thermal conductivity (for example, scale);
- the concentration of the saturating element along that part of the DC surface where the exothermic reaction has occurred is the same and does not change over time; it is equal to zero where the



reaction has not yet occurred, i.e. ahead of the ECD wave front; after the completion of the reaction over the entire DC surface, this concentration is also taken constant during the entire holding time  $t_h$ ;

- at the DC boundary, we take an ideal diffusion contact, i.e. there are no intermediate layers or impurities that could slow down the transition of active atoms formed during ECD to the surface layer of steel.

The kinetics of the interaction of reagents in the ECD wave is very complex and insufficiently studied [1, 2]. The same applies to the kinetics of generation of active atoms in the ECD wave, which will diffuse into steel. In this regard, we will describe the kinetics of interaction and heat release in the ECD wave using the relatively simple Khaikin-Merzhanov model [3—7], and consider the first-order reaction.

The propagation of the ECD wave in the charge layer ABCD and the conductive heat transfer in the steel sample CDEF can be described by the same two-dimensional non-stationary nonlinear equation of heat conductivity with coefficients depending on the coordinates  $x$ ,  $y$  and on the temperature  $T$ ; in this case, the term describing the rate of heat release in the CDEF region will be equal to zero:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + F, \quad F = \rho_{pr} Q \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\frac{d\eta}{dt} = (1 - \eta)^n k_0 \exp\left(-\frac{E_r}{RT}\right). \quad (2)$$

Here  $T$  — is the temperature [K],  $c = c(x, y, T)$  — is the mass heat capacity [J/(kg·K)],  $\rho = \rho(x, y, T)$  — is the density [kg/m<sup>3</sup>],  $\lambda = \lambda(x, y, T)$  — is the thermal conductivity coefficient [W/(m·K)],  $\eta$  — is the degree of conversion in the ECD reaction (dimensionless quantity),  $0 \leq \eta \leq 1$ ,  $n$  — is the order of the reaction (as noted above,  $n = 1$ ),  $Q$  — is the heat release of the reaction per unit mass of the product [J/kg],  $k_0$  — is the pre-exponent in the Arrhenius expression for the reaction rate [c<sup>-1</sup>],  $E_r$  — is the activation energy of the gross reaction in the ECD wave [J/mol],  $R$  — is the universal gas constant,  $R = 8,314$  J/(mol·K), the subscript “pr” means the reaction product.

Formula (1) is a nonlinear non-stationary heat conduction equation, in which the last term on the right-hand side (value  $F$ ) has the meaning of a heat source (rate of heat release) due to the occurrence of a heterogeneous exothermic reaction. The ordinary differential equation (2) describes the reaction rate according to the Khaikin-Merzhanov macrokinetic model.

Let us describe the parameters included in the heat conduction equation with a source (1). The amount of heat release  $Q = -\Delta H_r$ , where  $\Delta H_r$  — is the enthalpy change for an exothermic reaction ( $\Delta H_r < 0$ ), it can be determined on the basis of thermodynamic reference books, for example [8—12]. In the area ABCD, i.e. for  $0 < x \leq D$ ,  $0 < y \leq B$ , the heat source  $F$  is nonzero and the degree of conversion  $\eta$  is determined from the solution of equation (2). In the CDEF (for  $D < x \leq E$ ,  $0 < y \leq B$ ) in equation (1)  $F = 0$ ,  $\eta = 0$ , i.e. it is solved without a heat source and is an ordinary two-dimensional nonlinear equation of heat conduction, and equation (2) vanishes identically, i.e. it is not calculated.

Heat capacity  $c$  and density  $\rho$  are additive quantities, therefore, in equation (1) is determined as follows:

$$\text{- in the domain } ABCD: c = c_{ch}(1 - \eta) + c_{pr}\eta, \quad \rho = \rho_{ch}(1 - \eta) + \rho_{pr}\eta$$

$$\text{- in the } CDEF: c = c_{st}, \quad \rho = \rho_{st},$$

where the subscripts  $ch$ ,  $pr$  and  $st$  stand for charge, product of CBC (product) and steel (steel). For each individual substance  $i$  (charge component, reaction product, steel or pure iron), the temperature dependence of the heat capacity is usually written in the form  $c_i(T) = A + BT + CT^2 + DT^3$  where the values of the coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $C$  and  $D$  are available in thermodynamic reference books [8—12].

Thermal conductivity  $\lambda$  is not an additive, but a structure-dependent quantity. However, for simplicity, in the ABCD region, where ECD occurs, the additive formula is usually adopted:  $\lambda = \lambda_{ch}(1 - \eta) + \lambda_{pr}\eta$ , and for steel (region CDEF)  $\lambda = \lambda_{st}$ . For the  $i$ -th individual substance, a linear dependence of thermal conductivity on temperature is often used:  $\lambda_i(T) = \lambda_0 + \lambda_T T$ .

The initial conditions for the heat conduction equation with a source (1) and kinetic equation (2) have the form

$$T(x,y,t=0) = T_0 = \text{const}, \quad \eta(x,y,t=0) = 0. \quad (3)$$

Since the initial temperature  $T_0$  is chosen so that at it the reaction rate is negligible, then when numerically solving Eq. (2), one can use the “trimming” of the Arrhenius exponent: at  $T$  при  $T \leq T_0$   $d\eta/dt=0$ .

Let us write the boundary conditions to the heat conduction equation (1). During firing  $t \leq t_{ig}$  at the edge  $x=0$ ,  $0 < y \leq D$  condition of the first kind is set:

$$T(x=0, 0 < y \leq D, t \leq t_{ig}) = T_{ig}. \quad (4)$$

On all other edges of the sample during the entire process time ( $t > 0$ ), as well as on the edge  $AD$  ( $x=0$ ,  $0 < y \leq D$ ) after ignition ( $t > t_{ig}$ ) a boundary condition of the second kind is set (absence of heat exchange with environment):

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=B} = 0, \quad (5)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=E} = 0. \quad (6)$$

Thus, the thermal problem for the considered situation is formulated.

The diffusion equation in steel in the  $CDEF$  region (see Fig. 1) is written as Fick's II law, taking into account the Arrhenius dependence of the diffusion coefficient  $D$  of the saturating element at each point on temperature:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D \frac{\partial C}{\partial y} \right), \quad (7)$$

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{E_D}{RT}\right). \quad (8)$$

Here  $C$  — is the concentration of the diffusing element,  $E_D$  — is the activation energy of its diffusion in steel (or pure iron),  $D_0$  — is the pre-exponential factor; the values of  $E_D$  and  $D_0$  for the diffusion of many elements in  $\alpha$ - and  $\gamma$ -Fe are given in the reference literature, for example [13].

The initial condition to eq. (7) has a simple form

$$C(x,y,t=0) = 0. \quad (9)$$

The boundary conditions for the diffusion equation (7) are as follows. Since there is no mass transfer of the steel sample with the environment, at the boundaries  $DE$ ,  $CF$  and  $EF$  (see Fig. 1), we write down conditions of the second kind, which are similar to expressions (5) and (6):

$$-D \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=0, y \in DE} = -D \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=B, y \in DE} = 0, \quad (10)$$

$$-D \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=E, x \in AB} = 0. \quad (11)$$

On the  $CD$  border, the situation is different. The ECD wave moves along it in the reaction mixture in the direction of the  $0x$  axis, and active atoms of the saturating element are generated in the region behind its front (in the zone of thermal reaction and the zone of afterburning of the ECD wave). Since we consider the ideal diffusion contact of the steel sample with the region  $ABCD$ , the boundary conditions of the first kind should be set at the  $DC$  boundary:  $C(y = D, x < P) = C_s$  and  $C(y = D, x \geq P) = 0$ , where  $C_s$  — is the concentration of the saturating element formed as a result of ECD,  $P(t)$  — is the current coordinate of the combustion front on the surface  $DC$ , which can be defined as a point where  $\eta = 0,5$  [7].

But here the following circumstance arises: when the front is displaced to the next point along the  $0x$  axis, the boundary condition in it will change abruptly, which can lead to the cycling of the computer program in the numerical solution of the above problem. In addition, in the ECD wave, in front of the narrow zone of rapid reaction, there is a wide Michelson zone, in which the charge is heated by the heat flow from the reaction zone. For the considered two-dimensional problem, the heat

from the specified zone will be partially removed to the surface region of the steel located in front of the ECD wave front, and then the diffusion coefficient  $D$  there will increase. Then, at a low velocity of propagation of the ECD wave, a situation is theoretically possible when the atoms of the saturating element diffuse forward along the  $0x$  axis from the surface zone of the steel located behind the ECD front. This, again, will lead to significant difficulties in the numerical solution of the problem. Therefore, it is better to set boundary conditions of the third kind, which in the situation under consideration we will write in an unusual form, taking into account the motion of the combustion front along the DC line:

$$-D \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{x, y=D} = K_C \eta \Big|_{x, y=E} (C_s - C \Big|_{x, y=D}), \quad (12)$$

where  $\eta \Big|_{x, y=E}$  and  $C \Big|_{x, y=D}$  — respectively, the degree of conversion and concentration of the diffuser in steel at a point with the current coordinate  $x$  at the boundary  $DC$  (i.e., at  $y=D$ ), and the parameter  $K_C$  is the coefficient of mass transfer between the steel surface and the reacted charge. At a high value of  $K_C$  the concentration of diffusant in the steel at a given point  $C \rightarrow C_s$ , and then the condition of the III kind (11) will be reduced to the condition of the I type (constant concentration at a given point).

Thus, the diffusion part of the problem is formulated completely. The heat conduction equations with a source (1), (2) and initial (3) and boundary conditions (4)—(6) must be solved together with the diffusion equation (7) with the initial condition (9), boundary conditions (10)—(13) and expression for the diffusion coefficient (8).

Equations in dimensionless form: instead of an infinite region, we will consider a finite one with the size  $X_{max}$ . To develop a method for the numerical solution of the Stefan problem, it is necessary to bring all equations to a dimensionless form:

$$\begin{aligned} x = X / X_0, \quad x_{max} = X_{max} / X_0, \quad \tau = t / t_0, \quad \theta = (T - T_0) / \Delta T, \quad \Delta T = T_{max} - T_0, \\ \bar{\rho} = \rho_k / \rho_0, \quad \bar{c}_{p,k} = c_{p,k} / c_0, \quad \bar{\lambda}_{p,k} = \lambda_{p,k} / \lambda_0, \quad k \equiv l, s, \end{aligned} \quad (13)$$

where  $t_0$  and  $X_0$  — are the characteristic scales in time and distance,  $\rho_0$ ,  $c_0$  and  $\lambda_0$  — are the characteristic values of density, heat capacity and thermal conductivity, respectively,  $x$  and  $\tau$  — are the dimensionless spatial coordinate and time, respectively,  $\theta$  — is the dimensionless temperature,  $T_{max}$  — is the maximum the possible temperature of the melt in the process under consideration,  $\bar{\rho}$ ,  $\bar{c}$  and  $\bar{\lambda}$  — dimensionless (scaled) density, heat capacity and thermal conductivity, respectively.

### Conclusions

Thus, the diffusion part of the problem is formulated completely. The heat conduction equations with a source (1), (2) and initial (3) and boundary conditions (4)—(6) must be solved together with the diffusion equation (7) with the initial condition (9), boundary conditions (10)—(13) and expression for the diffusion coefficient (8).

In the future, it is necessary to build a finite-difference scheme, calculate the running coefficients and numerically solve the finite-difference equations by the iteration method.

### References

- [1] A.S. Rogachev, A.S. Mukasyan. Combustion for the synthesis of materials: an introduction to structural macrokinetics. - Moscow: Fizmatlit, 2012. - 400 p.
- [2] B.B. China Combustion Synthesis of Advanced Materials. - New York, NY: Nova Science Publ., Inc., 2010. - 110 pp.
- [3] K.G. Shkadinsky, B.I. Khaikin, A.G. Merzhanov. Propagation of a pulsating front of an exothermic reaction in a condensed phase // Physics of combustion and explosion, 1971, v. 7, no. 1, pp. 19-28.
- [4] A.P. Aldushin, B.E. Khaikin. On the theory of combustion of mixed systems forming condensed reaction products // Physics of Combustion and Explosion, 1974, No. 3, pp. 313-323.

- [5] T.P. Ivleva, A.G. Merzhanov, K.G. Shkadinsky // On the regularities of the spin mode of propagation of the combustion front // Physics of combustion and explosion, 1980, v.16, No. 2, p. 3-10.
- [6] A.N. Firsov, K.G. Shkadinsky. On combustion of gas-free compositions in the presence of heat loss // Physics of combustion and explosion, 1987, v.23, No. 3, pp. 46-52.
- [7] B. M. Khusid, B. B. Khina, E. A. Bashtovaya. Numerical study of thermal processes during quenching of matter in an ECD wave // Physics of Combustion and Explosion, 1991, v.27, no. 6, pp.64-72.
- [8] O. Kubashevsky, S.B. Olkock. Metallurgical thermochemistry. - M.: Metallurgy, 1982. -- 392 p.
- [9] I. Barin, O. Knacke. Thermochemical Properties of Inorganic Substances. - Berlin: Springer-Verlag, 1973. - 949 pp.
- [10] I. Barin. Thermochemical Data of Pure Substances. 3rd Edition. - New York, NY: VCH Publishers, Inc., 1995. - 2003 pp.
- [11] M. W. Chase, jr. NIST-JANAF Thermochemical Tables, 4th edition // Journal of Physics and Chemistry Reference Data. Monograph 9, 1998, p. 1-1951.
- [12] M. Binnewies, E. Milke. Thermochemical Data of Elements and Compounds. 2nd edition. - Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH, 2002. - 928 pp.
- [13] Smithells Metals Reference Book. 8th edition. Ed. by W.F. Gale and T.C. Tomeier. - Amsterdam: Elsevier Inc., 2004. 2072 pp.

### **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМУВАННЯ ДИФУЗІЙНИХ ШАРІВ З ВИКОРИСТАННЯМ КОМПОЗИЦІЙНОГО НАСИЧУВАЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА**

**Середа Б.П., Хина Б.Б., Кругляк І.В., Середа Д.Б.**

#### **Реферат**

Розглянуто задачу про хіміко-термічній обробці сталі з використанням композиційного насичувального середовища з Використання ECD (Energy component of diffusion). У даній системі відбувається комплекс процесів: поширення хвилі в шарі шихти на поверхні стали, нестационарний тепловідвід вглиб зразка і нестационарна дифузія атомів насичує елемента вглиб стали в неізотермічних умовах. При цьому та частина поверхні, з якої йде дифузійне насичення стали, розширюється в міру руху хвилі. В роботі теплопровідність  $\lambda$  є не адитивною, а структурно-залежною величиною. Однак для простоти в області, де протікає ECD, зазвичай приймають адитивну формулу:  $\lambda = \lambda_{ch}(1-\eta) + \lambda_{pr}\eta$ , а для сталі  $\lambda = \lambda_{st}$ . Для  $i$ -го індивідуального речовини використовували лінійну залежність теплопровідності від температури:  $\lambda_i(T) = \lambda_0 + \lambda_T T$ . Після того, як хвиля ECD добігла до краю, тобто шихта повністю прореагувала, дифузія атомів з поверхні і кондуктивний теплоперенос в стали тривають протягом часу витримки  $t_h$ . Таке завдання є двовимірною, нестационарною і істотно неізотермічною.

Кінетика взаємодії реагентів в хвилі ECD носить досить складний характер і є недостатньо вивченою. Те саме можна сказати і до кінетики генерації активних атомів в хвилі ECD, які будуть дифундувати в сталь. У зв'язку з цим будемо описувати кінетику взаємодії і тепловиділення в хвилі ECD з використанням відносно простої моделі Хайкіна-Мержанова, і розглядати реакцію I-го порядку. Поширення хвилі ECD в шарі КНС і кондуктивне тепло перенос в сталевому зразку можна описати одним і тим же двовимірним нестационарним нелінійним рівнянням теплопровідності з коефіцієнтами, залежними від координат  $x$ ,  $y$  і від температури  $T$ ; при цьому член, що описує швидкість тепловиділення, в області буде дорівнювати нулю.

### Література

1. А.С.Рогачев, А.С.Мукасян. Горение для синтеза материалов: введение в структурную макрокинетику. - М.: Физматлит, 2012. - 400 с.
2. В.В.Khina Combustion Synthesis of Advanced Materials. - New York, NY: Nova Science Publ., Inc., 2010. - 110 pp.
3. К.Г.Шкадинский, Б.И.Хайкин, А.Г.Мержанов. Распространение пульсирующего фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Физика горения и взрыва, 1971, т.7, № 1, с.19-28.
4. А.П.Алдушин, Б.Е.Хайкин. К теории горения смесевых систем, образующих конденсированные продукты реакции // Физика горения и взрыва, 1974, № 3, с.313-323.
5. Т.П.Ивлева, А.Г.Мержанов, К.Г.Шкадинский // О закономерностях спиновоего режима распространения фронта горения // Физика горения и взрыва, 1980, т.16, № 2, с.3-10.
6. А.Н.Фирсов, К.Г.Шкадинский. О горении безгазовых составов при наличии теплопотерь // Физика горения и взрыва, 1987, т.23, № 3, с.46-52.
7. Б.М.Хусид, Б.Б.Хина, Е.А.Баштовая. Численное исследование тепловых процессов при закалке вещества в волне СВС // Физика горения и взрыва, 1991, т.27, № 6, с.64-72.
8. О.Кубашевский, С.Б.Олкокк. Metallurgическая термoхимия. - М.: Металлургия, 1982. - 392 с.
9. I.Barin, O.Knacke. Thermochemical Properties of Inorganic Substances. - Berlin: Springer-Verlag, 1973. - 949 pp.
10. I.Barin. Thermochemical Data of Pure Substances. 3rd Edition. - New York, NY: VCH Publishers, Inc., 1995. - 2003 pp.
11. M.W.Chase, jr. NIST-JANAF Thermochemical Tables, 4th edition // Journal of Physics and Chemistry Reference Data. Monograph 9, 1998, p.1-1951.
12. M.Binnewies, E.Milke. Thermochemical Data of Elements and Compounds. 2nd edition. - Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH, 2002. - 928 pp.
13. Smithells Metals Reference Book. 8th edition. Ed. by W.F.Gale and T.C.Totemeier. - Amsterdam: Elsevier Inc., 2004. 2072 pp.

DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219337

УДК 622.673.1

**О.В. Панченко**, к.т.н., доцент, [panchenko.o.v@nmu.one](mailto:panchenko.o.v@nmu.one)

**Д.О. Боднар**, студент, [bodnar.d.o@nmu.one](mailto:bodnar.d.o@nmu.one)

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», м. Дніпро

## РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАРАБАНІВ ШАХТНИХ ПІДЙІМАЛЬНИХ МАШИН

*В роботі вирішена актуальна наукова задача, яка полягає в розробці математичної моделі залежності напружено-деформованого стану барабана від параметрів підкріплення барабанів шахтних підйімальних машин. Метою роботи є розробка науково-обґрунтованих рекомендацій щодо вибору параметрів підкріплюючих елементів барабанів. Отримано залежності напружено-деформованого стану барабана від параметрів підкріплюючих елементів. Рекомендується використовувати отримані закономірності при проектуванні вітчизняних шахтних підйімальних машин з циліндричним барабаном.*

**Ключові слова:** циліндричний барабан, шахтна підйімальна машина, підкріплюючі елементи, напруження, концентратор напружень.

*In the work an urgent scientific problem has been solved which consists in the development of the mathematical model of the dependence of the stress-strain state of the drum on the parameters of reinforcement of the drums of mine hoisting machines. The aim of the work is to develop scientifically grounded recommendations on the choice of the parameters of reinforcing elements of the drums. The dependences of the stress-strain state of the drum on the parameters of the reinforcing elements are obtained. It is recommended to use the obtained regularities in the design of domestic mine hoisting machines with a cylindrical drum.*

**Keywords:** cylindrical drum, mine hoisting machine, reinforcing elements, stresses, stress concentrator.

### Постановка проблеми

Шахтні підйімальні машини (ШПМ) вітчизняного виробництва, на відміну від зарубіжних, виготовляються з підкріплювальними елементами, що спричиняє високі напруження в конструкції через наявність концентраторів [1, 5]. Тому, актуальною технічною проблемою є підвищення міцності барабанів при досягненні мінімальної його маси за допомогою методів математичного та комп'ютерного моделювання.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Традиційні напіваналітичні математичні методи дають осереднену оцінку напружено-деформованого стану (НДС) барабана проектованої конструкції ШПМ і не дозволяють оцінити залежність напружено-деформованого стану барабана від вибору тих чи інших видів підкріплень [1—3]. Отже, необхідно для заданих вихідних даних проектованої ШПМ перебрати всі можливі варіанти підкріплень барабана за критерієм мінімум маси і максимальної міцності. А після обробки результатів обчислювального експерименту отримати математичні моделі НДС, використовуючи котрі можна визначити необхідні параметри підкріплень.

Таким чином, розробка математичної моделі залежності напружено-деформованого стану барабана від параметрів підкріплення шахтної підйімальної машини — актуальне наукове завдання.

### Формулювання мети дослідження

Метою роботи є розробка науково-обґрунтованих рекомендацій щодо вибору параметрів підкріплюючих елементів барабанів шахтних підйомних машин.

### Виклад основного матеріалу

Сучасні барабани підйімальних машин НКМЗ виготовляють зварними з використанням листового прокату і нарізкою під канат по металевій футеровці. Машини з одним розрізним барабаном виконують з двох частин: однієї вузької переставної, що служить для розміщення на

ній витків тертя і запасних витків каната, а іншої — широкої нерухомо закріпленої на валу. Заклинену частину барабана приварюють до труби жорсткості, яку закріплюють болтами до двох маточин, які посаджені на корінний вал. Ліва маточина посаджена на вал по гарячій посадці. Права заклинена на валу тангенціальними шпонками. Переставну частину барабана встановлюють на правій заклиненій маточини, вона може вільно перекочуватися по ній при вимкненому механізмі перестановки завдяки роликівій опорі, що обертається.

Складений головний вал підіймальної машини ЦР-6Ч3,2 подано на рис. 1 [4]. Тут позначено: 1 — переставний барабан; 2 — заклинений барабан; 3 — підшипникова опора, кінцева; 4 — підшипник проміжний; 5 — механізм перестановки (розчпний пристрій); 6 — головний вал підіймальної машини; 7 — змащувальна система опор переставного барабана; 8 — нерухома маточина заклиненого барабана; 9 — маточина переставного барабана; 10 — гальмівні диски; 11 — реборди; 12 — муфта.

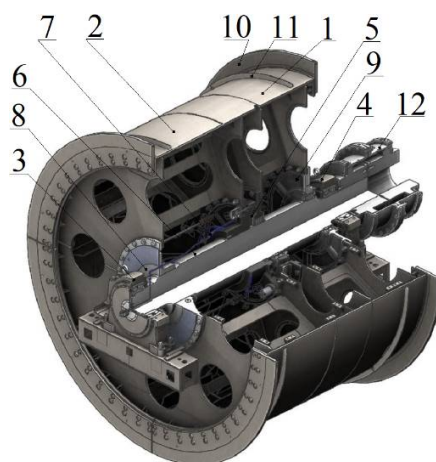


Рис. 1. Складений головний вал підіймальної машини ЦР-6Ч3,2

Навивка будь-якого витка каната призводить до деформації обичайки барабана, внаслідок чого деформуються раніше навиті витки [5, 6]. При цьому змінюється натяжіння витків каната, яке змінює радіальне навантаження на обечайку барабана. Прийнято, що натяжіння каната в межах кожного витка постійно, при цьому спіральна канавка замінена кільцевою. Це робить можливим вирішувати задачу як вісесиметричну [7, 8]. Для дослідження впливу цього навантаження на напружено-деформований стан барабана в додатку SolidWorks Simulation за допомогою методу скінченних елементів (МСЕ) необхідно створити тривимірну твердотілу модель [4, 7].

Геометричні моделі заклиненої і переставної частин барабана шахтної підіймальної машини ЦР-6Ч3,2 (рис. 2) складаються з: моделей обичайки 1 з кільцевими канавками; гальмівних полів 2; двох кільцевих реборд і кільцевої циліндричної області для розміщення витків тертя і запасного каната 3; лобовин 4. Для дослідження напружено-деформованого стану барабана була створена його параметрична модель, в якій передбачено для збільшення жорсткості барабанів різні види підкріплень. У моделі можна змінювати параметри товщини обичайки і лобовини, розміри шпангоутів, косинок, радіальних ребер жорсткості.

Поставлено завдання: дослідити вплив конструктивних факторів заклиненої частини барабана на її НДС.

Основним параметром для дослідження є максимальне статичне натяжіння навантаженої вітки каната — яке за технічними вимогами становить не менше 320 кН.

В якості підкріплень в барабані можуть бути ребра, стрингери (поздовжні ребра), шпангоути (кільцеві ребра), косинки. На моделі заклиненої частини барабана при товщині лобовини

40 мм і відстані між лобовиною і площиною розрізу 5...6 канавок, з максимальним розміром скінченого елемента сітки 20 мм, було проведено розрахунок НДС для підкріплень.

Ділянку заклиненої частини, яка межує з площиною розрізу та з іншого боку обмежена лобовиною, найчастіше підкріплюють косинками. Окрім такого розташування косинок створено підкріплення цієї ділянки шпангоутом, який межує з площиною розрізу. Також взято місце розташування шпангоута симетричне останньому відносно лобовини.

Для збільшення жорсткості обичайки та між отворами лобовини до них приварено ребра з криволінійним переходом.

Для порівняння впливу на НДС барабана підкріплень, що збільшують кільцеву жорсткість обичайки, досліджено вплив підкріплень, які використовують для збільшення поперечної жорсткості обичайки — стрингери. Було запропоновано три їх види: трапецеїдальні з обробкою твірної після зварювання, трапецеїдальні зі зміною кута нахилу твірної, П-подібні.

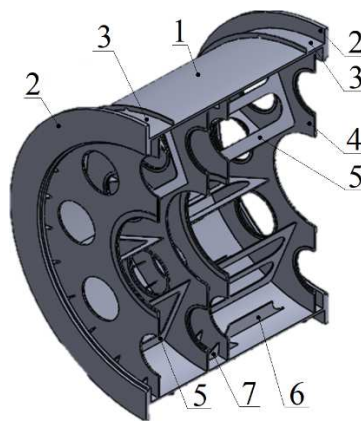


Рис. 2. Параметрическая модель барабана шахтной подъемной машины ЦР-6Ч3,2

Деякі комбінації підкріплень неможливо виконати з конструктивних міркувань. У даній моделі (рис. 2) використовувалися ребра 5 в кількості 6 шт. на кожен лобовину, стрингери 6 у кількості 16 шт. на обичайці між лобовинами, косинки 7 в кількості 40 шт. на ділянці заклиненої частини, яка межує з площиною розрізу і з іншого боку обмежена лобовиною. Розглянуто всі можливі комбінації підкріплень.

У першій частині експерименту незмінними обрані неперервні чинники положення лобовини та її товщини. На моделі 1/8 заклиненої частини барабана при товщині лобовини  $d = 40$  мм, і відстані між лобовиною і площиною розрізу 5,6 довжини канавки.

Результати обчислювального експерименту оброблялися за допомогою методу найменших квадратів. З аналізу результатів обчислень випливає, що найбільш вдалим підкріпленням є шпангоут, приварений до обичайці заклиненої частини, розташований на тій же відстані, що і від лобовини до гальмівного диска. З'ясувалося, що це підкріплення дає найменші максимальні напруження. Однак в оболонці напруження перевищують припустимі значення (155 МПа при пульсуючих навантаженнях [7, 8]), а також збільшує масу барабана на 400 кг.

Найбільш не вигідним за металоемністю є поєднання реберного підкріплення, двох П-образних стрингерів. У порівнянні з барабаном без підкріплень воно збільшує максимальні напруження на 38%. Найбільш небезпечний за напруженнями — це випадок підкріплення стрингером з обробкою твірної в будь-якій комбінації з іншими підкріпленнями (збільшує напруження в порівнянні з барабаном без підкріплень на 133-151%), і дає збільшення маси від 1160 кг.

Випадок без підкріплень з точки зору маси найбільш вигідний. Тут максимальні напруження виникають на поверхнях канавок, які знаходяться над з'єднанням обичайки з лобовиною близько площині розрізу. Наявність підкріплень має викликати розвантаження обичайки і, в



наслідок, зміщення максимальних напружень на самому підкріпленні. Шпангоути при малому кроці установки (250—300 мм для даного барабана) не переміщують максимальні напруження, але збільшують жорсткість обичайки і зменшують на ній інтенсивність напружень. На косинках виникають максимальні напруження в місці з'єднання її з лобовиною. Для ребер максимальні напруження практично не виникають. При спільному використанні цих підкріплень максимум напружень спостерігаємо на косинках. У порівнянні косинок і П-образних стрингерів, при спільному їх використанні, найбільш небезпечними за напруженнями є косинки, а при двох інших конструкціях стрингерів максимальні напруження виникають саме в них.

У порівнянні ребер і П-образних стрингерів, при спільному їх використанні, найбільш небезпечними за напруженнями виявляються стрингери, але максимальні значення в них найбільш близькі до допустимих.

Отже, в якості реберного підкріплення необхідно вибирати комбінацію ребер і П-образних стрингерів. Однак необхідно провести додаткові дослідження для визначення геометричних розмірів П-образних стрингерів, при яких інтенсивність напружень буде перебувати в допустимих межах.

Внаслідок аналізу встановлено, що значущим параметром, що характеризує напружено-деформований стан проектного барабана, є параметр  $H$ , а його граничні значення знаходяться в діапазоні 0—600 мм (див. рис. 3).

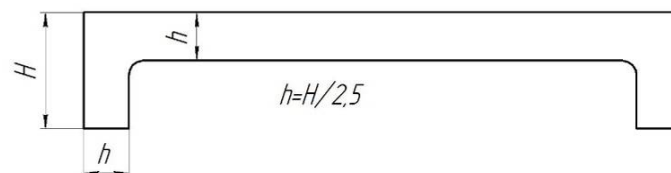


Рис. 3. Параметри П-образного стрингера

Результати дослідження подані в графічному вигляді на рис. 4, з якого видно, що інтенсивність напружень зменшується від 500 МПа до 150 МПа (при допустимих 155 МПа). Також отримано, що при значенні  $H = 450$  мм напруження досягли свого мінімального значення, і подальше збільшення довжини приводить тільки до збільшення маси.

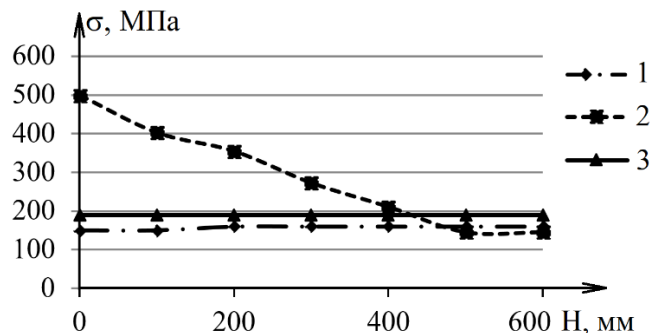


Рис. 4. Графік залежності напруження в барабані від висоти стрингера: 1 — в обичайці; 2 — у стрингері; 3 — допустиме напруження

Математичну модель залежності напружень в барабані від висоти стрингера запишемо у вигляді полінома:

$$\sigma(H) = k_1 \cdot H^3 - k_2 \cdot H^2 - k_3 \cdot H + k_4,$$

де  $\{k\}^T = \{1,306 \text{ МПа/мм}^3 \quad 10,49 \text{ МПа/мм}^2 \quad 49,51 \text{ МПа/мм} \quad 551,9 \text{ МПа}\}$  — визначені методом найменших квадратів.

Таким чином, параметр  $H$  необхідно вибрати зі співвідношення:  $H/B \geq 0,17$  (тут  $B$  — ширина барабана).

Крім того, виконані дослідження дали можливість виявити оптимальну схему реберного підкріплення. А саме, рекомендується використовувати для закіненої частини барабана П-образний стрингер в комбінації з ребрами, встановленими між лобовиною і гальмівним диском. Геометричні параметри елементів барабана (обичайки, лобовини, підкріплень) обрані з умови мінімум маси й обмеженням у вигляді допустимих напружень, та показані на рис. 5.

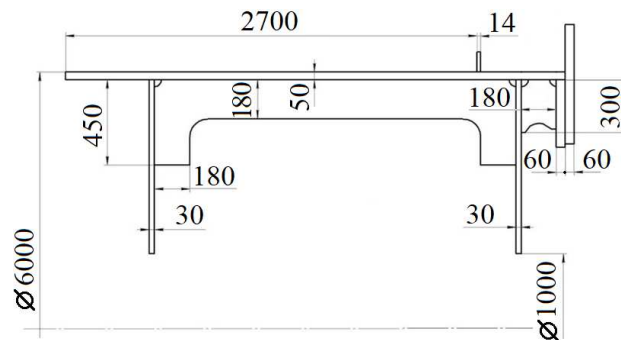


Рис. 5. Геометричні параметри елементів барабана

Виконаний перевірочний розрахунок підтверджує працездатність конструкції. Результати скінчено-елементного аналізу показані на рис. 6. З епюри напружень видно, що при вибраних параметрах максимальні значення склали 127 МПа, що нижче гранично допустимого. При цьому, маса конструкції менше на 8% в порівнянні з вихідною. Крім того, переміщення в обичайці не перевищують 0,7 мм. Отже, конструкція допустима за умовою стійкості та допуску на переміщення.

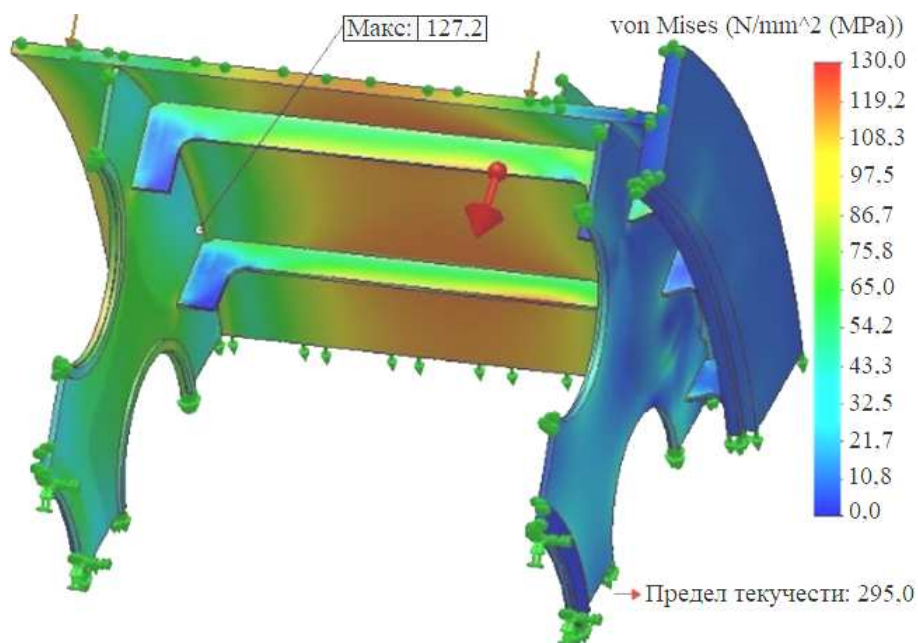


Рис. 6. Дослідження НДС з прийнятими підкріпленнями

### Висновки

У шахтних підймальних машинах типу ЦР напружено-деформований стан барабана істотно залежить від обраної схеми реберного підкріплення, а саме:

- конструкція барабана без підкріплень має мінімальну масу, але еквівалентні напруження на поверхнях канавок перевищують допустимі в зоні стику лобовини з обичайкою;
- косинки, які з'єднують лобовину з обичайкою, є концентратором напружень і використовуються в конструкції як страхувальні елементи;
- короткі стрингери, що встановлені на внутрішній поверхні обичайки, практично не збільшують жорсткість барабана, але самі є концентратором напружень;
- П-образні стрингери, збільшують міцність конструкції, але істотно збільшують масу барабана;
- шпангоути практично не збільшують міцність конструкції при недостатній їх кількості;
- рекомендується використовувати для заклиненої частини барабана П-образний стрингер в комбінації з ребром.

У конструкції підймальної машини ЦР-6Ч3,2 мінімальні напруження в обичайці спроектованого барабана забезпечує комбінація П-образного стрингера і ребра, причому параметр стрингера  $H$  необхідно вибирати зі співвідношення  $H/B \geq 0,17$ .

### Список використаної літератури

1. Zabolotny K., Zhupiev O., Molodchenko A. Analysis of current trends in development of mine hoists design engineering. *New Developments in Mining Engineering-2015. Theoretical and Practical Solutions of Mineral Resources Mining*. CRC Press/Balkema. P. 175–179.
2. Ilin S. R., Samusia V. I., Ilina I. S., Ilina S. S. Influence of dynamic processes in mine hoists on safety exploitation of shafts with broken geometry. *Scientific bulletin of the National Mining University*. Dnipro, 2016. № 3. P. 42–47.
3. Zabolotnyi K., Panchenko O., Zhupiiiev O., Jamil Sami Haddad. Justification of the algorithm for selecting the parameters of the elastic lining of the drums of mine hoisting machines. *Ukrainian School of Mining Engineering – 2019: Materialy E3S Web of Conferences*. № 123 (01021). P. 55–65. Retrieved from <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201912301021>.
4. Zabolotnyi K., Panchenko O., Kuts O. Justification of design models of drums of mine winders ЦР. *Innovative development of resource-saving technologies and sustainable use of natural resources: Book of Abstracts 3rd International Scientific and Technical Internet Conference*. (Petroșani, Romania: UNIVERSITAS Publishing, 26 october, 2020). Petroșani, 2020. P. 224–227.
5. Zabolotnyi K., Panchenko O., Zhupiiiev O. Development of the theory of laying a hoisting rope on the drum of a mining hoisting machine. *Essays of Mining Science and Practice 2019: Materialy E3S Web of Conferences*. № 109 (00120). P. 104 – 118. Retrieved from <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201910900121>.
6. Moskalyova T. V., Polushyna M. V. Cross way of fastening steel ropes to a singledrum mine hoisting plant with the location of pulleys on the same axis. *Scientific bulletin of the National Mining University*. Dnipro, 2016. № 3. P. 56–62.
7. Zabolotnyi, K.S., Zhupiiiev, O.L., Sosnina, Ye. M. (2012). Study of deflected mode of mine winder split drums. *Scientific bulletin of the National Mining University*. Dnipro, 2012. № 1. P. 82–88.
8. Zabolotny K., Zhupiev O., Molodchenko A. Development of a model of con-tact shoe brake-drum interaction in the context of a mine hoisting machine. *Mining of Mineral Deposits*. Dnipro, 2017. № 11 (4). P. 38–45.

## DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL FOR THE STRESS-STRAIN STATE OF MINE HOISTING MACHINES DRUMS

Panchenko O., Bodnar D.

### Abstract

In the work an urgent scientific problem has been solved which consists in the development of the mathematical model of the dependence of the stress-strain state of the drum on the parameters of reinforcement of the drums of mine hoisting machines. The aim of the work is to develop scientifically grounded recommendations on the choice of the parameters of reinforcing elements of the drums.

As a result of the performed computational experiment, it is shown that the stress-strain state of the drum depends significantly on the selected rib reinforcement scheme. The design of the drum without reinforcements has a minimum mass, but the equivalent stresses on the surfaces of the grooves exceed the allowable ones in the area of the joint of the front member with the shell. The gussets that connect the front member to the shell are a stress concentrator and are used in the structure as safety elements. Short stringers installed on the inner surface of the shell practically do not increase the stiffness of the drum, but are themselves a stress concentrator. U-shaped stringers increase the strength of a structure, but significantly increase the mass of the drum. Frames practically do not increase the strength of the structure with an insufficient number of them. It is recommended to use a U-shaped stringer in combination with a rib for the jammed part of the drum. In the design of the CR-6Ч3.2 hoisting machine, the minimum stresses in the shell of the designed drum are provided by a combination of the U-shaped stringer and rib, and the stringer parameter  $H$  must be selected from the ratio  $H/B \geq 0.17$ . The mathematical model has been obtained that describes the equivalent stresses in the drum depending on the stringer height.

### References

- [1] Zabolotny, K., Zhupiev, O. & Molodchenko, A. (2015). Analysis of current trends in development of mine hoists design engineering. *New Developments in Mining Engineering-2015. Theoretical and Practical Solutions of Mineral Resources Mining*, pp.175–179 [in United Kingdom]
- [2] Ilin, S. R., Samusia, V. I., Ilina, I. S., Ilina S. S. (2016). Influence of dynamic processes in mine hoists on safety exploitation of shafts with broken geometry. *Scientific bulletin of the National Mining University*, 3. 42–47 [in Ukraine]
- [3] Zabolotnyi, K., Panchenko, O., Zhupiiiev, O. & Jamil Sami Haddad. (2019). Justification of the algorithm for selecting the parameters of the elastic lining of the drums of mine hoisting machines. *Ukrainian School of Mining Engineering – 2019: Materials E3S Web of Conferences. 22 October 2019*. Vols. 123 (01021), 55-65. Retrieved from <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201912301021> [in Ukraine]
- [4] Zabolotnyi, K., Panchenko, O. & Kuts, O. (2020) Justification of design models of drums of mine winders CR. *Innovative development of resource-saving technologies and sustainable use of natural resources: Book of Abstracts 3rd International Scientific and Technical Internet Conference. 26 october 2020 y.* (pp. 224–227). Petroșani: Universitas Publishing [in Romania]
- [5] Zabolotnyi, K., Panchenko, O. & Zhupiiiev, O. (2019). Development of the theory of laying a hoisting rope on the drum of a mining hoisting machine. *Essays of Mining Science and Practice 2019: Materialy E3S Web of Conferences. 09 July 2019*. Vols. 109 (00120), 104 – 118. Retrieved from <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201910900121> [in Ukraine]
- [6] Moskalyova, T. V., Polushyna, M. V. (2015). Cross way of fastening steel ropes to a singledrum mine hoisting plant with the location of pulleys on the same axis. *Scientific bulletin of the National Mining University*, 3. 56–62 [in Ukraine]
- [7] Zabolotnyi, K.S., Zhupiiiev, O.L., Sosnina, Ye. M. (2012). Study of deflected mode of mine winder split drums. *Scientific bulletin of the National Mining University*, 1. 82–88 [in Ukraine]
- [8] Zabolotny, K., Zhupiev, O. & Molodchenko, A. (2017). Development of a model of con-tact shoe brake-drum interaction in the context of a mine hoisting machine. *Mining of Mineral Deposits*, 11 (4), 38–45 [in Ukraine]

DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219344

UDC 656.135.8

**B. Sereda**, Ph.D., Professor, seredabp@ukr.net

**D. Mukovska**, graduate student

**D. Sereda**, Ph.D., Senior lecturer

Dniprovsky State Technical University, Kamianske

## RESEARCH OF THE WORK OF DUMP TRUCKS IN THE TRANSPORT AND TECHNOLOGICAL SYSTEM OF RECYCLING OF TECHNOLOGICAL WASTE OF METALLURGICAL MOTHERLAND

*In the course of this research, statistical data on the operation of BelAZ heavy-duty dump trucks with a capacity of 30 and 42 tons in the transport and technological system of recycling of technological waste of two sections of the slag processing plant for 31 days were processed. Expertly identified 18 parameters that characterize the quality of dump trucks, namely — the number of riders ( $z_1$ ), the volume of cargo transported ( $z_2$ ), mileage ( $z_3$ ), the number of operating hours ( $z_4$ ), the actual fuel consumption ( $z_5$ ), technical speed ( $z_6$ ), travel time ( $z_7$ ), idling ( $z_8$ ), parking duration ( $z_9$ ), number of stops ( $z_{10}$ ), duration of stops ( $z_{11}$ ), number of stops ( $z_{12}$ ), operating speed ( $z_{13}$ ), static load capacity factor ( $z_{14}$ ), average ride duration ( $z_{15}$ ), average ride distance ( $z_{16}$ ), average ride length ( $z_{17}$ ), idle time under load (unloading) ( $z_{18}$ ). The practical implementation of the method is carried out on a computer in the module "Factor analysis" of the integrated system of statistical analysis STATISTICA. In the process of component analysis, the number of the most important main components was substantiated, the relationship between the main components and the initial parameters was established, and a meaningful interpretation of the main components was performed.*

**Keywords:** dump truck, ride, component analysis, metallurgical slag, operating speed, hours, idling.

*В процесі даного дослідження були опрацьовані статистичні данні про роботу великовантажних самоскидів БелАЗ вантажопідйомністю 30 та 42 т в транспортно-технологічній системі рециклінгу технологічних відходів двох ділянок цеху шлакопереробки протягом 31 доби. Експертним шляхом були виділені 18 параметрів, які характеризують якісну роботу самоскидів, а саме, — кількість їздок ( $z_1$ ), обсяг перевезеного вантажу ( $z_2$ ), пробіг ( $z_3$ ), кількість моточасів роботи ( $z_4$ ), фактична витрата палива ( $z_5$ ), технічна швидкість руху ( $z_6$ ), час у русі ( $z_7$ ), холостий хід ( $z_8$ ), тривалість стоянок ( $z_9$ ), кількість стоянок ( $z_{10}$ ), тривалість зупинок ( $z_{11}$ ), кількість зупинок ( $z_{12}$ ), експлуатаційна швидкість руху ( $z_{13}$ ), коефіцієнт статичного використання вантажопідйомності ( $z_{14}$ ), середня тривалість їздки ( $z_{15}$ ), середня відстань їздки ( $z_{16}$ ), середня довжина їздки ( $z_{17}$ ), час простою під завантаженням (розвантаженням) ( $z_{18}$ ). Практична реалізація методу здійснена на ЕОМ у модулі «Факторний аналіз» інтегрованої системи статистичного аналізу STATISTICA. В процесі компонентного аналізу було обґрунтовано кількість найбільш вагових головних компонент, встановлено співвідношення між головними компонентами і вихідними параметрами, проведено змістовне інтерпретування головних компонент.*

**Ключові слова:** самоскид, їздка, компонентний аналіз, металургійний шлак, експлуатаційна швидкість, мотогодини, холостий хід.

**Introduction and problem statement.** Technical and operational indicators of dump trucks during transportation of technological waste of the main production of metallurgical enterprises are determined by a large number of features and have a close connection with the technology of main production, specialization of cargo points, technology of cargo points, etc. Therefore, for a complete technical and economic characteristics of the process of operation of dump trucks, it is necessary to have statistical information for a large number of different physical characteristics. If the process of dump trucks includes a large number of features, the meaningful characterization of the relationships

identified by regression analysis becomes a non-trivial task. One of the methods of multidimensional statistical analysis, the principal components method, can be successfully used to study such processes. The principal components method is used to group the starting factors so that the members of the group are correlated with each other, but the group as a whole would be independent of other groups. Linearly independent groups of factors are called the main components [1,2,3].

One of the important advantages of the principal components method is that it allows to represent the process of behavior of the studied object in the form of a set of independent (statistically) components, which allows to study the studied system using a reference model and conduct research by comparing the reference model with real system behavior. Thus, the essence of the principal components method is to display complex processes in a simplified form and to study possible options for their development in a model situation [4].

**The purpose of the work.** On the basis of the statistical data characterizing work of dump trucks to carry out the analysis of parameters of work of dump trucks in processes of recycling of technological waste of the metallurgical enterprise by a method of the main components.

**Results of work.** In the course of this research, statistical data on the operation of BelAZ heavy-duty dump trucks with a capacity of 30 and 42 tons in the transport and technological system of recycling of technological waste of two sections of the slag processing plant for 31 days were processed.

Expertly identified 18 parameters that characterize the quality of dump trucks, namely — the number of riders ( $z_1$ ), the volume of cargo transported ( $z_2$ ), mileage ( $z_3$ ), the number of operating hours ( $z_4$ ), the actual fuel consumption ( $z_5$ ), technical speed ( $z_6$ ), travel time ( $z_7$ ), idling ( $z_8$ ), parking duration ( $z_9$ ), number of stops ( $z_{10}$ ), duration of stops ( $z_{11}$ ), number of stops ( $z_{12}$ ), operating speed ( $z_{13}$ ), static load capacity factor ( $z_{14}$ ), average ride duration ( $z_{15}$ ), average ride distance ( $z_{16}$ ), average ride length ( $z_{17}$ ), idle time under load (unloading) ( $z_{18}$ ).

The practical implementation of the method is carried out on a computer in the module "Factor analysis" of the integrated system of statistical analysis STATISTICA [5].

Component analysis of the studied process of cargo processing is performed in the following sequence [6].

1. Justification of the number of the most important main components. For the accepted initial number of principal components  $m = 18$ , the eigenvalues of the principal components were calculated, which characterize the contribution of the corresponding component to the total variance (Tabl. 1).

To substantiate the number of main components, we use an approach in which the contribution  $v_r$  of the next main component included in the consideration must satisfy the condition  $v_r \geq 1$ . [7,8,9] According to this approach, it is advisable to use the first 4 main components for further research to carry out the next stages of component analysis, we select the first 4 main components.

Table 1. Contributions of principal components to the total variance

The amount of component contribution	Type of contribution	
	Absolute	Relative, %
Open-hearth slag processing site		
F <sub>1</sub>	8,486	47,145
F <sub>2</sub>	3,212	17,842
F <sub>3</sub>	1,805	10,029
F <sub>4</sub>	1,393	7,741
F <sub>5</sub>	0,936	5,199
F <sub>6</sub>	0,743	4,129
F <sub>7</sub>	0,498	2,767
F <sub>8</sub>	0,321	1,782
F <sub>9</sub>	0,284	1,577
F <sub>10</sub>	0,161	0,894
F <sub>11</sub>	0,066	0,367

*Continue of the table 1.*

F <sub>12</sub>	0,039	0,215
F <sub>13</sub>	0,029	0,159
F <sub>14</sub>	0,013	0,070
F <sub>15</sub>	0,007	0,038
F <sub>16</sub>	0,005	0,026
F <sub>17</sub>	0,002	0,012
F <sub>18</sub>	0,001	0,007
Blast furnace slag processing site		
F <sub>1</sub>	8,708	48,379
F <sub>2</sub>	3,069	17,052
F <sub>3</sub>	2,241	12,450
F <sub>4</sub>	1,109	6,160
F <sub>5</sub>	0,948	5,269
F <sub>6</sub>	0,730	4,055
F <sub>7</sub>	0,523	2,904
F <sub>8</sub>	0,245	1,362
F <sub>9</sub>	0,155	0,861
F <sub>10</sub>	0,132	0,731
F <sub>11</sub>	0,058	0,322
F <sub>12</sub>	0,027	0,147
F <sub>13</sub>	0,024	0,131
F <sub>14</sub>	0,012	0,069
F <sub>15</sub>	0,009	0,048
F <sub>16</sub>	0,006	0,035
F <sub>17</sub>	0,004	0,023
F <sub>18</sub>	0,000	0,002

2. Establishing relationships between the main components and output parameters. Such relations are mathematical models of the studied process. To build models, a matrix of factor loads is used, obtained as a result of component analysis and reduced to 4 selected components (Tabl. 2).

Components with a value of factor load  $f < 0.5$  in the model were not included.

Table 2. Factor load matrix

Output parameters	Values of weights			
	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
Open-hearth slag processing site				
Z <sub>1</sub>	<b>0,968</b>	-0,082	-0,014	-0,153
Z <sub>2</sub>	<b>0,928</b>	-0,207	-0,033	0,093
Z <sub>3</sub>	<b>0,853</b>	-0,274	0,093	0,287
Z <sub>4</sub>	<b>0,938</b>	0,199	-0,113	0,208
Z <sub>5</sub>	<b>0,851</b>	-0,056	-0,069	0,265
Z <sub>6</sub>	-0,066	<b>-0,617</b>	-0,475	0,248
Z <sub>7</sub>	<b>0,804</b>	0,158	0,360	0,074
Z <sub>8</sub>	<b>0,725</b>	0,177	-0,297	0,398
Z <sub>9</sub>	<b>0,666</b>	-0,042	<b>0,526</b>	-0,354
Z <sub>10</sub>	<b>0,667</b>	-0,050	<b>0,527</b>	-0,354
Z <sub>11</sub>	<b>0,665</b>	<b>0,593</b>	-0,329	0,053
Z <sub>12</sub>	<b>0,940</b>	-0,076	-0,199	-0,013
Z <sub>13</sub>	-0,103	<b>-0,852</b>	0,359	0,231

Continue of the table 2.

Z <sub>14</sub>	-0,487	-0,279	0,398	<b>0,550</b>
Z <sub>15</sub>	-0,184	<b>0,897</b>	0,053	0,068
Z <sub>16</sub>	<b>-0,694</b>	-0,129	-0,255	0,003
Z <sub>17</sub>	-0,278	0,316	0,482	<b>0,634</b>
Z <sub>18</sub>	-0,348	<b>0,722</b>	0,211	0,176
Blast furnace slag processing site				
Z <sub>1</sub>	<b>0,941</b>	-0,038	0,194	0,095
Z <sub>2</sub>	<b>0,921</b>	-0,020	0,173	0,227
Z <sub>3</sub>	<b>0,953</b>	0,122	-0,226	-0,069
Z <sub>4</sub>	<b>0,815</b>	<b>-0,515</b>	0,052	-0,085
Z <sub>5</sub>	<b>0,932</b>	0,045	-0,062	0,054
Z <sub>6</sub>	0,388	<b>0,518</b>	-0,396	-0,480
Z <sub>7</sub>	<b>0,959</b>	0,014	-0,139	0,078
Z <sub>8</sub>	0,441	<b>-0,772</b>	0,199	-0,189
Z <sub>9</sub>	<b>0,896</b>	0,019	0,051	0,232
Z <sub>10</sub>	<b>0,924</b>	0,053	-0,050	0,117
Z <sub>11</sub>	0,388	<b>-0,834</b>	0,103	-0,247
Z <sub>12</sub>	<b>0,949</b>	0,000	-0,014	0,065
Z <sub>13</sub>	0,486	<b>0,772</b>	-0,286	0,096
Z <sub>14</sub>	-0,275	-0,203	-0,218	<b>0,707</b>
Z <sub>15</sub>	-0,250	<b>-0,514</b>	<b>-0,747</b>	0,185
Z <sub>16</sub>	-0,022	0,347	-0,106	0,120
Z <sub>17</sub>	0,315	0,098	<b>-0,818</b>	-0,252
Z <sub>18</sub>	-0,290	<b>-0,535</b>	<b>-0,720</b>	0,084

**Note:** The factor loads included in the model are marked in bold

Models of the relationship of the original features (parameters with the main components  $z_i = \varphi$  (a)) are constructed in accordance with formula (1) [10]

$$z_j = a_{j1} F_1 + a_{j2} F_2 + \dots + a_{jk} F_k + \dots + a_{jn} F_n \quad (j = 1, 2, \dots, n), \quad (1)$$

where  $z_j$  – is the normalized value of the feature obtained from the model;  $a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jn}$  – coefficients characterizing the weight of the  $k$ -th component in the  $j$ -th variable;  $F_1, F_2, \dots, F_n$  – the values of the main components.

Values of  $a_{jk}$  considered unknown to be determined.

Models of the relationship of the initial characteristics for the open-hearth slag processing area:  $z_1 = 0,968 a_1, z_2 = 0,928 a_1, z_3 = 0,853 a_1, z_4 = 0,938 a_1, z_5 = 0,851 a_1, z_6 = -0,617 a_2, z_7 = 0,804 a_1, z_8 = 0,725 a_1, z_9 = 0,666 a_1 + 0,526 a_3, z_{10} = 0,667 a_1 + 0,527 a_3, z_{11} = 0,665 a_1 + 0,593 a_2, z_{12} = 0,940 a_1, z_{13} = -0,852 a_2, z_{14} = 0,550 a_4, z_{15} = 0,897 a_2, z_{16} = -0,694 a_1, z_{17} = 0,634 a_4, z_{18} = 0,722 a_2$ .

Models of the relationship of the initial characteristics for the processing area of blast furnace slag:  $z_1 = 0,941 a_1, z_2 = 0,921 a_1, z_3 = 0,953 a_3, z_4 = 0,815 a_5 - 0,515 a_2, z_5 = 0,932 a_1, z_6 = 0,518 a_2, z_7 = 0,959 a_1, z_8 = 0,441 a_1 - 0,722 a_2, z_9 = 0,896 a_1, z_{10} = 0,924 a_1, z_{11} = -0,834 a_2, z_{12} = 0,896 a_1, z_{13} = 0,722 a_2, z_{14} = 0,707 a_4, z_{15} = -0,514 a_2 - 0,747 a_3, z_{17} = 0,818 a_3, z_{18} = -0,535 a_2 - 0,720 a_3$ .

3. *Meaningful interpretation of the main components.* At interpretation signs in which size of loading is not less than 0,5 were considered. In tabl. 1 and 2, such features are highlighted in bold.

Comparative analysis of the load of the components on the studied features are presented in tabl. 3.



Table 3. Comparative analysis of the load of components on the studied features

Output parameters	Weight coefficients							
	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
	Open-hearth slag processing site				Blast furnace slag processing site			
Z <sub>1</sub>	+	-	-	-	+	-	-	-
Z <sub>2</sub>	+	-	-	-	+	-	-	-
Z <sub>3</sub>	+	-	-	-	+	-	-	-
Z <sub>4</sub>	+	-	-	-	+	+	-	-
Z <sub>5</sub>	+	-	-	-	+	-	-	-
Z <sub>6</sub>	-	+	-	-	-	+	-	-
Z <sub>7</sub>	+	-	-	-	+	-	-	-
Z <sub>8</sub>	+	-	-	-	-	+	-	-
Z <sub>9</sub>	+	-	+	-	+	-	-	-
Z <sub>10</sub>	+	-	+	-	+	-	-	-
Z <sub>11</sub>	+	+	-	-	-	+	-	-
Z <sub>12</sub>	+	-	-	-	+	-	-	-
Z <sub>13</sub>	-	+	-	-	-	+	-	-
Z <sub>14</sub>	-	-	-	+	-	-	-	+
Z <sub>15</sub>	-	+	-	-	-	+	+	-
Z <sub>16</sub>	+	-	-	-	-	-	-	-
Z <sub>17</sub>	-	-	-	+	-	-	+	-
Z <sub>18</sub>	-	-	-	-	-	+	+	-

**Note:** "+" indicates the factor loads included in the model, and "-", which are not included

Let's analyze the process of dump trucks in the area of open-hearth slag processing.

*The first component* has significant loads on the following features: number of rides ( $z_1$ ), volume of cargo transported ( $z_2$ ), mileage ( $z_3$ ), number of operating hours ( $z_4$ ), actual fuel consumption ( $z_5$ ), travel time ( $z_7$ ), idling ( $z_8$ ), duration of stops ( $z_9$ ), number of stops ( $z_{10}$ ), duration of stops ( $z_{11}$ ), number of stops ( $z_{12}$ ), coefficient of static capacity utilization ( $z_{14}$ ), average driving distance ( $z_{15}$ ).

*The second component* reflects the influence of five essential features: technical speed ( $z_6$ ), duration of stops ( $z_{11}$ ); operating speed ( $z_{13}$ ), average driving time ( $z_{15}$ ), idle time under load (unloading) ( $z_{16}$ ).

*The third component* includes the following features: duration of parking ( $z_9$ ), number of parking ( $z_{10}$ ).

*The fourth* positive relationship with the fourth component is the coefficient of static load capacity ( $z_{14}$ ), the average ride length ( $z_{17}$ ).

Let's analyze the process of dump trucks at the blast furnace slag processing site.

*The first component* has a significant load on the following features: number of rides ( $z_1$ ), volume of cargo transported ( $z_2$ ), mileage ( $z_3$ ), number of operating hours ( $z_4$ ), actual fuel consumption ( $z_5$ ), travel time ( $z_7$ ), duration of parking ( $z_9$ ), number of stops ( $z_{10}$ ), number of stops ( $z_{12}$ ).

*The second component* has a load on the following features: the number of operating hours ( $z_4$ ), technical speed ( $z_6$ ), idling ( $z_8$ ), duration of stops ( $z_{11}$ ); operating speed ( $z_{13}$ ), average driving time ( $z_{15}$ ), idle time under load (unloading) ( $z_{18}$ ).

*The third component* includes the following features: average ride duration ( $z_{15}$ ), average ride length ( $z_{17}$ ), idle time under load (unloading) ( $z_{18}$ ).

*The fourth* positive relationship with the fourth component is the coefficient of static capacity utilization ( $z_{14}$ ).

From the principal components identified in the analysis, two homogeneous groups can be formed.

*The first group* includes the first and fourth main components, which are a summary of the effectiveness of dump trucks.

*The second group* can be described as the degree of use of dump trucks.

### Conclusions

Based on the results of research, the following conclusions can be drawn.

1. The method of the main components in combination with engineering and economic information about the physical nature of the real process is a good tool for grouping interrelated factors in accordance with their economic content.

2. The use of the principal components method makes it possible to move to the modeling of the studied process using a limited set of new variables, which simplifies the procedure of economic and statistical analysis and makes it more efficient.

3. The use of component analysis makes it possible to construct analytical expressions of generalized factors through a system of interrelated primary parameters.

4. Among the obtained set of generalized factors can be distinguished homogeneous groups that characterize certain complex characteristics of the production process.

The selected main components can be used as generalized factors to approximate the performance of the cargo processing process using a linear regression model.

### References

- [1] Mokeev V. V., Solomaho K. L. (2013) Ob ispol'zovanii metoda glavnykh komponent dlya analiza deyatel'nosti predpriyatij [On the use of the method of principal components to analyze the activities of enterprises] Vestnik YUzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika i menedzhment - *Bulletin of the South Ural State University. Series: Economics and Management*, (№3), 41-46 [in Russian].
- [2] Mokeev V. V. (2010) Reshenie problemy` sobstvenny`kh znachenij v zadachakh mnogofaktornogo analiza e`konomicheskikh sistem [Solving the problem of eigenvalues in the problems of multivariate analysis of economic systems] E`konomika i matematicheskie metody` - *Economics and Mathematical Methods*, (№ 4), 82-90 [in Russian].
- [3] Kalinina V. N., V. I. Solov`ev. (2003) Vvedenie v mnogomerny`j statisticheskij analiz: Uchebnoe posobie [Introduction to Multivariate Statistical Analysis]. Moscow: FYY [in Russian].
- [4] Mokeev V. V., Pluzhnikov V. G. (2011) Analiz glavny`kh komponent kak sredstvo povy`sheniya e`ffektivnosti upravlencheskikh reshenij v predprinimatel'skikh strukturakh [Analysis of the main components as a means of increasing the efficiency of management decisions in business structures] Vestnik YUzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta Seriya: E`konomika i menedzhment - *Bulletin of the South Ural State University. Series: Economics and Management*, (№41), 149-154 [in Russian].
- [5] Borovikov V. P., I. P. Borovikov (1998) STATISTICA – Statisticheskij analiz i obrabotka danny`kh v srede Windows [STATISTICA - Statistical analysis and data processing in the environment Windows]. Moscow: Filin [in Russian].
- [6] Lashhenikh, O. A., Turpak S. M., Griczaj S. V. (2012) Dosli`dzhennya transportno-sklads`koyi sistemi metodom golovnykh komponenti`v [Research of transport and warehousing system by the method of main components] Vi`snik Dni`propetrovs`kogo naczi`onal'nogo uni`versitetu zaliz`nichnogo transportu i`m. akad. V. Lazaryana - *Bulletin of Dnepropetrovsk National University of Railway Transport. akad. V. Lazaryana*. (№ 40), 208–216 [in Ukrainian].
- [7] Borovikov V.P. STATISTICA - Statistical analysis and data processing in the Windows environment / VP Borovikov, I.P. Borovikov. M.: Information and Publishing House "Filin", 1998. 608 p.
- [8] Dubrov A. M. (1978) Obrabotka statisticheskikh danny`kh metodom glavny`kh komponent. [Processing of statistical data by the method of the main components]. Moscow: Statistika [in Russian].
- [9] Kharman G. (1972) Sovremenny`j faktorny`j analiz. [Modern factor analysis]. Moscow: Statistika [in Russian].
- [10] Andrukovich P. F. (1973) Primenenie metoda glavny`kh komponent v prakticheskikh issledovaniyakh. Mezhfakul'tetskaya laboratoriya statisticheskikh metodov [Application of the principal component analysis in practical research]. Moscow: MGU [in Russian].

**ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ САМОСКИДІВ В ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГІЧНІЙ СИСТЕМІ РЕЦИКЛІНГУ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ВІДХОДІВ МЕТАЛУРГІЙНОГО ПІДПРИЄМСТВА МЕТОДОМ ГОЛОВНИХ КОМПОНЕНТ**  
Середа Б.П., Муковська Д.Я., Середа Д.Б.

**Реферат**

В процесі даного дослідження були опрацьовані статистичні данні про роботу великовантажних самоскидів БелАЗ вантажопідйомністю 30 та 42 т в транспортно-технологічній системі рециклінгу технологічних відходів двох ділянок цеху шлакопереробки протягом 31 доби. Експертним шляхом були виділені 18 параметрів, які характеризують якісну роботу самоскидів, а саме, — кількість їздок ( $z_1$ ), обсяг перевезеного вантажу ( $z_2$ ), пробіг ( $z_3$ ), кількість моточасів роботи ( $z_4$ ), фактична витрата палива ( $z_5$ ), технічна швидкість руху ( $z_6$ ), час у русі ( $z_7$ ), холостий хід ( $z_8$ ), тривалість стоянок ( $z_9$ ), кількість стоянок ( $z_{10}$ ), тривалість зупинок ( $z_{11}$ ), кількість зупинок ( $z_{12}$ ), експлуатаційна швидкість руху ( $z_{13}$ ), коефіцієнт статичного використання вантажопідйомності ( $z_{14}$ ), середня тривалість їздки ( $z_{15}$ ), середня відстань їздки ( $z_{16}$ ), середня довжина їздки ( $z_{17}$ ), час простою під завантаженням (розвантаженням) ( $z_{18}$ ). Практична реалізація методу здійснена на ЕОМ у модулі «Факторний аналіз» інтегрованої системи статистичного аналізу STATISTICA. В процесі компонентного аналізу було обґрунтовано кількість найбільш важових головних компонент, встановлено співвідношення між головними компонентами і вихідними параметрами, проведено змістовне інтерпретування головних компонент.

**Література**

1. Мокеєв В. В., Соломахо К. Л. Об использовании метода главных компонент для анализа деятельности предприятий. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Экономика и менеджмент*. 2013. Т. 7. №. 3. С. 41-46.
2. Мокеєв В. В. Решение проблемы собственных значений в задачах многофакторного анализа экономических систем. *Экономика и математические методы*. 2010. №. 4. С. 82-90.
3. Калинина В. Н., В. И. Соловьев. Введение в многомерный статистический анализ: *Учебное пособие*. ГУУ. М., 2003. 66 с.
4. Мокеєв В. В., Плужников В. Г. Анализ главных компонент как средство повышения эффективности управленческих решений в предпринимательских структурах. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Экономика и менеджмент*. 2011. №. 41. С. 149-154.
5. Боровиков В. П., И. П. Боровиков STATISTICA – Статистический анализ и обработка данных в среде Windows. М.: Информационно-издательский дом «Филинь», 1998. 608 с.
6. Лашених, О. А., Турпак С. М, Грицай С. В. Дослідження транспортно-складської системи методом головних компонентів. *Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту ім. акад. В. Лазаряна*. 2012. Вип. 40. С. 208–216.
7. Боровиков В. П., Боровиков И. П. STATISTICA – Статистический анализ и обработка данных в среде Windows. М.: Информационно-издательский дом «Филинь», 1998. 608 с.
8. Дубров А. М. Обработка статистических данных методом главных компонент. М.: Статистика, 1978. 135 с.
9. Харман Г. Современный факторный анализ. М.: Статистика, 1972. 486 с.
10. Андрукович П. Ф. Применение метода главных компонент в практических исследованиях. Межфакультетская лаборатория статистических методов. М.: МГУ, 1973, вып. 36. 124 с

DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219345

UDK 538.911

**A. Dedoborz**, associate professor, [Mathematphysics@gmail.com](mailto:Mathematphysics@gmail.com)

**A. Kletskov**, assistant, [alex.kl87@i.ua](mailto:alex.kl87@i.ua)

**V. Tsotsko**, senior lecturer

Dniprovsky State Agrarian and Economic University, Dnipro

## HETEROGENEITY OF TAPES GOT BY METHOD OF THERMAL EVAPORATION AND METHODS OF THEIR REMOVAL

*The considered problem of heterogeneities of the got semiconductor tapes and worked out methods of their removal are within the framework of the experimental setting of VCC-5M. Experimentally tested the got methods of removal of heterogeneities of товщин.*

**Keywords:** superficial source; speed of besieging; vaporizer; lining.

*Розглянута проблема неоднорідностей отриманих напівпровідникових плівок та розроблені способи їх усунення в рамках експериментальної установки ВВП-5М. Експериментально перевірена отримані способи усунення неоднорідностей товщин.*

**Ключові слова:** поверхнєве джерело; швидкість осадження; випарник; підкладка.

### Problem's Formulation

High speed of besieging of semiconductor tapes puts the problem of heterogeneity of the got tape on lining. In this work examined as a problem of heterogeneity of pellicle structures so ways of her removal within the framework of the experimental setting of VCC-5M.

### Analysis of recent research and publications

Research of problem of heterogeneities of the got semiconductor tapes many works are sanctified to, including [1,2,3]. For determination of methods of removal of heterogeneities of thickness of the got semiconductor tapes drawn on the results of research of authors [1,2,4,5].

### Formulation of the study purpose

The purpose of work is being of optimal method, by means of which will be maximal homogeneity of semiconductor structure on the basis of change of configuration of the experimental setting of VCC-5M and determination of parameters of actions within the framework of the offered model.

### Presenting main material

General requirements to the receipt of thin-films are evenness of thickness of tape, homogeneity of her structure. From all methods of receipt of thin-films the method of thermal evaporation most answers the declared terms in a vacuum. The thickness of tapes, got the method of thermal evaporation in a vacuum, depends on a few factors: from emission properties of source, which determine distribution of stream of evaporant in space, from geometrical sizes and lining position in relation to a source, speed and time of evaporation of condensate matter [1]. On emission properties vaporizers are divided by a point and superficial. A point source is a small sphere, diameter what far fewer distance a "source is lining". In this research at thermal evaporation distance of  $L$  between a vaporizer and lining folded from 100 mm to 500 mm, radius of ring of vaporizer —  $r$  is 5 mm.

If from unit of surface of point source a matter evaporating with identical speed  $v_e$  (dimension of  $\text{g} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{sm}^{-2}$ ), then amount of matter which passes into a corporal corner in any direction in time (fig. 1a) unit, it is possible to write down as:

$$dv = \left( \frac{A \cdot v_e}{4\pi} \right) \cdot d\omega, \quad (1)$$

where  $A$  is a surface of sphere of evaporation.

If an evaporant acts on the element of area of the  $dS_2$  lining, inclined under a corner  $\theta$  to streamline of steam in the distance  $l$  from a point source (fig. 1b), then the amount of matter which falls on  $dS_2$  appears as [1]:

$$dv' = \left( \frac{A \cdot v_e \cdot \cos(\theta)}{4\pi \cdot l^2} \right) \cdot dS. \quad (2)$$

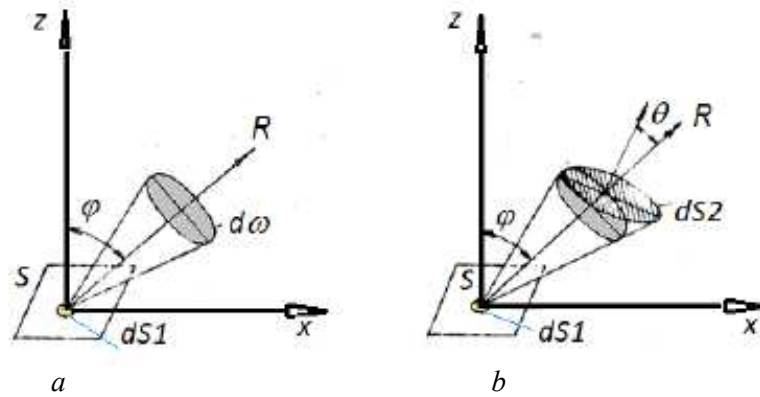


Fig. 1. Models of emission parameters of vaporizers: *a* — is evaporation from the source of *S* in the corporal corner of  $d\omega$  to direction of *R*; *b* — is a receiving surface of  $dS_2$  from to which folds a corner  $\varphi$  a normal with streamline of steam [1]

For time unit thickness of tape:

$$d = \frac{Av_e \cos(\theta)}{4\pi l^2 \rho}, \quad (3)$$

where  $\rho$  is a closeness of the evaporated matter, condensated on lining.

A superficial source is a small ground, from unit of area of one side of which in time unit in a corporal corner  $d\omega$  which is created with a corner  $\varphi$  evaporation goes along with the normal of surface of source (fig. 1b):

$$dv = \left(\frac{Av_e}{\pi}\right) \cos(\varphi) d\omega. \quad (4)$$

The amount of matter which falls on  $dS_2$  appears as [2,3] :

$$dv' = \frac{Av_e}{\pi \cdot l^2} \cos(\varphi) \cos(\theta) dS. \quad (5)$$

Thickness of tape :

$$d = \frac{Av_e}{\pi \rho l^2} \cos(\varphi) \cos(\theta). \quad (6)$$

Using the above-mentioned formulas will consider heterogeneity of semiconductor tape after directions on the right and on the left of point, that perpendicular to the surface of vaporizer.

Designating through  $\theta$  the angle of slope linings in relation to a normal, and conducting corresponding calculations, will get distribution of thickness on length of tape for the case of vaporizer with a small surface:

$$d/d_0 = (1 + \left(\frac{h}{l}\right) \sin(\theta)) \cos(\theta) \left(1 + \left(\frac{h}{l}\right)^2 + 2 \left(\frac{h}{l}\right) \sin(\theta)\right)^{-2}, \quad (7)$$

where  $d_0$  is a thickness of tape in a point above a vaporizer;  $l$  is distance from a vaporizer to this point;  $h$  is distance from a point in lining above a vaporizer to this point.

Like for the case of point vaporizer:

$$d/d_0 = \cos(\theta) \left(1 + \left(\frac{h}{l}\right)^2 + 2 \left(\frac{h}{l}\right) \sin(\theta)\right)^{-3/2}. \quad (8)$$

From expressions (7) and (8) it is possible to see that distribution of thickness is very sensible from the corner of rejection  $\theta$  of lining from a normal. The maximal value of thickness increases with the increase of corner  $\theta$ ; at most thickness moved toward the large values of lining length; symmetry is violated in relation to the maximal value of thickness (fig. 3).

For the removal of heterogeneities of the got tapes it is possible to apply a few methods. Will consider most technically possible within the framework of evaporation in a vacuum setting of VCC-5M:

1. Apply the row of small vaporizers, located on a ring in parallel to lining or one vaporizer, which pivots, perpendicular to the plane lining.

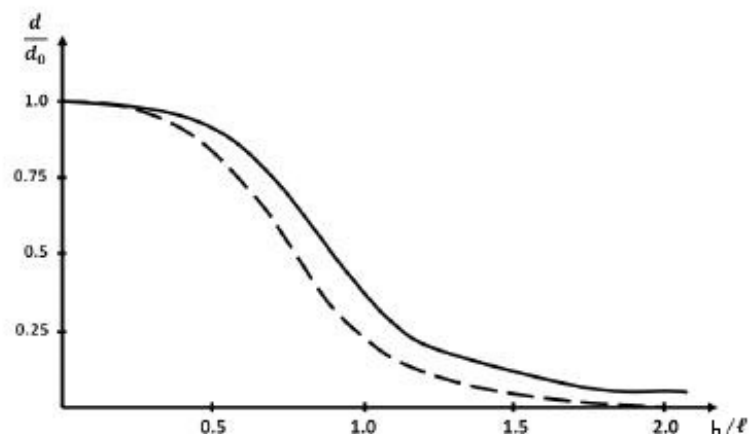


Fig. 2. Distribution of thickness of tape is on a flat surface, that square to the vaporizer in the case of evaporation from a point (continuous line) and from a source with a small area (dotted line)

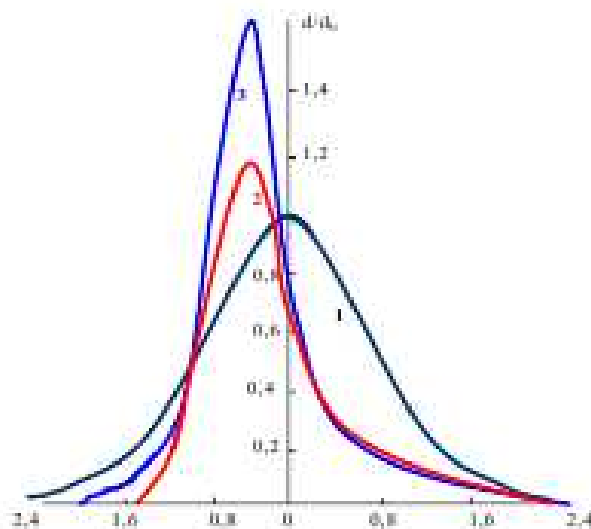


Fig. 3. Distribution of thickness at evaporation from a vaporizer with a small surface:  $\theta = 0^\circ$  (1),  $30^\circ$  (2),  $45^\circ$  (3)

2. At the receipt of tapes of even plane to the substretcher revolve about axis, perpendicular to her plane.

By defects, as the first so second method there is application of many vaporizers, that technically not always possibly, and the more so rotation of vaporizer or lining from current-line. Also a defect is violation of specific structure with the inclined dendritic performances, which arises up at the sloping besieging.

3. At sloping evaporation between a vaporizer and linings metallic window shade which can be moved by means of magnet in parallel surfaces of source is set in a vacuum chamber. After achievement of the nearest to the vaporizer end of tape of optimal thickness, it follows to begin to move window shade with speed, dependency upon speed of besieging of matter, closing to the same the motion of molecular bunch to this part of lining. Thus, and other part of tape will attain an optimal thickness gradually.

Speed of besieging of tape of tape depends [2, 4] from a temperature and pressure in a vacuum chamber:

$$v_v = 0,585 \cdot P_s \sqrt{\frac{m}{T}}. \quad (9)$$

At inclination of lining plane to direction of molecular bunch speed of besieging on the different ends of lining is different. In our research there were the besieged tapes from next data: angle of slope of lining  $45^\circ$ , distance from window shade to the vaporizer a 5 sm, speed of moving of window shade was even a 1 mm/min, distance from lining to the vaporizer a 10 sm; length of layer is a 3 sm, choice of optimal thickness of about 1 mkm, speed of height the nearest to the vaporizer of end of tape of 0,04 mkm/min, speed of height of remote end of 0,02 mkm/min. Lack of this method is a necessity of correlate speed of moving of window shade at evaporation of different amount of matter.

From all considered methods exactly the third method is most technically simple to implementation on the base of a vacuum setting of VCC-5M.

### Conclusions

The worked out method of removal of unevenness of got tapes is on lining. A method provides high enough exactness of evenness and flexibility to the change of terms of receipt.

For the brought objects over it is got: tapes of different thickness with the rejection of thickness along all lining no more 0,1 %. The created model is for removal heterogeneity of got of pellicle structure. Research of receipt of tapes of different length is conducted, at it data of experiment with high exactness of coincide with data of theory.

### References

- [1] Maisell, L., Gleng, R. (1977). *Tekhnolohiia tonkikh plienok: spravochnik* [Technology of thin-films : reference book] (Vols.1). Moskva: Soveight radio. [in Russian].
- [2] Shyju, T.S., & Anandhi, S., & Indirajith R. (2011). Solvothermal synthesis deposition and characterization of cadmium selenide (CdSe) thin films by thermal evaporation technique. *Journal Crystal Growth*. Netherlands, Volume. 337, P. 38–45. [in English].
- [3] Rahimov, N.R., & Dzhurakhalov, A.A.(2002). Investigation of APV-CdTe-films and development of optoelectronic devices on their basis. *The European material research conference EMRS 2002 Spring meeting*. Strasbourg, P. 242. [in English].
- [4] Pathel, K.D., & R.K., Shan, & D.L. Makhija Chemical and structural characterization of CdSe thin films. *Journal Ovonic Research*. Romania, V.4, № 61, P.129–139. [in English].
- [5] Rakhimov, N.R., & Ushakov, O. K. (2010). Optoelektronnie datchiki na osnove AFN-effekta [Optronic sensors on the basis of APV of effect]. Novosibirsk [in Russian].

## НЕОДНОРІДНІСТЬ ПЛІВОК, ОТРИМАНИХ МЕТОДОМ ТЕРМІЧНОГО ВИПАРОВУВАННЯ ТА СПОСОБИ ЇХ УСУНЕННЯ

Дідоборець О.Й., Клєцков О.М., Цоцко В.І.

### Реферат

Метою роботи є знаходження оптимального способу, за допомогою якого буде досягнена максимальна однорідність напівпровідникової структури на основі зміни конфігурації експериментальної установки ВУП-5М та визначення параметрів дій в рамках запропонованої моделі.

Загальними вимогами до отримання тонких плівок є рівномірність товщини плівки, однорідність її структури. З усіх методів отримання тонких плівок найбільш відповідає заявленим умовам метод термічного випаровування у вакуумі. Товщина плівок, отриманих методом термічного випаровування в вакуумі, залежить від декількох чинників: від емісійних властивостей джерела, що визначають розподіл потоку випаровуваної речовини в просторі, від геометричних розмірів і положення підкладки відносно джерела, швидкості і часу випару осадженої речовини [1].

Для усунення неоднорідностей отриманих плівок можна застосовувати декілька способів. Розглянемо найбільш технічно можливі в рамках випаровування у вакуумній установці ВУП-5М:

1. Застосовують ряд невеликих випарників, розташованих по кільцю паралельно підкладці або одного випарника, що обертається навколо осі, перпендикулярної до площини підкладки.

2. При отриманні плівок рівномірної площини підложку обертають навколо осі, перпендикулярної до її площини.

Недоліками, як першого так, і другого способу є застосування багатьох випарників, що технічно не завжди можливо, а тим більше обертання випарника або підкладки з токопроводами. Також недоліком є порушення специфічної структури з нахиленими дендритними виступами, яка виникає при похилому осадженні.

3. При похилому випарі між випарником і підкладками у вакуумній камері встановлюється металева шторка, яку можна переміщати за допомогою магніта паралельно поверхні джерела. Після досягнення найближчого до випарника кінця плівки оптимальної товщини, слід почати рухати шторку зі швидкістю, залежною від швидкості осадження речовини, закриваючи тим самим хід молекулярного пучка до цієї частини підкладки. Таким чином, і інша частина плівки поступово досягне оптимальної товщини.

Розроблений спосіб усунення нерівномірності отриманих плівок на підкладці. Спосіб забезпечує досить високу точність рівномірності та гнучкість до зміни умов отримання.

Для приведених об'єктів отримано: плівки різної товщини з відхиленням товщини вздовж всієї підкладки не більше 0,1%. Створена модель для усунення неоднорідності отриманої плівкової структури. Проведено дослідження отримання плівок різних товщин, при цьому дані експерименту з високою точністю співпадають з даними теорії.

### Література

1. Технология тонких пленок: справочник / Под ред. Л. Майселла, Р. Глэнга. Москва.: Сов. радио, 1977. Т.1. 662 с.
2. Shyju T.S., Anandhi S., Indirajith R. Solvothermal synthesis deposition and characterization of cadmium selenide (CdSe) thin films by thermal evaporation technique. *Journal Crystal Growth*. Netherlands, 2011. Volume. 337. P. 38–45.
3. Rahimov N.R., Dzhurakhalov A.A.. Investigation of APV-CdTe-films and development of optoelectronic devices on their basis. *The European material research conference EMRS 2002 Spring meeting*. Strasbourg, 2002 P. 242.
4. Pathel K.D., R.K. Shan, D.L. Makhija Chemical and structural characterization of CdSe thin films. *Journal Ovonic Research*. Romania. 2008. V. 4, № 61. P. 129–139.
5. Рахимов Н.Р., Ушаков О.К. Оптоэлектронные датчики на основе АФН-эффекта. Новосибирск, 2010. 218 с.



# МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В СУСПІЛЬНИХ І ГУМАНІТАРНИХ НАУКАХ



DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219347

УДК 338.46

**В.У. Григоренко**<sup>1</sup>, д.т.н., професор кафедри інтелектуальної власності управління проектами  
**Т.М. Кадильникова**<sup>2</sup>, д.т.н., професор, зав. каф. вищої математики та інформаційних технологій

<sup>1</sup>Національна металургійна академія України, м. Дніпро

<sup>2</sup>Поліський державний університет, м. Пінськ, Білорусь

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ПРОЕКТІ УПРАВЛІННЯ СИСТЕМОЮ ОЦІНЮВАННЯ КРЕДИТОСПРОМОЖНОСТІ ФІЗИЧНИХ ОСІБ

*Метою даного дослідження є розробка створення комплексної методики оцінки кредитоспроможності фізичних осіб на основі аналітичних формул, із застосуванням ІТ-технологій в вигляді відповідних Web-додатків.*

*Обґрунтовано необхідність в управлінні процес івоцінювання фізичних осіб з метою зниження ризиків кредитування.*

*Процес оцінки кредитоспроможності фізичних осіб передбачає комплекс заходів з математичного моделювання бізнес-процесів, а також вибору засобів проектування і розробки архітектури бази даних.*

*Створено автоматизовану процедуру функціонування бази даних, що дозволить вирішити більшість проблем, пов'язаних зі зберіганням, структуруванням, обробкою і пошуком інформації, та дозволить прискорити роботу фінансової установи. Розроблено схему процесу підключення користувача послуг до операційної системи з метою швидкого пошуку даних в базі, що настроюється за основними параметрами оцінки кредитоспроможності фізичних осіб.*

*Методика побудови автоматизованої системи може бути застосована в різних напрямках діяльності банків всіх форм власності.*

**Ключові слова:** кредитоспроможність; ризики; фізична особа; база даних.

*The purpose of this study is to develop a comprehensive methodology for assessing the creditworthiness of individuals on the basis of analytical formulas, using IT technologies in the form of relevant Web applications.*

*The necessity to manage the processvaluation of individuals in order to reduce credit risks is substantiated.*

*The process of assessing the creditworthiness of individuals involves a set of measures for mathematical modeling of business processes, as well as the choice of design and development tools for database architecture.*

*An automated database operation procedure has been created to solve most of the problems associated with storing, structuring, processing and retrieving information and to speed up the work of a financial institution. The scheme of process of connection of the service user to the operating system with the purpose of quick search of data in the database, which is adjusted according to the basic parameters of creditworthiness of individuals, has been developed.*

*The methodology of building an automated system can be applied in different areas of activity of banks of all forms of ownership.*

**Keywords:** creditworthiness; risks; individual; database.

### Постановка проблеми

В даний час в Україні спостерігається інтенсивне зростання ринку кредитування і, зокрема, сектору кредитування фізичних осіб. Це неминуче призводить до збільшення кредитних ризиків, які приймають на себе як окремі кредитно-фінансові інститути, так і банківська система країни в цілому. Зростаюча конкуренція на ринку роздрібних банківських послуг, підвищення попиту населення на різні кредитні продукти, а також прагнення кредитних організацій до максимізації прибутку змушують фінансові інститути шукати більш ефективні шляхи залучення нових платоспроможних клієнтів, намагаючись при цьому контролювати втрати.

При видачі кредиту банк, перш за все, цікавить кредитоспроможність потенційного позичальника, тобто здатність повністю і в строк розрахуватися за своїми борговими зобов'язаннями. Саме задачі вибору кредитоспроможних позичальників в основному і служать системи оцінки кредитоспроможності фізичних осіб. Таким чином, аналіз кредитоспроможності заявника, методи оцінки кредитоспроможності фізичних осіб є високо актуальною темою на сьогоднішній день.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Досить інформації на дану тему представлено в періодичних виданнях, таких як «Банківська справа», «Гроші та кредит», «Банківський журнал», а також в працях М. Бунге, Власова В.І., Лаута Ю.С., Герасимова Е.Б., Кривцова А.Н., Сазонова А.К., Баканова М.І., Шеремета А.Д., Виноградової Т.Н. і ін. [1—9]. До теперішнього часу зарубіжними комерційними банками були випробувані різні системи оцінки кредитоспроможності клієнтів. Ці системи відрізняються один від одного числом показників, що застосовуються в якості складових частин загального рейтингу позичальника, а також різними підходами до самих характеристик та пріоритетністю кожної з них.

За кордоном фундаментальними засадами для визначення математичної ймовірності дефолту служать міжнародні кредитні рейтинги. «Standard and Poor's» як міжнародне рейтингове агентство вже протягом більше 20 років накопичує статистику дефолтів позичальників різних рейтингових категорій.

У практиці американських банків застосовується "правило п'яти сі", де критерії відбору клієнтів позначені словами, що починаються на букву "С":

- character (характер, репутація позичальника);
- capacity (фінансові можливості, здатність погасити позику);
- capital (капітал, володіння активами);
- collateral (наявність забезпечення);
- conditions (економічна кон'юнктура і її перспективи).

В Англії ключовим словом, в якому зосереджені вимоги при видачі позик позичальникам, є термін «PARTS»: purpose (призначення, мета); amount (сума, розмір); repayment (оплата, повернення боргу і відсотків); term (термін); security (забезпечення, застава) [10].

### Формулювання мети дослідження

У пострадянському просторі все більшого поширення поряд з традиційними способами оцінки кредитоспроможності позичальника отримує скоринг-кредитування, а також оцінка кредитоспроможності позичальника на основі технології інтелектуального аналізу даних DataMining (з використанням дерев рішень).

В задачі оцінки кредитоспроможності фізичних осіб використовуються такі підходи, як модель Дюрана (класична скорингова система), статистичні методи, метод k-найближчих сусідів, генетичні алгоритми, нейронні мережі, дерева рішень, експертні системи [10].

Однак запропонований методика носять поверхневий характер і не розкривають повністю можливості кредитування великих верств населення. А між тим, за оцінками експертів, кредитування піддається понад 50% дорослого населення розвинених європейських країн.

Метою даного дослідження є створення комплексної методики оцінки кредитоспроможності фізичних осіб на основі аналітичних формул, із застосуванням ІТ-технологій в вигляді відповідних Web-додатків.

### Виклад основного матеріалу

Визначення кредитоспроможності заявника проводиться шляхом розрахунку максимально можливої суми кредиту у валюті кредиту за формулами [11]:

$$C_{\max} = \frac{(D-P)K}{\frac{1}{1+\frac{BC}{1200}}}; \quad (1)$$

$$C_{\max} = \frac{(D-P)-БПМ}{\frac{1}{1+\frac{BC}{1200}}}, \quad (2)$$

де  $C_{\max}$  — максимальна сума кредиту (граничний розмір одноразової заборгованості за кредитом);  $BC$  — відсоткова ставка за кредитом, в залежності від виду кредиту, валюти і терміну кредитування;  $D$  — середньомісячний дохід заявника (поручителя) за певний період часу;  $P$  — середньомісячні витрати заявника (поручителя) за певний період часу;  $БПМ$  — бюджет прожиткового мінімуму в середньому на душу населення, який діє на дату проведення розрахунку кредитоспроможності і підготовки відповідного висновку службою андеррайтингу;  $K$  — коефіцієнт, зазначений у відповідній специфікації.

У випадках, передбачених специфікацією, при недостатній кредитоспроможності заявника, при розрахунку розміру кредиту (для кредитної лінії — граничного розміру одноразової заборгованості по кредиту) можуть братися до уваги доходи і витрати інших фізичних осіб, які перебувають в близькій спорідненості, а також дружини (-а) заявника. При цьому сума кредиту розраховується як сукупність максимальних можливих сум кредиту для кожної фізичної особи, доходи і витрати яких приймаються в розрахунок кредиту. З даними особами в обов'язковому порядку укладається договір поруки.

Сума відсотків, належних до сплати за весь період користування кредитом, визначається на підставі розрахунку:

$$C\% = C \frac{BC}{1200} МДП + C \frac{BC}{1200} \frac{ПМ+1}{2}, \quad (3)$$

де  $C\%$  — сума відсотків, належних до сплати за весь період користування кредитом;  $C$  — сума кредиту (граничний розмір одноразової заборгованості за кредитом);  $МДП$  — кількість місяців користування кредитом до початку його погашення;  $ПМ$  — кількість платіжних місяців.

Погашення заборгованості за кредитним договором здійснюється кредитоотримувачем в порядку і строки, встановлені в кредитному договорі. Порядок визначення розміру щомісячних платежів за кредитом і відсотками за користування кредитами і терміни їх сплати встановлюються у відповідних специфікаціях і вказуються в кредитних договорах.

Для розрахунку суми відсотків за користування кредитом застосовується така формула:

$$CB = \sum_{i=1}^{ДП} CO_i \frac{BC}{100} ДР, \quad (4)$$

де  $CB$  — сума відсотків, нарахованих за фактичний час користування кредитом;  $\sum_{i=1}^{ДП} CO_i$  — сума фактичних щоденних залишків за період нарахування  $i = 1$  (відсоткове число);  $BC$  — річна відсоткова ставка за кредитним договором (з урахуванням її зміни в період дії кредитного договору);  $ДП$  — кількість днів фактичного часу користування кредитом;  $ДР$  — кількість днів в році (відповідно до облікової політики банку і умовами кредитного договору).

Якщо це передбачено відповідною специфікацією, то в період погашення кредиту розрахунок і сплата відсотків за користування кредитом може здійснюватися шляхом внесення щомісячних за відсотками рівними частками за формулою

$$П = C\% / ПМ, \quad (5)$$

де  $П$  — щомісячний платіж за відсотками за користування кредитом;  $C\%$  — сума відсотків, належних до сплати за весь період користування кредитом;  $ПМ$  — кількість платіжних місяців, що визначаються за формулою

$$ПМ = МП - МДП, \quad (6)$$

де  $МДП$  — кількість місяців користування кредитом до початку його погашення;  $МП$  — кількість місяців користування кредитом.

При достроковому погашенні частини кредиту, сплата щомісячних платежів за відсотками за користування яким в період його погашення передбачена рівними частками, за заявою кредитоотримувача можливо перерахунок щомісячних платежів за кредитом та (або) відсотків

за користування кредитом. Перерахунок розміру щомісячного платежу за відсотками здійснюється за формулою

$$\Pi = \frac{СП_1 + (СП_2 - СП_3)}{ПМ}, \quad (7)$$

де  $\Pi$  — розмір щомісячного платежу по відсотках за користування кредитом;  $СП_1$  — сума відсотків, розрахованих за весь період користування кредитом після проведення перерахунку розміру щомісячного платежу по відсотках за користування кредитом;  $СП_2$  — сума відсотків, розрахованих за фактичний час користування кредитом на момент проведення перерахунку розміру щомісячного платежу по відсотках за користування кредитом;  $СП_3$  — сума відсотків, сплачених кредитором рівними частками на момент проведення перерахунку розміру щомісячного платежу по відсотках за користування кредитом;  $ПМ$  — кількість платіжних періодів.

Для проектування веб-додатків оцінки кредитоспроможності фізичних осіб було обрано такі інструменти проектування: IBM RationalRose і BPwin. Для створення самої бази даних, що функціонує в системі, була обрана серверна база даних — Microsoft SQL Server і середовище для її розробки — SQL Server ManagementStudio [12]. Проектування баз даних — процес створення схеми бази даних і визначення необхідних обмежень цілісності.

Основні завдання проектування бази даних:

- Забезпечення зберігання в БД всієї необхідної інформації.
- Забезпечення можливості отримання даних за всіма необхідними запитами.
- Скорочення надмірності і дублювання даних.
- Забезпечення цілісності бази даних.

База даних складається з таблиць, поданих на рис. 1—3. В таблиці «Credit» відображені види кредитів, їх відсоткові ставки, максимальні і мінімальні терміни і суми. Таблиця містить дані як числові (ідентифікатор кредиту, відсоткова ставка, терміни і суми кредитів), так і текстові (вид кредиту). Поля, в яких не вказані значення, тобто значення NULL, означають що для даного виду кредиту максимальна сума не встановлена.

#	Имя	Тип	Сравнение	Атрибуты	Null	По умолчанию	Комментарии	Дополнительно	Действие
1	id	int(11)			Нет	Нет		AUTO_INCREMENT	
2	value	varchar(15)	utf8_general_ci		Нет	Нет			

Рис. 1. Структура таблиці «Врт»

#	Имя	Тип	Сравнение	Атрибуты	Null	По умолчанию	Комментарии	Дополнительно	Действие
1	id	int(11)			Нет	Нет		AUTO_INCREMENT	
2	username	varchar(50)	utf8_unicode_ci		Нет				
3	password	varchar(50)	utf8_unicode_ci		Нет				
4	secret_key	varchar(50)	utf8_unicode_ci		Нет				

Рис. 2. Структура таблиці «Credit»

#	Имя	Тип	Сравнение	Атрибуты	Null	По умолчанию	Комментарии	Дополнительно	Действие
1	id	int(11)			Нет	Нет		AUTO_INCREMENT	
2	type_credit	varchar(255)	utf8_general_ci		Нет	Нет			
3	term	int(11)			Да	NULL			
4	until_rate	varchar(11)	utf8_general_ci		Нет	Нет			
5	after_rate	int(11)			Да	NULL			
6	min_amount	varchar(50)	utf8_general_ci		Да	NULL			
7	max_amount	varchar(50)	utf8_general_ci		Да	NULL			

Рис. 3. Структура таблиці «Usertbl»

Web-додатки не існують без інтерфейсу з базами даних. У зв'язку з цим, надаються надзвичайно багаті можливості взаємодії з сховищами інформації різного роду. Користувач запитує документ Web, запит здійснюється за допомогою спеціальних програм — браузерів, що працюють на клієнтських комп'ютерах. Браузер відправляє Web-вузлу запит на документ, що обробляється програмним додатком, який отримав назву Web-сервера. Браузерами і Web-серверами використовується спеціальний протокол HTTP (HyperTextTransferProtocol), який визначає, як браузер повинен формувати і відправляти запити Web-серверу. Повна специфікація документа називається адресою URL (uniformresourcelocator). Він задає протокол (HTTP), ім'я вузлового комп'ютера, при необхідності номер порту, а також ім'я (місцезнаходження) документа. Адреса URL вказується без пробілів (як одне слово). Адреса URL задає місце розташування ресурсу (об'єкту) в мережі, він є мережевим аналогом імені файлу в файлової системі. Протокол HTTP використовується для передачі Web-сторінок [12].

Таким чином, Web-сервер отримує від браузера запит за тією або іншою адресою URL, з використанням протоколу HTTP. Отримавши запит, Web-сервер знаходить в своїх каталогах файл потрібної сторінки HTML і відправляє його браузеру клієнта, у вікні якого сторінка і відображається. Термін Web означає, що система розглядається як набір вузлів з посиланнями один на одного. Посилання забезпечують можливість навігації між ресурсами системи. Користувач просто клацає на посиланні в документі, і браузер інтерпретує цю дію як запит на завантаження документа або ресурсу, на який ця посилання вказує. Крім установки мережових з'єднань і протоколів, для обміну документами браузери також виконують функцію обробки і відображення документів. Протоколи TCP / IP і HTTP взагалі не вирішують цю проблему. Відображення змісту документа виконується браузером, при цьому на арену виступає мова розмітки гіпертексту HTML (HyperTextMarkupLanguage). Тому дана технологія не дозволяє створювати динамічні станиці, а тільки статичні Web-вузли.

Отримавши від браузера запит на відображення сторінки, Web-сервер додатків виконує попередню обробку сторінки, інтерпретує все що містяться в ній сценарії і при необхідності взаємодіє з ресурсами сервера. В результаті генерується сторінка в форматі HTML, яка і передається назад браузеру-клієнту.

### Висновки

1. В сучасних умовах при оцінюванні кредитоспроможності фізичної особи банки повинні використовувати сукупність критеріїв і показників, які повинні видозмінюватися в процесі розвитку кредитних відносин.
2. Постійне вдосконалення системи кредитування населення в умовах зростання міжбанківської конкуренції є для банку необхідною умовою формування його громадського іміджу як універсального кредитної установи, а також служить додатковим джерелом доходу від проведення кредитних операцій з фізичними особами.
3. Процес оцінки кредитоспроможності фізичних осіб передбачає комплекс заходів з математичного моделювання бізнес-процесів, а також вибору засобів проектування і розробки архітектури бази даних.
4. Створена автоматизована система зберігання даних, швидкого пошуку даних в базі, що настроюється за основними параметрами оцінки кредитоспроможності фізичних осіб.
5. Методика побудови автоматизованої системи може бути застосована в різних напрямках діяльності банків всіх форм власності.

### Список використаної літератури

1. Афанасьєва О. Н. О современной системе краткосрочного банковского кредитования. *Бизнес и Банки*. 2007. № 34. С. 121–127.
2. Баканов М. И., Шеремет А. Д. Теория экономического анализа: учеб. М.: ФиС, 2008. 350 с.
3. Банки, финансы, кредит: учеб. / под ред. О. В. Соколовой. М.: Юристъ, 2009. 784 с.
4. Виноградова Т. Н. Банковские операции: учеб. пос. РнД.: Феникс, 2008. 314 с.

5. Власова М. И. Анализ кредитоспособности клиента коммерческого банка. М.: Банковское дело, 2007. 265 с.
6. Деньги. Кредит. Банки: учеб. / под ред. Е.Ф. Жукова. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2009. 521 с.
7. Ендовицкий Д. А. Анализ и оценка кредитоспособности заемщика: учеб. пособие. М.: КНОРУС, 2008. 125 с.
8. Жарковская Е. П. Банковское дело: учеб. М.: Омега-Л, 2008. 354 с.
9. Кривцова А. Н. Оценки кредитоспособности заемщика. Формализованные процедуры оценки кредитоспособности. *Аудит и финансовый анализ*. 1997. № 3. С. 141–144.
10. Михайлов А. Г. Коммерческие банки: метод оценки надежности. М.: Банковское дело, 2008. 367 с.
11. Моделирование и анализ систем. IDEF-технологии: практикум. / С. В. Черемных и др. М.: Финансы и статистика, 2006. 200 с.
12. Маклаков С. В. ВРwin и ERwin. CASE-средства для разработки информационных систем. М.: Диалог-МИФИ, 1999. 256 с.

## MATHEMATICAL MODELING IN THE PROJECT OF MANAGING THE CREDIT CAPACITY FOR INDIVIDUALS

Grigorenko V., Kadilnikova T.

### Abstract

Currently, there is an intense growth in the lending market in Ukraine, and in particular in the retail lending sector. This inevitably leads to an increase in credit risks that both individual credit institutions and the banking system of the country as a whole take on. Increasing competition in the retail banking market, increasing consumer demand for various credit products, and the desire of credit institutions to maximize profits are forcing financial institutions to seek more effective ways of attracting new solvent customers while trying to control losses.

However, the proposed methods are superficial and do not fully reveal the possibility of lending to large sections of the population. Meanwhile, experts estimate that more than 50% of the adult population of developed European countries is lending.

The purpose of this study is to create a comprehensive methodology for assessing the creditworthiness of individuals on the basis of analytical formulas, using IT technologies in the form of relevant Web applications.

In modern conditions, banks must use a set of criteria and indicators that should be modified in the course of developing credit relations when assessing the creditworthiness of an individual. The process of assessing the creditworthiness of individuals involves a set of measures for mathematical modeling of business processes, as well as the choice of design and development tools for database architecture.

An automated system of data storage, quick search of data in the database, which is configured according to the basic parameters of creditworthiness of individuals, has been created. The methodology of building an automated system can be applied in different areas of activity of banks of all forms of ownership.

### References

- [1] Afanasieva, O.N. (2007). O sovremennoy sisteme kratkosrochnogo bankovskogo kreditovaniya [On the current system of short-term bank lending]. *Biznes i Banki – Business and Banks*, 34, 121–127 [in Russian].
- [2] Bakanov, M.I., & Sheremet, A.D. (2008). *Teoriya ekonomicheskogo analiza: ucheb. [Theory of Economic Analysis: textbook]*. Moscow: FIS [in Russian].

- [3] Sokolova, O.V. (2009). *Banki, finansy, kredit [Banks, Finance, Credit]*. Moscow: Yurist [in Russian].
- [4] Vinogradova, T.N. (2008). *Bankovskiyе operatsii [Bank operations]*. Rostov-on-Don: Feniks [in Russian].
- [5] Vlasova, M.I. (2007). *Analiz kreditosposobnosti kliyenta kommercheskogo banka [Analysis of creditworthiness of a commercial bank customer]*. Moscow: Bankovskoye delo [in Russian].
- [6] Zhukov, E.F. (2009). *Den'gi. Kredit. Banki [Money. Credit. Banks]*. Moscow: UNITI-DANA [in Russian].
- [7] Endovitsky, D.A. (2008). *Analiz i otsenka kreditosposobnosti zayemshchika: ucheb. posobiye [Analysis and evaluation of the borrower's creditworthiness: textbook allowance]*. Moscow: KNORUS [in Russian].
- [8] Zharkovskaya, E.P. (2008). *Bankovskoye delo [Banking]*. Moscow: Omega-L [in Russian].
- [9] Krivtsova, A.N. (2008). Otsenki kreditosposobnosti zayemshchika. Formalizovannye protsedury otsenki kreditosposobnosti [Assessment of the creditworthiness of the borrower. Formalized credit rating procedures]. *Audit i finansovyy analiz – Audit and financial analysis*, 3, 141–144 [in Russian].
- [10] Mikhailov, A.G. (2008). *Kommercheskiye banki: metod otsenki nadezhnosti [Commercial banks: a method of assessing reliability]*. Moscow: Bankovskoye delo [in Russian].
- [11] Cheremnykh, S.V., et al. (2006). *Modelirovaniye i analiz sistem. IDEF-tekhnologii: praktikum [Modeling and analysis of systems. IDEF Technologies: workshop]*. Moscow: Finansy i statistika [in Russian].
- [12] Maklakov, S.B. (1999). *BPwin i ERwin. CASE-sredstva dlya razrabotki informatsionnykh sistem [BPwin and ERwin. CASE-tools for development of information systems]*. Moscow: Dialog-MIFI [in Russian].

## Шановні автори!

Науковий журнал «Математичне моделювання» є періодичним науковим виданням, призначеним для публікації новітніх високоякісних наукових статей за наступними науковими напрямками:

**Розділ 1. Математичне моделювання в природничих науках та інформаційних технологіях.**

**Розділ 2. Моделювання та оптимізація в технології конструкційних матеріалів.**

**Розділ 3. Математичні методи в суспільних та гуманітарних науках.**

Статтю необхідно подавати набраною в редакторі MS Word.

Стаття повинна мати такі необхідні елементи (текст статті розбивається на відповідні розділи із підзаголовками, які виділяються напівжирним шрифтом):

- постановка проблеми,
- аналіз останніх досліджень та публікацій,
- формулювання мети дослідження,
- виклад основного матеріалу,
- висновки.

**Мова статті** – українська, англійська (за вибором автора).

**Обсяг статті** – від п'яти до десяти сторінок тексту.

**Параметри сторінки.** Формат сторінки А4, орієнтування листа – книжне. Поля: верхнє – 3,5 см; нижнє, лівє, правє – 2,5 см. Шриффт Times New Roman – 11 пт, міжрядковий інтервал – одинарний.

**Послідовність розміщення матеріалу статті:** УДК. Ініціали та прізвища авторів, науковий ступінь, звання (посада), контактний e-mail. Місце роботи, місто (у лівому верхньому кутку). Назва статті (напівжирним шрифтом великими буквами). Анотації українською та англійською мовами, ключові слова (курсивом). Текст статті в одну колонку. Список використаної літератури.

**Формули** набираються в редакторі формул — *Microsoft Equation*, шрифтом Times New Roman, курсивом. Прямим шрифтом набираються позначення векторів та матриць, критерії, тригонометричні функції. Параметри розміру шрифту: звичайний символ – 11 пт, крупний індекс – 9 пт, дрібний індекс – 7 пт, крупний символ – 18 пт, дрібний символ – 12 пт. Формули центрують, а ті, на які є посилання — нумеруються. Номери формул вказують у круглих дужках і вирівнюють по правому краю сторінки. Формули великого розміру записуються в кілька рядків.

**Таблиці, рисунки, графіки** мають бути пронумеровані та мати назву. При побудові графіків, таблиць, зображень майте на увазі, що журнал є чорно-білим.

До статті окремими файлами додаються:

- рецензія;
- файл із заповненою анкетною, що містить відомості про авторів;
- файл з рефератом статті англійською (або українською, якщо стаття написана англійською) мовою, який має складатися з назви статті, ПІП авторів, скороченої версії статті обсягом 1800-2300 знаків. Текст реферату повинен містити відомості про актуальність, мету, завдання, висновки, перспективи даного дослідження. Список літератури (References) оформлюється за стандартом APA.

Статті разом із супроводжувальними документами надсилати електронною поштою (**e-mail: matmod@dstu.dp.ua та seredabp@ukr.net**) у вигляді вкладених файлів або приносити особисто відповідальному секретарю за адресою: вул. Дніпробудівська, 2, корпус 5, кімната 17а.

Стаття приймається на розгляд та передається на рецензію тільки за наявності повного пакету документів, підготовлених відповідним чином, та оформлених згідно вимог до статті та супроводжувальних документів.

Редакція залишає за собою право на незначне редагування, зберігаючи при цьому головні результати та авторську стилістику.



Наукове видання

# Математичне моделювання

Науковий журнал

№ 2 (43) 2020

Технічне редагування, коректування, макетування:  
Кравець Л.Ю.

Здано до набору 26.11.2020.  
Підписано до друку 26.11.2020.  
Формат 60×84 1/8.  
Ум.-друк. акр. 13,14. Обл. вид. арк. 7,1.  
Тираж 100 прим. Замовлення № 38/20

Віддруковано у редакційно-видавничому відділі ДДТУ з готового оригінал-макету. Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців серія ДК № 5399 від 26.07.2017.

Адреса редакції:  
51918, Дніпропетровська обл., м. Кам'янське  
вул. Дніпробудівська, 2, корпус 5, каб.17а  
E-mail: [matmod@dstu.dp.ua](mailto:matmod@dstu.dp.ua)