

УДК 535.42

В.Г. Колобродов, В.І. Микитенко, Є.А. Сірий

## ДОСЛІДЖЕННЯ ХРОМАТИЗМУ ІНФРАЧЕРВОНОГО КІНОФОРМНОГО ЕЛЕМЕНТА

The paper investigates the chromatic characteristic of the kinoform element in a given spectral range. Based on the well-known chromatism theory we obtain more exact expressions of the chromatic focus shift and the dispersion coefficient. The enhanced chromatism theory determined that the chromatic focus shift and the dispersion coefficient depend not only on a spectral range but also on a Fresnel zone number. Based on the enhanced theory we analyze the kinoform chromatism in the spectral range of 8–12  $\mu\text{m}$ . We demonstrate that the element focuses the light with design wavelength to a single point, other light – to an uniformly illuminated line. We detect that the dispersion coefficient isn't a constant, it has different value within each kinoform diffractive zones. Furthermore we analyze the geometry size of a monochromatic spot focused in an imaging region by all Fresnel zones. We propose the method for determining the imaging plane optimal location, in which spot size has minimal value.

## Вступ

У сучасному оптичному приладобудуванні набуває все більшого розповсюдження рефракційно-дифракційне компонування оптичних систем (ОС). Унікальна дисперсійна характеристика дифракційних оптичних елементів, зокрема кіноформних елементів (КЕ), успішно використовується для створення ахроматичних ОС [1–3].

Сучасні методи проектування рефракційно-дифракційних ОС, що базуються на розрахунках параксіальних КЕ, дають змогу створювати ОС із покращеними вихідними характеристиками для роботи у видимій області спектра. В той же час спостерігається тенденція до створення інфрачервоних КЕ, оскільки використання КЕ в інфрачервоних ОС сприяє вирішенню проблеми обмеженості оптичних матеріалів, прозорих в інфрачервоній області спектра [4]. Таким чином, сучасні методи розрахунку КЕ потребують доопрацювання. Тому дослідження такої важливої характеристики інфрачервоного КЕ, як хроматизм, є актуальною проблемою сьогодні.

## Постановка задачі

Метою роботи є дослідження хроматизму КЕ в спектральному діапазоні 8–12 мкм.

## Хроматизм кіноформного елемента

КЕ – це тонкий плоский дифракційний елемент, мікрорельєф на поверхні якого має вигляд концентричних канавок, що забезпечують фокусування падаючого світла фазовою модуляцією [5]. Канавки КЕ є зонами Френеля, радіуси яких розраховуються за формулою [5]

$$r_m = \sqrt{2mf_0\lambda_0 + (m\lambda_0)^2}, \quad (1)$$

де  $r_m$  – радіус  $m$ -ї зони Френеля;  $\lambda_0$  – розрахункова довжина хвилі;  $f_0$  – фокусна відстань елемента для розрахункової довжини хвилі. Зазвичай  $r_m \ll f_0/m$ , тоді доданком  $(m\lambda_0)^2$  можна знехтувати і рівняння (1) набуває параксіального вигляду:

$$r_m = \sqrt{2mf_0\lambda_0}. \quad (2)$$

При проектуванні КЕ для рефракційно-дифракційних ОС використовується рівняння (2), оскільки розраховані для ахроматизації КЕ характеризуються великою фокусною відстанню  $f_0$  і незначною кількістю зон  $m$  [1, 2].

Визначення хроматичного зміщення фокуса параксіального КЕ (рис. 1) базується на тому, що радіуси зон Френеля  $r_m$ , розраховані для  $\lambda_0$  і  $f_0$ , збігаються з радіусами зон для інших значень  $f$  і  $\lambda$ , що можна записати як  $r_m = \sqrt{2mf\lambda}$ . Тоді легко показати, що світло з довжиною хвилі  $\lambda$  фокусується на відстані [5]

$$f = f_0 \frac{\lambda_0}{\lambda}. \quad (3)$$

Для визначення коефіцієнта дисперсії КЕ можна скористатися його загальним виразом [3]:

$$V = \frac{\varphi}{\Delta\varphi}, \quad (4)$$

де  $\varphi$  – оптична сила елемента для центральної довжини хвилі;  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  ( $\varphi_1$  – оптична сила елемента для короткої довжини хвилі,  $\varphi_2$  – для довгої). Тоді, виразивши фокусну відстань КЕ як  $f = r_m^2/2m\lambda$  та визначивши центральну

$\lambda_0$ , коротку  $\lambda_1$  й довгу  $\lambda_2$  довжини хвиль заданого спектрального діапазону, коефіцієнт дисперсії для КЕ можна записати у вигляді [3]

$$V = \frac{\lambda_0}{\lambda_1 - \lambda_2}. \quad (5)$$

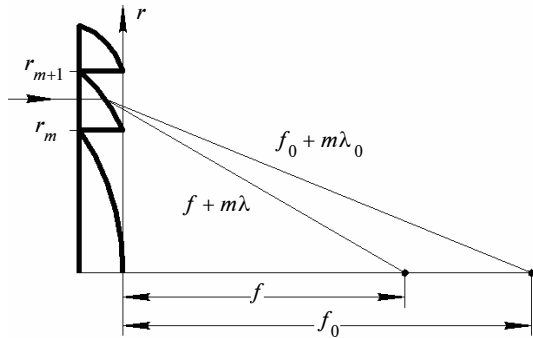


Рис. 1. Хроматичне зміщення фокуса КЕ

### Удосконалення теорії хроматизму кіноформного елемента

Як було показано, описання хроматизму КЕ базується на основі параксiального рiвняння положення зон (2). Тому при проектуванні вiдносно свiтлосильних КЕ iснуюча теорiя хроматизму дасть неточний результат. Також зi збiльшенням довжини хвилi  $\lambda_0$  доданок  $(m\lambda_0)^2$  набуває все вагомiшого значення. Наприклад, розрахованi для  $\lambda_0 = 0,5$  мкм i  $f_0 = 1000$  мм зони КЕ ( $D = 10$  мм) свiтло з довжиною хвилi  $\lambda = 10$  мкм фокусують на вiдстанi  $f \approx 50$  мм. Проте  $(m\lambda_0)^2$  для 10 мкм у 400 разiв бiльший, нiж для 0,5 мкм. Таким чином, для точного описання хроматизму КЕ має бути врахований доданок  $(m\lambda_0)^2$ , тобто для визначення хроматичного змiщення фокуса необхідно використувати рiвняння (1). Тодi рiвняння (3) набуде такого вигляду:

$$f = f_0 \frac{\lambda_0}{\lambda} + \frac{m}{2\lambda} (\lambda_0^2 - \lambda^2). \quad (6)$$

Подання фокусної вiдстанi КЕ як  $f = (r_m^2 - (m\lambda)^2) / 2m\lambda$  призведе до змiни рiвняння коефiцiєнта дисперсiї (5), яке набуде такого вигляду:

$$V = \frac{\lambda_0 \beta_0}{\lambda_1 \beta_1 - \lambda_2 \beta_2}, \quad (7)$$

де  $\beta = 1 / (r_m^2 - (m\lambda)^2)$ . Вiдзначимо, що при незначнiй кiлькостi зон  $m$  рiвняння (6) i (7) набувають вигляду рiвнянь (3) i (5) вiдповiдно.

З рiвняння (6) випливає, що при падiннi на КЕ свiтла з довжиною хвилi  $\lambda \neq \lambda_0$  кожна зона Френеля фокусуватиме це свiтло в свiй iндивiдуальний фокус. Якщо  $\lambda > \lambda_0$ , то зi збiльшенням  $m$  фокуси зон вищих порядкiв наближатимуться до лiнзи, а якщо  $\lambda < \lambda_0$ , то навпаки.

### Дослiдження хроматизму КЕ в iнфрачервонiй областi спектра 8–12 мкм

Було проведено аналіз хроматизму КЕ ( $\lambda_0 = 10$  мкм,  $f_0 = 50$  мм) в iнфрачервонiй областi спектра 8–12 мкм. Основним завданням аналізу було дослiдження змiщення фокусної вiдстанi  $\Delta f$  та приросту коефiцiєнта дисперсiї  $\Delta V$  розрахованого КЕ залежно вiд номера зони Френеля, тобто для рiзних вiдносних отворiв.

На рис. 2 показано, на скiльки змiщується точка фокусування свiтла певною зоною Френеля, що розраховано з допомогою рiвняння (5), вiд точки фокусування, розрахованої за параксiальним рiвнянням (3). Якщо параксiальна фокусна вiдстань розрахованого КЕ для  $\lambda = 8$  мкм становить  $f = 62,5$  мм, то з результатiв дослiдження видно, що 10-та зона Френеля ( $D/f \approx 0,1$ ) фокусує це свiтло на вiдстанi  $f = 62,525$  мм, а 150-та ( $D/f \approx 0,4$ ) – на вiдстанi  $f = 62,8375$  мм. Оскiльки площа зони Френеля зi збiльшенням  $m$  майже не змiнюється, то розрахований КЕ все свiтло з  $\lambda = 8$  мкм фокусує в рiвномiрно освiтлену лiнiю довжиною 0,3375 мм, а свiтло з  $\lambda = 12$  мкм – в рiвномiрно освiтлену лiнiю довжиною 0,275 мм. Слiд зазначити, що рiвномiрно освiтленi лiнiї як для 8 i 12 мкм, так i для iнших вiдмiнних вiд розрахункової довжин хвиль складаються з 150 точок з рiвною iнтенсивнiстю (кiлькiсть точок дорiвнює кiлькостi зон).

На рис. 3 показано, як змiнюється коефiцiєнт дисперсiї  $V$  розрахованого КЕ вiд 1 до 150-ї зони Френеля. Оцiнка КЕ проводилась на основi отриманого рiвняння (7). Слiд зазначити, що коефiцiєнт дисперсiї 150-ї зони вiдрiзняється на 3% вiд коефiцiєнта дисперсiї, розрахованого за традицiйним рiвнянням (5) i рiвного  $V = -2,5$ .

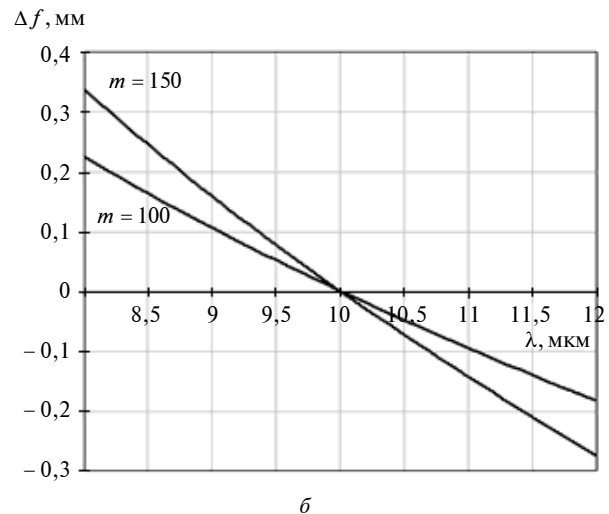
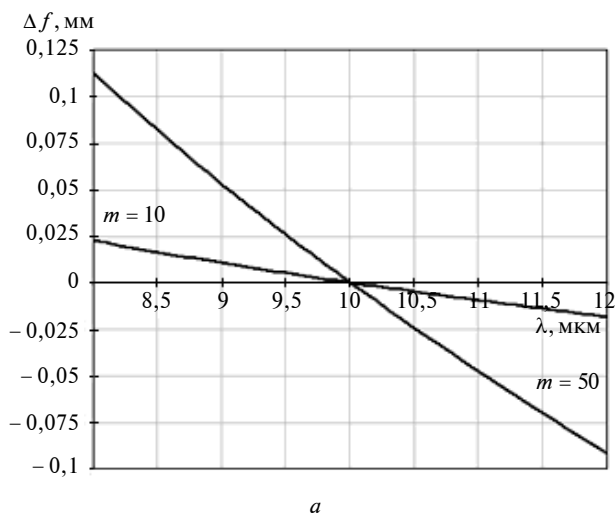


Рис. 2. Зміщення точок фокусування зонами Френеля відносно параксiального фокуса: а –  $m = 10, 50$ ; б –  $m = 100, 150$

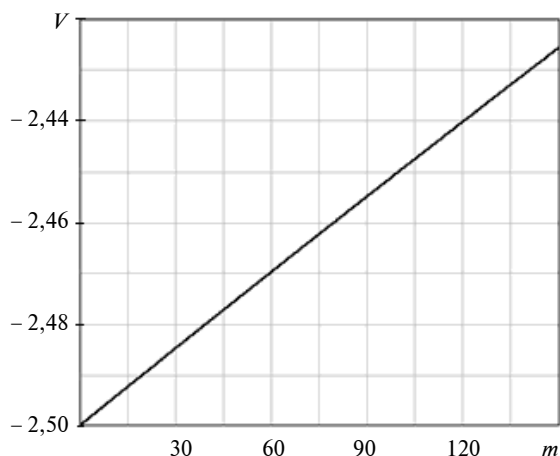


Рис. 3. Значення коефіцієнта дисперсії КЕ для різних зон Френеля

### Геометричний розмір сфокусованого монохроматичного кружка КЕ в інфрачервоній області спектра 8–12 мкм

На основі удосконаленої теорії хроматизму було встановлено, що все падаюче на КЕ світло фокусується в лінію, положення і розмір якої залежать від довжини хвилі  $\lambda$ . Для розрахованого КЕ було проведено дослідження його хроматизму в заданому спектральному діапазоні та наведено дані щодо розмірів і положення ліній. Проте для подальшого проектування рефракційно-дифракційних ОС важливо знайти таке положення фокальної площини КЕ, для якої геометричний розмір сфокусованого від всіх зон Френеля кружка буде мінімальним.

На рис. 4 зображена схема фокусування елементом монохроматичного світла з  $\lambda > \lambda_0$ .

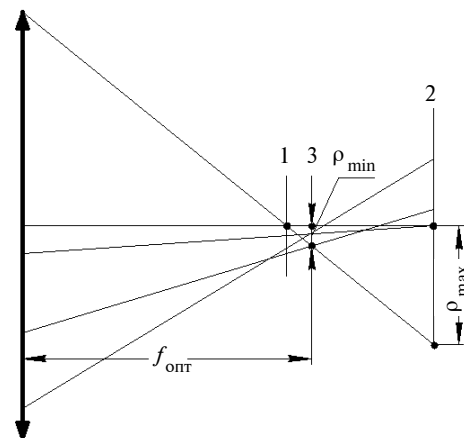


Рис. 4. Схема фокусування світла КЕ для  $\lambda > \lambda_0$

Площина 1 – це фокальна площина для дифракційної зони КЕ з найбільшим порядковим номером, площина 2 – це параксiальна фокальна площина елемента, розмір сфокусованого кружка в якій набуває максимального значення  $\rho_{\max}$  і визначається крайнім променем. Площина 3 є оптимальною фокальною площиною, розмір сфокусованого кружка в якій набуває мінімального значення  $\rho_{\min}$ . Щоб обчислити положення оптимальної фокальної площини  $f_{\text{опт}}$ , необхідно знайти такий порядковий номер дифракційної зони, промінь світла від якої перетинає промінь світла від крайньої дифракційної зони на максимальному по висі віддаленні від фокальної площини крайньої дифракційної зони (від фокальної площини 1). На рис. 5 зображена аналогічна схема фокусування світла елементом, але для випадку  $\lambda < \lambda_0$ .

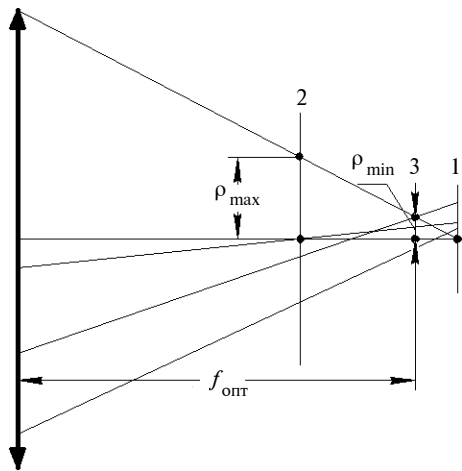


Рис. 5. Схема фокусування світла КЕ для  $\lambda < \lambda_0$

Для знаходження оптимального положення фокальної площини як для світла з  $\lambda > \lambda_0$ , так і для світла з  $\lambda < \lambda_0$ , було отримано такий вираз:

$$f(m) = \frac{r_{\max} - r_m}{r_{\max}/f(r_{\max}) - r_m/f_m}, \quad (8)$$

де  $r_{\max}$  – радіус крайньої дифракційної зони;  $f(r_{\max})$  – фокусна відстань крайньої дифракційної зони;  $r_m$  – радіус  $m$ -ї дифракційної зони;  $f_m$  – фокусна відстань  $m$ -ї дифракційної зони. Аналіз функції  $f(m)$  у діапазоні зон від 1 до  $m_{\max}$  дає можливість визначити  $f_{\text{опт}}$ .

Для розрахованого КЕ були знайдені оптимальні положення фокальних площин для

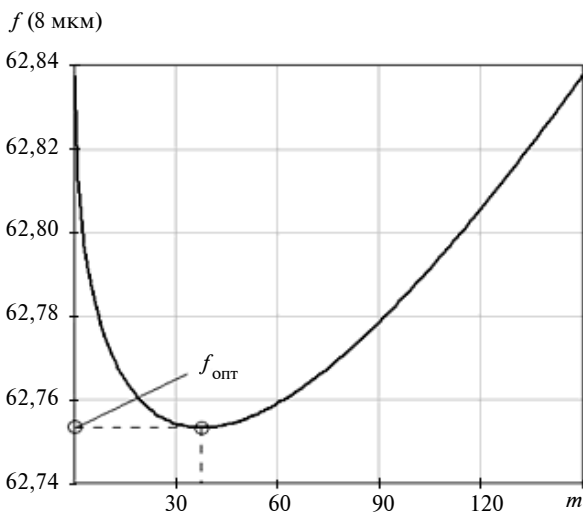


Рис. 7. Визначення оптимального положення фокальної площини  $f_{\text{опт}}$  для  $\lambda = 8$  мкм

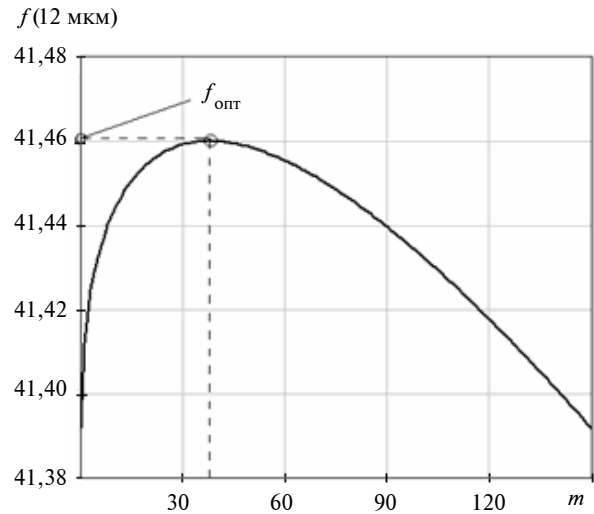


Рис. 6. Визначення оптимального положення фокальної площини  $f_{\text{опт}}$  для  $\lambda = 12$  мкм

двох крайніх довжин хвиль із заданого спектрального діапазону. На рис. 6 зображена крива для  $\lambda = 12$  мкм, екстремум якої визначає  $f_{\text{опт}} = 41,459$  мм, а на рис. 7 – крива для  $\lambda = 8$  мкм, екстремум якої визначає  $f_{\text{опт}} = 62,753$  мм. Слід зазначити, що як для  $\lambda = 12$  мкм і  $\lambda = 8$  мкм, так і для інших довжин хвиль із заданого спектрального діапазону, відмінних від розрахункової, при заданій кількості дифракційних зон оптимальне положення фокальної площини визначає перетин крайнього променя з променем із однієї і тієї ж зони Френеля. В цьому випадку такою дифракційною зоною є зона з  $m = 38$ .

Легко визначити, що при відомому  $f_{\text{опт}}$  розмір сфокусованого кружка визначається таким виразом:

$$\rho_{\min} = r_{\max} \left( 1 - \frac{f_{\text{опт}}}{f(r_{\max})} \right). \quad (9)$$

У таблиці наведено розраховані з використанням рівняння (9) та його модифікацій геометричні розміри сфокусованих кружків у різних фокальних площинах для двох довжин хвиль і розміри їх дифракційних кружків Ері.

Таблиця. Розміри сфокусованих кружків (розмірність у мкм)

Довжина $\lambda$	$\rho_{\min}(f_{\text{опт}})$	$\rho_2(f(r_{\max}))$	$\rho_1(f_{\text{паракс.}})$	$\rho_{\text{Ері}}$
12	20,4	30,5	81,4	24,6
8	16,6	24,9	65,8	24,9

Слід зазначити, що незначна різниця розмірів кружків Ері для наведених довжин хвилі зумовлена значно більшою фокусною відстанню КЕ для  $\lambda = 8$  мкм, ніж для  $\lambda = 12$  мкм. Отже, в оптимальному положенні фокальної площини геометричний розмір сфокусованого кружка не перевищує розмір дифракційного.

### Висновки

Отримані вирази для визначення хроматичного зміщення фокуса та коефіцієнта дисперсії КЕ дають можливість повніше оцінити його властивості. З їх використанням було виявлено, що кожна зона Френеля по-різному фокусує світло з довжиною хвилі, відмінною від розрахункової.

Плоский КЕ фокусує світло з довжиною хвилі, відмінною від розрахункової, в рівномірно освітлену лінію, що складається з осьових точок. Довжина такої лінії залежить як від кіль-

кості зон Френеля, так і від довжини хвилі, що освітлює елемент. Коефіцієнт дисперсії не є сталою величиною, як ще вважалося раніше, а набуває різного значення в межах кожної зони Френеля. Чим більший порядковий номер зони, тим помітніша його зміна. Геометричний розмір зображення нескінченно віддаленого об'єкта набуває максимального значення в площині параксiального фокуса, а мінімального – в деякій оптимальній площині, яка майже збігається з фокальною площиною крайньої зони елемента. Розмір кружка в оптимальній площині не перевищує розмір кружка Ері.

Виявлені властивості мають бути враховані при проектуванні КЕ, які працюють в широкому спектральному діапазоні. Тому подальшою задачею є розроблення методики проектування інфрачервоних рефракційно-дифракційних ОС з урахуванням удосконаленої теорії хроматизму КЕ.

1. *D.C. O'Shea et al.*, *Diffraction Optics: Design, Fabrication, and Test*. Washington: SPIE-Press, 2004, 254 p.
2. *Micro-optics elements, systems and applications*, H.P. Herzig, Ed. London, UK: Taylor and Francis, 1997, p. 359.
3. *R.E. Fischer and B. Tadic-Galeb*, *Optical system design*. New York: McGraw Hill, 2000, p. 559.
4. *Mann Allen Infrared optics and zoom lenses*. Washington: SPIE-Press, 2009, p. 166.
5. *Колобродов В.Г., Сірий Є.А.* Монохроматичні аберації кіноформного елемента // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2011. – № 2. – С. 126–129.

Рекомендована Радою  
приладобудівного факультету  
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції  
16 жовтня 2012 року