Дмитрієнко О.О.
НПУ імені М.П. Драгоманова

Використання ППЗ для розв'язування прикладних задач з теми «Похідна»

Сучасне суспільство ставить перед системою освіти нові завдання, пов'язані з розробкою педагогічної стратегії в умовах комп'ютеризації та інформатизації суспільства.

Істотні зміни в інформаційному середовищі людини призвели до зниження ефективності традиційних підходів до навчання. Ці зміни пов'язані з упровадженням комп'ютерної техніки в різні сфери діяльності людини, що спричинило структурні зміни цієї діяльності. Можливості використання комп'ютера в навчанні перекривають традиційну сферу основної алгоритмічної діяльності учнів, яка була дотепер базою формування математичної культури зростаючого покоління.

Нині особливе значення відіграють нові інформаційні технології навчання (НІТН), використання яких значною мірою сприяє розв'язуванню важливих завдань, які постають перед системою освіти. НІТН – нова методологія і технологія навчально-виховного процесу з використанням найновіших електронних засобів навчання, передусім комп'ютерних засобів навчання.

Використання НІТН під час вивчення шкільної математики дає змогу здійснювати за допомогою комп'ютера дослідження різноманітних функціональних залежностей, звільнивши учнів від рутинних обчислень, з перевагами унаочнення навчального матеріалу, розвитку геометричної інтуїції, графічних навичок, врахування індивідуальних здібностей і можливостей учнів. На базі комп'ютерів створюється нова технічна основа для організації індивідуальних і групових форм навчальної діяльності на уроці, своєчасного контролю успішності учнів і надання педагогічної підтримки, умови для випереджувального навчання тих, хто має здібності й інтерес до математики.

Питання застосування обчислювальної техніки при вивченні алгебри і початків аналізу розглядалися в дисертаціях Забари І.М., Горошка Ю.В., Олійник Т.О. та інших.

У процесі поглибленого вивчення математики доцільно організовувати самостійні творчі навчальні дослідження учнів. З появою комп'ютерів змінюється не лише математичне мислення, математичні методи, але й науковий світогляд у цілому.

У рамках змісту шкільної математичної освіти та найпоширеніших методичних систем навчання математики реалізація ідей комп'ютерної підтримки процесу навчання відбувається через використання міжпредметних зв'язків курсів математики та інформатики у формі інтегрованих уроків при вивченні таких, наприклад, тем: графічне розв'язування нерівностей і систем нерівностей; розв'язування лінійних і квадратних рівнянь, нерівностей та їх систем з однією та двома змінними, зокрема графічним методом; дослідження властивостей функцій та побудова і читання їх графіків; відсоткові розрахунки; наближене визначення коренів многочленів і розв'язування рівнянь та нерівностей вищих степенів; границі числових послідовностей та функцій; дослідження функцій на неперервність; дослідження тригонометричних та обернених тригонометричних функцій; графічне розв'язування тригонометричних рівнянь і нерівностей; наближене обчислення значень функції; опрацювання статистичних даних: побудова полігону частот, гістограм, обчислення відносних частот різних подій; обчислення визначених інтегралів; визначення площ криволінійних трапецій та об'ємів тіл обертання тощо [1].

Ефективність засвоєння знань студентами за умов широкого впровадження засобів нових інформаційних технологій навчання (НІТН) значною мірою залежить від педагогічно виваженого використання програмних засобів (ППЗ), що дає змогу поєднати високі можливості моделювання та комп'ютерного експериментування при дослідженні різноманітних математичних об'єктів з унаочнення результатів на всіх етапах процесу навчання.

Педагогічний програмний засіб призначений для забезпечення навчально-виховного процесу в закладах освіти України і відповідно до свого призначення повинен охоплювати ті питання, які передбачені затвердженою МОН України навчальною програмою з певного предмету.

М.І. Жалдак та Ю.С. Рамський у роботі «Шкільній інформатиці – 25!» виділяють два типи ППЗ [3]:

1. ППЗ, розраховані на зменшення часу спілкування учня і вчителя або і на навчання зовсім без вчителя;
2. ППЗ, розраховані на якомога інтенсивне спілкування учнів і вчителя за рахунок ефективного використання засобів ІКТ і звільнення учнів від необхідності витрачати значний час на виконання технічних, рутинних операцій, коли вони практично не спілкуються з вчителем.

Обидва типи ППЗ є нероздільні, доповнюють однин одного протилежностями та повинні в тій чи іншій мірі використовуватися в різних видах навчальної діяльності. Проблема полягає в тому, щоб знайти якомога ефективніше поєднання напрямів використання обох типів ППЗ.

Загальну мету використання ППЗ у навчальному процесі можна визначити як:

- образне і динамічне подання навчального матеріалу, його систематизація, постійне й оперативне відновлення;
- вироблення і закріплення різноманітних умінь і навичок;
- контроль за засвоєнням знань.

Олійник Т.О. зазначає [4], що застосування ППЗ у навчальному процесі дозволяє:

- дати наочну геометричну інтерпретацію абстрактних понять на основі використання інформаційних моделей у навчанні для з'ясування логічної структури понять і осмислення функціональних зв'язків, внаслідок чого підвищується науково-теоретичний рівень навчання математики;
- розширити коло задач і вправ завдяки тому, що вчитель може виключити з контексту навчання всі питання, пов'язані з арифметичною складністю обчислень, побудовою графіків, опрацюванням даних;
- сформувати глибокі та міцні знання учнів на основі свідомого засвоєння навчального матеріалу;
- ефективно використати поєднання різних форм і методів навчання (навчальні дослідницькі роботи на основі комп'ютерних експериментів), ознайомлення з елементами наукових методів пізнання;
- посилити мотивацію, активізувати навчально-пізнавальну діяльність, сформувати дослідницькі вміння, розвинути інтуїцію і творчі здібності учнів;
- надати вчителю можливість використання різних методик для різних груп учнів на підставі диференціації та індивідуалізації навчання.

Розв'язування будь-якої задачі за допомогою комп'ютера здійснюється за кілька етапів: постановка задачі, розробка алгоритму, запис алгоритму мовою програмування, реалізація програми на комп'ютері, інтерпретація отриманих результатів.

При розв'язуванні прикладних задач, пов'язаних з дослідженням реальних явищ, виникає необхідність побудови математичної моделі досліджуваного явища. Побудова математичної моделі дає можливість звести дослідження реального об'єкта до розв'язування математичної задачі, тобто поставити задачу математично.

У деяких випадках математичну модель вдається одержати досить просто. Наприклад, при розв'язуванні алгебраїчних текстових задач на рух або роботу, в яких описуються реальні життєві ситуації, побудова математичної моделі зводиться до досить простих рівнянь або систем рівнянь. В інших випадках побудова моделі виявляється більш складною.

Точність відповідності математичної моделі реальному процесові визначається точністю отриманих результатів, за допомогою цієї самої моделі. Експеримент дозволяє оцінити цю точність, що у свою чергу у разі необхідності дозволяє уточнити модель.

Після побудови математичної моделі при розв'язуванні задачі на комп'ютері починається пошук методу розв'язування математичної задачі. Особливістю багатьох математичних задач, які є моделями реальних явищ, є те, що їх розв'язки не вдається одержати в явному вигляді. Тому метод розв'язування таких задач доводиться шукати у вигляді алгоритму.

Чисельні методи розв'язування задач приводять до необхідності подальшого уточнення постановки задачі. Наприклад, якщо мова йде про розв'язування системи лінійних рівнянь, то, як відомо, така система має єдиний розв'язок, якщо визначник системи відмінний від нуля (у випадку, коли число невідомих дорівнює числу рівнянь). При цьому розв'язування системи може бути знайдене за формулами Крамера.

Однак застосування цих висновків на практиці пов'язано з деякими труднощами. По-перше, коефіцієнти системи задаються наближено з деякою точністю, тому і розв'язок отримується наближений. По-друге, якщо обчислення визначника системи приведе до ненульового , але близького до нуля значення, то обчислити значення невідомих за формулами Крамера неможливо, отже і результат буде мало вірогідний. По-третє, навіть якщо визначник відмінний від нуля, то формули Крамера мало придатні для обчислень, тому що число обчислювальних операцій швидко росте з ростом числа невідомих. В силу сказаного для одержання вірогідного результату при чисельному розв'язуванні системи лінійних рівнянь звичайно застосовують або метод виключення невідомих, або методи послідовних наближень.

Отже, чисельне розв'язування задачі вимагає додаткового дослідження, що зводиться до пошуку коректного й ефективного чисельного методу розв'язування.

На сьогодні розроблено значну кількість програмних засобів, орієнтованих на використання при вивченні математики. Це такі програми, як GRAN1, Maple, MathCAD, Mathematika, MathLab та інші. Вказані програмні засоби призначені перш за все для розв'язування широкого класу задач шляхом моделювання об'єктів, що фігурують в умові задачі.

Розглянемо як за допомогою ППЗ MathCAD можна розв'язувати деякі прикладні задачі. Але перш за все визначимо основні правила роботи з системою MathCAD:

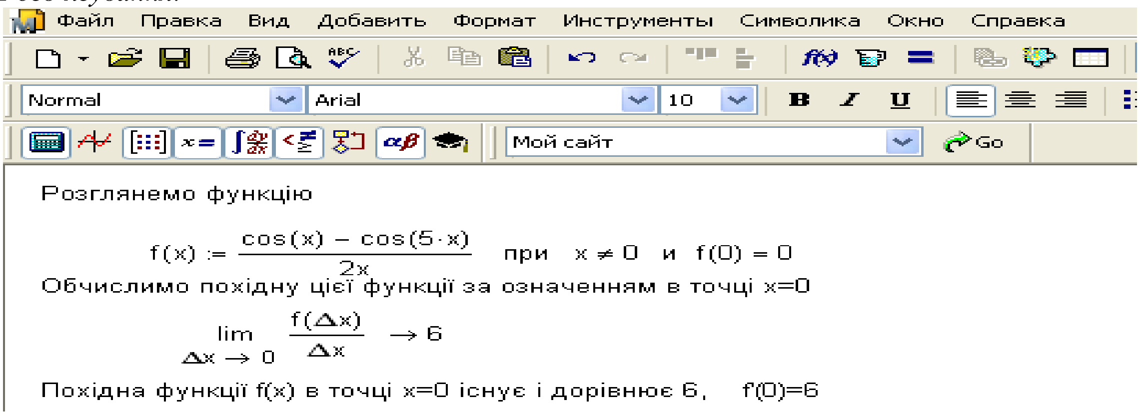
1. Усі обчислення, оголошення змінних проводяться в строго визначеному порядку (тобто як при звичайному обчисленні), за правилом зверху вниз і зліва направо.

2. Введення формул проводиться за тими ж правилами, як і в редакторі формул Microsoft Word, тобто за допомогою шаблонів формул, однак, існує єдине виключення. Після того, як формула введена і після неї був поставлений знак рівності, в системі MathCAD одразу ж обчислюється вираз.

Розв'яжемо деякі задачі з теми „Похідна" за допомогою MathCAD.

Задача 1. Дано функцію $f(x)=\frac{(\cos\ x-\cos\ 5x)}{2x}$ при $x\neq 0$ та $f(0)=0$. Знайти похідну даної функції.

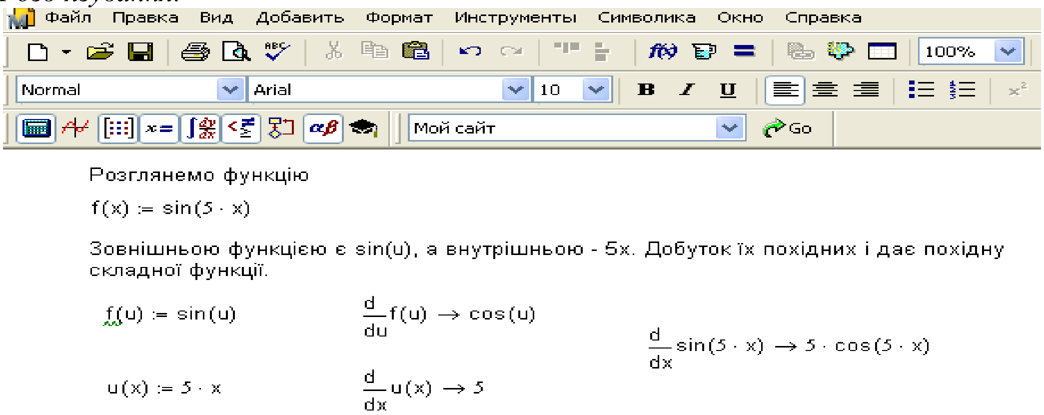
Розв'язування.



Відповідь: 6.

Задача 2. Дано функцію $f(x)=\sin(5x)$. Знайти похідну даної функції.

Розв'язування.



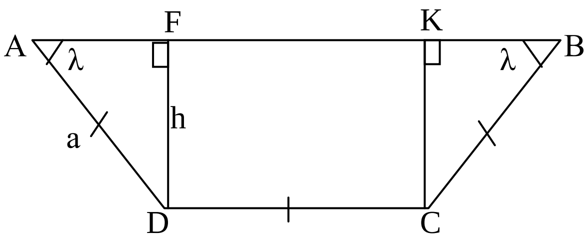
Відповідь: $f'(x)=5\cos(5x)$.

Задача 3. Зрошувальний канал має форму рівнобічної трапеції, бічні сторони якої дорівнюють меншій основі. При якому куті нахилу бічних сторін переріз каналу матиме максимальну площу?

Розв'язування.

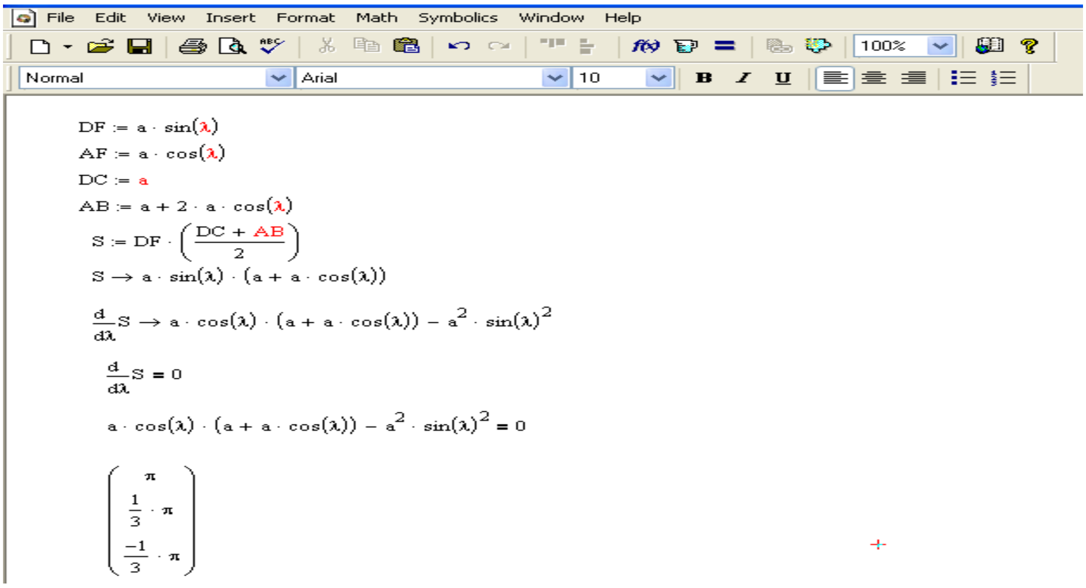
1. Моделювання. Розглянемо прямокутний ΔAFD .

$FD=h=a\sin\lambda$, $AF=a\cos\lambda$, $AF=a\cos\lambda$, $AB=a+2a\cos\lambda$.



Математична задача: знайти найбільше значення функції.

2. Розв'язування за допомогою математичної моделі.



Оскільки λ – гострий кут, то умові задачі відповідає тільки одне значення $\frac{1}{3}\pi$.

3. Критичне осмислення результату.

Переріз зрошувального каналу матиме максимальну площу, якщо кут нахилу бічних сторін буде 60°.

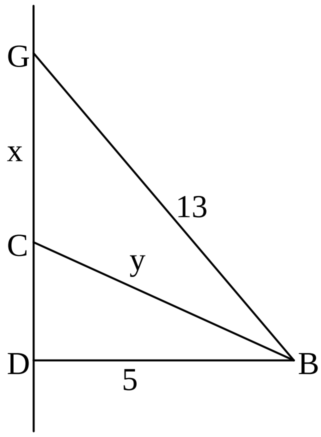
Відповідь. 60°.

Задача 4. База знаходиться у лісі на відстані 5 км від дороги, а на відстані 13 км від бази на цій дорозі є залізнична станція. Пішохід дорогою йде зі швидкістю 5 км/год., а лісом – 3 км/год. За який мінімальний час пішохід може дістатися від бази до станції?

Розв'язування.

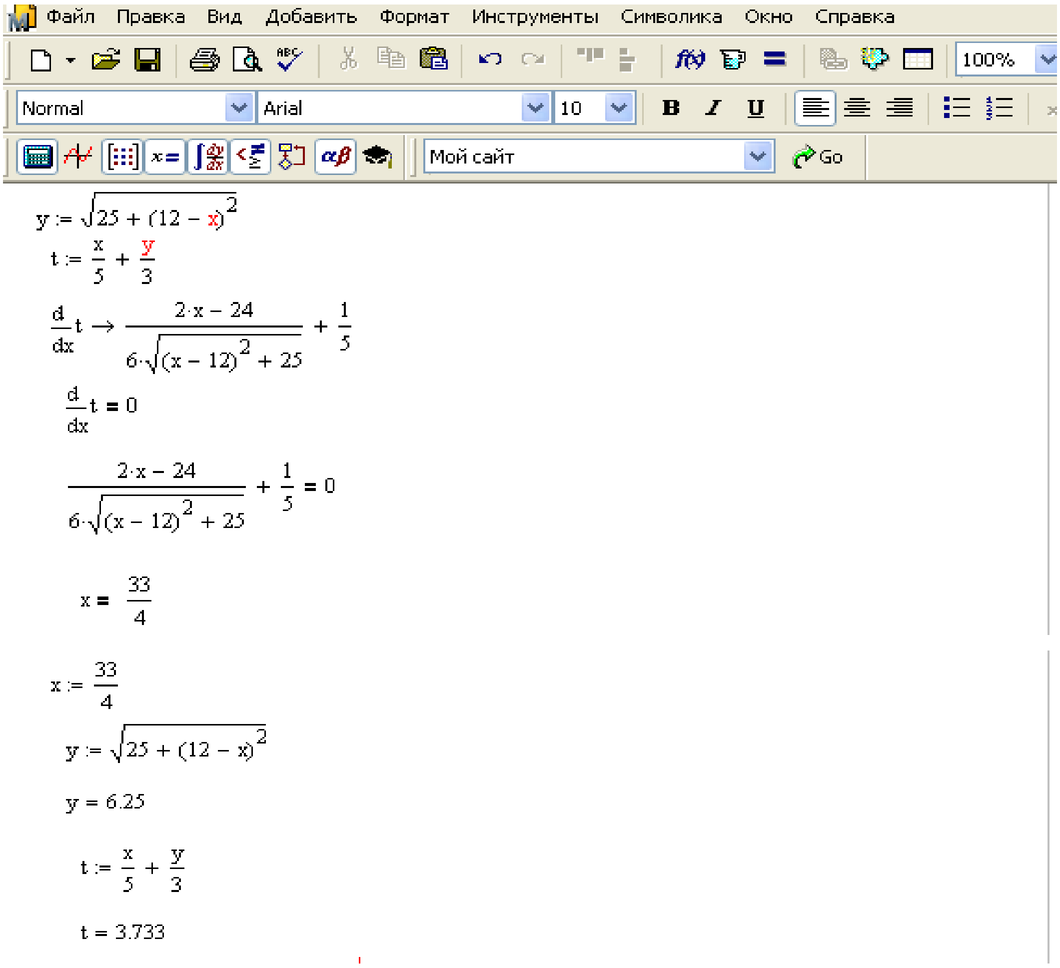
1. Моделювання. Нехай $GD = 12$, x – довжина шляху пішохода дорогою, y – довжина шляху пішохода лісом.

Математична задача: дослідити функцію на найменше значення.



2. Розв'язування за допомогою математичної моделі.

Загальний час $t = \frac{x}{5} + \frac{y}{3}$, $DC = 12 - x$.



3. Критичне осмислення результату.

Пішохід зможе дістатися від бази до станції приблизно за 3 години 44 хвилини.

Відповідь. ≈ 3 години 44 хвилини.

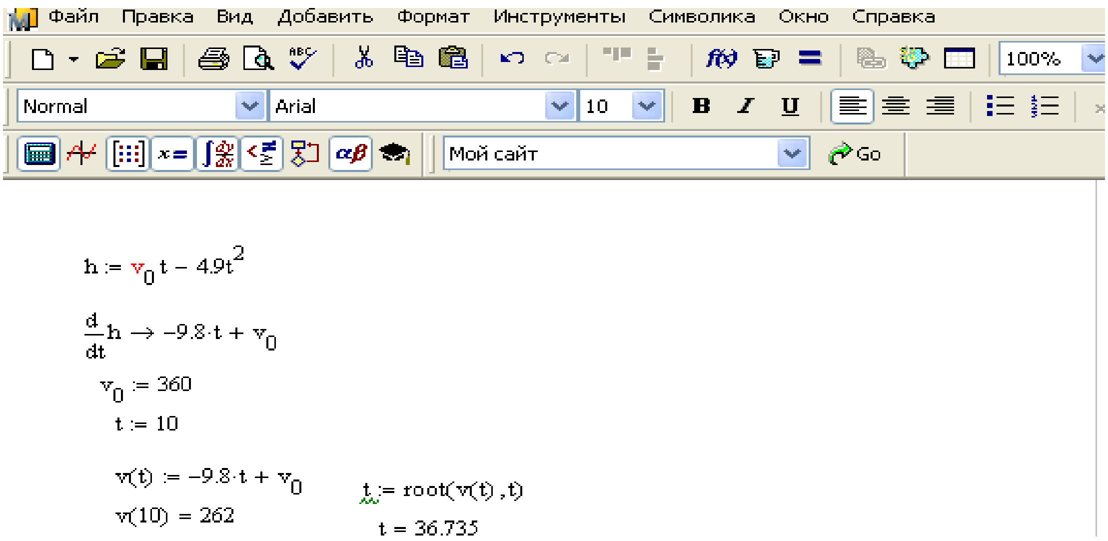
Задача 5. Куля вилітає з пістолета вгору зі швидкістю 360 м/с. Знайти швидкість кулі в момент $t = 10$ с та визначити, скільки часу куля піднімається вгору. Рівняння руху кулі $h = v_0 t - 4{,}9t^2$.

Розв'язування.

1. Моделювання. Куля піднімається вгору до тих пір, поки її швидкість більша нуля, тобто в момент зупинки $v(t) = 0$, а швидкість $v(t) = h'(t) = v_0 - 9{,}8t$.

2. Розв'язування за допомогою математичної моделі.

Рівняння руху кулі $h = v_0 t - 4{,}9t^2$, $t = 10$ с, $v_0 = 360$ м / с, а швидкість кулі у будь-який момент $v = h'$.



3. Критичне осмислення результату.

Швидкість кулі в момент $t = 10$ с буде дорівнювати 262 м/с, а на максимальну висоту куля підніметься через 36,735 сек.

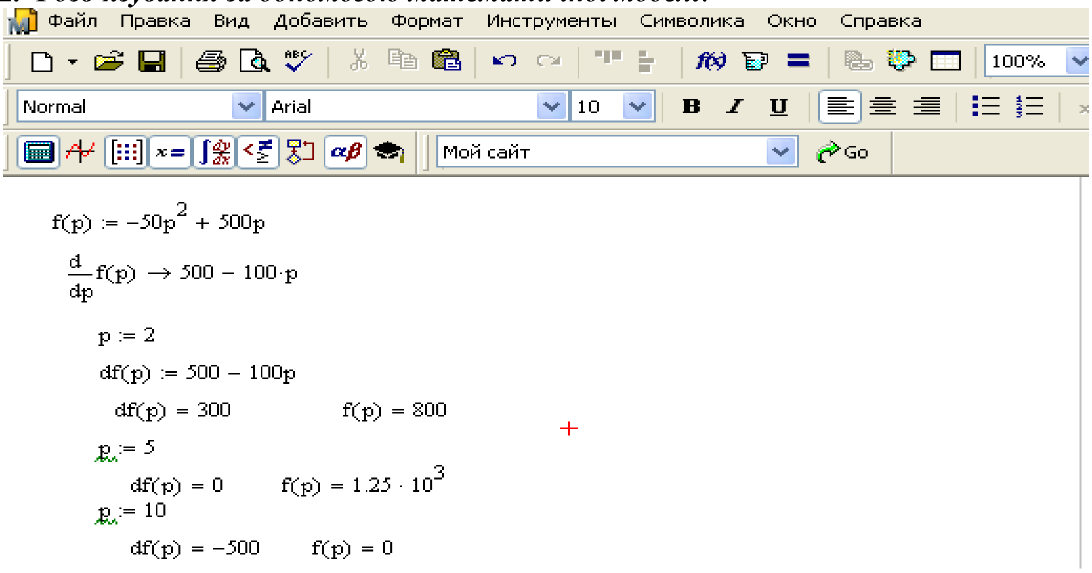
Відповідь. 37 сек.

Задача 6. На основі статистичних досліджень фірма встановила функцію прибутку від ціни p за одиницю продукції: $f(p) = -50p^2 + 500p$. Визначити граничний прибуток фірми залежно від ціни p, розрахувати його при $p = 2$, $p = 5$, $p = 10$ (тис. грн.).

Розв'язування.

1. Моделювання. Граничний прибуток визначається похідною $f'(p)$.

2. Розв'язування за допомогою математичної моделі.



3. Критичне осмислення результату.

При збільшенні ціни одиниці продукції до 5 тис. грн. прибуток зростатиме і буде найбільшим при $p = 5$ тис. грн. $f(5) = 1250$ тис. грн. Якщо ціна одиниці продукції, починаючи з 5 тис. грн., збільшуватиметься, то прибуток фірми зменшуватиметься.

Відповідь. 300 тис. грн., 0, -500 тис. грн.

Отже, використання ППЗ у навчальному процесі має бути педагогічно виправданим та доцільним, тому вчитель повинен правильно добирати раціональні методи і засоби навчання у відповідності до цілей, змісту навчання та індивідуальних здібностей учнів.

Підводячи підсумок, можна сказати, що використання персональних комп'ютерів при навчанні математики дозволить зробити уроки більш цікавими і наочними, підвищить якість і ефективність навчання.

Література

1. Бурда М. І., Жалдак М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М., Шкіль М. І., Ядренко М. Й. Програма поглибленого вивчення математики в 10-11 профільних класах // Математика в школі. – 2003. – № 6. – С. 19-25.

2. Дутка Г. Застосування диференціального числення в задачах економічного змісту // Математика в школі. – 1999. – № 2. – С. 23-25.

3. Жалдак М.І., Рамський Ю.С. Шкільній інформатиці – 25! // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Збірник наукових праць / Редрада. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. – № 8 (15). – С. 3-17.

4. Олейник Т.О. Учебная исследовательская деятельность на основе НИТО как средство формирования математических представлений на примере изучения курса алгебры и начала анализа. Автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Харьков, 1992. – 24 с.

5. Саломатнікова О. Застосування похідної до розв'язування прикладних задач // Математика. – 2007. – № 39. – С. 7-11.