УДК 621.3

О.В. Воробьев[1], А.А. Можаев[2], А.П. Осколков[1]

[1] *Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков*
[2] *Национальный технический университет «ХПИ», Харьков*

АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ОПИСАНИЯ ТРАФИКА

Проведен анализ моделей описания трафика. Рассмотрены пуассоновский и примитивный потоки трафика. Приведены модели Пальма и Эрланга. Проанализированы самоподобные (фрактальные) модели трафика.

Ключевые слова: *последействие, самоподобие, ординарность.*

Введение

Постановка проблемы и анализ литературы. Проведенный анализ работы пакетной и телефонной сети показал, что моменты времени поступления пакетов или занятия линий представляют некоторый набор случайных чисел. Эти числа образуют неубывающую случайную последовательность, которую принято называть случайным потоком. Для описания таких потоков можно использовать либо понятие распределения количества событий, приходящиеся на выбранные определенным образом интервалы времени, либо распределение интервала времени между соседними событиями. В первом случае модель потока дается распределением дискретной случайной величины, а во втором - непрерывной случайной величины. Теория случайных потоков выделяет следующие принципиальные свойства [1 – 3]. Стационарность – независимость вероятностных характеристик от времени. Так вероятность поступления определенного числа событий в интервале времени, длиной t для стационарных потоков не зависит от выбора начала его измерения. Последействие – вероятность поступления событий в интервале (t_1, t_2) зависит от событий происшедших до момента t_1. Ординарность – вероятность поступления двух и более событий за бесконечно малый интервал времени Δt есть величина бесконечно малая, более высокого порядка малости, чем Δt.

Важнейшими численными параметрами случайного потока являются интенсивность потока и параметр потока. Для ординарных потоков они совпадают, а для неординарных эти величины различаются. **Целью статьи** является анализ существующих моделей потоков [3].

Основная часть

Рассмотрим существующие модели потоков.

Простейший поток – это стационарный ординарный поток без последействия (стационарный пуассоновский поток). Он задается набором вероятностей $P_i(t)$ поступления i событий в промежутке времени, длиной t. Пуассоновские потоки широко применяются в качестве моделей реальных потоков благодаря тому, что обладают очень важным свойством аддитивности. Можно также расщеплять пуассоновский поток с интенсивностью λ на m пуассоновских с интенсивностями λ_k. Для этого надо определить полную случайную систему из m событий V_k с вероятностями $P_k(t)$, наступление каждого из которых будем считать фактом переключения на k-ое направление. При поступлении каждого нового события C_i в пуассоновском потоке будем находить совместное событие (декартово произведение) $[C_i \times V_k]$ и относить его к k - му потоку. Каждый из образованных таким образом m потоков будет пуассоновским с интенсивностью $\lambda_k = \lambda_{pk}$. На рис. 1 проиллюстрировано расщепление и слияние пуассоновских потоков.

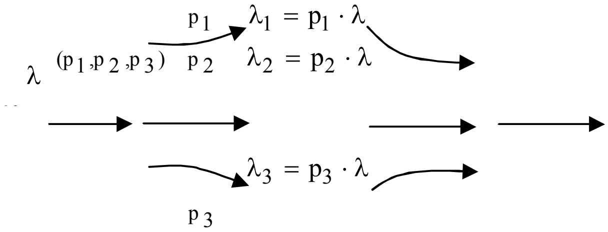

Рис. 1. Сохранение пуассоновского характера при объединении и расщеплении потоков

Пуассоновский поток. Обобщением простейшего потока является нестационарный пуассоновский поток. Для этого потока событий не выполняется свойство стационарности. Определим вероятность поступления ровно i событий в интервале $(t_0, t_0 + t)$ с помощью функции среднего числа событий на этом интервале.

$$\lambda(t_0, t_0 + t) = \int_{t_0}^{t_0+t} \lambda(x)dx$$

или средней интенсивности на этом интервале

$$\lambda(t_0, t_0 + t)/i.$$

Такая вероятность задается как

$$P(t_0, t_0 + t) = \frac{[\lambda(t_0, t_0 + t)]^i}{i!} e^{(t_0, t_0 + t)}.$$

Модель в виде нестационарного пуассоновского потока может в некоторых случаях может отразить поведение трафика более адекватно. Например, наличие ВНН (времени наибольшей нагрузки) может быть отражено ростом средней интенсивности в определенное время суток.

Примитивный поток. Этот поток событий можно считать своеобразным нестационарным пуассоновским потоком с параметром потока, зависящим от состояния системы, на которую поступает данный поток. Если обозначить состояние системы $0 < k < N$, то для примитивного потока полагают

$$\lambda = \lambda_k = \alpha(N - k).$$

Среднее значение параметра примитивного потока может быть найдено через распределение вероятностей состояния обслуживающей системы $\{p_k\}$;

$$\overline{\lambda} = \sum_{k=0}^{N} \lambda_k P_k.$$

Чаще всего модель примитивного потока используется при описании обслуживания нескольких независимых одинаковых пуассоновских источников одной системой. Суммарный пуассоновский поток на входе системы при этом может быть описан суммой потоков каждого из источников. Суммарная интенсивность (равная параметру потока в силу ординарности) при этом должна определяться суммой интенсивностей каждого из потоков. При получении обслуживания события от каждого из таких источников, данный источник исключается из числа создающих нагрузку на систему. Если отождествить состояние системы с числом источников, получивших обслуживание в данный момент времени, то можно использовать значение

$$\lambda_k = \alpha(N - k)$$

как интенсивность потока, порожденного источниками, не получившими обслуживания. Средняя интенсивность на один источник будет определяться как

$$\overline{\lambda_i} = \frac{\overline{\lambda}}{N}.$$

Модель примитивного потока удобна для представления дискретной нагрузки от многих источников независимых пуассоновских потоков заявок, где интенсивность входного потока уменьшается скачкообразно. Совокупная нагрузка определяется суммой потоков. [2].

Самоподобные (фрактальные) модели трафика. Во всех рассмотренных ранее моделях потоков событий считалось, что вероятность появления следующего события зависит только от времени, прошедшего с момента совершения предыдущего события, и не зависит от всей предыстории появления событий ранее. Однако в некоторых случаях такие модели не могут адекватно отразить реальный поток событий. Поэтому кроме потоков без последействия приходится рассматривать и такие, в которых вероятность появления следующего события зависит от наступления событий в предыдущих интервалах времени. Типичным примером таких потоков являются потоки с ограниченным последействием. Для них задается конечный набор функций распределения для соседних интервалов τ_k между поступлением *k* событий. Одним из наиболее типичных потоков с ограниченным последействием является стационарный поток с запаздыванием - поток Пальма. Функция распределения вероятности для интервалов между соседними событиями потока Пальма задаются через условную вероятность $\varphi_0(t)$ отсутствия событий в интервале длиной *t* если в начале этого интервала поступало событие, следующим образом

$$P_r(\tau_k < t) = \lambda \int_0^1 \varphi_0(x) dx,\ k = 1;$$

$$P_r(\tau_k < t) = 1 - \varphi_0(t),\ k \ge 2;$$

Здесь величина λ выражает интенсивность потока и равна, как обычно, обратной величине среднего промежутка времени между соседними событиями. При экспоненциальной функции $\varphi_0(t) = e^{-\lambda t}$ поток Пальма превращается в пуассоновский. Иногда его называют потоком Эрланга первого порядка. Производя “просеивание” потока Пальма т.е отбрасывая каждое второе, каждое третье, каждое n-е событие, получают потоки, которые называют потоками Эрланга второго порядка, третьего порядка и соответственно n-го порядка. Для потока Эрланга порядка n функция распределения имеет вид

$$P[\tau(n) < t] = 1 - e^{\lambda t} \sum_{i=0}^{n-1} (\lambda t)^i / i!$$

Введение моделей с последействием позволяет отразить свойства потоков с памятью, однако приведенные выше приведенные модели Пальма и Эрланга оказываются малоподходящими, если в потоке событий обнаруживается так называемая долгосрочная зависимость или самоподобие [1]. Важнейшим параметром характеризующим “степень” самоподобности случайного процесса, является параметр Херста. Для выборочного случайного набора $X_j(j = 1,\ldots,N)$ можно определить выборочное среднее $M = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} X_k$, выборочную дисперсию $S_N^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(X_i - M)^2$ и интегральное отклонение $D_j = \sum_{k=1}^{j} X_k - jM$.

Определим изменчивость случайного процесса на интервале N как неубывающую функцию длины интервала

$$R_N = \max_{1<j<N} D_j - \min_{1<j<N} D_j.$$

Херстом было показано, что для большинства естественных процессов отношение

$$\frac{R}{S} \approx \left(\frac{N}{2}\right)^{H}$$

или иначе $\log\left(\frac{R}{S}\right) \approx H\log\left(\frac{N}{2}\right)$ при больших N.

Величина H получила название параметра Херста и лежит в интервале 0,5H $\leq$ 1,0. Для процессов, не обладающих свойством самоподобия, величина параметра Херста равна 0,5. Для самоподобных процессов с долгосрочной зависимостью это параметр измеряется в пределах 0,7-0,9. Для исследования таких процессов используется математический аппарат фрактального анализа, в частности, нормированное фрактальное броуновское движение (Fractal Brownian Motion, fBM) с параметром Херста H – случайный процесс, обладающим следующими свойствами:

X_1 имеет стационарные нормально распределенные случайные приращения

$X_0 = 0$, $\overline{x_{t2} - x_{t1}} = 0$, для любых t_1 и t_2;

$\left(\overline{x_{t2} - x_{t2}}\right)^2 = k\left|t_2 - t_1\right|^{2H}$, для любых t_1 и t_2;

X_1 - нормально распределенная случайная величина для любого $t > 0$, т.е.

$$D\left(X_{t2} - X_{t1}\right) = \overline{(X_{t2} - X_{t1})^2} - \overline{(X_{t2} - X_{t1})^2} = k\left|t_2 - t_1\right|^{2H}.$$

Последовательность приращений fBM т.е. его производная в определенном смысле образовывает фрактальный гауссовский шум (Fractal Gaussian Noise, fGN). Фрактальный гауссовский шум (черный шум) это стационарный гауссовский процесс с заданными параметрами $\left(m, \sigma^2\right)$ и автокорреляционной функцией

$$r(k) = \frac{1}{2}\left(\left|k+1\right|^{2H} - 2\left|k\right|^{2H} - \left|k-1\right|^{2H}\right) .$$

Исходя из самых общих соображений можно сказать, что параметр Херста сохраняется при суммировании любого конечного числа независимых самоподобных процессов с фиксированным параметров самоподобия. Таким образом сохраняются все важнейшие характеристики самоподобия. Одной из таких характеристик является величина выброса процесса. Для самоподобных процессов характер выбросов сохраняется при рассмотрении процесса в различных масштабах времени. Это означает, что если мы будем записывать нагрузку на каком-либо элементе с дискретностью, например 10 миллисекунд, то рассматривая график изменения нагрузки во времени на интервалах 10 секунд, 10 минут или 10 часов вы не заметите существенных различий в поведении кривой. В этом случае самоподобие графиков может быть охарактеризовано соотношением

$$y(t) = \alpha^{\alpha}\, y\left(\frac{t}{\alpha}\right)$$

Величину α можно называть коэффициентом самоподобия непрерывных процессов. Для нас далее важнейшим из рассмотренных здесь свойств самоподобных процессов является то, что такие процессы имеют выбросы, величина которых сохраняется как для агрегированных процессов, так и при суммировании независимых самоподобных процессов, т.е. распределение числа событий во времени для трафика, представимого самоподобным процессом носит характер сложной взаимосвязанной последовательности случайных пачек поступлений.

Выводы

На основе проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1. В настоящее время используется широкий перечень моделей управления потоками.

2. Не все рассмотренные модели могут адекватно отразить реальный поток событий.

3. Кроме потоков без последействия приходится рассматривать и такие, в которых вероятность появления следующего события зависит от наступления событий в предыдущих интервалах времени.

Список литературы

1. Крылов В.В. Теория телетрафика и ее приложения / В.В. Крылов, С.С. Самохвалова. – СПб.: БХВ - Петербург, 2005. – С. 35-68.

2. Телекоммуникационные системы и сети / В.В. Величко, Е.А. Субботин, В.В. Шувалов, А.Ф. Ярославцев. – М.: Горячая линия - Телеком, 2005. – С. 12-15.

3. Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей / В.М. Вишневский. – М.: Техносфера 2003. – 384 с.

Поступила в редколлегию 2.04.2014

Рецензент: д-р техн. наук проф. Г.А. Кучук, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

АНАЛІЗ МОДЕЛЕЙ ОПИСУ ТРАФІКУ

О.В. Воробйов, О.О. Можаєв, А.П. Осколков

У статті проведений аналіз моделей опису трафіку. Розглянуті пуассонівський і примітивний потоки трафіку. Приведені моделі Пальма і Ерланга. Розглянуті самоподобні (фрактальні) моделі трафіку. Визначений параметр Херста.

Ключові слова: *післядія, самоподібність, ординарність.*

ANALYSIS OF TRAFFIC DESCRIPTION MODELS

O.V. Vorobyev, O.O. Mozhaev, A.P. Oskolkov

The analysis of traffic description models is conducted in the article. Puasson and Primitive streams of traffic is considered. Models are resulted Palm and Erlang. The self-similarity (fractal) models of traffic are considered. The parameter of Kherst is certain.

Keywords: *aftereffect, self-similarity, ordinariness.*