

УДК.631.356.02

Ю.В. Човнюк¹, Г.А. Герасимчук², Ю.О. Гуменюк¹, Я.О. Якубович¹¹Національний університет біоресурсів і природокористування України²Луцький національний технічний університет

ОПТИМІЗАЦІЯ КОНСТРУКТИВНО-КІНЕМАТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ТА РЕЖИМІВ РУХУ ПО НЕРІВНОСТЯХ ПОВЕРХНІ ҐРУНТУ ПРИЧІПНОЇ ГИЧКОЗБИРАЛЬНОЇ МАШИНИ З ДИСТАНЦІЙНИМ (GPS – НАВІГАЦІЙНИМ) КЕРУВАННЯМ

У статті за допомогою методів класичного варіаційного числення обґрунтовані оптимальні конструктивно-кінематичні параметри і режими руху по нерівностях поверхні ґрунту трирядної причіпної гичкозбиральної машини, фронтально навішеної на колісний трактор, що мінімізують похибки дистанційного (GPS – навігаційного) керування, викликані коливаннями у вертикальній площині.

Ключові слова: оптимізація, гичкозбиральна машина, режими руху, нерівності ґрунту, дистанційне керування, GPS – навігація.

Постановка проблеми. Наразі актуальною задачею буряківництва є висока якість збирання гички цукрових буряків. Трирядна гичкозбиральна машина, що фронтально навішується на трактор, здійснює у просторі складні коливні рухи. Причиною виникнення останніх є складний рельєф поверхні поля, значення поступальної швидкості руху трактора, конструктивне розміщення копювальних коліс відносно системи підвіски. Зрозуміло, що всі вищезазначені фактори суттєвим чином не впливають на якість виконання всього технологічного процесу (ланцюга). Якщо використовуються пневматичні колеса у якості копювальних, то виникають значні коливання гичкозбиральної машини у вертикальній площині. Тому якість виконання технологічного процесу у значній мірі визначається можливістю мінімізації вказаних коливань, що забезпечить: по-перше, рівномірне зрізання гички по усій ширині захвату; по-друге, мінімізує похибки дистанційного керування машиною за допомогою супутникової навігаційної системи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розрахункова математична модель трирядної гичкозбиральної машини побудована у роботах [3, 4, 6, 7] за допомогою методів, викладених у [1]. Нерівності поверхні ґрунту враховані авторами [2].

Мета дослідження полягає в обґрунтуванні конструктивно-кінематичних параметрів та режимів руху по нерівностях поверхні поля причіпної гичкозбиральної машини з дистанційним (GPS – навігаційним) керуванням, які дозволяють мінімізувати виникаючі у вертикальній площині коливання та похибки керування машиною.

Виклад основного змісту дослідження. Основне припущення полягає в тому, що копювальні колеса в цілому при русі в міжряддях посівів цукрових буряків зминають верхній шар ґрунту, хоча й рухаються по нерівностях, які мають поперечний профіль, що близький до синусоїдального типу.

Крім того, вважаємо, що копююче колесо контактує з нерівністю поверхні поля у точці А, яку можна представити аналітично, використовуючи вираз [2]:

$$h = h_0 \cdot \left(1 - \cos \left\{ \frac{2\pi X}{i_3} \right\} \right) \quad (1)$$

де h – ордината висоти нерівності ґрунтової поверхні, м;

h_0 – половина висоти нерівності ґрунтової поверхні, м;

i_3 – крок нерівності поверхні ґрунту, м;

$X = V \cdot t$ – поточна горизонтальна координата (вздовж поверхні ґрунту);

V – поступальна швидкість руху гичкозбиральної машини, м/с.

(У роботі введені позначення [6, 7], проте вказані дослідження, по-перше, дублюють одне одного, по-друге, виконані з деякими неточностями). У даному дослідженні виправлені усі неточності, які наявні у роботах [6, 7].

Еквівалентна схема фронтально навішеної гичкозбиральної машини зображена на рисунку 1[6].

Центр мас гичкозбиральної машини (точка С), його положення в поздовжньо-вертикальній площині повністю визначаються однією незалежною координатою φ . Оскільки центр мас

пневматичних копіюючих коліс може здійснювати незалежні коливання (точка B) і ординати висот нерівності поверхні ґрунту h значно менші, ніж довжина l_1 , можна вважати, що ці коливання мажуть визначатись незалежною координатою вздовж осі OZ , тобто координатою Z . Отже, коливна система, яка розглядається, у повній мірі може бути приведена до двох узагальнених координат:

$$q_1 = \varphi; \quad q_2 = Z \quad (2)$$

Диференціальні рівняння руху системи можуть бути отримані у формі рівнянь Лагранжа II роду [8]:

$$+ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i}; \quad L = T - \Pi; \quad i = (1, 2) \quad (3)$$

де T – кінетична енергія системи;

Q_i – узагальнена сила;

Π – потенціальна енергія;

R – дисипативна функція;

\dot{q}_i – узагальнена швидкість;

q_i – узагальнена координата;

L – функція Лагранжа;

t – час.

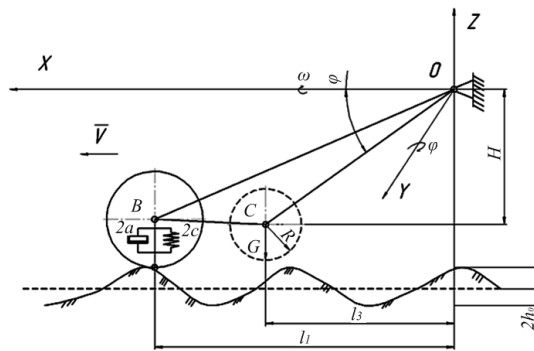


Рис. 1. Еквівалентна схема фронтально навішеної гичкозбиральної машини [6, 7]

Кінетична енергія T визначається зі співвідношення:

$$T = \frac{M \cdot V^2}{2} + \frac{l_{oy} \varphi^2}{2} + \frac{m \cdot z^2}{2}, \quad (4)$$

де M – маса гичкозбиральної машини, кг;

V – швидкість руху машини, м/с;

l_{oy} – момент інерції машини відносно осі OY , кг·м²;

m – маса копіюючих коліс, кг.

Потенціальна енергія системи визначається за таким виразом:

$$\Pi = C \cdot (l_1 \cdot \varphi - Z)^2, \quad (5)$$

де C – коефіцієнт жорсткості шин коліс копіювальної системи, Н/м;

l_1 – відстань від осі підвіски машини до осі копіюючих коліс, м.

Дисипативна функція системи, яка досліджується, має такий аналітичний вигляд:

$$R = a \cdot (l_1 \cdot \varphi - Z)^2, \quad (6)$$

де R – коефіцієнт демпфірування копіювальних коліс, (Н·с)/м.

Розглянемо у подальшому власні (вільні) коливання системи ($Q_i \equiv 0$). Тоді вираз (3) для даної динамічної системи, яка описується двома узагальненими координатами q_1 та q_2 , буде наступним:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} - \frac{\partial R}{\partial \varphi} \\ \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{Z}} \right) - \frac{\partial T}{\partial Z} = - \frac{\partial \Pi}{\partial Z} - \frac{\partial R}{\partial Z} \end{cases} \quad (7)$$

для випадку, коли сили тертя у досліджуваній динамічній системі кваліфікуються як в'язкі.

Знайдемо всі складові, що входять у вираз (7). Вони дорівнюють:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = I_{oy} \dot{\varphi}, \quad (8)$$

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) = I_{oy} \ddot{\varphi}, \quad (9)$$

Оскільки,

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0, \quad (10)$$

тоді

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = I_{oy} \ddot{\varphi}. \quad (11)$$

Далі маємо:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = 2Cl_1(l_1\varphi - Z), \quad (12)$$

а

$$\frac{\partial R}{\partial \varphi} = 2a \cdot l_1(l_1\dot{\varphi} - \dot{Z}). \quad (13)$$

Для другої узагальнюючої координати q_z знайдемо аналогічні вирази. Вони будуть дорівнювати:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{Z}} = m \cdot \dot{Z}. \quad (14)$$

Тоді

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{Z}} \right) = m \cdot \ddot{Z}. \quad (15)$$

Далі, вважаючи, що $h = l_1 \cdot \varphi$, матимемо:

$$\frac{\partial T}{\partial Z} = 0, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Z} = 2C(Z - h), \quad (17)$$

$$\frac{\partial R}{\partial Z} = -2\alpha(l_1\dot{\varphi} - \dot{Z}), \quad (18)$$

Підставимо значення виразів (8) – (18) у систему (7), отримаємо:

$$\begin{cases} I_{oy} \ddot{\varphi} + 2Cl_1(h - Z) + 2\alpha \cdot l_1(l_1\dot{\varphi} - \dot{Z}) = 0 \\ m \cdot \ddot{Z} + 2C(Z - h) + 2\alpha \cdot (-1)(l_1\dot{\varphi} - \dot{Z}) = 0 \end{cases} \quad (19)$$

або

$$\begin{cases} I_{oy} \ddot{\varphi} + 2\alpha \cdot l_1(l_1\dot{\varphi} - \dot{Z}) + 2Cl_1(-Z + h) = 0 \\ m \cdot \ddot{Z} - 2\alpha \cdot (l_1\dot{\varphi} - \dot{Z}) + 2C(Z - h) = 0 \end{cases} \quad (20)$$

Отримана система (20) двох диференціальних рівнянь є лінійною і моделює коливання центра мас гичкозбиральної машини (точка С) у поздовжньо-вертикальній площині і власні коливання центра копіювального колеса (точка В).

Подамо систему (20) у такому вигляді:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} + \frac{2\alpha \cdot i_1^2}{l_{oy}} \dot{\varphi} - \frac{2\alpha \cdot i_1}{l_{oy}} \dot{Z} - \frac{2C \cdot i_1 Z}{l_{oy}} + \frac{2C \cdot i_1}{l_{oy}} h = 0 \\ \ddot{Z} + \frac{2\alpha}{m} \dot{Z} - \frac{2\alpha \cdot i_1}{m} \dot{\varphi} - \frac{2Ch}{m} + \frac{2C}{m} Z = 0 \end{cases} \quad (21)$$

Враховуючи, що $\dot{h} = i_1 \cdot \dot{\varphi}$, остаточно (21) набуває вигляду:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} + \frac{2\alpha \cdot i_1^2}{l_{oy}} \dot{\varphi} + \frac{2C \cdot i_1^2}{l_{oy}} \varphi - \frac{2\alpha \cdot i_1}{l_{oy}} \dot{Z} + \frac{2C \cdot i_1 Z}{l_{oy}} h = 0 \\ \ddot{Z} + \frac{2\alpha}{m} \dot{Z} + \frac{2C}{m} Z - \frac{2\alpha \cdot l_1}{m} \dot{\varphi} + \frac{2C}{m} l_1 \varphi = 0 \end{cases} \quad (22)$$

Таким чином, система (22) являє собою розрахункову математичну модель руху (аналізу власних вільних коливань) фронтально навішеної на трактор гичкозбиральної машини.

Визначимо власні частоти вільних коливань системи. Для цього у (22) підставляємо:

$$\begin{cases} \varphi = A_1 \exp(-j\Omega t), & j^2 = -1 \\ Z = A_2 \exp(-j\Omega t) \end{cases}, \quad (23)$$

де Ω – власна частота вільних коливань системи. Тоді маємо:

$$\begin{cases} \left(-\Omega^2 - \frac{2\alpha i_1^2}{l_{oy}} j\Omega + \frac{2C i_1^2}{l_{oy}} \right) A_1 e^{-j\Omega t} + \left[\left(\frac{2\alpha l_1}{l_{oy}} j\Omega \right) - \frac{2C l_1}{l_{oy}} \right] A_2 e^{-j\Omega t} = 0 \\ \left(\frac{2\alpha l_1}{m} j\Omega - \frac{2C l_1}{m} \right) A_1 e^{-j\Omega t} + \left[-\Omega^2 - \frac{2\alpha}{m} j\Omega + \frac{2C}{m} \right] A_2 e^{-j\Omega t} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

Скорочуючи на множник $\exp(-j\Omega t)$ всі члени рівнянь системи (24), матимемо однорідну систему алгебраїчних рівнянь відносно невідомих амплітуд A_1, A_2 .

Умовою того, що така система лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь має нетривіальні (ненульові) розв'язки, є рівний нулю визначник/детермінант цієї системи, котрий і визначить власні частоти її вільних коливань:

$$\begin{vmatrix} \left(-\Omega^2 - \frac{2\alpha i_1^2}{l_{oy}} j\Omega + \frac{2C i_1^2}{l_{oy}} \right) & \left(\frac{2\alpha l_1}{l_{oy}} j\Omega - \frac{2C l_1}{l_{oy}} \right) \\ \left(\frac{2\alpha l_1}{m} j\Omega - \frac{2C l_1}{m} \right) & \left(-\Omega^2 - \frac{2\alpha}{m} j\Omega + \frac{2C}{m} \right) \end{vmatrix} = 0 \quad (25)$$

З (25) отримаємо рівняння для визначення власних коливань системи Ω :

$$\left(\Omega^2 + \frac{2\alpha i_1^2}{l_{oy}} j\Omega - \frac{2C i_1^2}{l_{oy}} \right) \left(\Omega^2 + \frac{2\alpha}{m} j\Omega - \frac{2C}{m} \right) - \left(\frac{2\alpha l_1}{m} j\Omega - \frac{2C l_1}{m} \right) \left(\frac{2\alpha l_1}{m} j\Omega - \frac{2C l_1}{l_{oy}} \right) = 0, \quad (26)$$

Задля скорочення запису (26) введемо позначення:

$$a = \frac{2\alpha l_1}{l_{oy}} j\Omega - \frac{2C l_1}{l_{oy}}; \quad b = \frac{2\alpha}{m} j\Omega - \frac{2C}{m}. \quad (27)$$

Тоді (26) можна подати так:

$$(\Omega^2 + l_1 \alpha)(\Omega^2 + b) - (l_1 b)(a) = 0. \quad (28)$$

Після спрощень (28) рівняння набуває вигляду:

$$\Omega^4 + \Omega^2 (b + l_1 \alpha) + b l_1 \alpha - b l_1 \alpha = 0, \quad (29)$$

або:

$$\Omega^4 + \Omega^2 (b + l_1 \alpha) = 0. \quad (30)$$

Коренями рівняння (30) є:

- 1) двократно вироджений нульовий корінь (коливання системи відсутні): $\Omega_1 = \Omega_2 = 0$

(31)

2) два інших корені є комплексними:

$$\Omega_{3,4} = -j \left(\frac{\alpha}{m} + \frac{\alpha i_1^2}{l_{oy}} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{2C}{m} + \frac{2Ci_1^2}{l_{oy}} \right) - \left(\frac{\alpha}{m} + \frac{\alpha i_1^2}{l_{oy}} \right)^2}. \quad (32)$$

Введемо позначення:

$$\Omega_{\text{в.л.}} = \sqrt{\left(\frac{2C}{m} + \frac{2Ci_1^2}{l_{oy}} \right) - \left(\frac{\alpha}{m} + \frac{\alpha i_1^2}{l_{oy}} \right)^2}; \quad \gamma = \left(\frac{\alpha}{m} + \frac{\alpha i_1^2}{l_{oy}} \right). \quad (33)$$

Тоді, загальний розв'язок задачі набуває вигляду:

$$\begin{cases} \varphi(t) = C_1 + C_2 t + C_3 \cdot \exp(-\gamma t) \cdot \cos(\Omega_{\text{в.л.}} t) + C_4 \cdot \exp(-\gamma t) \sin(\Omega_{\text{в.л.}} t) \\ Z(t) = \tilde{C}_1 + \tilde{C}_2 t + \tilde{C}_3 \cdot \exp(-\gamma t) \cdot \cos(\Omega_{\text{в.л.}} t) + \tilde{C}_4 \cdot \exp(-\gamma t) \sin(\Omega_{\text{в.л.}} t) \end{cases} \quad (34)$$

У (33) і (34) $\Omega_{\text{в.л.}}$ – власна частота вільних коливань системи, γ – коефіцієнт затухання коливань у часі, $C_{1,2,3,4}$ та $\tilde{C}_{1,2,3,4}$ – константи які визначаються з початкових умов задачі:

$$\begin{cases} \varphi|_{t=0} = \varphi_0; \quad \dot{\varphi}|_{t=0} = \dot{\varphi}_0; \quad \ddot{\varphi}|_{t=0} = \ddot{\varphi}_0; \quad \ddot{\varphi}|_{t=0} = \ddot{\varphi}_0; \\ Z|_{t=0} = Z_0; \quad \dot{Z}|_{t=0} = \dot{Z}_0; \quad \ddot{Z}|_{t=0} = \ddot{Z}_0; \quad \ddot{Z}|_{t=0} = \ddot{Z}_0 \end{cases} \quad (35)$$

Знаходячи похідні від виразів (34) по t до третього порядку включно і підставляючи їх у початкові умови (35) матимемо систему алгебраїчних лінійних рівнянь відносно невідомих $C_k, \dot{C}_k, k = (1, 4)$, яка може бути розв'язана аналітично за правилом Крамера. У подальшому розглядаємо випадок $C_j, \dot{C}_j = 0, j = (1, 2)$, (неколивні процеси відсутні).

Система (22) з початковими умовами (35) розв'язана чисельно на ПЕОМ для наступних значень: $m=24\text{кг}, I_{oy}=65\text{кг}\cdot\text{м}^2, l_1=1,5\text{м}, C=2250\text{ Н/м}, \alpha=79\text{Н}\cdot\text{с/м}, 0 < V \leq 2,5\text{ м/с}$.

Власна частота коливань складає:

$$f_{\text{в.л.}} = 2,95\text{Гц} (\Omega_{\text{в.л.}} = 18,53\text{ 1/с}); \quad \gamma = 12,05\text{ 1/с}.$$

Для кута $\varphi(t)$ отримаємо наступне рівняння:

$$\ddot{\varphi} + \left(\frac{2\alpha i_1^2}{l_{oy}} + \frac{2\alpha}{m} \right) \dot{\varphi} + \left(\frac{2Ci_1^2}{l_{oy}} + \frac{2C}{m} \right) \varphi = 0, \quad (36)$$

яке для зазначених вище значень параметрів набуває наступного вигляду:

$$\ddot{\varphi} + 12,05\dot{\varphi} + 343,27\varphi = 0 \quad (37)$$

Нижче наведені графіки залежностей $\varphi(t)$ і величини $Z = l_1\varphi(t)$ для різних початкових значень φ_0 і $\dot{\varphi}$ (рис. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18).

Розглянемо далі диференціальне рівняння руху МТА з GPS – приймачем при його (МТА) кінематичному збуренні (за рахунок руху опорної частини (основи) приймача, суміщеної з центром маси МТА). По суті, цей рух описується $l_1\varphi(t)$ – функцією. Позначимо: $u = l_1\varphi(t)$. Тоді вказане рівняння має вигляд:

$$\bar{m}\ddot{\delta} + \mu(\dot{\delta} - \dot{u}) + \dot{C}(\delta - u) = 0, \quad (38)$$

де δ – абсолютне переміщення маси МТА;

u – переміщення основи МТА ($u = l_1\varphi(t)$);

μ – коефіцієнт демпфірування демпфера в'язкого тертя на якому знаходиться GPS – приймач;

\dot{C} – жорсткість пружини;

\bar{m} – маса GPS – приймача. (вважаємо, що GPS – приймач є лінійною механічною системою з одним ступенем вільності руху і являє собою вантаж масою \bar{m} на пружині жорсткості \dot{C} й демпфера в'язкого тертя з коефіцієнтом демпфірування μ [9 - 11]).

Введемо у рівняння добротність механічної системи (так у подальшому називатимемо GPS – приймач) Q , кутову частоту власних недемпфірованих коливань системи. Після виділення у ліву і праву частини залежних від u та δ величин рівняння (38) прийме вигляд:

$$\ddot{\delta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\delta} + \omega_0^2 \delta = \omega_0^2 u + \frac{\omega_0}{Q} \dot{u}, \quad \omega_0^2 = \frac{\dot{C}}{\bar{m}} \quad (39)$$

Перейдемо від рівняння переміщень до диференціального рівняння прискорень. Двічі диференціюючи праву і ліву частини виразу, нехтуючи початковою фазою коливань і представляючи прискорення основи у комплексній формі:

$$j_u = A_{ju} \exp[i \cdot \Phi(t)], \quad i^2 = -1 \quad (40)$$

отримаємо:

$$\frac{d^2 j_\delta}{d\tau^2} + \frac{\omega_0 d j_\delta}{Q dt} + \omega_0^2 j_\delta = \omega_0 \left(\omega_0 + i \frac{\omega}{Q} \right) A_{ju} \exp[i \cdot \Phi(t)], \quad (41)$$

де j_δ – прискорення маси;

$\Phi(t)$ – миттєва фаза коливань;

Частота збурення механічної системи залежить від часу:

$$\omega = \Phi(t), \quad (42)$$

а амплітуда прискорення основи постійна $A_{ju} = const$.

З урахуванням початкових умов $j_\delta = \frac{d j_\delta}{d t} = 0$ при $t = 0$ отримаємо абсолютне

прискорення системи:

$$j_\delta = \frac{\omega_0}{\omega} \int_0^t \left(\omega_0 + i \frac{\omega(\tau)}{Q} \right) A_{ju} \exp \left[\frac{\omega_0}{2Q} (\tau - t) + i \cdot \Phi(t) \right] \sin \left[\omega^2 (\tau - t) \right] d\tau, \quad (43)$$

у якому власна частота демпфірованої системи:

$$\omega^2 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}, \quad (44)$$

Для визначення амплітуди абсолютного прискорення системи $A_{j_\delta} = |j_\delta|$ за заданим прискоренням основи A_{ju} в умовах нестационарних коливань знайдемо коефіцієнт передачі системи за прискоренням:

$$K_j = \frac{A_{j_\delta}}{A_{ju}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \left| \int_0^\tau \left(\omega_0 + i \frac{\omega(\tau)}{Q} \right) \exp \left[\frac{\omega_0}{2Q} (\tau - t) + i \cdot \Phi(t) \right] \sin \left[\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} (\tau - t) \right] d\tau \right|, \quad (45)$$

За відомими дійсною $R_e I$ та уявною $I_m I$ частинами інтегралу:

$$R_e I = \int_0^\tau \exp \left(\frac{\omega_0}{2Q} (\tau - t) \right) \sin \left[\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} (\tau - t) \right] \left[-\frac{\omega(t)}{Q} \sin \Phi(t) + \omega_0 \cos \Phi(\tau) \right] d\tau, \quad (46)$$

$$I_m I = \int_0^\tau \exp \left(\frac{\omega_0}{2Q} (\tau - t) \right) \sin \left[\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} (\tau - t) \right] \left[\frac{\omega(t)}{Q} \sin \Phi(t) + \omega_0 \cos \Phi(\tau) \right] d\tau, \quad (47)$$

можна обчислити коефіцієнт передачі за прискоренням:

$$K_j = \frac{\sqrt{(R_e I)^2 + (I_m I)^2}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \quad (48)$$

Розглянемо далі два типи законів сканування частоти збурення у інтервалі $f_n - f_a$:

- 1) експоненціальний;
- 2) лінійний.

Введемо поняття приведенного числа коливань, котре будемо визначати як відношення числа збурюючих коливань у резонансній смузі до добротності. Для експоненціального і лінійного законів сканування частоти відповідно розрахунок виконуємо за формулами:

$$n_{1Q} = \frac{\omega_0}{Q^2 v_{1\omega} i n 2}, \quad n_{2Q} = \frac{\omega_0}{Q^2 v_{2\omega}}, \quad (49)$$

де v – швидкість сканування частоти.

Найважливішою характеристикою динамічних процесів при нестационарних коливаннях GPS – приймача, розміщеного на кабіні МТА є максимальне значення коефіцієнта передачі за прискоренням:

$$K_j = \frac{A_{j\delta \max}}{A_{ju}}, \quad (50)$$

Для отримання узагальненої залежності при різних добротностях Q зручно оперувати з відносним $K_{j\text{відн}}$, який визначається як відношення $K_{j\max}$ при нестационарних коливаннях до значення $K_j = Q$ при стаціонарних (усталених) коливаннях:

$$K_{j\max} = K_{j\text{відн}} \cdot Q \Rightarrow K_{j\text{відн}} \div Q \quad (51)$$

Результати (40 - 51) наведені для задач аналізу руху механічної системи (GPS – приймача сигналів) у нестационарних умовах, коли її частота коливань змінюється у часі, а також для моніторингу характеристик системи (зокрема, амплітудно-частотних) при вібровипробуваннях.

Використовуючи ці результати встановимо основні параметри коливань GPS – приймача, розміщеного на зовнішній поверхні кабіни МТА. При цьому вважаємо, що демпферу коливань вказаного приймача притаманні жорсткість k , маса m (враховуючи і масу самого приймача), добротність коливань Q . Тоді, у рівнянні (39) матимемо:

$$\ddot{\delta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\delta} + \omega_0^2 \delta = \omega_0^2 u + \frac{\omega_0}{Q} \dot{u}, \quad \omega_0^2 = \frac{C}{m}, \quad u = l_1 \varphi(t), \quad (52)$$

Загальний розв'язок (52) складається з двох: 1) загальний розв'язок однорідного рівняння (з (52) при нульовій правій частині); 2) частинний розв'язок (52) згідно правої частини цього рівняння. Використовуючи результати інтегрування (37) рівняння для $u(t)$, маємо:

$$\ddot{\varphi} + \gamma \dot{\varphi} + \Omega_0^2 \varphi = 0, \quad \Omega_0 = 18.53 \cdot 1 \div c, \quad \gamma = 12.05 \cdot 1 \div c, \quad (53)$$

$$\varphi(t) = (A_{1\varphi} \cos \Omega t + A_{2\varphi} \sin \Omega t) e^{-(\gamma/2)t}, \quad \Omega = \sqrt{\Omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}} = 17.52 c^{-1} \quad (54)$$

Невизначені константи $A_{1\varphi}$ та $A_{2\varphi}$ знаходимо з початкових умов, а значить й $u(t)$:

$$\varphi|_{t=0} = \varphi_0; \quad \dot{\varphi}|_{t=0} = \dot{\varphi}_0; \quad u(t) = l_1 (A_{1\varphi} \cos \Omega t + A_{2\varphi} \sin \Omega t) e^{-(\gamma/2)t} \quad (55)$$

Використовуючи (55), знаходимо $\dot{u}(t)$:

$$\dot{u}(t) = l_1 (-A_{1\varphi} \sin \Omega t + A_{2\varphi} \cos \Omega t) \exp(-\frac{\gamma}{2}t) + l_1 (-\frac{\gamma}{2})(A_{1\varphi} \cos \Omega t + A_{2\varphi} \sin \Omega t) \exp(-\frac{\gamma}{2}t) \quad (56)$$

Загальний розв'язок однорідного рівняння, отримаємо з (52) має вид:

$$\delta_{\text{заг}}(t) = (A_{1\delta} \cos \omega t + A_{2\delta} \sin \omega t) \exp\left(-\frac{\omega_0}{Q} t\right) \quad (57)$$

де $A_{1\delta}, A_{2\delta}$, – невизначені константи, які знаходяться з початкових умов (при відомому значенні частинного розв'язку $\delta_{\text{част}}(t)$):

$$\delta|_{t=0} = \delta_0; \quad \dot{\delta}|_{t=0} = \dot{\delta}_0 \quad (58)$$

У даному дослідженні початкові умови (58) вибрано нульовими.

Частинний розв'язок (52) знаходимо у вигляді:

$$\delta_{\text{част}}(t) = (\bar{A}_{1\delta} \cos \omega t + \bar{A}_{2\delta} \sin \omega t) \exp\left(-\frac{\omega_0}{Q} t\right), \quad (59)$$

де константи $\bar{A}_{1\delta}$ і $\bar{A}_{2\delta}$ знаходимо з рівнянь:

$$\begin{cases} \bar{A}_{1\delta}D + \bar{A}_{2\delta}E = A_{1\varphi}F + A_{2\varphi}G \\ -\bar{A}_{1\delta}E + \bar{A}_{2\delta}D = A_{1\varphi}(-G) + A_{2\varphi}F \end{cases} \quad (60)$$

де $D = \omega_0^2 - \frac{\omega_0\gamma}{Q2} - (\Omega)^2 + \frac{\gamma^2}{4}$; $E = \frac{\omega_0}{Q}\Omega - y\Omega$; $F = \omega_0^2 l_1 - \frac{\omega_0}{Q} l_1 \frac{\gamma}{2}$; $G = \frac{\omega_0}{Q} l_1 \Omega$

(61)

Використовуючи (60) і (61) за правилом Крамера знаходимо $\bar{A}_{1\delta}$ і $\bar{A}_{2\delta}$:

$$\begin{cases} \bar{A}_{1\delta} = \frac{\bar{D}(A_{1\varphi}F + A_{2\varphi}G) - \bar{E}(A_{1\varphi}G + A_{2\varphi}F)}{(\bar{D}^2 + \bar{E}^2)} \\ \bar{A}_{2\delta} = \frac{\bar{D}(-A_{1\varphi}G + A_{2\varphi}F) - \bar{E}(A_{1\varphi}F + A_{2\varphi}G)}{(\bar{D}^2 + \bar{E}^2)} \end{cases} \quad (62)$$

Для $\delta_0 = \dot{\delta} = 0$ у (58) маємо:

$$A_{1\delta} = -\bar{A}_{1\delta}; \quad A_{2\delta} = \left(\frac{\gamma}{2} \bar{A}_{1\delta} - \Omega \cdot \bar{A}_{2\delta} - \frac{\omega_0}{Q} A_{1\delta} \right) / \omega; \quad (63)$$

Таким чином, розв'язок (52) має вигляд:

$$\begin{aligned} \delta(t) = & \left\{ (-\bar{A}_{1\delta} \cos \omega t) + \left[\left(\frac{\gamma}{2} A_{1\delta} - \Omega \cdot \bar{A}_{2\delta} - \frac{\omega_0}{Q} A_{1\delta} \right) / \omega \right] \sin \omega \cdot t \right\} \times \\ & \times \exp\left(-\frac{\omega_0}{Q} t\right) + \left\{ (\bar{A}_{1\delta} \cos \omega t) + (\bar{A}_{2\delta} \sin \omega t) \right\} \exp\left(-\frac{\omega_0}{Q} t\right) \end{aligned} \quad (64)$$

Самі константи $A_{1\varphi}$ та $A_{2\varphi}$ знаходимо з початкових умов (55):

$$A_{1\varphi} = \varphi_0; \quad A_{2\varphi} = \frac{1}{\Omega} (\dot{\varphi}_0 + \frac{\gamma}{2} \varphi_0) \quad (65)$$

Таким чином, розв'язок (52) знайдений у повному обсязі.

На рисунках 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 зображені залежності

$f_1(t) \equiv \delta(t)$, $Z_1 = \delta(t) + l_1\varphi(t)$ для різних значень ω_0 й $Q = 100$.

Аналіз отриманих залежностей $\delta(t)$ і $Z_1(t)$ дозволяє зробити висновок про те, що добротність Q демпфера GPS – приймача практично не впливає на $\delta(t)$ і $Z_1(t)$. Суттєвим є вплив початкових умов для φ_0 і $\dot{\varphi}_0$, а також величина ω_0 . При зменшенні ω_0 від $1979,2 \text{ c}^{-1}$ до 110 c^{-1} амплітудні значення $\delta(t)$ і $Z_1(t)$ практично не змінюються, проте осциляції стають більш помітними. Отже, бажано встановлювати GPS – приймач на більш жорсткій основі ($\omega_0 \approx 2 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$), що зменшує «биття» основи демпфера GPS – приймача. За $\varphi_0 \rightarrow 0$ і $\dot{\varphi}_0 = 1 \text{ c}^{-1}$ можна досягти (після закінчення перехідних процесів у демпфері GPS – приймача) незначних за амплітудою коливань основи демпфера, а саме $\pm Z_{1\max} \approx \pm 0.01 \text{ м}$.

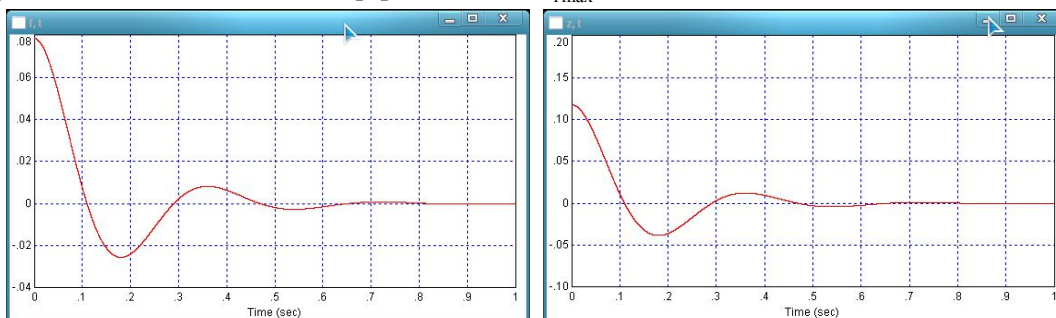


Рис. 2. Залежності $\delta(t)$ і $Z_1(t)$: $\varphi_0 = \pi / 40$; $\dot{\varphi}_0 = 0$; $Z = 1.5\varphi(t)$ м

© Ю.В. Човнюк, Г.А. Герасимчук, Ю.О. Гуменюк, Я.О. Якубович

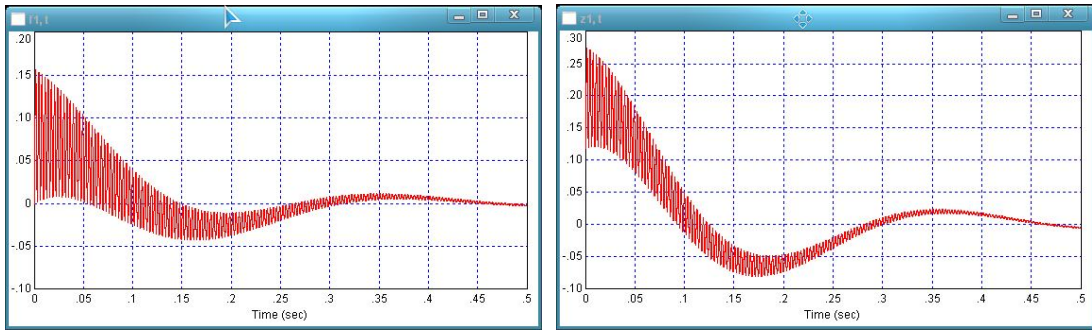


Рис. 3. Залежності $f_1(t) = \delta(t) + l_1\varphi(t)$ $\varphi_0 = \pi / 40$ $\dot{\varphi}_0 = 0$ $\omega_0 = 1979.2c^{-1}$

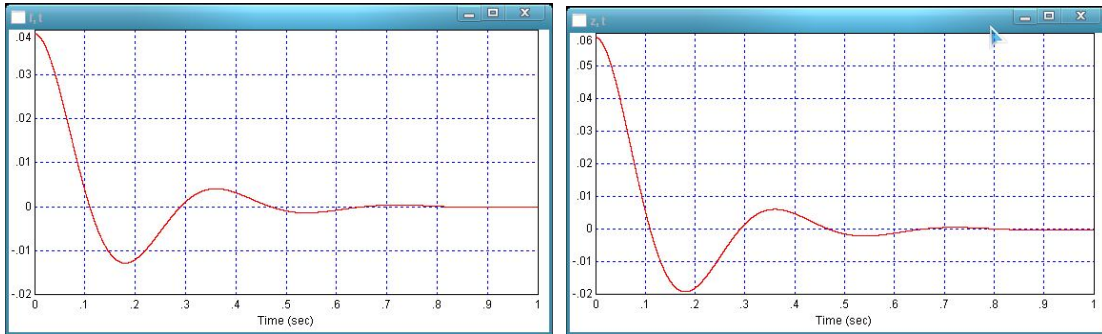


Рис. 4. Залежності $\delta(t)$ і $Z_1(t)$: $\varphi_0 = \pi / 80$ $\dot{\varphi}_0 = 0$ $Z = 1.5\varphi(t)$ м

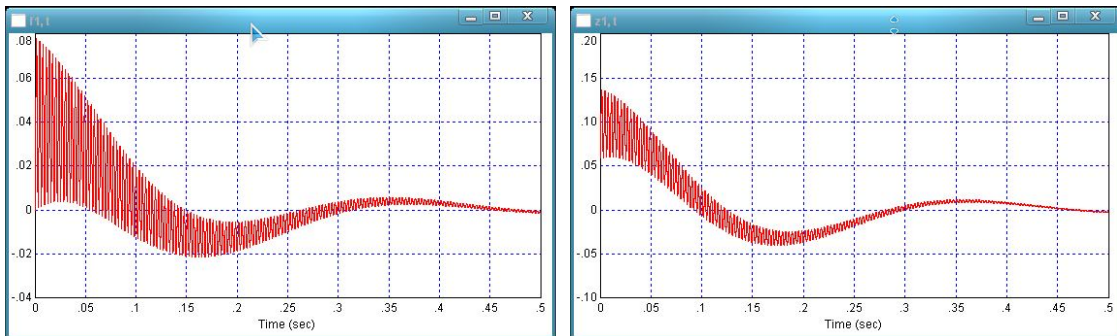


Рис. 5. Залежності $f_1(t) = \delta(t)$ і $Z_1(t) = \delta(t) + l_1\varphi(t)$ $\varphi_0 = \pi / 80$ $\dot{\varphi}_0 = 0$ $\omega_0 = 1979.2 c^{-1}$

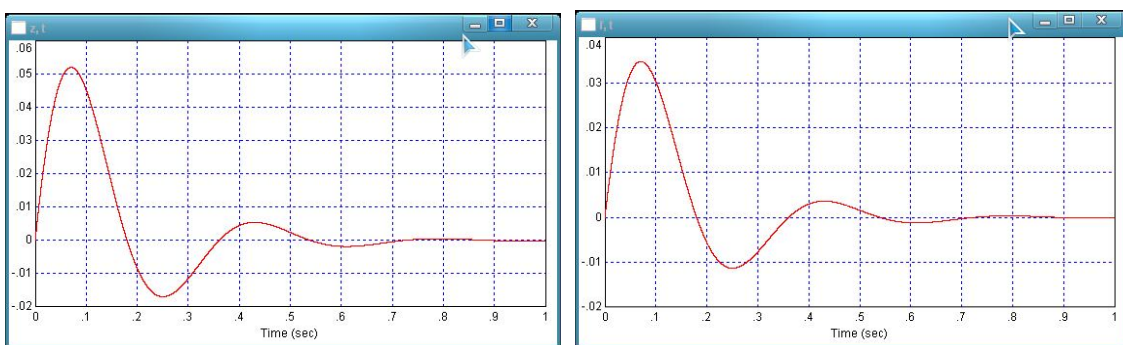


Рис. 6. Залежності $\varphi(t)$ і $Z(t)$: $\varphi_0 = 0$ $\dot{\varphi}_0 = 1c^{-1}$ $Z = 1.5\varphi(t)$ м

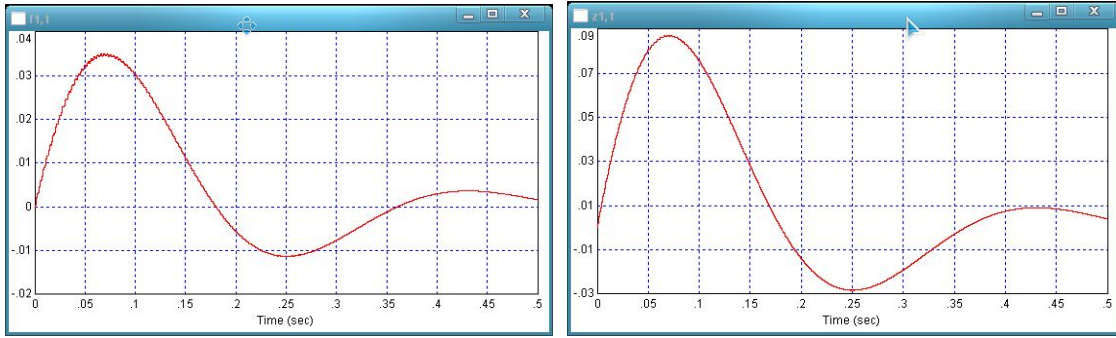


Рис. 7. Залежності $f_1(t) = \delta(t) i Z_1(t) = \delta(t) + l_1 \varphi(t)$ $\varphi_0 = 0$ $\dot{\varphi}_0 = 1 c^{-1}$ $\omega_0 = 1979.2 c^{-1}$

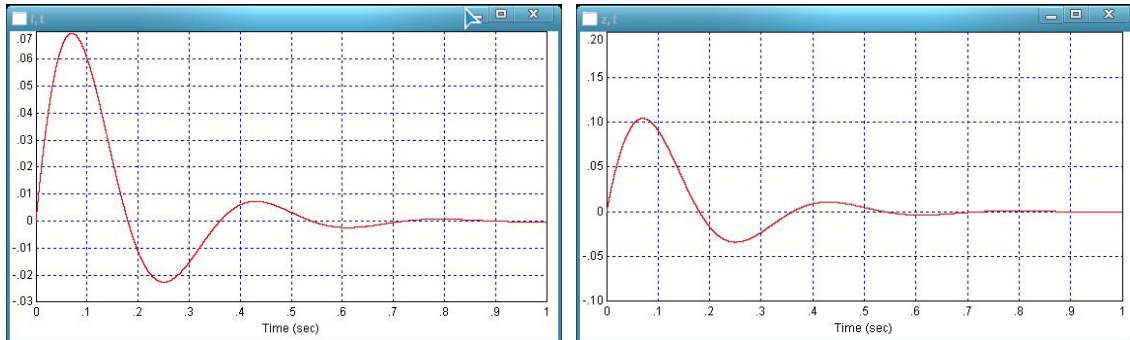


Рис. 8. Залежності $\varphi(t)$ і $Z(t)$: $\varphi_0 = 0$ $\dot{\varphi}_0 = 2 c^{-1}$ $Z = 1.5 \varphi(t) м$

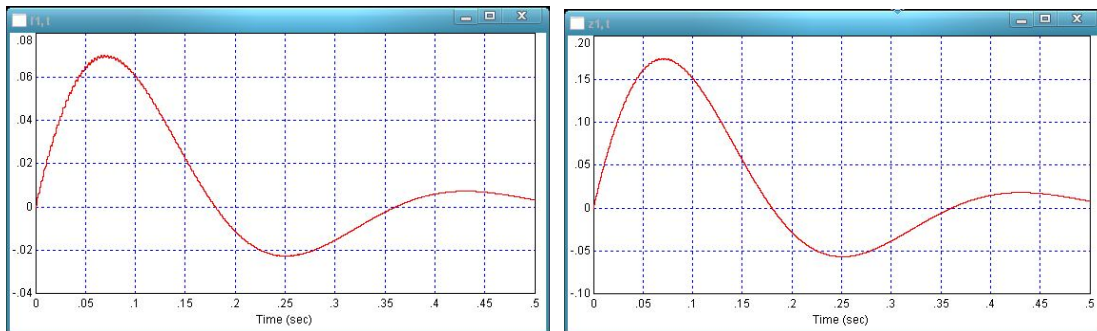


Рис. 9. Залежності $f_1(t) = \delta(t) i Z_1(t) = \delta(t) + l_1 \varphi(t)$ $\varphi_0 = 0$ $\dot{\varphi}_0 = 2 c^{-1}$ $\omega_0 = 1979.2 c^{-1}$

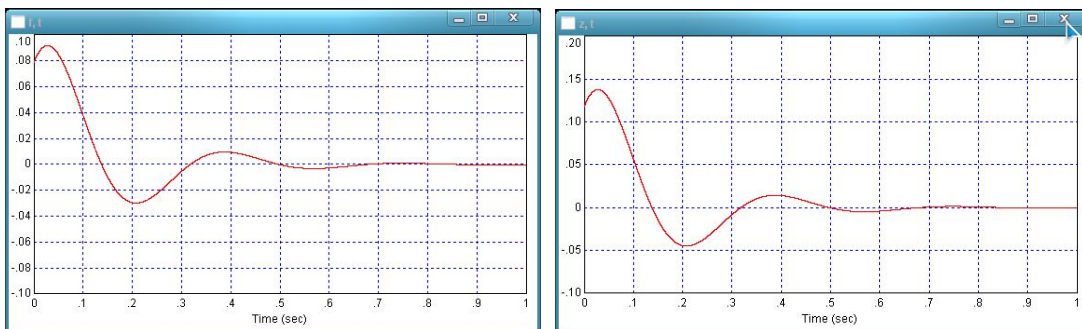


Рис. 10. Залежності: $\varphi(t)$ і $Z(t)$: $\varphi_0 = \pi / 40$; $\dot{\varphi}_0 = 1 c^{-1}$; $Z = 1.5 \varphi(t) м$

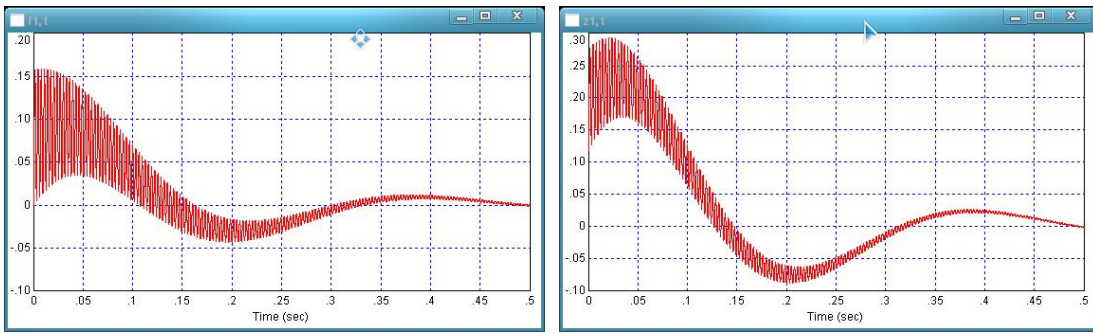


Рис. 11. Залежності

$$f_1(t) = \delta(t) i Z_1(t) = \delta(t) + l_1 \varphi(t) \quad \varphi_0 = \pi / 40 \quad \dot{\varphi}_0 = 1c^{-1} \quad \omega_0 = 1979.2c^{-1}$$

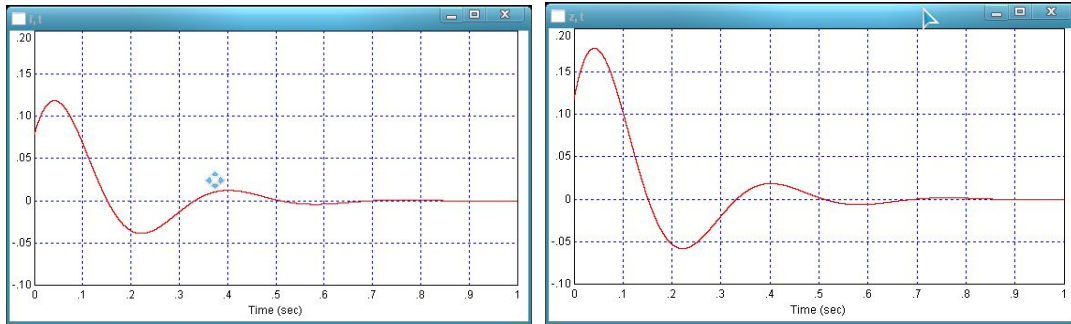


Рис. 12. Залежності $\varphi(t)$ і $Z(t)$: $\varphi_0 = \pi / 40$; $\dot{\varphi}_0 = 2c^{-1}$; $Z = 1.5\varphi(t)м$

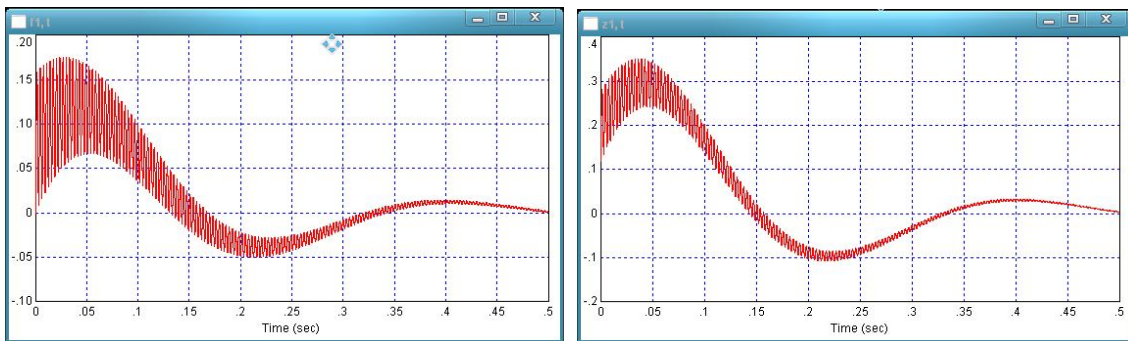


Рис. 13. Залежності

$$f_1(t) = \delta(t) i Z_1(t) = \delta(t) + l_1 \varphi(t) \quad \varphi_0 = \pi / 40 \quad \dot{\varphi}_0 = 2c^{-1} \quad \omega_0 = 1979.2c^{-1}$$

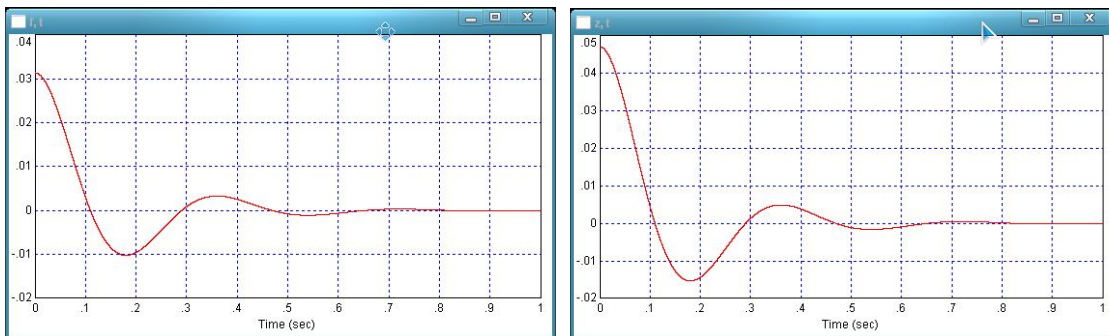


Рис. 14. Залежності: $\varphi(t)$ і $Z(t)$: $\omega_0 = 197.92c^{-1}$ $\varphi_0 = \pi / 100$; $\dot{\varphi}_0 = 0$; $Z = 1.5\varphi(t)м$

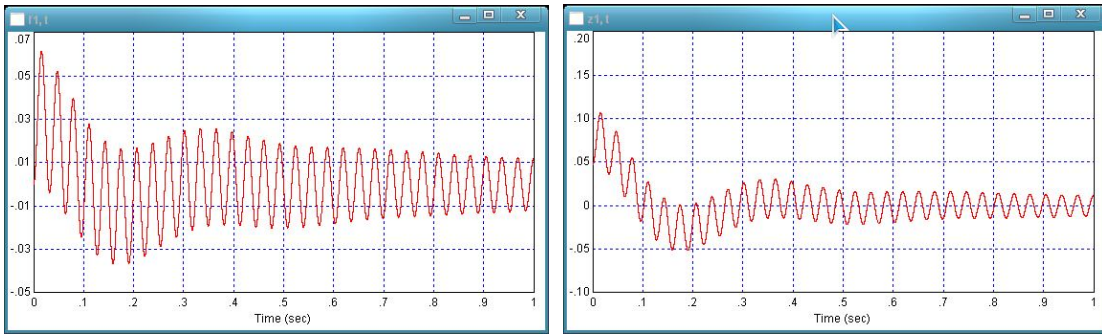


Рис. 15. Залежності

$$f_1(t) = \delta(t) i Z_1(t) = \delta(t) + l_1 \varphi(t) \quad \varphi_0 = \pi / 40 \quad \dot{\varphi}_0 = 2c^{-1} \quad \omega_0 = 1979.2c^{-1}$$

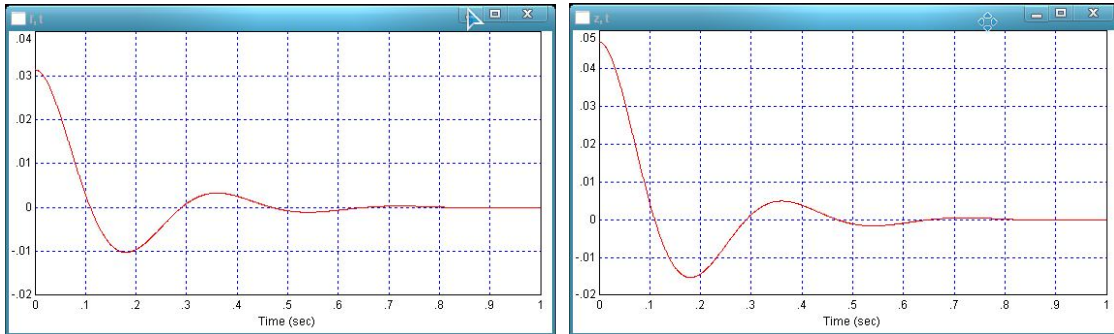


Рис. 16. Залежності: $\varphi(t)$ і $Z(t)$: $\omega_0 = 100c^{-1}$ $\varphi_0 = \pi / 100$; $\dot{\varphi}_0 = 0$; $Z = 1.5\varphi(t)м$

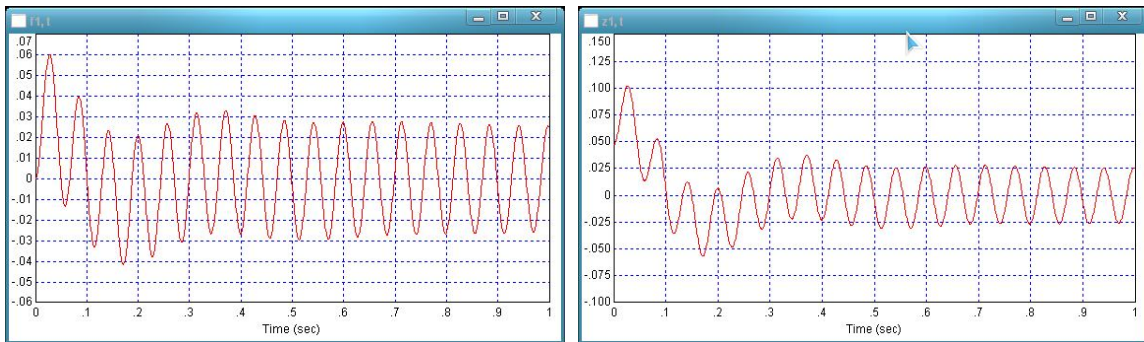


Рис. 17. Залежності $f_1(t) = \delta(t) i Z_1(t) = \delta(t) + l_1 \varphi(t)$ $\varphi_0 = \pi / 100$ $\dot{\varphi}_0 = 0$ $\omega_0 = 110c^{-1}$

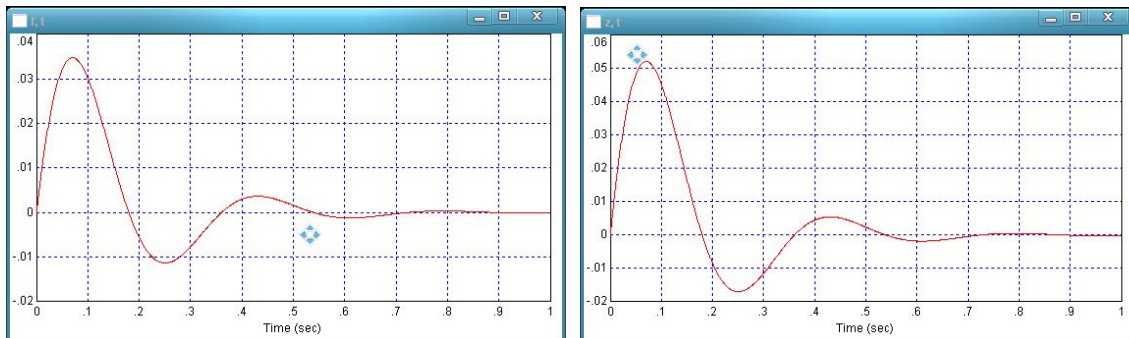


Рис. 18. Залежності: $\varphi(t)$ і $Z(t)$: $\omega_0 = 110c^{-1}$ $\varphi_0 = 0$; $\dot{\varphi}_0 = 1c^{-1}$; $Z = 1.5\varphi(t)м$

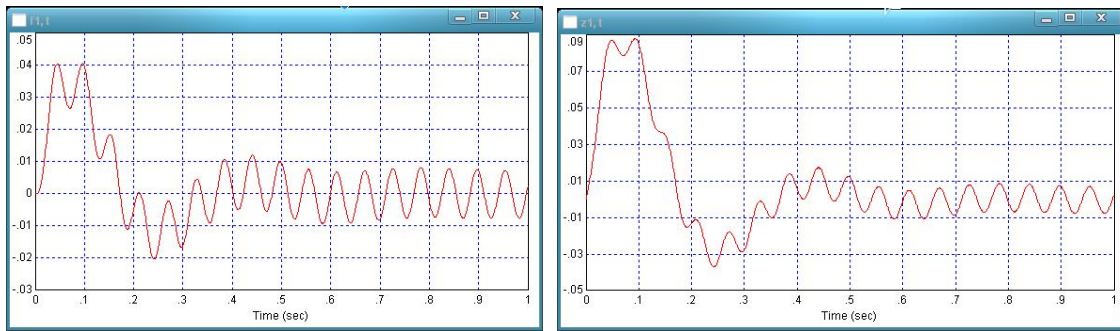


Рис. 19. Залежності $f_1(t) = \delta(t) i Z_1(t) = \delta(t) + l_1 \varphi(t)$ $\varphi_0 = 0$ $\dot{\varphi}_0 = 1c^{-1}$ $\omega_0 = 110c^{-1}$.

Висновки. 1. На підставі отриманих результатів чисельного моделювання на ПЕОМ отримані найбільш раціональні конструктивні і кінематичні параметри гичкозбиральної машини фронтально навішеної на трактор.

2. Встановлено, що власна частота коливань демфера GPS – приймача, встановленого на кабіні трактора, складає $\omega_0 \approx 2 \cdot 10^3 c^{-1}$, а добротність $Q = 100$. Саме за цих значень параметрів вказаного демфера амплітуда коливань його основи не перевищує $\pm 1 \cdot 10^{-2} m$.

3. Отримані результати можуть бути використані також при проведенні конструкторських розробок інших перспективних гичкозбиральних машин, обладнаних GPS – навігаторами.

1. Василенко П.М. Введение в земледельческую механику/П. М. Василенко. – К.: Сільгоспосвіта, 1996. – 252 с.
2. Морозов Б.И. Расчёт движения колёсной машины по неровной дороге/ Б.И. Морозов, Н.М. Грингауз //Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства. - 1969. - №7. - С. 11 – 14.
3. Булгаков В.М. Теория бурьякозбиральных машин/ В.М. Булгаков.- К.: Видавничий центр НАУ, 2005. - 245 с.
4. Погорельый Л.В. Свеклоуборочные машины: история, конструкция, теория, прогноз/ Л.В. Погорельый, Н.В. Татьянако. – К.: Феникс, 2004. – 232 с.
5. Булгаков В.М. Динамика зернозбиральных агрегатів/ В.М. Булгаков, Г.М. Калетник, І.В. Гринник, О.М. Леженкін – К.: Аграрна наука, 2010. - 257 с.
6. Березовий М.Г. Моделювання руху гичкозбиральної машини по нерівностях поверхні ґрунту/ М.Г. Березовий, О.І. Литвинов, В.М. Пришляк, Ю.М. Андреев// Праці державного агротехнічного університету .- 2012.- Вип.12. - Т.1. - С.116 – 126.
7. Леженкін О.М. Математична модель руху причіпної гичкозбиральної машини/ О.М. Леженкін, О.О. Сипливець// Науковий вісник ТДАТУ.- 2012. - Вип. 2. - Т. 3. - С. 223 – 233.
8. Ландау Л.Д. Механика. Т.1/ Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1965. – 204 с.
9. Токарев М.Ф. Механические воздействия и защита радиоэлектронной аппаратуры/ М.Ф. Токарев, Е.Е Талицкий, В.А. Фролов.- М.: Радио и связь, 1984. - 294 с.
10. Назаренко В.Г. Влияние процесса установления резонансных колебаний на долговечность элементов электронных приборов / В.Г. Назаренко // Доклады БГРУИР. – 2006. – №4 (16). - С. 95 – 100.
11. Назаренко В.Г. Оценка параметров нестационарных колебаний механической системы с одной степенью свободы в процессе виброиспытаний / В.Г. Назаренко, Е.Б Далеккая, П.М. Миронова// Механика машин, механизмов и материалов. – Минск, 2011. – №2 (15). - С. 51 – 53.