

**В.П.Самчук**

**Луцький національний технічний університет  
МОДЕЛЮВАННЯ ДІЛЯНОК ПОВЕРХОНЬ АВТОДОРОЖНОГО ПОЛОТНА  
НА ОСНОВІ ЗАДАНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ВИМОГ**

*Запропоновано спосіб формування дискретних моделей регулярних сіток, які представляють ділянки автодорожного полотна, на основі суперпозиції поверхонь та з врахуванням попередньо заданих геометричних вимог. Розроблені алгоритми дозволяють спростити операції управління формою моделі при розв'язанні задач формоутворення та візуалізації поверхонь автодорожного полотна за допомогою ЕОМ.*

**Ключові слова:** автомобільні дороги, проектування, дискретний каркас, дискретне геометричне моделювання.  
*Рис 8. Літ 4.*

**В.П.Самчук**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УЧАСТКОВ ПОВЕРХНОСТЕЙ АВТОДОРОЖНОГО ПОЛОТНА  
НА ОСНОВАНИИ ЗАДАНИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТРЕБОВАНИЙ**

*Предложен способ формирования дискретных моделей регулярных сетей, представляющих участки автодорожного полотна, на основе суперпозиции поверхностей и с учетом предварительно заданных геометрических требований. Разработанные алгоритмы позволяют упростить операции управления формой модели при решении задач формообразования и визуализации поверхностей автодорожного полотна с помощью ЭВМ.*

**Ключевые слова:** автомобильные дороги, проектирование, дискретный каркас, дискретное геометрическое моделирование.

**V.Samchuk**

**MODELING OF SURFACES OF ROADBED,  
BASED ON SPECIFIED GEOMETRIC REQUIREMENTS**

*The basis for shaping the future road is its track . It is designed based on physical laws of motion of vehicles. The outline of this route largely determine the technical and operational quality of transport and the future road.*

*The digital terrain model is three-dimensional in nature and surfaces generated by it is possible to trace the spatial ways. In this context requires the development of methodology and algorithms for spatial trace. This will fill up within CAD arsenal of advanced technology road design.*

*We consider the question of forming a regular discrete structure that represents the area of the road surface. We obtain two-dimensional computational patterns to determine the applicant knots surface predetermined geometric requirements on a rectangular grid with uniform step. Thanks a broader statement of the problem of modeling obtained finite-difference operators develop models of complex surfaces, which significantly extends the formative possibilities when designing roadbed.*

**Keywords:** roadbed, designing, discrete carcass, discrete geometric modeling.

**Постановка проблеми.** Високі вимоги, які висуває сучасний автомобільний транспорт до якості автомобільних доріг, можуть бути реалізовані лише при системному підході, як до самого процесу проектування, так і до наступних етапів його реалізації – будівництва та експлуатації.

В сучасних умовах проектування автомобільних доріг виконується з широким застосуванням автоматизованих комплексів, починаючи від отримання та обробки геодезичної інформації та закінчуючи підготовкою креслень робочої документації.

Автоматизація проектування займає особливе місце серед інформаційних технологій, що застосовуються при виконанні проектних робіт, починаючи від обчислювальних та телекомунікаційних технологій і закінчуючи сучасними методами обчислювальної математики та засобів моделювання тривимірної віртуальної реальності.

Специфіка проектування доріг полягає в тому, що це – лінійно-протяжні об'єкти. Обриси дороги, з одного боку, суттєво залежать від рельєфу, ґрунтового-геологічних і гідрологічних умов місцевості. З іншого боку, геометричні характеристики проектованої дороги тісно пов'язані із запланованою інтенсивністю й складом транспортного руху.

Основою формоутворення майбутньої дороги є її траса, яка проектується з врахуванням фізичних законів руху транспортних засобів. І обриси цієї траси багато в чому визначають технічні й транспортно-експлуатаційні якості майбутньої дороги.

Перехід на системну автоматизацію дорожнього проектування на основі цифрових моделей місцевості (ЦММ) привів до істотної зміни всієї технології проектно-дослідницьких робіт [1].

У період "ручного" проектування автомобільних доріг геодезичні вишукування виконувалися "пiкетним" методом. Зовсім інші перспективи відкриває "безпiкетний" метод вишукувань доріг, пріоритетне застосування якого стало можливим завдяки досягненням електронної тахеометрії й обчислювальної техніки.

При "безпiкетному" методі вишукувань місце розташування траси визначається не на стадії вишукувань, а на стадії проектування. Це дає можливість варіювати місцем розташування траси практично на будь-якому етапі проектування, застосовуючи для встановлення місця розташування траси і її опису сучасні математичні методи.

Враховуючи тривимірну природу ЦММ і породжуваних нею поверхонь, з'являється можливість просторового трасування доріг. У зв'язку з цим потребує розвитку методологія й алгоритми просторового трасування для того, щоб в рамках САПР поповнити арсенал передових технологій дорожнього проектування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Поверхні є базовими об'єктами будь-якої системи проектування, яка оперує геоінформаційними даними. При цьому переважна більшість алгоритмів побудови поверхонь рельєфу та ділянок дорожнього полотна базується на нерегулярних сітках з трикутними комірками [2]. Використання сіток регулярної структури хоча і має певні недоліки, пов'язані зі ступенем адекватності представлення поверхні, проте дозволяє значно зменшити кількість даних, необхідних для візуалізації моделі. В опублікованих роботах, присвячених дослідженню регулярних сіткових структур, які використовуються в автодорожньому проектуванні, не розглядалися задачі побудови поверхонь з рівномірним кроком вузлів на основі суперпозиції геометричних форм.

**Формування цілей роботи.** Проаналізувати структури, які використовуються для моделювання поверхонь в автодорожньому будівництві та розглянути у більш широкій постановці задачу моделювання і формоутворення регулярної дискретної сітки, яка представляє ділянку поверхні автодорожнього полотна, на основі суперпозиції поверхонь та з врахуванням наперед заданих геометричних вимог.

**Основна частина.** В останні роки, у зв'язку з бурхливим розвитком геоінформаційних систем (ГІС), розглядається питання можливості їх застосування поряд із САПР, в автоматизованому проектуванні автомобільних доріг. При значній зовнішній подібності ГІС і САПР мають принципові відмінності. Вони відрізняються за моделями даних, їх атрибутами та методами візуалізації.

У зв'язку з тим, що ГІС та САПР мають свої сильні й слабкі сторони, усе більшого поширення отримують інтегровані графічні системи, що володіють можливостями як ГІС, так і САПР. У дорожній галузі такі комбіновані можливості необхідні, наприклад, для представлення комплексних проектів автомобільних доріг на плані місцевості, коли в дрібному масштабі користувач на екрані комп'ютера бачить загальну схему мережі доріг, а при поступовому збільшенні з'являється детальний вигляд з візуалізацією усіх поверхонь автомобільної дороги.

Для моделювання поверхонь використовуються різні види структур: по горизонталях, по структурних лініях, по поперечниках до траси або магістрального ходу, статистичні тощо [3]. На практиці найчастіше використовують два основні види структур (сіток): регулярна (з рівномірним кроком вузлів, рис. 1, а) і нерегулярна (триангуляційна, рис. 1, б).

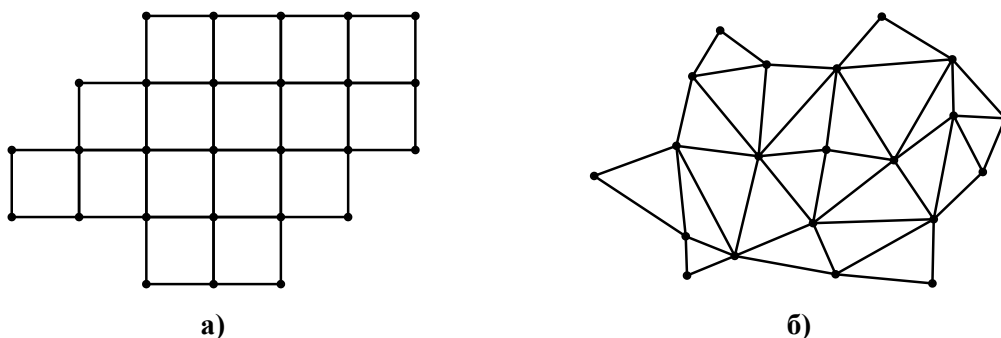


Рис. 1. Структури (сітки) ЦММ: а) регулярна; б) нерегулярна

Масив точок для регулярних моделей може бути представлений у наступному виді:

$$F, m, n, X_0, Y_0, Z_{11}, \dots, Z_{1m}, \dots, Z_{nm}$$

де  $F$  – крок сітки;  $m$  – число точок по горизонталі;  $n$  – число точок по вертикалі;  
 $X_0, Y_0$  – координати початкової точки сітки,  
 $Z_{11}, \dots, Z_{1m}, \dots, Z_{nm}$  – відмітки точок у вузлах сітки.

Таким чином, для однозначного представлення регулярної сітки розмірністю  $m \times n$  потрібно зберігати всього  $m \times n + 5$  чисел. Однак для адекватного представлення поверхні із заданою точністю потрібна висока щільність точок. До того ж, у зв'язку з обмеженістю масивів оброблюваних даних дуже часто доводиться вибирати між точністю представлення (розміром комірки) і розміром оброблюваної поверхні.

Для нерегулярних моделей масив точок описується послідовністю:

$$\sum X_i, Y_i, Z_i, K_i, L_i, T_i, \dots,$$

де  $X_i, Y_i, Z_i$  – координати  $i$ -тої точки ( $i = 1, \dots, k$ );  
 $K_i, L_i, T_i$  – відповідно належність  $i$ -тої точки  $K_i$  трикутнику, зв'язок  $i$ -тої точки з  $L_i$  і  $T_i$  точками в трикутнику.

Розмірність нерегулярної сітки становить  $6k$ , що майже у 6 разів вище розмірності регулярної сітки, але, поряд з цим, для адекватного відображення поверхні необхідна значно менша кількість точок.

Задача побудови поверхні за заданими геометричними вимогами є однією з базових в обчислювальній геометрії. До неї зводяться багато інші, пов'язані з моделюванням поверхонь і розв'язанням просторових задач у САПР та ГІС.

Моделі регулярних поверхонь можна формувати статико-геометричним методом [4]. Основним джерелом параметрів, за допомогою яких враховуються геометричні вимоги до дискретних моделей, виступає зовнішнє формоутворююче навантаження  $P_{i,j}$ . Аплікати вузлів сітки обчислюються з системи лінійних рівнянь виду:

$$z_{i-1,j} + z_{i,j-1} - 4\alpha z_{i,j} + z_{i,j+1} + z_{i+1,j} + kP_{i,j} = 0,$$

де  $z_{i,j}$  – шукані аплікати вузлів регулярної сітки ( $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ );  
 $\alpha$  – коефіцієнт пропорційності між аплікатою у вузлі  $m, n$  та прикладеним формуючим навантаженням  $P_{i,j}$ , ( $k=1$ ).

В практиці досить часто виникають задачі формоутворення, в яких остаточна модель поверхні повинна задовольняти властивостям двох чи більше початкових моделей, які виступають в якості формуючих.

Для такого випадку потрібно дослідити процес формування моделі поверхні яка задовольняє вимогам її складових форм та описується одним скінченно-різницевою рівнянням. Такий підхід дозволяє спростити операції управління моделлю при розв'язанні задач формоутворення поверхонь ділянок автодорожнього полотна за допомогою ЕОМ.

Розглянемо поверхню, модель якої задовольняє параметрам двох її складових та надамо графічну інтерпретацію процесу її формування статико-геометричним методом.

Нехай перша та друга складові поверхні ділянки автодорожнього полотна формуються з коефіцієнтами пропорційності  $\alpha_1$  та  $\alpha_2$  відповідно, і описуються системами скінченно-різницевих рівнянь виду:

$$z_{1,m-1,n} + z_{1,m,n-1} - 4\alpha_1 z_{1,m,n} + z_{1,m,n+1} + z_{1,m+1,n} = P_{1,m,n}, \quad (1)$$

$$z_{2,m-1,n} + z_{2,m,n-1} - 4\alpha_2 z_{2,m,n} + z_{2,m,n+1} + z_{2,m+1,n} = P_{2,m,n}. \quad (2)$$

Результатом суперпозиції рівнянь (1) та (2) буде скінченно-різницеве рівняння 4-го порядку виду:

$$\begin{aligned} & z_{m-2,n} + 2z_{m-1,n-1} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{m-1,n} + 2z_{m-1,n+1} + z_{m,n-2} - \\ & - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{m,n-1} + 4(1 + 4\alpha_1\alpha_2)z_{m,n} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{m,n+1} + \\ & + z_{m,n+2} + 2z_{m+1,n-1} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{m+1,n} + 2z_{m+1,n+1} + z_{m+2,n} = \\ & = C_1(P_{1,m-1,n} + P_{1,m,n-1} - 4\alpha_2 P_{1,m,n} + P_{1,m,n+1} + P_{1,m+1,n}) + \\ & + C_2(P_{2,m-1,n} + P_{2,m,n-1} - 4\alpha_1 P_{2,m,n} + P_{2,m,n+1} + P_{2,m+1,n}) \end{aligned}$$

Граничні умови в кутових точках.

Ліва нижня точка:

$$\begin{aligned} & z_{0,2} + 2(1 + 8\alpha_1\alpha_2)z_{1,1} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{1,2} + z_{1,3} + \\ & + z_{2,0} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{2,1} + 2z_{2,2} + z_{3,1} = \\ & = +C_1(P1_{1,2} - 4\alpha_2P1_{1,1} + P1_{2,1}) + C_2(P2_{1,2} - 4\alpha_1P2_{1,1} + P2_{2,1}) + \\ & + 4C_1\alpha_2(z1_{0,1} + z1_{1,0}) + 4C_2\alpha_1(z2_{0,1} + z2_{1,0}). \end{aligned}$$

Ліва верхня точка:

$$\begin{aligned} & z_{0,l-2} + 2(1 + 8\alpha_1\alpha_2)z_{1,l-1} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{1,l-2} + z_{3,l-1} + \\ & + z_{2,0} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{2,l-1} + 2z_{2,l-2} + z_{2,l} = \\ & = C_1(P1_{1,l-1} - 4\alpha_2P1_{1,l-1} + P1_{2,l-1}) + C_2(P2_{1,l-2} - 4\alpha_1P2_{1,l-1} + P2_{2,l-1}) + \\ & + 4C_1\alpha_2(z1_{0,l-1} + z1_{1,l}) + 4C_2\alpha_1(z2_{0,l-1} + z2_{1,l}). \end{aligned}$$

Права нижня точка:

$$\begin{aligned} & z_{k-2,0} + 2(1 + 8\alpha_1\alpha_2)z_{k-1,1} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{k-2,1} + z_{k-3,1} + \\ & + z_{k,2} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{k-1,2} + 2z_{k-2,2} + z_{k-1,3} = \\ & = C_1(P1_{k-1,2} - 4\alpha_2P1_{k-1,1} + P1_{k-2,1}) + C_2(P2_{k-1,2} - 4\alpha_1P2_{k-1,1} + P2_{k-2,1}) + \\ & + 4C_1\alpha_2(z1_{k,1} + z1_{k-1,0}) + 4C_2\alpha_1(z2_{k,1} + z2_{k-1,0}). \end{aligned}$$

Права верхня точка:

$$\begin{aligned} & z_{k-2,l} + 2(1 + 8\alpha_1\alpha_2)z_{k-1,l-1} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{k-2,l-1} + z_{k-3,l-1} + \\ & + z_{k,l-2} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{k-1,l-2} + 2z_{k-2,l-2} + z_{k-1,l-3} = \\ & = C_1(P1_{k-1,l-2} - 4\alpha_2P1_{k-1,l-1} + P1_{k-2,l-1}) + C_2(P2_{k-1,l-2} - 4\alpha_1P2_{k-1,l-1} + P2_{k-2,l-1}) + \\ & + 4C_1\alpha_2(z1_{k,l-1} + z1_{k-1,l}) + 4C_2\alpha_1(z2_{k,l-1} + z2_{k-1,l}). \end{aligned}$$

Граничні умови на відрізках опорного контура.

Ліва вертикаль,  $n \in [2; l-2]$ :

$$\begin{aligned} & z_{0,n-1} + z_{0,n+1} + z_{1,n-2} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{1,n-1} + (3 + 16\alpha_1\alpha_2)z_{1,n} - \\ & - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{1,n+1} + z_{1,n+2} + 2z_{2,n-1} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{2,n} + 2z_{2,n+1} + z_{3,n} = \\ & = 4C_1\alpha_2z1_{0,n} + 4C_2\alpha_1z2_{0,n} + C_1(P1_{1,n-1} - 4\alpha_1P1_{1,n} + P1_{1,n+1} + P1_{2,n}) + \\ & + C_2(P2_{1,n-1} - 4\alpha_2P2_{1,n} + P2_{1,n+1} + P2_{2,n}). \end{aligned}$$

Права вертикаль,  $n \in [2; l-2]$ :

$$\begin{aligned} & z_{k,n-1} + z_{k,n+1} + z_{k-1,n-2} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{k-1,n-1} + (3 + 16\alpha_1\alpha_2)z_{k-1,n} - \\ & - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{k-1,n+1} + z_{k-1,n+2} + 2z_{k-2,n-1} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{k-2,n} + 2z_{k-2,n+1} + z_{k-3,n} = \\ & = 4C_1\alpha_2z1_{k,n} + 4C_2\alpha_1z2_{k,n} + C_1(P1_{k-1,n-1} - 4\alpha_1P1_{k-1,n} + P1_{k-1,n+1} + P1_{k-2,n}) + \\ & + C_2(P2_{k-1,n-1} - 4\alpha_2P2_{k-1,n} + P2_{k-1,n+1} + P2_{k-2,n}). \end{aligned}$$

Нижня горизонталь,  $m \in [2; k-2]$ :

$$\begin{aligned} & z_{m-1,0} + z_{m+1,0} + z_{m-2,1} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{m-1,1} + (3 + 16\alpha_1\alpha_2)z_{m,1} - \\ & - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{m+1,1} + z_{m+2,1} + 2z_{m-1,2} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{m,2} + 2z_{m+1,2} + z_{m,3} = \\ & = 4C_1\alpha_2z1_{m,0} + 4C_2\alpha_1z2_{m,0} + C_1(P1_{m-1,1} - 4\alpha_1P1_{m,1} + P1_{m+1,1} + P1_{m,2}) + \\ & + C_2(P2_{m-1,1} - 4\alpha_2P2_{m,1} + P2_{m+1,1} + P2_{m,2}). \end{aligned}$$

Верхня горизонталь,  $m \in [2; k-2]$ :

$$\begin{aligned} & z_{m-1,l} + z_{m+1,l} + z_{m-2,l-1} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{m-1,l-1} + (3 + 16\alpha_1\alpha_2)z_{m,l-1} - \\ & - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{m+1,l-1} + z_{m+2,l-1} + 2z_{m-1,l-2} - 4(\alpha_1 + \alpha_2)z_{m,l-2} + 2z_{m+1,l-2} + z_{m,l-3} = \\ & = 4C_1\alpha_2z_{1,m,l} + 4C_2\alpha_1z_{2,m,l} + C_1(P1_{m-1,l-1} - 4\alpha_1P1_{m,l-1} + P1_{m+1,l-1} + P1_{m,l-2}) + \\ & + C_2(P2_{m-1,l-1} - 4\alpha_2P2_{m,l-1} + P2_{m+1,l-1} + P2_{m,l-2}). \end{aligned}$$

Граничні умови на контурі:

$$\begin{aligned} z_{0,n} &= C_1z_{1,0,n} + C_2z_{2,0,n}, & z_{m,0} &= C_1z_{1,m,0} + C_2z_{2,m,0}. \\ z_{k,n} &= C_1z_{1,k,n} + C_2z_{2,k,n}, & z_{m,l} &= C_1z_{1,m,l} + C_2z_{2,m,l}. \end{aligned}$$

Графічна інтерпретація отриманих обчислювальних шаблонів представлена на рис. 2 – 7.

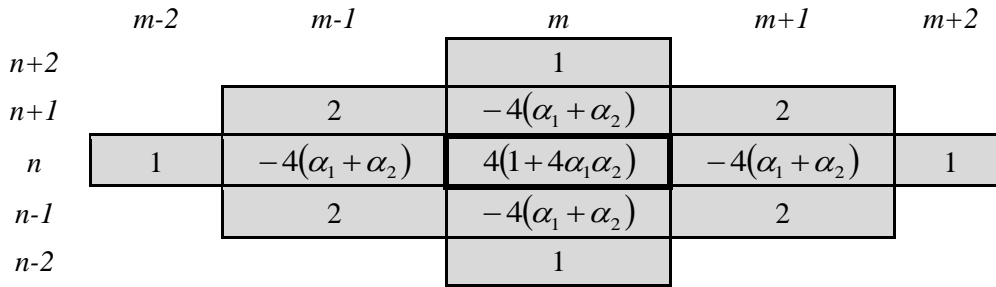


Рис. 2. Графічне представлення обчислювального шаблону який використовується для внутрішніх вузлів (першого типу)

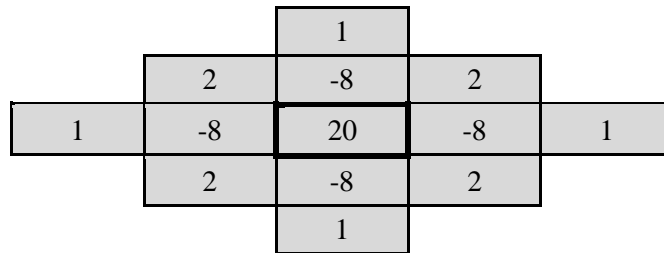


Рис. 3. Графічне представлення обчислювального шаблону який використовується для внутрішніх вузлів (першого типу) при  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$

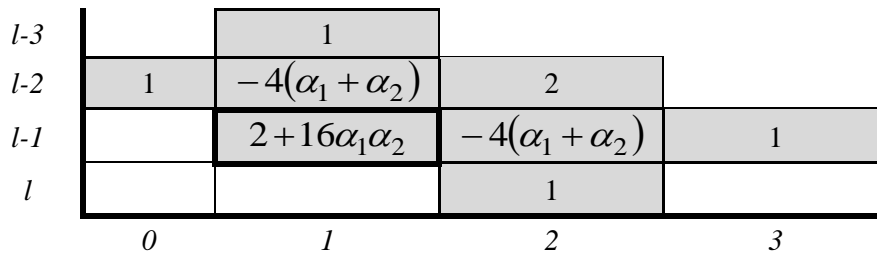


Рис. 4. Графічне представлення обчислювального шаблону який використовується для кутових вузлів (другого типу)

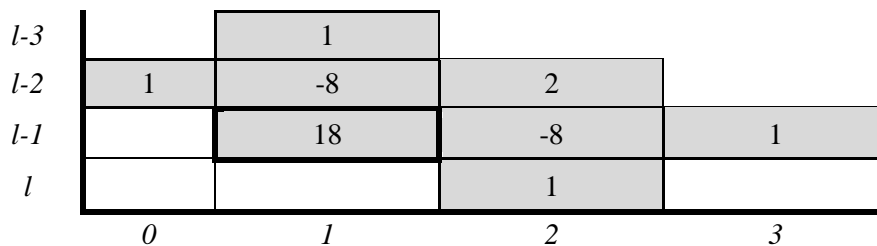


Рис. 5. Графічне представлення обчислювального шаблону який використовується для кутових вузлів (другого типу) при  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$

	$m-2$	$m-1$	$m$	$m+1$	$m+2$
0		1		1	
1	1	$-4(\alpha_1 + \alpha_2)$	$3 + 16\alpha_1\alpha_2$	$-4(\alpha_1 + \alpha_2)$	1
2		2	$-4(\alpha_1 + \alpha_2)$	2	
3			1		

Рис. 6. Графічне представлення обчислювального шаблону який використовується для приконтурних вузлів (третього типу)

	$m-2$	$m-1$	$m$	$m+1$	$m+2$
0		1		1	
1	1	-8	19	-8	1
2		2	-8	2	
3			1		

Рис. 7. Графічне представлення обчислювального шаблону який використовується для приконтурних вузлів (третього типу) при  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$

План ділянки поверхні автодорожнього полотна на якому квадратами, ромбами та шестикутниками позначено різні типи вузлів та конфігурації шаблонів які використовуються для обчислення відповідних аплікат представлено на рис. 8.

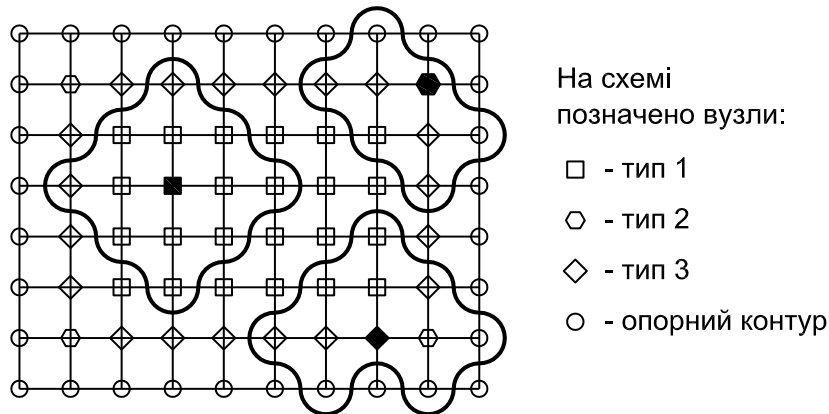


Рис. 8. План ділянки поверхні автодорожнього полотна з позначеними типами вузлів та шаблонами які використовуються для обчислення відповідних аплікат

**Висновки.** В роботі розглянуто питання формоутворення регулярної дискретної структури, яка представляє ділянку поверхні автодорожнього полотна. Отримано двовимірні обчислювальні шаблони для визначення аплікат вузлів поверхні за наперед заданими геометричними вимогами на прямокутній сітці з рівномірним кроком. Завдяки більш широкій постановці задачі моделювання, отримано скінченно-різницеві оператори формування моделей складних поверхонь, що суттєво розширює формоутворюючі можливості під час проектування автодорожнього полотна.

1. Бойков В.Н., Федотов Г.А., Пуркин В.И. Автоматизированное проектирование автомобильных дорог (на примере IndorCAD/Road). – М.: Изд-во МАДИ (ГТУ), 2005. – 224 с.
2. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и ее применение. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. – 128 с.
3. Федотов Г.А. Автоматизированное проектирование автомобильных до-рог. – М.: Транспорт, 1986. - 317 с.
4. Ковалев С.Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций. Дисс. ... докт. техн. наук.– М.: 1986. – 348 с.

Стаття надійшла до редакції 5.05.2014 р.