УДК 681.5:519.75

Коваленко И. И., Швед А. В., Мельник А. В.

ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ВЕРОЯТНОСТНОГО ВЫВОДА

В работе выполнен анализ методов вероятностного вывода, рассмотрена процедура построения деревьев вероятностей и расчета соотношений вероятностного вывода на них. Предложен алгоритм реализации информационной технологии поддержки принятия решений на основе методов вероятностного вывода. Рассмотрен ряд примеров, иллюстрирующих возможности применения вероятностного вывода при решении различных практических задач.

Ключевые слова: *информационная технология, экспертные оценки, вероятностный вывод, дерево вероятностей, граф.*

У роботі виконано аналіз методів імовірнісного виводу, розглянуто процедуру побудови дерев імовірностей та розрахунку співвідношень імовірнісного виводу на них. Запропоновано алгоритм реалізації інформаційної технології підтримки прийняття рішень на основі методів імовірнісного виводу. Розглянуто ряд прикладів, що ілюструють можливості застосування ймовірнісного виводу при вирішенні різних практичних задач.

Ключові слова: *інформаційна технологія, експертні оцінки, імовірнісний вивід, дерево ймовірностей, граф.*

The analysis of methods of probabilistic inference is done in this work. The procedure of constructing the probability trees and calculation of relations of probabilistic inference on them were given. The algorithm for construction of information technology of decision-making support based on the probabilistic inference is proposed. A set of numeric examples to illustrate the possibility of using probabilistic inference for the analysis of various organizational and technical problems.

Key words: *information technology, experts' estimates, probabilistic inference, probability tree, graph.*

Постановка проблемы. В настоящее время методы вероятностного вывода широко используются для формирования рекомендаций лицу, принимающему решение (ЛПР), и занимают важное место в математическом обеспечении различных систем поддержки принятия решений (СППР).

Первоначально вероятностный вывод был представлен методами проверки статистических гипотез, где, как правило, рассматривается одно случайное событие, для которого определяют вероятности его реализации или нереализации. Вместе с тем, реальные задачи в различных практических приложениях могут характеризоваться системами случайных событий и многообразными связями между этими системами.

Для решения таких задач были созданы инструментальные методы вероятностного анализа: деревья вероятностей, деревья решений, деревья целей, сети уверенностей, абдуктивный вывод и др. Перечисленным методам посвящено достаточно большое число публикаций, однако отсутствуют сведения об их системном (комплексном) применении на основе анализа исходной информации, характеризующей условия их применения, недостатки и преимущества таких методов.

Анализ публикаций и последних достижений. Публикации, посвященные методам вероятностного вывода, широко встречаются в периодической и специальной литературе, начиная с 1970-х годов. Из работ последних лет, в которых рассмотрены современные направления и приложения теории вероятностей, можно выделить следующие: в [2] описываются методы вероятностного вывода в интеллектуальных системах; [1] посвящена методам поддержки принятия решений; в [5; 6] приведены основные теоретические сведения по абдуктивному выводу на сетях уверенностей; [6] посвящена рассмотрению метода сетей уверенностей (байесовские сети). Однако, до настоящего времени практически не встречаются публикации, в которых исследовались бы вопросы построения технологий комплексного применения методов вероятностного вывода.

Постановка задачи. Целью статьи является анализ ряда современных методов вероятностного вывода, разработка принципов построения интегрированной информационной технологии их применения, а также рассмотрение ряда примеров, иллюстрирующих возможности такой технологии.

Изложение основного материала. В общем случае под задачей вероятностного вывода будем понимать определение вероятностей интересующих нас случайных событий или их комбинаций, а также вероятностей других событий, стохастически связанных с ними, на основе всей исходной информации. Для построения заявленной технологии рассмотрим следующую группу методов, которые широко применяются в последнее время в различных практических задачах: вероятностный вывод на деревьях вероятностей, метод конденсации вероятностных распределений, вероятностный вывод на сетях уверенностей (байесовские сети), абдуктивный вывод на сетях уверенностей [2; 5; 6].

Для представления перечисленных методов в рамках интегрированной технологии необходимо проанализировать следующие аспекты:

1. Рассмотреть способы получения оценок вероятностей осуществления случайных событий, которые должны быть определены на предварительном этапе.
2. Определить влияние зависимости или независимости систем случайных событий на построение вероятностных деревьев и сетей.
3. Исследовать возможность применения методов вероятностного вывода в зависимости от увеличения числа моделируемых систем случайных событий.

Проанализируем рассмотренные аспекты более подробно. Необходимость рассмотрения способов получения оценок вероятностей событий диктуется тем, что для реализации методов вероятностного вывода, требуется, как правило, их предварительное назначение.

Различают два основных вида таких оценок: объективные (эмпирические) вероятности и субъективные (экспертные) вероятности. Первые из них получают с применением частотного подхода, который заключается в получении частного от деления числа равновозможных исходов (n), благоприятствующих реализации интересующих событий, на общее число равновозможных событий (N). При этом используется информация о прошлых реализациях событий за длительный период времени. Субъективные оценки вероятностей, источником которых является эксперт или группа экспертов, формируются в условиях существования уникальных ситуаций, когда отсутствует предыстория реализации случайных событий.

Такой подход влечет за собой решение задач обработки экспертных оценок, которым в настоящее время посвящена обширная литература.

Наличие факта зависимости (независимости) систем случайных событий определяет порядок построения деревьев вероятностей: наличие независимости позволяет объединять различные системы случайных событий в дерево, в произвольном порядке; зависимость таких систем требует выполнения определенного порядка при их объединении. Приведем формулировки зависимости (независимости) случайных событий. Некоторое событие e_i независимо от события e_j, если вероятность первого не зависит от того, произошло или нет второе событие. В этом случае для проведения расчетов на дереве вероятностей используется известное выражение:

$$p(e_i, e_j) = p(e_i) \cdot p(e_j).$$

Событие e_i зависимо от события e_j, если его вероятность зависит от того, произошло или нет событие e_j. Вероятность события e_i, определенная при условии, что произошло событие e_j, называется условной вероятностью события e_j: $p(e_i / e_j)$. Отсюда следует, что если события e_i и e_j независимы, то $p(e_i / e_j) = p(e_i)$. Если же два события зависимы, то вероятность их совместного осуществления (пересечения) равна $p(e_i \cap e_j) = p(e_j) \cdot p(e_i / e_j)$.

Наконец, учет числа систем случайных событий имеет важное значение, так как его рост влечет за собой экспоненциальный рост размеров деревьев вероятностей. Особенно ярко это проявляется, когда число систем случайных событий m > (3-4).

Размер дерева вероятностей может быть подсчитан на основании следующего подхода. Каждый путь на дереве от корневого узла до конечной позиции отображает одну из всех возможных комбинаций событий, которая называется сценарием (рис. 3). Поскольку каждый сценарий образует одна возможная комбинация событий, по одному из каждой полной системы событий, общее число сценариев может быть подсчитано ещё до конструирования дерева вероятностей как $N = \prod_{i=1}^{m} n_i$, где n_i – число событий в i-ой системе; m – общее число систем случайных событий [2].

Изложенные рассуждения положены в основу алгоритма реализации технологии поддержки принятия решений с применением методов вероятностного вывода (рис. 1).

Рассмотрим ряд примеров, иллюстрирующих возможности таких методов [2].

На рис. 2 представлены три системы неблагоприятных случайных событий, каждая из которых характеризуется двумя событиями, влияющими на урожай сельскохозяйственных культур. Если принято предположение о независимости таких событий, то может быть построено **дерево вероятностей** с числом сценариев $N = 8$ (рис. 3). Вероятность осуществления каждого сценария рассчитывается как произведение вероятностей всех событий, образующих этот сценарий.

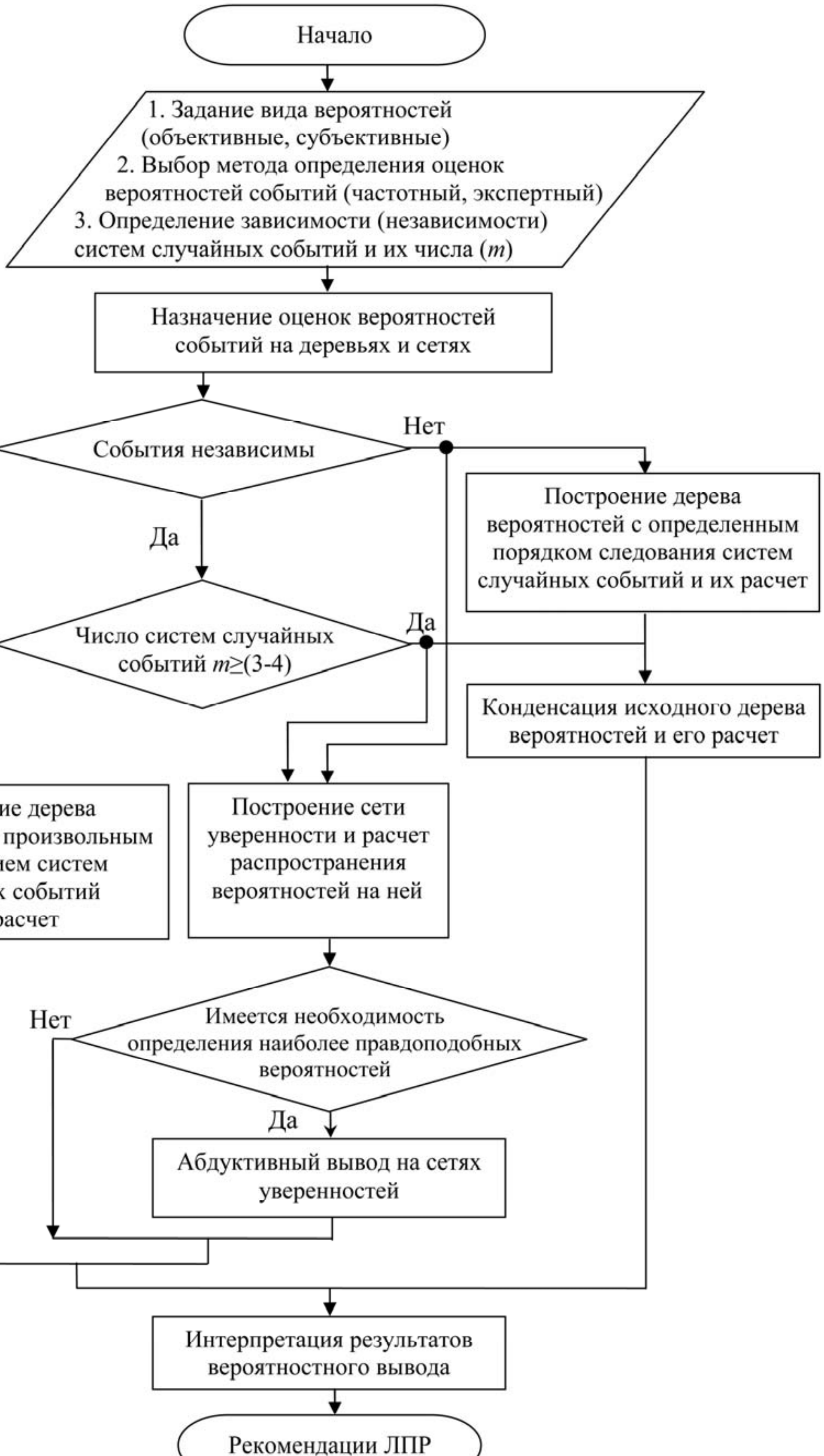


Рис. 1. Алгоритм реализации технологии поддержки принятия решений с использованием методов вероятностного вывода

Если сделано предположение о зависимости исходных систем событий (длительная засуха может перерасти в грозу с градом, что может стать причиной заморозков), то исходное дерево может быть перестроено, как показано на рис. 4.

Такая зависимость в вероятностном смысле может быть промоделирована посредством введения в рассмотрение условных вероятностей событий, которые могут быть получены как расчетным, так и экспертным путем. С учетом такого подхода, полученные результаты вероятностных оценок сценариев достаточно отличаются от аналогичных оценок, полученных на исходном дереве вероятностей.

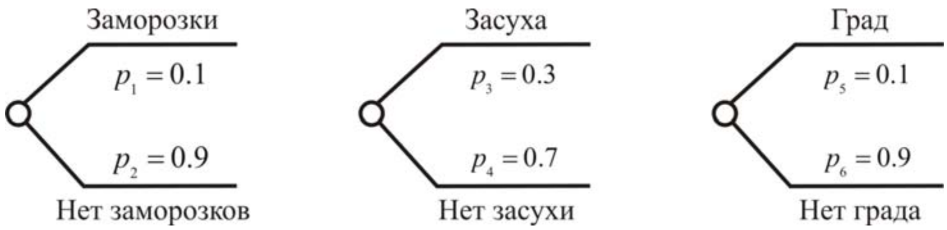


Рис. 2. Деревья распределения систем случайных событий, влияющих на урожай сельскохозяйственных культур

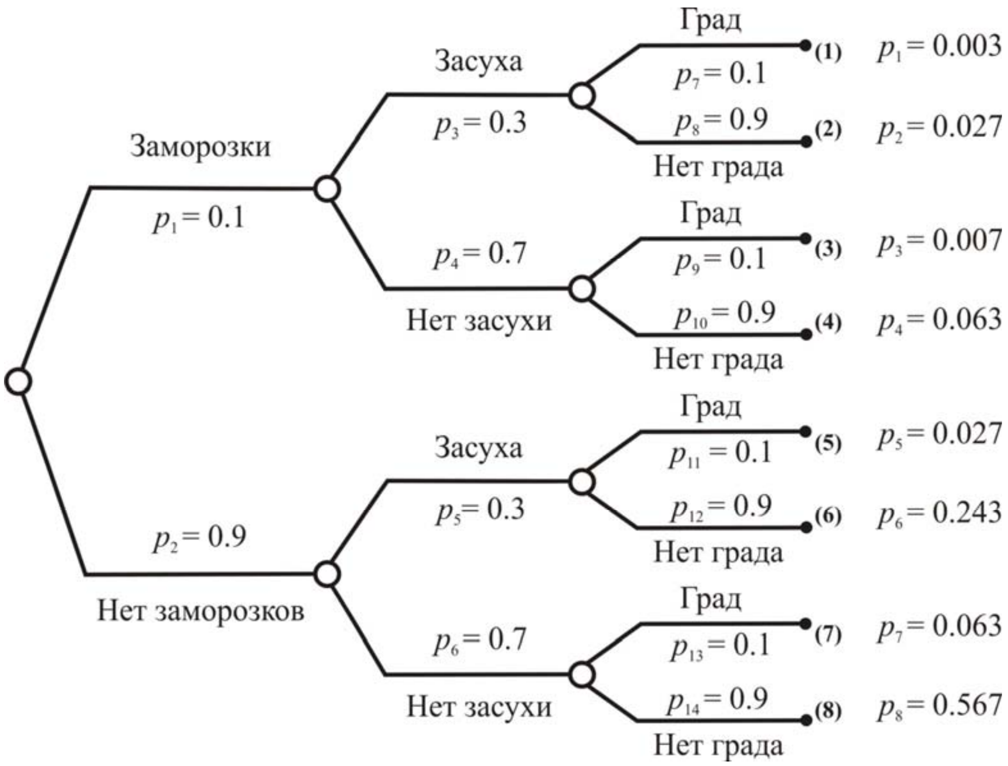


Рис. 3. Дерево вероятностей, построенное при предположении о независимости систем случайных событий, показанных на рис. 2

Как уже отмечалось выше, проблемой, которая ограничивает применение деревьев вероятностей, является рост числа систем случайных событий. В определенной мере такая проблема может быть снята посредством применения метода конденсации вероятностных распределений [4], который позволяет снизить их размерность. Основная его идея заключается в следующем. Пусть имеются три системы случайных переменных *X*, *Y*, *Z*. Тогда могут быть выполнены следующие процедуры. Определяется вначале совместное распределение $F(X \times Y)$ как пересечение распределений $f(X) \cap f(Y)$. Удаляя или объединяя некоторые значения случайной переменной этого распределения, получаем новое распределение $f^*(X \times Y)$, размерность которого уже становится меньше исходной размерности. Далее определяется совместное распределение $f(X,Y,Z)$, являющееся пересечением распределений $f^*(X \times Y) \cap f(Z)$. В итоге получают распределение $f^*(X,Y,Z)$. В случае необходимости это распределение также конденсируется до требуемой размерности.

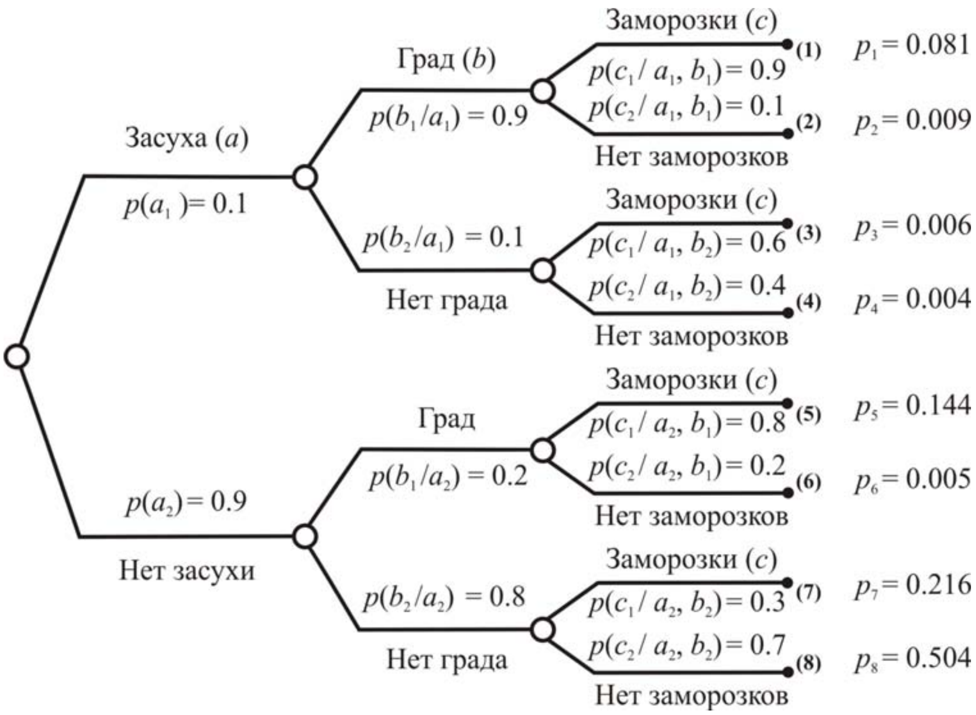
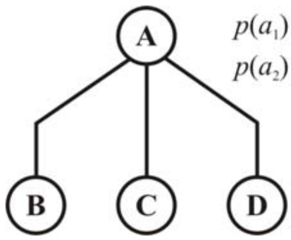


Рис. 4. Дерево вероятностей, построенное с учетом предположения о зависимости систем случайных событий

Таким образом, конденсация распределений может быть произведена как путем объединения или удаления некоторых значений случайных переменных, так и путем комбинации таких процедур. Основным недостатком данного метода является то, что при проведении рассмотренных процедур, может быть потеряна часть важной релевантной информации.

Вместе с тем, для кардинального решения указанной проблемы авторами работ [2, 6] был предложен подход на основе сетей уверенностей (альтернативное название: байесовская сеть, причинная сеть, вероятностная сеть). Такая сеть представляет собой ориентированный граф G (V, E, P), V – множество вершин; E – множество дуг; P – множество вероятностных оценок (рис. 5).



$p(a_1) = 0.6$
$p(a_2) = 0.4$

$p(b_1/a_1) = 0.3;$	$p(c_1/a_1) = 0.8;$	$p(d_1/a_1) = 0.2;$
$p(b_1/a_2) = 0.4;$	$p(c_1/a_2) = 0.3;$	$p(d_1/a_2) = 0.6;$
$p(b_2/a_1) = 0.7;$	$p(c_2/a_1) = 0.2;$	$p(d_2/a_1) = 0.8;$
$p(b_2/a_2) = 0.6;$	$p(c_2/a_2) = 0.7;$	$p(d_2/a_2) = 0.4.$

Рис. 5. Фрагмент древовидной сети уверенностей

Вершины V, называемые узлами, отображают все полные системы случайных событий, а также информацию о безусловных и условных вероятностях таких событий.

Все задачи вероятностного вывода, решаемые с помощью сетей уверенностей, можно разделить на два класса [6]: расчет априорных условных вероятностей событий во всех узлах сети и расчет апостериорных вероятностей событий во всех отдельных узлах сети при условии, что в некотором узле (узлах) произошло событие (события).

В обоих случаях сущность алгоритма заключается в расчете и пересылке по дугам сети специальных оценок (λ-оценки и π-оценки). В узле сети, получившем все необходимые оценки, рассчитываются специальные значения. При этом любой начальный или промежуточный узел сети получает так называемые **λ-оценки** от всех своих преемников. Любой промежуточный или конечный узел сети получает так называемые **π-оценки** от всех своих прямых предшественников.

Рассмотрим пример распространения априорных вероятностей на древовидных сетях уверенностей согласно алгоритму, изложенному в [2]. На рис. 5 представлен простой фрагмент такой сети с заданными условными и безусловными вероятностями осуществления событий в узлах A, B, C, D.

Алгоритм состоит из следующих шагов:

1. Установить все λ-значения для событий в узлах и все λ-оценки для дуг равными 1.

2. Установить π-значения для всех событий в корневом узле равными безусловным вероятностям осуществления этих событий.

3. Послать π-оценки ко всем узлам, прямым преемникам корневого узла.

4. Для всех узлов, прямых преемников корневого узла, рассчитать π-значения связанных с ними событий.

5. Для каждого из узлов, прямых преемников корневого узла, рассчитать условные вероятности осуществления событий.

Шаги 3, 4 и 5 последовательно повторяются для всех остающихся узлов на сети в направлении дуг, пока не будут рассчитаны все вероятности.

Применим данный алгоритм распространения вероятностей к сети на рис. 5.

1. $\lambda(a_1)=\lambda(a_2)=1$; $\lambda(b_1)=\lambda(b_2)=1$; $\lambda(c_1)=\lambda(c_2)=1$; $\lambda(d_1)=\lambda(d_2)=1$.

2. $\pi(a_1)=p(a_1)=0.6$; $\pi(a_2)=p(a_2)=0.4$.

3. Для узла *B* имеем:

$\pi_B(a_1)=p(a_1)/\lambda_B(a_1)=0.6/1=0.6;\quad \pi_B(a_2)=p(a_2)/\lambda_B(a_2)=0.4/1=0.4.$

Для узла *C* имеем:

$\pi_C(a_1)=p(a_1)/\lambda_C(a_1)=0.6/1=0.6;\quad \pi_C(a_2)=p(a_2)/\lambda_C(a_2)=0.4/1=0.4.$

Для узла *D* имеем:

$\pi_D(a_1)=p(a_1)/\lambda_D(a_1)=0.6/1=0.6;\quad \pi_D(a_2)=p(a_2)/\lambda_D(a_2)=0.4/1=0.4.$

4. Для узла *B* имеем:

$\pi(b_1)=p(b_1/a_1)/\pi_B(a_1)+p(b_1/a_2)/\pi_B(a_2)=0.3*0.6+0.4*0.4=0.34;$

$\pi(b_2)=p(b_2/a_1)/\pi_B(a_2)+p(b_2/a_2)/\pi_B(a_2)=0.7*0.6+0.6*0.4=0.66;$

Для узла *C* имеем:

$\pi(c_1)=p(c_1/a_1)/\pi_C(a_1)+p(c_1/a_2)/\pi_C(a_2)=0.8*0.6+0.3*0.4=0.60;$

$\pi(c_2)=p(c_2/a_1)/\pi_C(a_1)+p(c_2/a_2)/\pi_C(a_2)=0.2*0.6+0.7*0.4=0.40;$

Для узла *D* имеем:

$\pi(d_1)=p(d_1/a_1)/\pi_D(a_1)+p(d_1/a_2)/\pi_D(a_2)=0.2*0.6+0.6*0.4=0.36;$

$\pi(d_2)=p(d_2/a_1)/\pi_D(a_1)+p(d_2/a_2)/\pi_D(a_2)=0.7*0.6+0.6*0.4=0.66.$

Теперь в узлах *B*, *C*, *D* имеется вся необходимая информация для расчета требуемых условных априорных вероятностей (p^1).

5. Для узла *B* имеем:

$p^1(b_1)=\lambda(b_1)\cdot\pi(b_1)=1\cdot 0.34=0.34;\quad p^1(b_2)=\lambda(b_2)\cdot\pi(b_2)=1\cdot 0.66=0.66;$

Для узла *C* имеем:

$p^1(c_1)=\lambda(c_1)\cdot\pi(c_1)=1\cdot 0.60=0.60;\quad p^1(c_2)=\lambda(c_2)\cdot\pi(c_2)=1\cdot 0.40=0.40;$

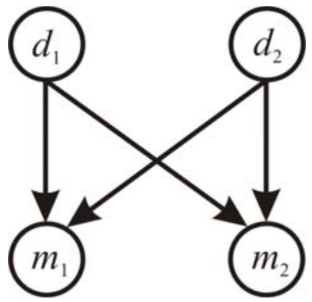
Для узла *D* имеем:

$p^1(d_1)=\lambda(d_1)\cdot\pi(d_1)=1\cdot 0.36=0.36;\quad p^1(d_2)=\lambda(d_2)\cdot\pi(d_2)=1\cdot 0.64=0.64.$

Поскольку в узлах *B*, *C* и *D* λ-значения равны 1, то очевидно, что для всех событий в этих узлах условные вероятности равны соответствующим π-значениям.

Алгоритмы распространения вероятностей на сетях уверенностей позволяют рассчитать либо априорные вероятности осуществления событий во всех узлах, либо апостериорные вероятности событий в случае, когда в отдельных узлах сети произошли события. Однако во многих практических ситуациях интерес могут представлять не вероятности всех событий, связанных с решаемой задачей, а определение такого множества событий, которые наиболее правдоподобно объясняют имеющиеся факты. Для решения такой проблемы автором работы [5] был предложен **абдуктивный вывод**, под которым понимается такой процесс рассуждений, который дает наилучшее в условиях конкретной задачи объяснение (или некоторое множество объяснений) для имеющихся фактов. Мерой качества объяснения служит **общая вероятность** множества значений переменных (событий), образующих это объяснение. Рассмотрим пример, иллюстрирующий приведенные определения, так как он изложен в работах [2; 5].

Пусть оба заболевания d_1 и d_2 являются вероятностными причинами симптомов m_1 и m_2. На рис. 6 представлен фрагмент односвязной сети уверенностей, отражающий вероятностные зависимости между заболеваниями d_1, d_2 и симптомами m_1, m_2 с заданными безусловными и условными вероятностями осуществления событий.



$p(d_1) = 0.2;$ $p(d_2) = 0.1;$
$p(m_1 / d_1, d_2) = 0.6;$ $p(m_2 / d_1, d_2) = 0.4;$
$p(m_1 / \neg d_1, d_2) = 0.5;$ $p(m_2 / \neg d_1, d_2) = 0.3;$
$p(m_1 / d_1, \neg d_2) = 0.3;$ $p(m_2 / d_1, \neg d_2) = 0.2;$
$p(m_1 / \neg d_1, \neg d_2) = 0.1.$ $p(m_2 / \neg d_1, \neg d_2) = 0.1.$

Рис. 6. Фрагмент односвязной сети уверенностей

Вероятности различных комбинаций заболеваний рассчитываются при условии, что m_1 и m_2 имеют место:

$$p(d_1, d_2 / m_1, m_2) = p(d_1, d_2, m_1, m_2) / p(m_1, m_2) =$$
$$= p(d_1, d_2, m_1, m_2) / \sum_{d_1, d_2} p(d_1, d_2, m_1, m_2) = 0.6 * 0.4 * 0.2 * 0.1 / (0.6 * 0.4 * 0.2 * 0.1) +$$
$$+ 0.3 * 0.2 * 0.2 * 0.9 + 0.5 * 0.3 * 0.8 * 0.1 + 0.1 * 0.1 * 0.8 * 0.9) = 0.139.$$

Аналогично:

$$p(d_1, \neg d_2 / m_1, m_2) = 0.310;$$
$$p(\neg d_1, d_2 / m_1, m_2) = 0.344;$$
$$p(\neg d_1, \neg d_2 / m_1, m_2) = 0.207.$$

Отсюда следует, что наиболее вероятным объяснением симптомов является $(\neg d_1, d_2)$. Иначе, наиболее вероятно, что у пациента заболевание d_2, но нет заболевания d_1. С другой стороны, можно просто подсчитать вероятности отдельных заболеваний:

$$p(d_1 / m_1, m_2) = 0.139 + 0.310 = 0.449;$$
$$p(d_2 / m_1, m_2) = 0.139 + 0.344 = 0.483;$$
$$p(\neg d_1 / m_1, m_2) = 0.344 + 0.207 = 0.551;$$
$$p(\neg d_2 / m_1, m_2) = 0.310 + 0.207 = 0.517.$$

Наиболее вероятными событиями являются $\neg d_1$ и $\neg d_2$. Из этого примера ясно видно, что наиболее вероятное объяснение не является простым объединением наиболее вероятных событий из объясняющего множества.

Выводы. В работе на основе системного подхода, учитывающего особенности и условия применения методов вероятностного вывода, предложена интегрированная информационная технология поддержки принятия решений. Рассмотрен ряд примеров, иллюстрирующих возможности данных методов при решении различных практических задач. Это создает предпосылки для создания комплекса программ, функционирующего в составе математического обеспечения ряда СППР.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трахтенгерц Э. А. Компьютерная поддержка принятия решений / Э. А. Трахтенгерц. – М. : Синтег, 1998 – 376 с.
2. Ужга-Ребров О. И. Современные концепции и приложения теории вероятностей / О. И. Ужга-Ребров. – Резекне: RA Izdevnieciba, 2004. – 292 с.
3. Clemen R. Making Hard Decisions: An Introduction to Decision Analysis / R. Clemen. – Boston : Duxbury Press, 1966. – 664 p.
4. Mosleh A. Uncertainty About Probability: A Reconciliation with the Subjectivist Viewpoint / A. Mosleh, V. M. Bier // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part A: System and Humans. – 1996. – Vol. 26, № 3. – P. 303–310.
5. Neapolitan R. E. Is higher–order uncertainty needed? / R. E. Neapolitan // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part A: System and Humans. – 1996. – Vol. 26, № 3. – P. 294–302.
6. Pearl J. Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference / J. Pearl. – California : Morgan Kaufman Publishers, 1988. – 550 p.

Дата поступления статьи в редколлегию 03.02.2013 г.

КОВАЛЕНКО Игорь Иванович – доктор технических наук, профессор кафедры программного обеспечения автоматизированных систем Национального университета кораблестроения им. адмирала Макарова, г. Николаев.

Круг научных интересов: методы анализа данных, прикладной системный анализ, теория оптимальных решений, системы поддержки принятия решений.

ШВЕД Алена Владимировна – преподаватель кафедры интеллектуальных информационных систем Черноморского государственного университета имени Петра Могилы, г. Николаев.

Круг научных интересов: методы анализа данных, математическое моделирование, информационные технологии, системы поддержки принятия решений

МЕЛЬНИК Антон Владимирович – старший лаборант кафедры программного обеспечения автоматизированных систем Национального университета кораблестроения им. адмирала Макарова, г. Николаев.

Круг научных интересов: методы анализа данных, прикладной системный анализ, системы поддержки принятия решений, информационные технологии.